شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot

النهايات

احسب كلا من النهايات الآتية :

$\boxed{1}$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4}+2x+1\right)$

الحل:

جذر أمثال $x^2 \neq x$ أمثال x ومنه نخرج x^2 عامل مشترك.

$$f(x)=\sqrt{x^2\left(1-\frac{4}{x^2}\right)}+2x+1$$

$$=|x|\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}+2x+1$$

عندما $x\to-\infty$: $|x|=-x$

$$f(x)=-x\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}+2x+1$$

$$=x\left(-\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}+2\right)+1$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty(-1+2)+1=-\infty$$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-4}+x\right)$

الحل:

نضرب ونقسم على المرافق

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{x^2-4}+x\right)\left(\sqrt{x^2-4}-x\right)}{\sqrt{x^2-4}-x}=\frac{x^2-4-x^2}{\sqrt{x^2-4}-x}\Rightarrow f(x)=\frac{-4}{\sqrt{x^2-4}-x}$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2-4x}-3x\right)$

الحل:

نضرب ونقسم على المرافق

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{9x^2-4x}-3x\right)\left(\sqrt{9x^2-4x}+3x\right)}{\sqrt{9x^2-4x}+3x}$$

$$=\frac{9x^2-4x-9x^2}{\sqrt{9x^2-4x}+3x}=\frac{-4x}{|x|\sqrt{9-\frac{4}{x}}+3x}$$

عندما $x\to+\infty$: $|x|=x$

$$=\frac{-4x}{x\left(\sqrt{9-\frac{4}{x}}+3\right)}=\frac{-4}{\sqrt{9-\frac{4}{x}}+3}\qquad x\neq0$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\frac{-4}{\sqrt{9}+3}=\frac{-4}{6}$$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{2x^3-1}-1}{x-1}$

الحل:

$f(x)=\frac{\sqrt{2x^3-1}-1}{x-1}$ نضرب ونقسم على مرافق البسط

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{2x^3-1}-1\right)\left(\sqrt{2x^3-1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{2x^3-1}+1\right)}=\frac{2x^3-1-1}{(x-1)\left(\sqrt{2x^3-1}+1\right)}$$

$$=\frac{2(x^3-1)}{(x-1)\left(\sqrt{2x^3-1}+1\right)}=\frac{2(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)\left(\sqrt{2x^3-1}+1\right)}$$

$x\neq1$

$$=\frac{2(x^2+x+1)}{\sqrt{2x^3-1}+1}\qquad \lim_{x\to1}f(x)=3$$

$\boxed{5}$ $\lim\limits_{x\to0}\sin x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$

الحل:

$$f(x)=\sin x\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}$$

$$=\sin x\sqrt{\frac{1}{x^2}}\sqrt{x^2+1}$$

$$=\frac{\sin x}{|x|}\sqrt{x^2+1}$$

$\leftarrow$ عندما $x<0$

$$f(x)=-\frac{\sin x}{x}\sqrt{x^2+1}$$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(x)=-(1)\sqrt{0+1}=-1$$

$\leftarrow$ عندما $x>0$

$$f(x)=\frac{\sin x}{x}\sqrt{x^2+1}$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=(1)\sqrt{0+1}=1$$

لاحظ:

$$\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(x)\neq\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$$

نقول لا يوجد نهاية للدالة f عند الصفر.

$$\boxed{6} \quad \lim_{x\to 0} \frac{2x + Sin3x}{x - \tan 6x}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{3x\left(\frac{2x}{3x} + \frac{\sin 3x}{3x}\right)}{6x\left(\frac{x}{6x} - \frac{\tan 6x}{6x}\right)} \qquad x \neq 0$$

$$= \frac{3\left(\frac{2}{3} + \frac{\sin 3x}{3x}\right)}{6\left(\frac{1}{6} - \frac{\tan 6x}{6x}\right)}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \frac{3\left(\frac{2}{3}+1\right)}{6\left(\frac{1}{6}-1\right)} = \frac{5}{-5} = -1$$

لأن: $\lim_{t\to 0} \frac{\tan t}{t} = 1 \quad , \quad \lim_{t\to 0} \frac{\sin t}{t} = 1$

$$\boxed{7} \quad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{xSinx}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{1-\cos x}{x \cdot \sin x} = \frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x \cdot 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}}$$

$$= \frac{\sin\frac{x}{2}}{x} \cdot \frac{1}{\cos\frac{x}{2}} = 2 \cdot \frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{\cos\frac{x}{2}}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 2(1) \cdot \frac{1}{1} = 2$$

$$\boxed{8} \quad \lim_{x\to 1} \frac{\tan^2(2x-2)}{x^2-2x+1}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{\tan^2(2x-2)}{x^2-2x+1} = \frac{\tan^2(2x-2)}{(x-1)^2}$$

$$= \left[\frac{\tan(2x-2)}{(x-1)}\right]^2 = \left[\frac{2\tan(2x-2)}{2x-2}\right]^2$$

$$\lim_{x\to 1} f(x) = (2(1))^2 = 4$$

$$\boxed{9} \quad \lim_{x\to 0} \frac{3Sinx - Sin3x}{x^3}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{3Sinx - Sin3x}{x^3}$$

$$= \frac{3\sin x - (3\sin x - 4\sin^3 x)}{x^3}$$

$$= 4\frac{\sin^3 x}{x^3} = 4\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 4(1)^3 = 4$$

$$\boxed{10} \quad \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{2+\cos\frac{1}{x}}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{x^2}{2+\cos\frac{1}{x}}$$

نعلم انه أيا كانت $x \in \Re^*$ فإن $-1 \le \cos\frac{1}{x} \le +1$

نضيف (2): $1 \le 2+\cos\frac{1}{x} \le 3$

نقسم على $0 < x^2$

$$\frac{1}{x^2} \le \frac{2+\cos\frac{1}{x}}{x^2} \le \frac{3}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{1} \ge \frac{x^2}{2+\cos\frac{1}{x}} \ge \frac{x^2}{3}$$

ولما كانت $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{3} = 0 \qquad \lim_{x\to 0} x^2 = 0$

فانه وحسب الاحاطة $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

$$\boxed{11} \quad \lim_{x\to 2} |x-2| Cos^2\frac{1}{(x-2)}$$

الحل:

$$f(x) = |x-2| Cos^2\frac{1}{(x-2)} \qquad \boxed{x \neq 2}$$

نعلم انه أيا كانت $x \in \Re/\{2\}$

فانه $0 \le \cos^2\frac{1}{x-2} \le 1$

نضرب بـ $0 < |x-2|$

$$0 \le |x-2|\cos^2\frac{1}{x-2} \le |x-2|$$

ولما كانت

$\lim_{x\to 2} = 0$

$\lim_{x\to 2} |x-2| = 0$

وحسب الإحاطة فانه:

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 0$$

$$\lim_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\,.\,Sin\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

الحل:

$$\lim_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\,.\sin\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\qquad \boxed{x\neq 0}$$

نعلم انه ايا كانت $x\in\Re^{*}$ فان $-1\le\sin\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\le +1$

للضرب بـ $\sqrt[3]{x}$ نميز حالتين

$0<x$ ← $-\sqrt[3]{x}\le\sqrt[3]{x}\sin\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\le\sqrt[3]{x}$

ولما كانت $\lim_{x\to 0}\left(\sqrt[3]{x}\right)=0$ ، $\lim_{x\to 0}\left(-\sqrt[3]{x}\right)=0$

فانه وحسب الاحاطة نجد: $\lim_{x\to 0}f(x)=0$ ← $0>x$ $\lfloor 1$

$-\sqrt[3]{x}\ge\sqrt[3]{x}\sin\frac{1}{3\sqrt{x}}\ge\sqrt[3]{x}$

ولما كانت $\lim_{x\to 0}\left(3\sqrt{x}\right)=0$ ، $\lim_{x\to 0}\left(-\sqrt[3]{x}\right)=0$

فانه وحسب الاحاطة نجد $\lim_{x\to 0}f(x)=0$ $\lfloor 2$

من $\lfloor 1$ و $\lfloor 2$ نجد أن $\lim_{x\to 0}f(x)=0$

$\boxed{13}$ $$\lim_{x\to+\infty}e^{x-Sin x}$$

الحل:

$$f(x)=e^{x-\sin x}$$

نعلم انه ايا كانت $x\in\Re$ فان

$$\sin x\le 1\Rightarrow -\sin x\ge -1\Rightarrow x-\sin x\ge x-1$$

وبما أن الدالة الاسية متزايدة

ولما كانت $e^{x-\sin x}\ge e^{x-1}$ و $\lim_{x\to+\infty}e^{x-1}=+\infty$ اذا

$$\lim_{x\to+\infty}e^{x-\sin x}=+\infty$$

$\boxed{14}$ $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}+e^{-x}-2}{1-\cos 2x}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{e^{x}+e^{-x}-2}{1-\cos 2x}\qquad x\neq 0$$

$$=\frac{e^{x}+\frac{1}{e^{x}}-2}{2\sin^{2}x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{e^{2x}-2e^{x}+1}{e^{x}}}{\sin^{2}x}$$

$$=\frac{1}{2e^{x}}\cdot\frac{\left(e^{x}-1\right)^{2}}{\sin^{2}x}=\frac{1}{2e^{x}}\cdot\left(\frac{\frac{e^{x}-1}{x}}{\frac{\sin x}{x}}\right)^{2}$$

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}\right)^{2}=\frac{1}{2}$$ لأن $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1\qquad\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x}=1$$

$\boxed{15}$ $$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-x\right)$$

الحل:

$$f(x)=\sqrt{x+1}-x$$

$$=\sqrt{x^{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}\right)}-x$$

$$=|x|\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}}-x$$

وعندما $x\to+\infty$: $|x|=x$

$$f(x)=x\left(\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}}-1\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty(0-1)=-\infty$$

$\boxed{16}$ $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{4x}-1}{\tan x}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{e^{4x}-1}{\tan x}\qquad \boxed{x\neq 0}$$

$$=\frac{4x\,\frac{e^{4x}-1}{4x}}{x\,\frac{\tan x}{x}}=\frac{4\,\frac{e^{4x}-1}{4x}}{\frac{\tan x}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\frac{4(1)}{1}=4$$

$\boxed{17}$ $$\lim_{x\to 0}\frac{Sin 5x}{\ln(1+3x)}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{\sin 5x}{\ln(1+3x)}=\frac{5x\,\frac{\sin 5x}{5x}}{3x\,\frac{\ln(1+3x)}{3x}}=\frac{5}{3}\,\frac{\frac{\sin 5x}{5x}}{\frac{\ln(1+3x)}{3x}}$$

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{1}=\frac{5}{3}$$

لأن $\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$ ⇐ $\lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}=1$

الأستاذ زياد دقماق (0933813210)

18

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x}-\ln(x)\right)$$

الحل:

$$f(x)=\sqrt{x}-\ln(x)$$

$$=\sqrt{x}\left(1-\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right)=\sqrt{x}\left(1-\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}\right)=\sqrt{x}\left(1-2\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\right)$$

$\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{\ln(t)}{t}=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=(1-2(0))=+\infty$

---

19 $\lim\limits_{x\to-3}\left(\frac{|x+3|}{x+3}\right)$ هل يوجد نهاية عند -3

الحل:

$\boxed{x\neq-3}$ $f(x)=\frac{|x+3|}{x+3}$ نتخلص من القيمة المطلقة

$$f(x)=\begin{cases}\frac{-(x+3)}{x+3} & : x<-3\\ \frac{x+3}{x+3} & : x>-3\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-1 & : x<-3\\ +1 & : x>-3\end{cases}$$

$$\lim_{x\xrightarrow{<}-3}f(x)=-1\neq\lim_{x\xrightarrow{>}-3}f(x)=1$$

ومنه لا يوجد نهاية.

20 هل يوجد نهاية للدالة

$$f(x)=\sqrt{2x-1-x^2}$$

عند $a=1$

الحل:

$$f(x)=\sqrt{2x-1-x^2}$$

بإيجاد مجموعة تعريف الدالة نجد ان $D=\{1\}$ ومنه لايوجد نهاية عند الواحدلان الدالة غير معرفة على جوار محذوف للعدد (1)

21

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\sqrt{x}+1\right)}{x^2+1}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{x\left(\sqrt{x}+1\right)}{x^2+1}$$

عند $\boxed{+\infty}$

$$=\frac{x\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=\frac{1+\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$$

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي
Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot