

السؤال الأول: إذا علمت أن أطوال الأشعة \vec{u} و \vec{v} و $\vec{u} + \vec{v}$ هي بالترتيب $\sqrt{5}$ و $\sqrt{6}$ و $\sqrt{21}$. المطلوب:

(1) احسب الجداء السلمي $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
(2) استنتج قيمة النسبة المثلثية $\cos(\vec{u}, \vec{v})$.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ للفراغ، لدينا المستوي (P) ذي المعادلة الديكارتيّة $x + y + z = 2$ ،

ومجموعة نقاط الفراغ S التي تُحقّق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y = 5$. المطلوب:

(1) بيّن أن S هي كرة، عيّن كلّ من مركزها C ونصف قطرها. (2) ادرس الوضع النسبي بين المستوي (P) والكرة S .

(3) تحقّق أن النقطة $A(1, -1, -3)$ تقع على الكرة S ، ثمّ اكتب معادلة المستوي (R) المماس للكرة S في النقطة A .

السؤال الثالث: باستعمال طريقة غاوس، حلّ جملة المعادلات الآتية ذات المجاهيل (x, y, z) :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ 2x + 3y + 4z = 29 \\ 3x - 2y + 2z = 8 \end{cases}$$

السؤال الرابع: نتأمّل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ للفراغ النقطتين $A(-1, -5, 3)$ و $B(0, -1, -2)$ ،

والمستقيم (Δ) المُعرّف وفق:

$$(\Delta): \begin{cases} x = s - 1 \\ y = as - 2 ; s \in \mathbb{R} \\ z = -3s \end{cases} \text{ حيث } a \in \mathbb{R} \text{ . المطلوب:}$$

(i) عيّن a ليكون المستقيم (AB) عمودي على المستقيم (Δ) .

(ii) بفرض $a = 2$ (1) أثبت أن المستقيمين (AB) و (Δ) متقاطعان في نقطة I يُطلب إيجاد إحداثياتها.

إعداد: محمود المحمود

(2) اكتب معادلة المستوي المُحدّد بالمستقيمين (AB) و (Δ) .

(3) ما طبيعة مجموعة نقاط الفراغ $M(x, y, z)$ التي تُحقّق: $\vec{OM} \cdot \vec{AB} = 0$ ؟

السؤال الخامس: نتأمّل جانباً هرمياً $E - ABCD$ قاعدته مُربّع مركزها O ورأسه E ، و I منتصف $[AE]$.

نختار معلماً متجانساً $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث: $\vec{OA} = \vec{i}$ و $\vec{OB} = \vec{j}$ و $\vec{OE} = 2\vec{k}$. المطلوب:

(1) أوجد إحداثيات رؤوس الهرم وإحداثيات I .

(2) احسب حجم الهرم $E - ABCD$. إعداد: محمود المحمود 0936 838 276

(3) تحقّق أن: $2x - z = 0$ هي معادلة للمستوي (DIB) .

(4) أثبت أن النقطة F التي تُحقّق العلاقة $\vec{OF} = \frac{2}{5}\vec{OI}$ هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (DIB) .

(5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABDI$ ، واستنتج حجم الهرم $E - DBIC$.

(6) اكتب معادلة المخروط الناتج عن دوران القطعة المستقيمة $[OI]$ حول $[OA]$ دورة كاملة.