

استخدامات جداول الفائدة المركبة

رقم الجدول	الرمز الرياضي	إيجاده بالآلة الحاسبة	استخدامه
الجدول الأول	ج ن %ع	(١.٠ع) ن	لا يجاد جملة مبلغ (پ)
الجدول الثاني	ع ن %ع	(١.٠ع) - ن	لا يجاد القيمة الحالية لمبلغ (س)
الجدول الثالث	ج ن %ع	$\frac{(١.٠ع)^ن - ١}{٠.٠ع}$	لا يجاد جملة الدفعات مبلغ متكرر (د)
الجدول الرابع	د ن %ع	$\frac{(١.٠ع) ن \times ٠.٠ع}{١ - (١.٠ع) ن}$	لا يجاد القسط المتساوي
الجدول الخامس	د ن %ع	$\frac{(١.٠ع) ن - ١}{٠.٠ع \times (١.٠ع) ن}$	لا يجاد القيمة الحالية للأقساط (القرض) والفوائد الدورية للسند

جدول الفائدة المركبة بمعدل ٥ %

ن	الجدول الأول	الجدول الثاني	الجدول الثالث	الجدول الرابع	الجدول الخامس
٨	١.٤٧٧٤٥٥٤٤	٠.٦٧٦٨٣٩٣٦	٩.٥٤٩١٠٨٨٧	٠.١٥٤٧٢١٨١	٦.٤٦٣٢١٢٧
٩	١.٥٥١٣٢٨٢١	٠.٦٤٤٦٠٨٩١٦	١١.٠٢٦٥٦٤٣١٩	٠.١٤٠٦٩٠٠٨	٧.١٠٧٨٢١٦٧
١٠	١.٦٢٨٨٩٤٦٢	٠.٦١٣٩١٣٢٥٣	١٢.٥٧٧٨٩٢٥٣	٠.١٢٩٥٠٤٥٧	٧.٧٢١٧٣٤٩٢
١٢	١.٧٩٥٨٥٦٣٢	٠.٥٥٦٨٣٧٤١٨	١٥.٩١٧١٢٦٥	٠.١١٢٨٢٥٤١	٨.٨٦٣٢٥١٦
١٦	٢.١٨٢٨٧٤٥٨	٠.٤٥٨١١١٥٢٢	٢٣.٦٥٧٤٩١٧٦	٠.٠٩٢٢٦٩٩٠٨	١٠.٨٣٧٧٦٩٥٦
١٨	٢.٤٠٦٦١٩٢	٠.٤١٥٥٢٠٦٥٤	٢٨.١٣٢٣٨٤٦	٠.٠٨٥٥٤٦٢٢٣	١١.٦٨٩٥٨٦٩
٢٨	٣.٩٢٠١٢٩١٣	٠.٢٥٥٠٩٣٦٣	٥٨.٤٠٢٥٨٢٧	٠.٠٦٧١٢٢٥٣	١٤.٨٩٨١٢٧٢

جدول الفائدة المركبة بمعدل ٧ %

ن	الجدول الأول	الجدول الثاني	الجدول الثالث	الجدول الرابع	الجدول الخامس
١	١.٠٧٠٠٠٠٠	٠.٩٣٤٥٧٧٩	١.٠٠٠٠٠٠٠٠	١.٠٧٠٠٠٠٠	٠.٩٣٤٥٧٩٤
٢	١.١٤٤٩٠٠٠	٠.٨٧٣٤٢٨٧	٢.٠٧٠٠٠٠٠٠	٠.٥٥٣٠٩١٧	١.٨٠٨٠١٨١
٤	١.٣١٠٧٩٦٠١	٠.٧٦٢٨٩٥٢١	٤.٤٣٩٩٤٣٠	٠.٢٩٥٢٢٨١١	٣.٢٨٧٢١١٢
٥	١.٤٠٢٥٥١	٠.٧١٢٩٨٦	٥.٧٥٠٧٣٩	٠.٢٤٣٨٩٠٦	٤.١٠١٩٧٤
٦	١.٥٠٠٧٢٠٤	٠.٦٦٦٣٤٢٢	٧.١٥٢٢٩٠٧	٠.٢٠٩٧٩٨٥	٤.٧٦٦٥٣٩
٧	١.٦٠٥٧٨١٤	٠.٦٢٢٧٤٩٧٤	٨.٦٥٤٠٢١	٠.١٨٥٥٣٢١	٥.٣٨٩٢٨٩٤
٨	١.٧١٨١٨٦١	٠.٥٨٢٠٩١٠٤	١٠.٢٥٩٨٠٢٥	٠.١٦٧٤٦٧٧٦	٥.٩٧١٢٩٨٥
١٠	١.٩٦٧١٥١٤	٠.٥٠٨٣٤٩٢	١٣.٨١٦٤٤٨	٠.١٤٢٣٧٧٥	٧.٠٢٣٥٨١٥
١١	٢.١٠٤٨٥١٩	٠.٤٧٥٠٩٢٧٩	١٥.٧٨٣٥٩٩	٠.١٢٢٣٥٦٩٠	٧.٤٩٨٦٧٤٣
١٧	٣.٥٨٨١٥٢	٠.٣١٦٥٧٤٢	٣٠.٨٤٠٢١	٠.١٠٢٤٢٥١	٩.٧٦٣٢٢٢٦

جدول الفائدة المركبة بمعدل ٩ %

ن	الجدول الأول	الجدول الثاني	الجدول الثالث	الجدول الرابع	الجدول الخامس
٣	١.٢٩٥٠٢٩	٠.٧٧٢١٨٢٤	٣.٢٧٨١٠٠	٠.٣٩٥٠٥٤٧	٢.٥٢١٣٩٤٦
٤	١.٤١١٥٨١٦	٠.٧٠٨٤٢٥٢	٤.٥٧٣١٢٩	٠.٣٠٨٦٦٨٦	٣.٢٣٩٧١٩٨
٥	١.٥٣٨٦٢٣	٠.٦٤٩٩٣١٣	٥.٩٨٤٧١٠٦	٠.٢٥٧٠٩٢٤	٣.٨٨٩٦٥١٢
٦	١.٦٧٧١٠٠١١	٠.٥٩٦٢٦٧٣	٧.٥٢٣٣٢٤٦	٠.٢٢٢٩١٩٨	٤.٤٨٥٩١٨٦
٧	١.٨٢٨٠٣٩١٢	٠.٥٤٧٠٣٤٢٠	٩.٢٠٤٣٤٦	٠.١٩٨٦٩٠٥١٦	٥.٠٣٢٩٥٢٨٣٥
٨	١.٩٩٢٥٦٢	٠.٥٠١٨٦٢٧	١١.٠٢٨٤٧٣٧	٠.٢٢٢٩١٩	٥.٥٣٤٨١٩١
١٠	٢.٣٦٧٣٦٣٦	٠.٤٢٢٤١٠٨٠٦	١٥.١٩٢٩٢٩٧	٠.١٥٥٨٢٠٨٩	٦.٤١٧٦٥٧٧
١١	٢.٥٨٠٤٢٦٤٠	٠.٣٨٧٥٣٢٨	١٧.٥٦٠٢٩٣٣	٠.١٤٦٩٤٦٦٥	٦.٨٠٥١٩٠٥٥١
١٢	٢.٨١٢٦٦٤٧٨	٠.٣٥٥٥٣٤٧٢٥	٢٠.١٤٠٧١٩٧٩	٠.١٣٩٦٥٠٦٥٨	٧.١٦٠٧٢٥٢٧
١٤	٣.٣٤١٧٢٧٠٢	٠.٢٩٩٢٤٦٤٦٥	٢٦.٠١٩١٨٩١٩	٠.١٢٨٤٣٣١٧٣	٧.٧٨٦١٥٠٣٨
١٦	٣.٩٧٠٣٠٥٨٨	٠.٢٥١٨٦٩٧٦	٣٣.٠٠٣٣٩٨٦٧	٠.١٢٠٢٩٩٩٠٩	٨.٣١٢٥٥٨١٩
١٨	٤.٧١٧١٢١	٠.٢١١٩٩٣٧	٤١.٣٠١٢٣٧٩	٠.١١٤٢١٢٣	٨.٧٥٥٦٢٥١

الحل

P	ع	فا + فا٢	مجدف ٣ سنوات
؟؟	؟؟	٣٢٢٥	٤٥٠٠

$$1\text{فا} = \text{مجدف البسيطة} \div \text{ن}$$

$$1\text{فا} = 4500 \div 3 = 1500 \text{ جنيه.}$$

$$2\text{فا} = 3225 - 1500 = 1725 \text{ جنيه}$$

P	ع	فا٢	١فا
؟؟؟	؟؟؟	١٥٠٠	١٧٢٥

$$\%ع = \frac{2\text{فا} - 1\text{فا}}{1\text{فا}} \times 100$$

$$\%ع = 100 \times \frac{1500 - 1725}{1500} = 15\%$$

$$P = 1\text{فا} \div 0.15 = 10000 \text{ جنيه}$$

تمارين

(١) أستثمر تاجر مبلغ بفائدة بسيطة فبلغت فائدته في السنة الأولى ٣٦٠ جنيه وفائدته عن السنة الثانية ٣٩٢.٤ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

(٢) أودع تاجر مبلغ ما بفائدة بسيطة فبلغت فائدته في السنة الأولى ٥٠٠ جنيه وفائدته عن السنة الثانية ٥٥٠ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

(٣) بلغت الفائدة البسيطة في نهاية ٤ سنوات ٨٠٠ جنيه بينما بلغت الفائدة المركبة في نهاية سنتين ٤٢٠ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

(٤) بلغت الفائدة البسيطة في نهاية ٥ سنوات ٦٠٠ جنيه بينما بلغت الفائدة المركبة في نهاية سنتين ٢٥٢ جنيه أوجد: المعدل والمبلغ

العلاقة بين الفائدتين

(١) إيجاد المعدل (ع)

$$\%ع = \frac{2\text{فا} - 1\text{فا}}{1\text{فا}} \times 100$$

(٢) إيجاد المبلغ (P)

$$P = 1\text{فا} \div 0.0ع$$

مثال ١

أقترض تاجر مبلغ ما بفائدة بسيطة

فبلغت فائدته في السنة الأولى ٨٠٠ جنيه ولو

أستثمر بفائدة مركبة لبلغت فائدته عن

السنة الثانية ٨٨٠ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

الحل

P	ع	فا٢	١فا
؟؟؟	؟؟؟	٨٨٠	٨٠٠

$$\%ع = \frac{2\text{فا} - 1\text{فا}}{1\text{فا}} \times 100$$

$$\%ع = 100 \times \frac{800 - 880}{800}$$

$$\%ع = 100 \times \frac{80}{800} = 10\%$$

$$P = 1\text{فا} \div 0.10 = 8000 \text{ جنيه}$$

مثال ٢

بلغت الفائدة البسيطة في نهاية ٣ سنوات

٤٥٠٠ جنيه بينما بلغت الفائدة المركبة في

نهاية سنتين ٣٢٢٥ جنيه أوجد: المعدل والمبلغ.

المبلغ	ع	ج ٢	ج ١
؟؟؟؟	؟؟	٧٢٦٠	٦٦٠٠

إيجاد المعدل (ع)

$$100 \times \frac{\text{ج ٢} - \text{ج ١}}{\text{ج ١}} = \%ع$$

$$100 \times \frac{7260 - 6600}{6600} = \%ع$$

$$\text{المبلغ} = \text{ج ١} \div 1.0ع$$

$$P = 6600 \div 1.10 = 6000 \text{ جنيه}$$

تمارين

(١) إذا علمت أن الفرق بين الفائدةين البسيطة والمركبة لمبلغ ما في نهاية عامين ٢٢ جنيه وكان معدل الفائدة ٨٪ سنويا. أوجد المبلغ.

(٢) إذا علمت أن الفرق بين الفائدةين البسيطة والمركبة لمبلغ ما في نهاية عامين ٦٤ جنيه وكان معدل الفائدة ٨٪ سنويا. أوجد المبلغ.

(٣) إذا كان أن الفرق بين الفائدةين البسيطة والمركبة لمبلغ ما في نهاية سنتين ٣٦٢ جنيه وكان معدل الفائدة ١١٪ سنويا. أوجد المبلغ.

(٤) أودع تاجر مبلغ بفائدة بسيطة فبلغت جملته في نهاية السنة الأولى ٥٦٠٠ جنيه ولو أستثمر بفائدة مركبة لبلغت جملته عن السنة الثانية ٦٢٧٢ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

(٥) أستثمر تاجر مبلغ بفائدة بسيطة فبلغت جملته في نهاية السنة الأولى ١١٠٠٠ جنيه ولو أستثمر بفائدة مركبة لبلغت جملته عن السنة الثانية ١٢١٠٠ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

(٦) أستثمر تاجر مبلغ بفائدة بسيطة فبلغت جملته في نهاية السنة الأولى ٢١٦٠٠ جنيه ولو أستثمر بفائدة مركبة لبلغت جملته عن السنة الثانية ٢٣٢٢٨ جنيه. أوجد المعدل والمبلغ

تابع: العلاقة بين الفائدةين

١- ف١ = الفرق ÷ ع = ٠.٠٤

٢- إيجاد المعدل (ع)

$$100 \times \frac{\text{ج ٢} - \text{ج ١}}{\text{ج ١}} = \%ع$$

٣- إيجاد المبلغ (P)

$$P = \text{ف١} \div ٠.٠٤$$

$$P = \text{ج ١} \div 1.٠٤$$

مثال ١

إذا علمت أن الفرق بين الفائدةين البسيطة والمركبة لمبلغ ما في نهاية عامين ٦٤.٨ جنيه وكان معدل الفائدة ٩٪ سنويا. أوجد: أصل المبلغ.

الحل

٢- ف١	ع	١- ف١	المبلغ
٦٤.٨	٩٪	؟؟	؟؟؟

باعتبار أن الفرق فائدة (الفائدة)

$$\text{ف١} = 64.8 \div 0.09 = 720 \text{ جنيه}$$

$$P = \text{ف١} \div ٠.٠٤$$

$$P = 720 \div ٠.٠٩ = 8000 \text{ جنيه}$$

مثال ٢

أستثمر تاجر مبلغ بفائدة بسيطة فبلغت جملته في نهاية السنة الأولى ٦٦٠٠ جنيه ولو أستثمر بفائدة مركبة لبلغت جملته عن السنة الثانية ٧٢٦٠ جنيه. أوجد: المعدل والمبلغ

الحل

إيجاد الفائدة مباشرة

$$(3) \text{ ف} = P \times \left(\frac{ج}{ع} \right)^n - 1$$

$$\text{ف} = 10000 \times \left(\frac{ج}{ع} \right)^n - 1$$

$$\text{ف} = 10000 \times (1 - 2.3673626) = 13673.63 \text{ جنيه}$$

$$\text{ف} = 1.3673626 \times 10000 = 13673.63 \text{ جنيه}$$

تمارين

١) أوجد جملة مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنويا . لمدة ١١ سنة . ثم أحسب مقدار الفائدة المركبة .

٢) أودع تاجر مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه بمعدل ٩٪ سنويا لمدة ٨ سنوات . أوجد الجملة والفائدة المركبة

٣) أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنويا . لمدة ٨ سنوات . أوجد : الجملة والفائدة المركبة .

٤) أودع تاجر مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه بمعدل ٩٪ سنويا لمدة ١٠ سنوات . أوجد : الجملة والفائدة المركبة .

٥) أوجد جملة مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنويا . لمدة ١١ سنة وكذلك مقدار الفائدة المركبة .

٦) أودع شخص مبلغ ٧٠٠٠٠ جنيه بمعدل ٩٪ سنويا لمدة ٥ سنوات أوجد : الجملة والفائدة المركبة .

تابع: الجملة المركبة

ثانيا: باستخدام الجداول المالية

$$(1) \text{ ج} = P \times \left(\frac{ج}{ع} \right)^n \text{ (الجدول الأول)}$$

$$(2) \text{ ف} = \text{ج} - P$$

إيجاد الفائدة مباشرة

$$(3) \text{ ف} = P \times \left(\frac{ج}{ع} \right)^n - 1$$

مثال ١

أوجد جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه

بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنويا . لمدة ١٠ سنوات وكذلك مقدار الفائدة المركبة .

الحل

م	ع	ن	ف	ج
١٠٠٠٠	٩٪	١٠	؟؟	؟؟
(1) ج = P × (ج/ع) ⁿ				
ج = 10000 × (ج/ع) ^{١٠}				

بالكشف في الجدول الأول عن وحدات الزمن ١٠ تحت المعدل ٩٪

$$\text{ج} = 10000 \times 2.3673626 = 23673.63 \text{ جنيه}$$

$$(2) \text{ ف} = \text{ج} - P$$

$$\text{ف} = 23673.63 - 10000 = 13673.63 \text{ جنيه}$$

عدد الوحدات الزمنية = $2 \times 8 = 16$ وحدة

**المعدل غير موجود بالجدول لذلك
نستخدم الآلة الحاسبة في الحل**

$$ج = P \times (1.04)^n$$

$$ج = 10000 \times (1.052)^{16}$$

$$ج = 22503.09 \times 10000 = 2250309$$

$$ف = ج - P$$

$$ف = 22503.09 - 10000 = 12503.09 \text{ ج}$$

تمارين

١) أحسب الجملة المركبة لمبلغ ١٠٠٠ ج أستثمر بفائدة مركبة معدلها ٤.٢٪ كل ٣ شهور لمدة ٣ سنوات و الفائدة المركبة

٢) أودع تاجر مبلغ ٢٠٠٠ ج بمعدل ٢.٨٪ كل شهريين لمدة ٣ سنوات. أحسب الجملة المركبة وكذلك الفائدة المركبة

٣) أحسب الجملة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ ج أستثمر بفائدة مركبة معدلها ٣.٨٪ كل ٣ شهور لمدة ٣ سنوات و الفائدة المركبة

٤) أودع تاجر مبلغ ٤٠٠٠ ج بمعدل ٥٪ كل ٣ شهور لمدة ٣ سنوات. أحسب :
الجملة و الفائدة المركبة

٥) أحسب الجملة المركبة لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه أستثمر بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل ٤ شهور لمدة ٣ سنوات و الفائدة المركبة

٦) أودع تاجر مبلغ ٦٠٠٠ ج بمعدل ٧٪ كل ٦ شهور لمدة ٤ سنوات. أحسب :
الجملة وكذلك الفائدة المركبة

تابع: الجملة المركبة

$$ج = P \times (1.04)^n \quad (\text{آلة حاسبة})$$

$$ج = P \times \left(\frac{ج}{ع}\right)^n \quad (\text{جدول أول})$$

**- تعلية (إضافة) الفائدة
أكثر من مرة خلال السنة**

يقصد بها:

إضافة الفائدة إلى أصل المبلغ أكثر من مرة خلال السنة فمثلا:

معدل ٧٪ كل ٦ شهور = مرتين سنويا

معدل ٥٪ كل ٤ شهور = ٣ مرات سنويا

معدل ٤٪ كل ٣ شهور = ٤ مرات سنويا

معدل ٣٪ كل ٢ شهور = ٦ مرات سنويا

معدل ١٪ كل شهر = ١٢ مرة سنويا

$$n = \text{عدد السنوات} \times \text{عدد مرات التعلية}$$

مثال ١

أودع شخص ١٠٠٠٠ ج في بنك بفائدة مركبة معدلها ٥.٢٪ كل ٦ شهور. احسب :
الجملة و الفائدة المركبة في نهاية ٨ سنوات

الحل

ج	ع	المدة	م
١٠٠٠٠	٥.٢٪ كل ٦ شهور	٨ سنوات	٢٢٢

$$\text{عدد مرات التعلية} = 12 \div 6 = 2 \text{ مرات}$$

$$n = \text{عدد السنوات} \times \text{عدد مرات التعلية}$$

عوامل الفائدة المركبة

وهي المبلغ والمعدل والمدة

أولا : إيجاد المبلغ

الحالة الأولى : إذا علمنا الجملة

$$ج = \frac{ن}{(1.0.ع)^n} \times P$$

$$ج = \frac{ن}{ع} \times P$$

(باستخدام الجدول الأول)

مثال ١

أودع تاجر مبلغا ما في بنك الإسكندرية بمعدل ٩٪ سنويا فوجد في نهاية ٨ سنوات الجملة المستحقته له ١٩٩٢٥.٦٢ جنيه. فما أصل المبلغ.

الحل

ج	ن	ع	پ
١٩٩٢٥.٦٢	٨	٩٪	؟؟؟؟

$$ج = \frac{ن}{ع} \times P$$

$$19925.62 = \frac{8}{9} \times P$$

$$1.992562 \times P = 19925.62$$

$$P = 19925.62 \div 1.992562 = 10000 ج$$

مثال ٢

(باستخدام الآلة الحاسبة)

أقترض تاجر مبلغا ما بمعدل ٤.٣٪ كل ٣ شهور لمدة عامين فبلغت جملة القرض ١٤٠٠٤.٧٢ ج أوجد: أصل المبلغ.

الحل

ج	ع	پ
١٤٠٠٤.٧٢	٣ شهور عامين	٤.٣٪ كل

وحدات الزمن = السنوات × مرات التعلية

$$ن = ٢ \times ٤ = ٨ \text{ وحدات}$$

$$ج = \frac{ن}{(1.0.ع)^n} \times P$$

$$14004.72 = \frac{8}{(1.0.43)^8} \times P$$

$$P = 14004.72 \div 1.400472 = 10000 \text{ جنيه}$$

تمارين

١) أودع تاجر مبلغا ما في بنك بمعدل ٧٪ سنويا فوجد في نهاية ١٠ سنوات الجملة المستحقته له ١٩٦٧١.٥١٤ جنيه. فما أصل المبلغ المودع؟

٢) أودع تاجر مبلغا ما في بنك القاهرة بمعدل ٩٪ سنويا فوجد في نهاية ١٠ سنوات الجملة المستحقته له ٢٣٦٧٣.٦٣٦ ج. فما أصل المبلغ؟

٣) أودع تاجر مبلغا ما في بنك القاهرة بمعدل ٥٪ كل ٦ شهور فوجد في نهاية ٨ سنوات الجملة المستحقته له ٤٣٦٥٧.٤٩ ج فما أصل المبلغ المودع؟

٤) أقترض شخص مبلغا ما بمعدل ٥.٣٪ كل ٤ شهور لمدة عامين فبلغت جملة القرض ٤٠٨٩٧ جنيه. أوجد أصل المبلغ؟

٥) أودع تاجر مبلغا ما في بنك مصر بمعدل ٨.٢٪ سنويا فوجد في نهاية ١٠ سنوات الجملة المستحقته له ٢١٩٩٢.٣٩٩ جنيه. فما أصل المبلغ؟

٦) أقترض تاجر مبلغا ما بمعدل ٤.٨٪ كل ٣ شهور لمدة سنتين ونصف فبلغت جملة القرض ٧٩٩٠٦.٦٣ جنيه. أوجد أصل المبلغ.

ف ه ع پ
 ١٢٧٠.٤١٤ جنيه %٩ ٩٩٩

$$\text{فن} = \text{پ} \times \left(\text{ج} \frac{\text{ن}}{\%٤} - \text{ج} \frac{\text{ن}^١}{\%٤} \right)$$

$$\text{ف ه} = \text{پ} \times \left(\text{ج} \frac{\text{ه}}{\%٩} - \text{ج} \frac{\text{ه}}{\%٩} \right)$$

$$١.٤١١٥٨١٦ - ١.٥٣٨٦٢٣ = ١٢٧٠.٤١٤$$

$$١٢٧٠.٤١٤ \times \text{پ} = ١٢٧٠.٤١٤$$

$$\text{پ} = ١٢٧٠.٤١٤ \div ١٢٧٠.٤١٤ = ١٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

تمارين

١) أودع تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ٥% كل ٣ شهور وفي نهاية ٣ سنوات بلغت فائدته ٧٩٥٨.٥٦٣ جنيه . أوجد المبلغ.

٢) أستثمر تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ٧% كل ٦ شهور وفي نهاية ٥ سنوات بلغت فائدته ١٩٣٤٣.٠٢٨ جنيه . أوجد المبلغ.

٣) أستثمر تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ٩% سنويا وفي نهاية ٥ سنوات بلغت فائدته ١٦١٥٨.٦٩ جنيه . أوجد المبلغ.

٤) بلغت الفائدة المركبة في السنة التاسعة ١٤٧٧.٤٥٥ جنيه لمبلغ بمعدل ٥% سنويا. فما أصل المبلغ.

٥) بلغت الفائدة المركبة في السنة السادسة ٤٩٠٨.٤٧ جنيه لمبلغ بمعدل ٧% سنويا. فما أصل المبلغ

٦) بلغت الفائدة المركبة في السنة الرابعة ٦٩٩٣.١٥٦ جنيه لمبلغ بمعدل ٩% سنويا. فما أصل المبلغ

تابع :عوامل الفائدة

تابع: ايجاد المبلغ

الحالة الثانية : إذا علمنا مجف

$$\text{مجف} = \text{پ} \times \left(\text{ج} \frac{\text{ن}}{\%٤} - ١ \right)$$

مثال ١

أستثمر تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ٥% كل ٦ شهور وفي نهاية ٤ سنوات بلغت فائدته ٩٥٤٩.١١ جنيه . أوجد المبلغ

الحل

پ ع ن ج
 ٩٩٩ %٥ كل ٦ شهور ٦ ٩٥٤٩.١١ ج

وحدات الزمن (ن) = ٤ × ٦ = ٨ وحدات

$$\text{مجف} = \text{پ} \times \left(\text{ج} \frac{\text{ن}}{\%٤} - ١ \right)$$

$$٩٥٤٩.١١ = \text{پ} \times \left(\text{ج} \frac{\text{ه}}{\%٥} - ١ \right)$$

$$\text{پ} = ٩٥٤٩.١١ \div (١ - ١.٤٧٧٤٥٥)$$

$$\text{پ} = ٩٥٤٩.١١ \div ٠.٤٧٧٤٥٥ = ٢٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

إذا علمنا فائدة فترة معينة

مثال ٢

مهمة جداً

بلغت الفائدة المركبة في السنة الخامسة ١٢٧٠.٤١٤ جنيه لمبلغ بمعدل ٩% سنويا. فما أصل المبلغ

الحل

المدة	ج	ع
٦ سنوات	١٥٨٦٨.٧٤	١٠٠٠

$$P = \sqrt[n]{C} = 1.08$$

$$1.08 = \sqrt[6]{10000 \div 15868.74}$$

∴ المعدل (ع) = ٨٪ سنويا

تمارين

١) أودع تاجر مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه في بنك بمعدل ما لمدة ٤ سنوات فبلغت جملته ٢٩٥٤٩.١٠٩ جنيه فما معدل الفائدة النصف سنوي؟

٢) أقترض تاجر مبلغ ٣٠٠٠٠ ج في بنك بمعدل ما لمدة ٥ سنوات فبلغت جملته ٥٩٠١٤.٥٤٢ جنيه فما معدل الفائدة النصف سنوي؟

٣) أقترض تاجر مبلغ ٤٠٠٠٠ ج في بنك بمعدل ما لمدة ٨ سنوات فبلغت جملته ٧٩٧٠٢.٤٨ جنيه فما معدل الفائدة السنوي؟

٤) أودع تاجر مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في بنك بمعدل ما لمدة ٧ سنوات فبلغت جملته ١٠٢٨٠.٨٠ جنيه فما معدل الفائدة السنوي؟

٥) أقترض تاجر مبلغ ٦٠٠٠ ج في بنك بمعدل ما لمدة ١٣ سنوات فبلغت جملته ٢٦١٨٠.٩٦ جنيه فما معدل الفائدة السنوي؟

٦) أقترض تاجر مبلغ ٧٠٠٠ ج في بنك بمعدل ما لمدة ١٥ سنوات فبلغت جملته ٤٣٧٧٩.٨٩ جنيه فما معدل الفائدة السنوي؟

.....

ثانياً: إيجاد المعدل

إيجاد المعدل باستخدام الجدول الأول

$$C = P \times \left(\frac{C}{P}\right)^n$$

مثال ١

أودع تاجر مبلغ ١٠٠٠٠ ج في بنك بمعدل ما لمدة ٤ سنوات فبلغت جملته ١٤٧٧٤.٥٥ ج فما معدل الفائدة المركبة النصف سنوي.

الحل

المدة	ج	ع
٤ سنوات	١٤٧٧٤.٥٥	١٠٠٠٠

ن = ٨ = ٢ × ٤ وحدات

$$C = P \times \left(\frac{C}{P}\right)^n$$

$$14774.55 = 10000 \times \left(\frac{C}{10000}\right)^8$$

$$\left(\frac{C}{10000}\right)^8 = \frac{14774.55}{10000}$$

$$\left(\frac{C}{10000}\right) = \sqrt[8]{\frac{14774.55}{10000}}$$

الأول أمام وحدات الزمن (٨) نجده تحت المعدل ٥٪ نصف سنوي.

إيجاد المعدل باستخدام الآلة الحاسبة

مثال ٢

استثمر تاجر مبلغ ١٠٠٠٠ ج في بنك بفائدة مركبة فبلغت الجملته المركبة في نهاية ٦ سنوات ١٥٨٦٨.٧٤ جنيه. أحسب المعدل.

الحل

ثالثاً: إيجاد المدة

(١) باستخدام الجدول الأول

$$ج = \frac{ن}{ع} \times م$$

مثال ١

أودع تاجر مبلغ ١٠٠٠ جنيه في بنك بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً. فبلغت الفوائد المستحقّة له ٥٣٨٦.٢٣ جنيه أوجد مدة الإيداع

الحل

$$\begin{array}{cccc} م & ن & ج & ع \\ ١٠٠٠ & ٩٩ & ٩٩٩٩ & ٩\% \end{array}$$

$$ج = م + ف = ١٠٠٠ + ٥٣٨٦.٢٣ = ١٥٣٨٦.٢٣ ج$$

$$ج = \frac{ن}{ع} \times م$$

$$١٥٣٨٦.٢٣ = \frac{ن}{٩} \times ١٠٠٠$$

$$ج = \frac{ن}{ع} = \frac{١٥٣٨٦.٢٣}{١٠٠٠} = ١.٥٣٨٦٢٣$$

بالبحث بالجدول الأول تحت المعدل ٩٪ نجده أمام وحدات الزمن (٥) ∴ المدة = ٥ سنوات

(٢) باستخدام الآلة الحاسبة

$$ن = \frac{م \times ج}{ع}$$

مثال ٢

أودع تاجر ٢٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة مركبة ٥.٦٪ كل ٦ شهور فبلغت جملته ٣٠٩٢٧.٢٥ جنيه. أوجد مدة الإيداع بالسنوات

الحل

$$\begin{array}{cccc} م & ن & ج & ع \\ ٢٠٠٠ & ٩٩٩٩ & ٣٠٩٢٧.٢٥ & ٥.٦\% \end{array}$$

$$ن = \frac{م \times ج}{ع}$$

$$ن = \frac{٢٠٠٠ \times ٣٠٩٢٧.٢٥}{١٠٠٥٦}$$

$$ن = \frac{٤.٣٠١٠٢٩٩ - ٤.٤٩٠٣٤١}{٠.٢٣٦٦٣٩١} = ٨ \text{ وحدات}$$

وحيث أن المعدل نصف سنوي

∴ المدة بالسنوات = ٨ ÷ ٢ = ٤ سنوات

تمارين

١) اقترض تاجر ٢٠٠٠٠ ج من بنك بمعدل فائدة مركبة ٥٪ سنوياً فبلغت الفوائد ٩٥٤٩.١٠٩ ج أوجد مدة الاقتراض.

٢) أودع تاجر ٣٠٠٠٠ ج في بنك بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً فبلغت الفوائد المركبة ٢٩٠١٤.٥٤ جنيه أوجد مدة الإيداع.

٣) أودع تاجر ٤٠٠٠٠ ج في بنك بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً فبلغت الفوائد المركبة ١٦٤٦٣.٢٦٤ جنيه أوجد مدة الإيداع.

٤) أودع تاجر ٦٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة مركبة ٤.٨٪ كل ٦ شهور فبلغت جملته المستحق له ٩٥٨٨٧.٩٦ جنيه أوجد مدة الإيداع بالسنوات.

٥) اقترض شخص ٧٠٠٠٠ جنيه من بنك القاهرة بمعدل فائدة مركبة ٣.٦٪ كل ٣ شهور فبلغت جملته ١٠٧٠٠٧.٢٢ جنيه أوجد مدة الاقتراض بالسنوات.

٦) أودع تاجر ٥٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة مركبة ٥.٨٪ كل ٦ شهور فبلغت جملته المستحق له ٧٨٤٩٧.٤١٣ جنيه أوجد مدة الإيداع بالسنوات.

المعدل الاسمي والحقيقي

مثال ٢

أوجد المعدل الحقيقي الربع سنوي الذي يعادل ١٢٪ سنويا.

الحل

$$\text{المعدل الجزئي الحقيقي} = 100 \left(1 - \sqrt[4]{1.12} \right)$$

$$\text{المعدل الجزئي الحقيقي الربع سنوي} = 2.87\%$$

تمارين

١) أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي يعادل ١٪ كل شهر.

٢) أوجد المعدل الحقيقي الربع سنوي الذي يعادل ١٠٪ سنويا.

٣) أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي يعادل ٣٪ كل ٤ شهور.

٤) أوجد المعدل الحقيقي الثلث سنوي الذي يعادل ١٤٪ سنويا.

٥) أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي يعادل ٤٪ كل ٣ شهور.

٦) أوجد المعدل الحقيقي النصف سنوي الذي يعادل ١٣٪ سنويا.

المعدل السنوي: (ع)

يكون عن سنة فمثلا ١٢٪ سنويا

المعدل الجزئي: (ع)

يكون عن جزء من السنة (فمثلا : ربع سنوي)

أولا : تحويل المعدل الجزئي إلى معدل حقيقي سنوي

$$\text{المعدل الحقيقي السنوي} = 100 \left[1 - (1.0.ع)^{\frac{1}{م}} \right]$$

مثال ١

أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي يعادل ٢٪ كل شهرين.

الحل

عدد مرات التعلية (م) = $12 \div 2 = 6$ مرات

$$ع = 100 \left[1 - (1.0.ع)^{\frac{1}{م}} \right]$$

$$ع = 100 \left[1 - (1.0.2)^{\frac{1}{6}} \right] = 12.62\% \text{ سنويا}$$

ثانيا : تحويل المعدل السنوي إلى المعدل الجزئي الحقيقي

$$\text{المعدل الجزئي الحقيقي} = 100 \left(1 - \sqrt[م]{1.0.ع} \right)$$

أسئلة امتحانات سابقة

السؤال الأول:

دبلوم ٢٠١٤ دور أول

(٢) مبلغ بلغت فائدته البسيطة في السنة الأولى ٦٠٠ جنيه بينما كانت الفائدة المركبة للسنة الثانية ٦٧٢ جنيه. احسب: المعدل، المبلغ.

(ب) أودع تاجر ٢٠٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٥.٢٪ عن كل ٦ شهور لمدة ٨ سنوات. احسب: الجملة المركبة، مجموع الفوائد المستحقة في نهاية المدة.

(ج) أكمل: ١- المعدل = $\frac{ف٢ - ١٠٠}{.....} \times ١٠٠$

السؤال الثاني:

(٢) إذا علمت أن الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة في نهاية العامين الأولين هو ٣٢ جنيه وذلك بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً. احسب المبلغ.

(ب) أودع شخص ٦٠٠٠٠ جنيه لدى أحد البنوك بفائدة مركبة معدلها ٩.٥٪ سنوياً لمدة ١٠ سنوات. احسب الجملة المركبة، ومجموع الفوائد في نهاية المدة.

السؤال الثالث:

دبلوم ٢٠١٣ دور أول

(٢) إذا علمت أن الفرق بين الفائدة المركبة والفائدة البسيطة لمبلغ ما في نهاية سنتين بلغ ٨٥.٢ ج فإذا كان المعدل ١٢٪ سنوياً. أوجد المبلغ

(ب) احسب الجملة المركبة لمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه في نهاية تسع سنوات وربع سنة بمعدل بفائدة مركبة ٤.١٪ كل ٣ شهور.

السؤال الرابع:

دبلوم ٢٠١٣ دور ثان

(٢) أكمل ما يأتي:

$$١- \text{المعدل} = \frac{ف٢ - ١٠٠}{.....} \times ١٠٠$$

٢- المعدل الحقيقي السنوي

$$= (..... - ١٠٠٠ \dots)$$

(ب) أودع تاجر مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه في بنك بفائدة مركبة بمعدل ١١.٢٪ سنوياً أوجد الجملة المركبة في نهاية ٧ سنوات وكذلك مجموع الفوائد.

السؤال الخامس:

دبلوم ٢٠١٢ دور أول

(٢) مبلغ فائدته المركبة في نهاية سنتين تزيد عن فائدته البسيطة لنفس المدة بمقدار ٧٦.٨ جنيه. فإذا كانت الفائدة المركبة في نهاية السنتين الأولى والثانية ١٩٩٦.٨ جنيه. أوجد المعدل والمبلغ.

(ب) أودع شخص ٨٠٠٠ ج في بنك بفائدة مركبة معدلها ٥.٢٪ كل ٦ شهور احسب: الجملة المركبة والفائدة في نهاية ٨ سنوات.

أسئلة امتحانات سابقة

السؤال السادس: دبلوم ٢٠١٢ دور ثان

(٢) إذا علمت أن الفرق بين الفائدتين البسيطة والمركبة لمبلغ ما في نهاية السنتين الأولى والثانية هو ٩٧.٢ جنيه وكان معدل الفائدة ٩٪ سنويا. أوجد المبلغ

(ب) احسب الجملة والفائدة المركبة لمبلغ ١٥٧٠٠ جنيه في نهاية عشر سنوات ونصف بمعدل فائدة مركبة ١٢.٢٥٪ سنويا

السؤال السابع: دبلوم ٢٠١١ دور أول

(٢) إذا كانت الفائدة البسيطة للسنة الثانية تقل عن الفائدة المركبة لنفس السنة بمقدار ٣٠ جنيه وكانت فائدة السنة الأولى ٣٠٠ جنيه.

أوجد: المعدل والمبلغ

(ب) أودع شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بفائدة مركبة معدلها ٨.٢٪ سنويا لمدة ٨ سنوات. احسب:

- الجملة المركبة والفائدة المركبة.
- فائدة السنة الخامسة فقط.

(ج) أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي

يعادل ١٪ شهري

السؤال الثامن:

دبلوم ٢٠١١ دور ثان

(٢) أودع تاجر مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بفائدة مركبة معدلها ٩.٢٪ سنويا. أوجد جملة ماله في نهاية المدة وكذلك مجموع الفوائد إذا كانت المدة ٥ سنوات

(ب) إذا كانت الفائدة البسيطة للسنة الثالثة

٣٠٠ جنيه والفائدة المركبة للسنتين الأولى

والثانية ٦١٥ جنيه. أوجد:

معدل الفائدة وأصل المبلغ.

(ج) أكمل ما يلي:

المعدل الحقيقي السنوي = $[(١.٠٠ع) - ..] \times ١٠٠$

إيجاد الخصم المركب مباشرة

$$ص = س \times (1 - \frac{ع}{100})^ن$$

الجدول الثاني

مثال ٢

كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ ج خصمت قبل موعد استحقاقها بمدة ٥ سنوات أحسب الخصم المركب بمعدل ٩٪ سنويا

الحل

ع	س	ع	ن
؟؟؟	٢٠٠٠٠	٩٪	٥ سنوات

$$ص = س \times (1 - \frac{ع}{100})^ن = (1 - \frac{٩}{100})^٥ \times ٢٠٠٠٠ = ١٦٥١.٤٦ ج$$

تمارين

- كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ جنيه خصمت قبل موعدها بمدة ٦ سنوات أحسب: القيمة الحالية ومقدار الخصم المركب بمعدل ٧٪ سنويا.
- دين قيمته الاسمية ٣٠٠٠٠ جنيه خصمت قبل موعد استحقاقه بمدة ٥ سنوات أحسب: القيمة الحالية ومقدار الخصم المركب بمعدل ٩٪ سنويا.
- كمبيالة قيمتها الاسمية ٤٠٠٠٠ جنيه خصمت قبل موعدها بمدة ٨ سنوات أحسب: القيمة الحالية والخصم بمعدل ٩٪ سنويا.
- كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه خصمت قبل موعدها ٤ سنوات أحسب: القيمة الحالية والخصم بمعدل ٧.٦٪ سنويا.
- كمبيالة قيمتها الاسمية ٦٠٠٠٠ جنيه خصمت قبل موعدها ٥ سنوات أحسب: القيمة الحالية والخصم بمعدل ٩.٦٪ سنويا.

الخصم والقيمة الحالية

الخصم المركب: هو فائدة القيمة الحالية وهو الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية

$$ص = س - ع$$

حيث أن: ص: الخصم ،

س: القيمة الاسمية ، ع: القيمة الحالية

أولا: إيجاد القيمة الحالية

$$ع = س \times \frac{ع}{100} \times ن$$

الجدول الثاني

$$ع = س \times (1 - \frac{ع}{100})^ن$$

الآلة الحاسبة

مثال ١

كمبيالة قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ ج خصمت قبل موعد استحقاقها بمدة ١٠ سنوات أحسب: القيمة الحالية والخصم بمعدل ٩٪ سنويا. باستخدام: ١- الجدول الثاني. ٢- الآلة الحاسبة

الحل

$$١- ع = س \times \frac{ع}{100} \times ن = ١٠٠٠٠ \times \frac{٩}{100} \times ١٠ = ٩٠٠ ج$$

$$ع = ١٠٠٠٠ - ٩٠٠ = ٩١٠٠ ج$$

$$٢- ع = س \times (1 - \frac{ع}{100})^ن = ١٠٠٠٠ \times (1 - \frac{٩}{100})^١٠ = ٤٢٢٤.١٠٨ ج$$

$$ع = ١٠٠٠٠ - ٤٢٢٤.١٠٨ = ٥٧٧٥.٨٩٢ ج$$

$$ص = س - ع$$

$$ص = ١٠٠٠٠ - ٤٢٢٤.١٠٨ = ٥٧٧٥.٨٩٢ ج$$

$$ع = س \times ع \%$$

$$٥٥٦٨.٣٧٤ = ١٠٠٠٠ \times ع \%$$

$$\therefore ع \% = \frac{٥٥٦٨.٣٧٤}{١٠٠٠٠} = ٠.٥٥٦٨٣٧٤$$

بالبحث بالجدول الثاني نجد المعدل ٥ % نصف سنوي.

(حل آخر باستخدام الآلة الحاسبة)

$$١.٠٥ = \sqrt[٨]{ع \div س}$$

$$١.٠٥ = \sqrt[٨]{٥٥٦٨.٣٧٤ \div ١٠٠٠٠}$$

∴ المعدل (ع %) = ٥ % نصف سنوي.

تمارين

١) كميالته بلغت قيمتها الحالية ٣٣٣١.٧١١ ج

خصمت لمدة ٦ سنوات بمعدل ٧ % سنويا.
كم كانت قيمتها الاسمية.

٢) كميالته بلغت قيمتها الحالية ٤٠١٤.٩٠٢ ج

خصمت لمدة ٨ سنوات بمعدل ٩ % سنويا.
كم كانت قيمتها الاسمية.

٣) كميالته بلغت قيمتها الحالية ٤٢٢٤.١٠٨ ج

خصمت لمدة ١٠ سنوات بمعدل ٩ % سنويا.
كم كانت قيمتها الاسمية.

٤) كميالته قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ ج خصمت

قبل موعد استحقاقها بمدة ٥ سنوات فكانت
قيمتها الحالية ٢١٣٨٩.٥٨ جنيه.

فما معدل الخصم السنوي

٥) كميالته قيمتها الاسمية ٤٠٠٠٠ ج خصمت

قبل موعد استحقاقها بمدة ٦ سنوات فكانت
قيمتها الحالية ٢٦٦٥٢.٦٨٨ جنيه.

فما معدل الخصم السنوي

٦) كميالته قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ ج خصمت

قبل موعد استحقاقها بمدة ١٠ سنوات فكانت
قيمتها الحالية ٢١١٢٠.٥٤ جنيه.

فما معدل الخصم السنوي

عوامل الخصم المركب

(١) إيجاد القيمة الاسمية (س)

(٢) إيجاد المعدل (ع)

(٣) إيجاد المدة (ن)

(١) إيجاد القيمة الاسمية

مثال ١

كميالته بلغت قيمتها الحالية

٣٧٦١.٥٩ ج خصمت لمدة ٨ سنوات بمعدل ٧ %

سنويا كم كانت قيمتها الاسمية.

الحل

ع	س	ع %	ن
٥٨٢٠.٠٩١	؟؟؟	٧ %	٨ سنوات

$$ع = س \times ع \%$$

$$٥٨٢٠.٠٩١ = س \times ٧ \%$$

$$س = \frac{٥٨٢٠.٠٩١}{٠.٠٧} = ٨٤٢٨٥.٨٥٧١٤٣$$

(٢) إيجاد المعدل (ع %)

مثال ٢

كميالته قيمتها الاسمية

١٠٠٠٠ ج خصمت قبل موعد استحقاقها بـ ٦

سنوات فكانت قيمتها الحالية ٥٥٦٨.٣٧٤ ج.

فما معدل الخصم النصف سنوي ؟

الحل

س	ع	المدة	ع %
١٠٠٠٠	٥٥٦٨.٣٧٤	٦ سنوات	نصف سنوي
ن = ٦ × ٢ = ١٢ وحدة			

الحل

$$\begin{array}{cccc} & ع & ن & س \\ & ٤.٣\% \text{ كل ٣ شهور} & ٤٤٤٤ & ١٠٠٠ \\ \frac{٦.٣٣.٧٦ - ١.٠٠٠}{١.٠٤٣} = \frac{ن}{١.٠٤٣} & & & \\ \frac{٥.٣٣.٧٦}{١.٠٤٣} = \frac{ن}{١.٠٤٣} & & & \\ \frac{٥.٣٣.٧٦ \times ١.٠٤٣}{١.٠٤٣} = \frac{ن \times ١.٠٤٣}{١.٠٤٣} & & & \\ ٥.٣٣.٧٦ = \frac{ن}{١.٠٤٣} & & & \\ ٥.٣٣.٧٦ \times ١.٠٤٣ = \frac{ن}{١.٠٤٣} \times ١.٠٤٣ & & & \\ ٥.٥٥٨.٥٨٨ = \frac{ن}{١.٠٤٣} \times ١.٠٤٣ & & & \\ ٥.٥٥٨.٥٨٨ = ن & & & \\ \therefore \text{المدة بالسنوات} = ٤ \div ١٢ = ٣ \text{ سنوات} & & & \end{array}$$

تمارين

١) كميالته قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ جنية
تستحق الدفع في ٢٠١٦/٢/١ قطعت بمعدل خصم
٥٪ سنويا فبلغت القيمة الحالية ١٣٥٣٦.٧٨٧ ج
اوجد مدة وتاريخ الخصم.

٢) كميالته قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنية
تستحق الدفع في ٢٠١٧/٤/١ قطعت بمعدل خصم
٧٪ سنويا فبلغت القيمة الحالية ١٩٩٩٠.٢٦٦ ج
اوجد مدة وتاريخ الخصم.

٣) كميالته قيمتها الاسمية ٤٠٠٠٠ جنية
تستحق الدفع في ٢٠١٨/٤/١ قطعت بمعدل خصم
٩٪ سنويا فبلغت القيمة الحالية ٢٨٣٣٧.٠٠٨ ج
اوجد مدة وتاريخ الخصم.

٤) كميالته قيمتها الاسمية ٥٠٠٠٠ جنية
خصمت بمعدل ٦.٣٪ كل ٦ شهور فبلغت
قيمتها الحالية ٢٧١٤١.٧٢ ج اوجد مدة الخصم

٥) كميالته قيمتها الاسمية ٣٠٠٠٠ جنية
خصمت بمعدل ٥.٢٪ ثلث سنوي فبلغت قيمتها
الحالية ١٤٠٢٤.٤٢٨ ج اوجد مدة الخصم

٦) كميالته قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ جنية
خصمت بمعدل ٦.٨٪ نصف سنوي فبلغت
قيمتها الحالية ٥٩٠٧.٨٥٧ ج اوجد مدة الخصم

(٣) ايجاد المدة

(١) باستخدام الجدول الثاني

$$ع = س \times ع \div \frac{ن}{ع}$$

مثال ١

كميالته قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ ج
تستحق الدفع في ٢٠١٥/١٢/١ قطعت بمعدل
٧٪ سنويا فبلغت القيمة الحالية ٧١٢٩.٨٦ ج
اوجد: مدة وتاريخ الخصم.

الحل

$$\begin{array}{cccc} & ع & ن & س \\ & ٧\% & ٤٤٤٤ & ١٠٠٠ \\ & & & ٧١٢٩.٨٦ \end{array}$$

$$ع = س \times ع \div \frac{ن}{ع}$$

$$\frac{ع}{٧\%} \times ١٠٠٠ = ٧١٢٩.٨٦$$

$$\frac{ع}{٧\%} = \frac{٧١٢٩.٨٦}{١٠٠٠} = ٧.١٢٩٨٦$$

بالبحث بالجدول الثاني تحت ٧٪ نجده أمام ٥

∴ المدة = ٥ سنوات

تاريخ الخصم = ٢٠١٥/١٢/١

تاريخ الخصم = ٢٠١٠/١٢/١

(٢) باستخدام الآلة الحاسبة

$$ن = \frac{لوس - لو}{ع}$$

مثال ٢

كميالته قيمتها الاسمية
١٠٠٠٠ ج خصمت بمعدل خصم ٤.٣٪ كل ٣ شهور
قبل موعد استحقاقها فبلغت القيمة الحالية
٦٠٣٣.٧٦ ج. اوجد مدة الخصم.

استبدال الديون

طلب المدين من الدائن استبدال ديونه القديمة
بديون جديدة
وفى يوم الاتفاق بين المدين والدائن تكون:

قيمة الديون القديمة يوم الاتفاق =
ح الديون الجديدة + المسدد نقداً (إن وجد)

الديون القديمة ولها ثلاث حالات:

- 1- ديون قبل تاريخ الاتفاق نحسب جملتها
- 2- ديون حق تاريخ الاتفاق لا تتغير قيمتها.
- 3- ديون تستحق بعد تاريخ الاتفاق نحسب قيمتها الحالية

الديون الجديدة:

نحسب قيمتها الحالية لأن ميعادها لم يحن بعد.

$$ج = ج \times \frac{ن}{ع}$$

$$ع = س \times \frac{ن}{ع}$$

(1) إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد

مثال

تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

1000 ج تستحق الدفع في 2010/5/13

2000 ج تستحق الدفع في 2012/5/13

3000 ج تستحق الدفع في 2012/5/13

وفى 2012/5/13 لم يكن المدين قد سدد شيئاً
فاتفق مع دائنه على:

1- يدفع المدين للدائن مبلغ 32848.31 جنيه نقداً

2- يحرر له كمبيالة قيمتها الاسمية تستحق

الدفع في 2018/5/13 بمعدل 7٪ سنوياً.

والمطلوب: إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة

الحل

- أولاً: ح الديون القديمة يوم الاتفاق:

$$\text{جملة الأول} = ج \times \frac{ن}{ع}$$

$$11449 ج = 1.1449 \times 10000 = ج \times \frac{2}{7}$$

- الدين الثاني كما هو = 2000 ج

$$\text{ح الثالث} = س \times \frac{ن}{ع} = 2000 \times \frac{5}{7}$$

$$\text{ح الثالث} = 3000 = 0.712986 \times 3000 = 21389.58 ج$$

$$\text{ح الديون القديمة} = 52828.58 ج$$

ثانياً: ح الجديدة = ح القديمة - المسدد نقداً

$$52828.58 - 32848.31 = 19990.27 ج$$

$$س = ح الجديدة \div \frac{ن}{ع} = 19990.27 \div \frac{7}{1}$$

$$س الجديدة = 19990.27 \div 0.666422 = 30000 ج$$

تمارين

(1) تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

4000 ج تستحق الدفع في 2009/6/1

5000 ج تستحق الدفع في 2011/6/1

6000 ج تستحق الدفع في 2016/6/1

وفى 2011/6/1 لم يكن المدين قد سدد شيئاً
فاتفق مع دائنه على:

1- يدفع مبلغ 7194.95 جنيه نقداً.

2- يحرر له كمبيالة تستحق في 2017/6/1

بمعدل 7٪ سنوياً. والمطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة.

(2) تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

2000 ج تستحق الدفع في 2010/1/1

3000 ج تستحق الدفع في 2013/1/1

4000 ج تستحق الدفع في 2017/1/1

وفى 2013/1/1 لم يكن المدين قد سدد شيئاً
فاتفق مع دائنه على:

1- يدفع مبلغ 4524.171 جنيه نقداً.

2- يحرر له كمبيالة تستحق في 2018/1/1

بمعدل 9٪ سنوياً. والمطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة.

ثانياً : الدينون الجديدة:

$$ع \text{ للكميالة} = س \times ع \times \frac{٤}{٩}$$

$$= ٤٠٠٠٠ \times ٠.٧٠٨٤٢٥٢ = ٢٨٣٣٧.٠٠٨ \text{ جنيه}$$

$$\text{المسدد نقدا} = ٥٩٠٨١.٢٨٨ - ٢٨٣٣٧.٠٠٨ = ٣٠٧٤٤.٢٨ \text{ ج}$$

تمارين

(١) تاجر مدين بالاتي :

١٦٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٩/١/١

١٨٠٠٠ تستحق في ٢٠١٠/١/١

١٤٠٠٠ تستحق في ٢٠١٦/١/١

وفي ٢٠١١/١/١ لم يسدد شيئاً فاتفق على ما يلي :

— يسدد نقدا مبلغا ما .

— يحرر كميالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ جنيه

تستحق في ٢٠١٧/١/١ بمعدل ٧٪ سنويا .

أوجد المبلغ المدفوع نقدا .

(٢) تاجر مدين لآخر بالدينون الآتية :

٦٠٠٠ جنيه تستحق منذ ٨ سنوات .

٨٠٠٠ جنيه تستحق اليوم .

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات من اليوم

واقف مع دائنه على الآتي :

— أن يدفع نقدا مبلغا ما .

— يحرر كميالة قيمتها الاسمية ١٢٠٠٠ جنيه

تستحق بعد ١٠ سنوات من اليوم .

— يحرر له سند إذني قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه

يستحق بعد ٨ سنوات من اليوم

بمعدل ٧٪ سنويا للفائدة والخصم المركب

أوجد المبلغ المدفوع نقدا .

(٣) تاجر مدين لآخر بالدينون الآتية :

١٢٠٠٠ جنيه استحققت الدفع منذ ٤ سنوات

١٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع اليوم

١٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ سنوات من اليوم

اتفق المدين مع دائنه على الآتي :

(أ) يدفع له نقدا مبلغا ما .

(ب) يحرر له كميالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠٠ ج

تستحق الدفع بعد ٥ سنوات بمعدل فائدة

وخصم ٩٪ سنويا . أوجد المبلغ المدفوع نقدا .

تابع: استبدال الدينون

(٢) أيجاد المبلغ المدفوع نقدا

$$ج = ٢ \times ج \times \frac{٤}{٩} ، ع = س \times ع \times \frac{٤}{٩}$$

$$\text{المسدد نقدا} = ع \text{ القديمة} - ع \text{ الجديدة}$$

مثال ١

تاجر مدين لآخر بالدينون الآتية

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠٠٧/٥/١

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٠/٥/١

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٤/٥/١

وفي ٢٠١١/٥/١ لم يكن قد سدد شيئاً

فاتفق مع دائنه على الآتي :

(١) يدفع له نقدا مبلغا ما .

(٢) يحرر له كميالة قيمتها الاسمية ٤٠٠٠٠ ج

تستحق الدفع في ٢٠١٥/٥/١ بمعدل ٩٪ سنويا

أوجد المبلغ المدفوع نقدا .

الحل

أولاً: الدينون القديمة:

$$\text{جملة الأول} = ١٠٠٠٠ \times ج \times \frac{٤}{٩}$$

$$\text{جملة الأول} = ١.٤١١٥٨١٦ \times ١٠٠٠٠ = ١٤١١٥.٨١٦ \text{ ج}$$

$$\text{جملة الثاني} = ٢٠٠٠٠ \times ج \times \frac{١}{٩}$$

$$\text{جملة الثاني} = ١.٠٩ \times ٢٠٠٠٠ = ٢١٨٠٠ \text{ ج}$$

$$ع \text{ الدين الثالث} = ٣٠٠٠ \times ع \times \frac{٣}{٩}$$

$$ع \text{ } = ٣ \times ٣٠٠٠ \times ٠.٧٧٢١٨٢٤ = ٢٣١٦٥.٤٧٢ \text{ ج}$$

$$\text{الدينون القديمة} \leftarrow = ٥٩٠٨١.٢٨٨ \text{ ج}$$

تابع: استبدال الدين

٣- تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة

$$ج = ٢ \times ج \times \%ع \quad , \quad ع = س \times ع \times \%ع$$

الدين القديمة = السدد نقداً + ح للدين الجديدة

مثال

دبلوم ٢٠١١ دور ثاني

تاجر مدين بالاتي:

١٢٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٨/١/١

١٤٠٠٠ تستحق في ٢٠١١/١/١

١٦٠٠٠ تستحق في ٢٠١٥/١/١

وفي ميعاد الدين الثاني اتفق مع دائئه على:

١) يدفع نقدا ٢١٤٩٢.٢٣٥

٢) يظهر له سند قيمته الاسمية ١٥٠٠٠ جنيه

يستحق في ٢٠١٤/١/١

٣) يقبل بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية ١٢٠٠٠ ج

بمعدل ٩٪ سنويا بفائدة وخصم مركب

اوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة

الحل

أولا: القيمة الحالية للدين القديمة يوم التسوية

$$- \text{جملة الأول} = \text{المبلغ} \times ج \times \%ع = ١٢٠٠٠ \times ج \times \%٩$$

$$\text{جملة الأول} = ١٢٠٠٠ \times ١.٢٩٥٠٢٩ = ١٥٥٤٠.٣٥ \text{ جنيه}$$

- الدين الثاني كما هو = ١٤٠٠٠ جنيه

$$- \text{ح الثالث} = س \times ح \times \%ع = ٧٠٠٠ \times ح \times \%٩$$

$$\text{ح الثالث} = ١٦٠٠٠ \times ٠.٧٠٨٤٢٥٢ = ١١٣٣٤.٨٠ \text{ ج}$$

$$\text{القيمة الحالية القديمة} = ٤٠٨٧٥.١٥ \text{ جنيه}$$

ثانيا: القيمة الحالية للدين الجديدة

$$- \text{ح السند} = س \times ح \times \%ع = ١٥٠٠٠ \times ح \times \%٩$$

$$\text{ح السند} = ١٥٠٠٠ \times ٠.٧٧٢١٨٢٤ = ١١٥٨٢.٧٤ \text{ ج}$$

$$\text{ح الكمبيالة} = \text{ح القديمة} - (\text{ح السند} + \text{المدفوع نقدا})$$

تمارين

(١) تاجر مدين لآخر بالدين الآتية:

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠٠٩/٧/١

٧٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٢/٧/١

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٦/٧/١

وفي ميعاد استحقاق الدين الثاني اتفق على:

١) يدفع له نقدا مبلغ ١٠٧٤٦.٦١ جنيه

٢) يظهر له سند قيمته الاسمية ٧٥٠٠ جنيه

يستحق الدفع في ٢٠١٥/٧/١

٣) يقبل بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية

٦٠٠٠ ج بمعدل ٩٪ سنويا.

اوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة

(ب) تاجر مدين لآخر بالدين الآتية:

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٠/١/١

٩٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١١/١/١

٧٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٧/١/١

وفي ٢٠١٢/١/١ لم يكن سدد شيئا اتفق على:

١) يدفع له نقدا ١٧١١٦.٦٨ جنيه

٢) يحرر له بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية

١٠٠٠٠ ج بمعدل ٧٪ سنويا.

اوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة.

$$ع \text{ للدين الثاني} = 10000 \times 13\% \text{ ج}$$

$$ع \text{ الدين الثاني} = 0.783147 \times 10000 = 7831.47 \text{ ج}$$

$$\text{جملة الأول} + ع \text{ الثاني} = 7831.47 + 10215.2 = 18046.67$$

$$\text{جملة الأول} + ع \text{ الثاني} = 18046.67 \text{ جنيه}$$

$$ع \text{ الثالث} = 21113.26 - 18046.67 = 3066.59 \text{ ج}$$

ثالثاً: القيمة الاسمية للدين الثالث

$$\therefore \text{س الثالث} = ع \div 13\%$$

$$\text{س الثالث} = 3066.59 \div 0.612318 = 5000 \text{ جنيه}$$

تمارين

(أ) تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠٠٧/١/١

٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١١/١/١

؟؟؟؟ جنيه تستحق الدفع في ٢٠١٣/١/١

وفي ٢٠٠٩/١/١ اتفق مع دائئه على الآتي:

(١) يدفع له نقداً ٧٧٣٣.٢٨ جنيه

(٢) يقبل بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية

٤٥٠٠ ج تستحق الدفع في ٢٠١٣/١/١ بمعدل

١٣٪ سنويا للديون القديمة وبمعدل ٦٪ كل ٦

شهور للكمبيالة الجديدة أوجد القيمة

الاسمية للدين الثالث.

(ب) تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

١٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ سنوات

١٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات

؟؟؟؟ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ سنوات

فإذا علمت أن المدين اتفق مع دائئه على:

(١) يدفع له نقداً ١٥٦٤٧.٠٧ جنيه

(٢) يحرر له بالباقي سند إذني قيمته

الاسمية ١٦٠٠٠ ج يستحق الدفع بعد ٣

سنوات من اليوم وتم التسوية

بمعدل ١٣٪ سنويا للفائدة والخصم المركب

أوجد القيمة الاسمية للدين الثالث.

تابع: استبدال الدين

٤- القيمة الاسمية لدين قديم

$$ج = پ \times ج \text{ ن} \%$$

$$ع = س \times ع \text{ ن} \%$$

الديون القديمة = المسدد نقداً + ع للديون الجديدة

مثال ١

دبلوم ٢٠١٢ دور أول

تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

٨٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٨/١/١

١٠٠٠٠ تستحق في ٢٠١٢/١/١

؟؟؟؟ تستحق في ٢٠١٤/١/١

وفي ٢٠١٠/١/١ اتفق مع دائئه على ما يلي:

- يدفع نقداً ١٥٤٤٦.٥٥ جنيه.

- يقبل بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية ٩٠٠٠ ج

تستحق في ٢٠١٤/١/١

- تتم التسوية بمعدل ١٣٪ للديون القديمة

وبمعدل ٦٪ كل ٦ شهور للكمبيالة الجديدة

أوجد القيمة الاسمية للدين الثالث.

الحل

أولاً: الديون الجديدة:

$$ع \text{ للكمبيالة} = س \times ع \text{ ن} \%$$

$$ع \text{ للكمبيالة} = 9000 \times 0.6274123713 = 5646.71 \text{ ج}$$

$$ع \text{ الجديدة} = ع \text{ الكمبيالة} + المدفوع نقداً$$

$$ع \text{ الجديدة} = 5646.71 + 15446.55 = 21113.26 \text{ ج}$$

ثانياً: الديون القديمة:

$$\text{جملة الدين الأول} = 8000 \times ج \text{ ن} \%$$

$$\text{جملة الأول} = 10215.2 = 1.22769 \times 8000 \text{ جنيه}$$

دبلوم ٢٠١٢ دور ثان

السؤال السادس:

تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

٣٠٠٠ جنيه تستحق منذ ٨ سنوات.

٤٠٠٠ جنيه تستحق اليوم.

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات من اليوم

واتفق مع دائنه على الآتي:

— أن يدفع نقدا مبلغا ما .

— يحرر كميالة قيمتها الاسمية ٦٠٠٠ ج

تستحق بعد ١٠ سنوات من اليوم.

— يحرر له سند إذني قيمته الاسمية ٢٥٠٠ ج

يستحق بعد ٨ سنوات من اليوم

فإذا كانت التسوية تتم بمعدل ٢٪ سنويا

أوجد: المبلغ المدفوع نقدا.

أسئلة امتحانات سابقة

دبلوم ٢٠١٣ دور ثان

السؤال الرابع

تاجر مدين بالآتي:

٢٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات من اليوم.

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات من اليوم

اتفق مع دائنه على ما يلي:

— يسدد نقدا مبلغ ٩٦٨٢.١٤ جنيه.

— يحرر بالباقي كميالة تستحق بعد

١٠ سنوات من اليوم. فإذا كانت التسوية تتم

بمعدل ١١.٤٪ سنويا للفائدة والخصم المركب.

أوجد القيمة الاسمية للكميالة.

دبلوم ٢٠١٢ دور أول

السؤال الخامس:

تاجر مدين لأخر بالديون الآتية:

٨٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٨/١/١

١٠٠٠٠ تستحق في ٢٠١٢/١/١

???? تستحق في ٢٠١٤/١/١

وفي ٢٠١٠/١/١ اتفق مع دائنه على ما يلي:

— يدفع نقدا ١٥٤٤٦.٥٥ جنيه.

— يقبل بالباقي كميالة قيمتها الاسمية ٩٠٠٠ ج

تستحق في ٢٠١٤/١/١

— تتم التسوية بمعدل ١٣٪ للديون القديمة

ومعدل ٦٪ كل ٦ شهور للكميالة الجديدة

أوجد: القيمة الاسمية للدين الثالث.

أسئلة امتحانات سابقة

السؤال السابع: دبلوم ٢٠١١ دور أول

تاجر مدين بالاتي:

٨٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٩/١/١

٩٠٠٠ تستحق في ٢٠١٠/١/١

٧٠٠٠ تستحق في ٢٠١٦/١/١

وحتى ٢٠١١/١/١ لم يسدد المدين شيئا فاتفق على:

١- يسدد نقدا مبلغا ما.

٢- يحرر كمبيالة قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ ج

تستحق في ٢٠١٧/١/١ فإذا كان معدل التسوية

٧٪ سنويا. أوجد: المبلغ المدفوع نقدا.

السؤال الثامن: دبلوم ٢٠١١ دور ثان

تاجر مدين بالاتي:

١٢٠٠٠ تستحق في ٢٠٠٨/١/١

١٤٠٠٠ تستحق في ٢٠١١/١/١

١٦٠٠٠ تستحق في ٢٠١٥/١/١

وفي ميعاد الدين الثاني اتفق مع دائئه على:

١) يدفع نقدا ٢١٤٩٢.٢٢

٢) يظهر له سند قيمته الاسمية ١٥٠٠٠ ج

يستحق في ٢٠١٤/١/١

٣) يقبل بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية

١٢٠٠٠ جنيه إذا كان معدل التسوية ٩٪ سنويا

أوجد: تاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة.

الدفعات المتساوية

الدفعات المتساوية: هي مبالغ متساوية تدفع على فترات زمنية متساوية وتنقسم إلى نوعين:

١- دفعات سداد (عادية)

تدفع مبالغها آخر كل وحدة زمن.

٢- دفعات استثمار (فورية أو غير عادية)

تدفع مبالغها أول كل وحدة زمن.

أولاً: جملة دفعات السداد

١- باستخدام الآلة الحاسبة

$$ج = د \times \frac{1 - (1.04)^{-٥}}{0.04}$$

٢- باستخدام الجدول الثالث

$$ج = د \times \sqrt[n]{\frac{1}{1.04}}$$

حيث:

ج: جملة دفعات السداد ، د: مبلغ الدفعة
ع: معدل الفائدة المركبة ، ن: عدد الدفعات

مثال ١

يودع شخص ٧٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك بفائدة معدلها ٩٪ سنوياً. أوجد جملة هذه الدفعات في نهاية ٥ سنوات

الحل

١- باستخدام الآلة الحاسبة

$$ج = د \times \frac{1 - (1.09)^{-٥}}{0.09}$$

$$ج = ٧٠٠٠ \times \frac{1 - (1.09)^{-٥}}{0.09} = ٤١٨٩٢.٩٧ \text{ جنيه}$$

٢- باستخدام الجدول الثالث

$$ج = د \times \sqrt[n]{\frac{1}{1.09}}$$

$$ج = ٧٠٠٠ \times \sqrt[٥]{\frac{1}{1.09}}$$

$$ج = ٧٠٠٠ \times ٥.٩٨٤٧١٠٦١ = ٤١٨٩٢.٩٧ \text{ جنيه}$$

مثال ٢

يودع شخص ١٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور في بنك بفائدة معدلها ٤.٣٪ نصف سنوي لمدة ٥ سنوات أوجد جملة الدفعات ومجموع الفوائد في نهاية المدة.

الحل

$$ن = ٥ \text{ سنوات} \times ٢ = ١٠ \text{ دفعات}$$

نستخدم الآلة لان المعدل غير موجود بالجدول الثالث

$$ج = د \times \frac{1 - (1.04)^{-٥}}{0.04}$$

$$ج = ١٠٠٠ \times \frac{1 - (1.04)^{-٥}}{0.04} = ١٢١٧٤.٤٦ \text{ جنيه}$$

- مجد = د × ن = ١٠٠٠ × ١٠ = ١٠٠٠٠ جنيه
- مج الفوائد = ج الدفعات - مج الدفعات
- مج ف = ١٢١٧٤.٤٦٩ - ١٠٠٠٠ = ٢١٧٤.٤٦٩ ج

تمارين

- ١) يودع شخص ٢٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك بفائدة معدلها ٧٪ سنوياً. أوجد: الجملة ومجموع الفوائد في نهاية ٦ سنوات.
- ٢) يودع شخص ٣٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك بفائدة معدلها ٩٪ سنوياً. أوجد: الجملة ومجموع الفوائد في نهاية ٨ سنوات.
- ٣) يودع شخص ٤٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور في بنك بفائدة معدلها ٥٪ نصف سنوي. أوجد: الجملة ومجموع الفوائد في نهاية ٤ سنوات.
- ٤) يودع شخص ٥٠٠٠ جنيه آخر كل ٤ شهور في بنك بمصر بفائدة معدلها ٣.٨٪ ثلث سنوي. أوجد: الجملة ومجموع الفوائد في نهاية ٥ سنوات.
- ٥) يودع شخص ٦٠٠٠ جنيه آخر كل ٣ شهور في بنك بمصر بفائدة معدلها ٢.٦٪ ربع سنوي. أوجد: الجملة ومجموع الفوائد في نهاية ٣ سنوات.

مجموع فوائد دفعات الاستثمار مباشرة

مثال ٢

احسب مجموع الفوائد لدفعات فورية نصف سنوية قدر كل منها ١٠٠٠ جنيه في نهاية ٤ سنوات بمعدل ٥% كل نصف سنة.

الحل

$$ن = ٤ \text{ سنوات} \times ٢ = ٨ \text{ دفعات}$$

$$\text{م.ج.ف.} = د \times \left(١ + \frac{٥}{١٠٠} \right)^{٨} - ١$$

$$\text{م.ج.ف.} = ١٠٠٠ \times \left(١ + \frac{٥}{١٠٠} \right)^{٨} - ١$$

$$\text{م.ج.ف.} = ١٠٠٠ \times \left(١ + \frac{٥}{١٠٠} \right)^{٨} - ١$$

$$\text{م.ج.ف.} = ١٠٠٠ \times (١.٠٥١٦٥٦٤٣١٩)^٨ - ١ = ٢٠٢٦.٥٦$$

تمارين

١) يودع شخص ٢٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك بفائدة مركبة معدلها ٧% سنويا. أوجد جملة الدفعات في نهاية ٥ سنوات.

٢) يودع شخص ٣٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك بفائدة مركبة معدلها ٩% سنويا. أوجد جملة الدفعات في نهاية ٤ سنوات.

٣) يودع شخص ٤٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك بفائدة مركبة معدلها ٩% سنويا. أوجد جملة الدفعات في نهاية ١١ سنة.

٤) احسب مجموع الفوائد لدفعات فورية ثلاث سنوية قدر كل منها ٦٠٠٠ جنيه في نهاية ٥ سنوات بمعدل ٥% كل ٤ شهور.

٥) احسب مجموع الفوائد لدفعات فورية نصف سنوية قدر كل منها ٧٠٠٠ جنيه في نهاية ٥ سنوات بمعدل ٧% كل ٦ شهور.

٦) احسب مجموع الفوائد لدفعات فورية سنوية قدر كل منها ٨٠٠٠ جنيه في نهاية ٧ سنوات بمعدل ٩% سنويا.

ثانيا: دفعات الاستثمار

١- باستخدام الآلة الحاسبة

$$\text{ج.د.} = ١.٠٤ \times ١.٠٤ \times \frac{١.٠٤ - ١}{٠.٠٤}$$

٢- باستخدام الجدول الثالث

- يتم تعديل الجدول الثالث: بإضافة (١) للمدة كلها لتصبح (ن+١) ثم نطرح (١) واحد من مستخرج الجدول

$$\text{ج.د.} = \left(١ + \frac{٥}{١٠٠} \right)^{٨} - ١$$

مثال ١

يودع شخص ٥٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك بفائدة مركبة معدلها ٩% سنويا. أوجد جملة هذه الدفعات في نهاية ٧ سنوات. ثم احسب مجموع الفوائد.

الحل

١- باستخدام الآلة الحاسبة

$$\text{ج.د.} = ١.٠٩ \times ١.٠٩ \times \frac{١.٠٩ - ١}{٠.٠٩}$$

$$\text{ج.د.} = ٥٠٠٠ \times ١.٠٩ \times \frac{١.٠٩ - ١}{٠.٠٩} = ٥٠١٤٢.٣٦٨$$

٢- باستخدام الجدول الثالث

$$\text{ج.د.} = \left(١ + \frac{٩}{١٠٠} \right)^{٧} - ١$$

$$\text{ج.د.} = ٥٠٠٠ \times \left(١ + \frac{٩}{١٠٠} \right)^{٧} - ١$$

$$\text{ج.د.} = ٥٠٠٠ \times \left(١ + \frac{٩}{١٠٠} \right)^{٧} - ١$$

$$\text{ج.د.} = ٥٠٠٠ \times (١.٠٩٢٨٤٧٣٧)^٧ - ١$$

$$\text{ج.د.} = ٥٠٠٠ \times ١.٠٩٢٨٤٧٣٧^٧ - ١$$

{ وهو نفس ناتج الذي حصلنا عليه بالآلة }
مجموع فوائد دفعات الاستثمار

$$\text{م.ج.د.} = ٧ \times ٥٠٠٠ = ٣٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

$$\text{م.ج.ف.} = \text{ج.د.} - \text{م.ج.د.} = ٥٠١٤٢.٣٦٨ - ٣٥٠٠٠$$

$$\text{م.ج.ف.} = ١٥١٤٢.٣٦٨$$

دفعات الإيداع والسحب

تمارين

١) يودع شخص أول كل ٤ شهور ١٠٠٠ جنيه في بنك بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل ٤ شهور وكان يسحب من البنك آخر كل سنت ٢٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا .
أوجد: رصيده في نهاية ٣ سنوات .

٢) يودع شخص أول كل ٦ شهور ٣٠٠٠ جنيه في بنك بفائدة مركبة معدلها ٧٪ كل ٦ شهور وكان يسحب من البنك آخر كل سنت ٥٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا .
أوجد: رصيده في نهاية ٥ سنوات .

٣) يودع شخص أول كل ٣ شهور ٤٠٠٠ جنيه في بنك بفائدة مركبة معدلها ٣٪ كل ٣ شهور وكان يسحب من البنك آخر كل سنت ٧٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٦٪ سنويا .
أوجد: رصيده في نهاية ٤ سنوات .

٤) يودع شخص أول كل ٣ شهور ٥٠٠٠ جنيه في بنك بفائدة مركبة معدلها ٣٪ كل ٣ شهور وكان يسحب من البنك آخر كل سنت ١٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٦٪ سنويا .
أوجد: رصيده في نهاية ٤ سنوات .

في هذه الحالة يقوم الشخص بإيداع دفعة وسحب دفعة أخرى.

ويتم الحل على ثلاث خطوات :
١- حساب جملة دفعات الإيداع : (الاستثمار)
٢- حساب جملة دفعات السحب : (السداد)
٣- الرصيد = جملة الإيداع - جملة السحب

مثال

يودع شخص أول كل ٦ شهور ٢٠٠٠ ج في بنك بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل ٦ شهور وكان يسحب من البنك آخر كل سنت ٤٠٠ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا أوجد رصيده في نهاية ٤ سنوات .

الحل

١- دفعات الإيداع : (الاستثمار)

عدد الدفعات (ن) = ٤ سنوات × ٢ = ٨ دفعات

$$ج = د \times \left(1 + \frac{r}{n} \right)^n = ٢٠٠٠ \times \left(1 + \frac{٥}{١٠٠} \right)^٨ = ٢٠٠٠ \times ١.٠٤٠٧٤٠٦٤٣١٩ = ٢٠٨١.٤٨١٢٨ ج$$

$$ج = ٢٠٠٠ \times \left(1 + \frac{٩}{١٠٠} \right)^٨ = ٢٠٠٠ \times ١.٠٧٦٤٠٦٤٣١٩ = ٢١٥٢.٨١٢٨ ج$$

$$ج = ٢٠٠٠ \times \left(1 + \frac{٩}{١٠٠} \right)^٨ = ٢٠٠٠ \times ١.٠٧٦٤٠٦٤٣١٩ = ٢١٥٢.٨١٢٨ ج$$

٢- دفعات السحب : السداد

عدد الدفعات (ن) = ٤ دفعات

$$ج = ٤٠٠ \times \left(1 + \frac{٩}{١٠٠} \right)^٤ = ٤٠٠ \times ١.٠٣٦٤٠٦٤٣١٩ = ٤١٤.٦٤٠٦٤٣١٩ ج$$

$$ج = ٤٠٠ \times \left(1 + \frac{٩}{١٠٠} \right)^٤ = ٤٠٠ \times ١.٠٣٦٤٠٦٤٣١٩ = ٤١٤.٦٤٠٦٤٣١٩ ج$$

الرصيد = جملة الإيداع - جملة السحب

$$\text{الرصيد} = ٢٠٨١.٤٨١٢٨ - ٤١٤.٦٤٠٦٤٣١٩ = ١٦٦٦.٨٤٠٦٤٣١٩ ج$$

الحل

$$1.0ع = 1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع$$

∴ المعدل (%ع) = 9%

مثال ٤

دفعته سنوية مبلغها 1000 جنيه
بلغ الفرق بين جملتها الفورية وجملتها العادية
في نهاية المدة 3717.12 جنيه بمعدل 9% سنويا.
أحسب مدة الدفعات

الحل

دفعته	الفرق	%ع	ن
1000	3717.12	9% سنويا	؟؟؟

الفرق = د × [1 - %ع^ن]

$$3717.12 = 1000 \times [1 - 9\%^ن]$$

$$1 + \frac{3717.12}{1000} = 1.0ع = 1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع$$

بالتداول الأول نجد عدد الدفعات = 18

تمارين

- ١) أوجد جملة الاستثمار. إذا علمت أن جملة السداد بلغت 2000 ج ومعدل الفائدة 15% سنويا.
- ٢) أوجد جملة الاستثمار. إذا علمت أن جملة السداد بلغت 1500 ج ومعدل الفائدة 12% سنويا
- ٣) أوجد جملة دفعات السداد. إذا علمت أن جملة الاستثمار بلغت 2200 جنيه ومعدل الفائدة 10% سنويا لنفس الدفعة والمدة والمعدل.
- ٤) دفعة فورية بلغت جملتها 19800 جنيه وبينما بلغت جملتها العادية 18000 جنيه
أوجد: معدل الفائدة المركبة.

- ٥) دفعة سنوية مبلغها 200 ج بلغ الفرق بين جملتها الفورية وجملتها العادية في نهاية المدة 2734.77 جنيه بمعدل 9% سنويا.

أحسب: مدة الدفعات

تابع: الدفعات المتساوية

العلاقة بين جملة السداد والاستثمار

من خلال الأمثلة السابقة نلاحظ أن:

- ١- جملة دفعات الاستثمار أكبر من جملة السداد لنفس الدفعة والمدة والمعدل
 - ٢- الفرق بين الجملتين = الفرق بين الفائدتين
 - ٣- الفرق بين الجملتين = فائدة دفعة للمدة كلها
- الفرق بين الجملتين = د × (ج^ن - 1) / %ع

$$1.0ع \times ج = 1.0ع$$

$$1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع$$

$$1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع$$

مثال ١

أوجد جملة الاستثمار.
إذا علمت أن جملة السداد بلغت 16000 جنيه
ومعدل الفائدة 10% سنويا.

الحل

$$ج = 1.0ع \times 1.0ع = 1.0ع \times 1.0ع = 1.0ع$$

مثال ٢

إذا كانت جملة دفعات فورية 8880 ج
أحسب: جملتها العادية بمعدل 11% سنويا.

الحل

$$ج = 1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع \div 1.0ع = 1.0ع$$

مثال ٣

دفعة فورية بلغ رصيدها في نهاية مدة ما 18200 جنيه وبينما بلغ رصيدها إذا كان الإيداع أخر كل سنة 16697.22 ج
أوجد معدل الفائدة المركبة.

الدفعات المتوقفة

هي دفعات تستمر مدة من الزمن ثم تتوقف مدة تالية ويكون المطلوب إيجاد جملة هذه الدفعات في نهاية مدة التوقف.

$$\text{جملة السداد} = \text{ج} \times \text{د} \times \sqrt[n]{\frac{1 + \text{ع}}{1 - \text{ع}}}$$

$$\text{ج} = \frac{\text{جملة السداد}}{\text{د} \times \sqrt[n]{\frac{1 + \text{ع}}{1 - \text{ع}}}}$$



حيث: ن : عدد دفعات ، م : عدد وحدات زمن مدة التوقف

مثال ١

يودع شخص آخر كل سنة ٣٠٠٠ جنيه في بنك لمدة ٥ سنوات ثم توقف عن الإيداع لمدة ٣ سنوات تالية أوجد رصيده بالبنك في نهاية ٨ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٩٪ سنويا .

الحل

$$\begin{aligned} \text{د عادية متوقفة} & \quad \text{ع} \quad \text{ن} \quad \text{م} \quad \text{الرصيد} \\ & \quad ٩\% \quad ٥ \quad ٣ \quad ٣٠٠٠ \\ & \quad \text{ج} \times \text{د} \times \sqrt[n]{\frac{1 + \text{ع}}{1 - \text{ع}}} \\ \text{جملة السداد} & = \text{ج} \times \text{د} \times \sqrt[8]{\frac{1 + ٩\%}{1 - ٩\%}} \\ \text{جملة السداد المتوقفة} & = \text{ج} \times \text{د} \times \sqrt[5]{\frac{1 + ٩\%}{1 - ٩\%}} \\ \text{ج} & = \frac{٣٣٢٥١.١٢١}{١.٢٩٥٠٢٩ \times ٥.٩٨٤٧١٠٦} = ٣٣٢٥١.١٢١ \end{aligned}$$

مثال ٢

يودع شخص ٢٠٠٠ جنيه أول كل ٦ شهور في بنك لمدة ٨ سنوات أوجد رصيده في نهاية ١١ سنة من تاريخ إيداع أول دفعة إذا كان معدل الفائدة المركبة ٧٪ كل ٦ شهور ثم احسب مجموع الفوائد .

الحل

الدفعة فوريتية ع ج / مجف
٢٠٠٠ ٧٪ كل ٦ شهور ٩٩٩ ٩٩٩

مدة الإيداع = ٨ سنوات

$$\text{ن} = ٨ \times ٢ = ١٦ \text{ دفعة}$$

مدة التوقف = ١١ - ٨ = ٣ سنوات

م . التوقف = ٣ سنوات \times ٢ = ٦ وحدات

$$\text{ج} = \frac{\text{جملة دفعات الاستثمار المتوقفة}}{\text{د} \times \sqrt[n]{\frac{1 + \text{ع}}{1 - \text{ع}}}}$$

جملة دفعات الاستثمار المتوقفة

$$\text{ج} = \frac{٢٠٠٠ \times ٦}{\sqrt[16]{\frac{1 + ٧\%}{1 - ٧\%}}}$$

$$\text{ج} = ٢٠٠٠ \times (١ - ٣٠.٨٤٠٢١) \times (١.٥٠٠٧٢٠٤)$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٢٩.٨٤٠٢١ \times ١.٥٠٠٧٢٠٤ = ٨٩٥٦٣.٦٢٣ \text{ ج}$$

$$\text{مجموع الدفعات} = \text{د} \times \text{ج} = ١٦ \times ٢٢٠٠٠ = ٣٥٢٠٠٠ \text{ ج}$$

$$\text{مجموع} = \text{جملة الدفعات} - \text{مجموع الدفعات}$$

$$\text{مجموع} = ٨٩٥٦٣.٦٢٣ - ٣٥٢٠٠٠ = ٥٧٥٦٣.٦٢٣ \text{ ج}$$

تمارين

(١) يودع شخص آخر كل سنة ١٠٠٠ جنيه في بنك لمدة ٦ سنوات ثم توقف عن الإيداع لمدة ٤ سنوات تالية أوجد رصيده في نهاية ١٠ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٧٪ سنويا ثم احسب مجموع الفوائد

(٢) يودع شخص آخر كل سنة ٥٠٠٠ جنيه في بنك لمدة ٨ سنوات . أوجد رصيده في نهاية ١٠ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٩٪ سنويا ثم احسب مجموع الفوائد

(٣) يودع شخص ٨٠٠٠ ج أول كل ٤ شهور لمدة ٣ سنوات أوجد رصيده في نهاية ٦ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٥٪ كل ٤ شهور ثم احسب مجموع الفوائد

(٤) يودع شخص ٤٠٠٠ ج أول كل ٤ شهور لمدة ٥ سنوات أوجد رصيده في نهاية ٨ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٥٪ كل ٤ شهور ثم احسب مجموع الفوائد

الدفعات المتغيرة

هي دفعات تتغير قيمتها بالزيادة أو بالنقص خلال فترة إيداعها.

مثال ١

أودع شخص ٥٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك لمدة ٥ سنوات ثم أخذ يودع ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنة أيضا ولمدة ٣ سنوات تالية .. أوجد رصيده في نهاية ٨ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٩٪ سنويا . ثم احسب مجموع الفوائد.

الحل

(١) نحسب جملة الدفعات الأولى (٥٠٠٠ جنيه) باعتبارها مستمرة لمدة ٥ سنوات ومتوقفة لمدة ٣ سنوات

$$\text{جملة السداد} = د \times \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right] = ٥٠٠٠ \times \left[\frac{1 - (1 + 0.09)^{-5}}{0.09} \right]$$

$$\text{الجملة المتوقفة} = ٥٠٠٠ \times \left[\frac{(1 + r)^n - 1}{r} \right] = ٥٠٠٠ \times \left[\frac{(1 + 0.09)^3 - 1}{0.09} \right]$$

$$ج = ٢٨٧٥١.٨٥ = ١.٢٩٥٠٢٩ \times ٥.٩٨٤٧١٠٦١ \times ٥٠٠٠ =$$

(٢) نحسب جملة الدفعات الثانية لمدة ٣ سنوات

$$ج = د \times \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right] = ٦٠٠٠ \times \left[\frac{1 - (1 + 0.09)^{-3}}{0.09} \right]$$

$$ج = ٦٠٠٠ \times \left[\frac{(1 + r)^n - 1}{r} \right] = ٦٠٠٠ \times \left[\frac{(1 + 0.09)^3 - 1}{0.09} \right]$$

$$ج = ١٩٦٦٨.٦ = ٢.٢٧٨١ \times ٦٠٠٠ =$$

$$\text{الرصيد} = ١٩٦٦٨.٦ + ٢٨٧٥١.٨٥ = ٥٨٤٢٠.٤٥ \text{ جنيه}$$

(٣) إيجاد مجموع فوائد الدفعات :

مجموع الدفعات = مبلغ الدفعة × عدد الدفعات

مجموع الدفعات = د × ن

مجموع الدفعات = (٥ × ٥٠٠٠) + (٣ × ٦٠٠٠)

مجموع الدفعات = ٢٥٠٠٠ + ١٨٠٠٠ = ٤٣٠٠٠ جنيه

مجموع الفوائد = جملة الدفعات - مجموع الدفعات

$$\text{مجموع الفوائد} = ٥٨٤٢٠.٤٥ - ٤٣٠٠٠ = ١٥٤٢٠.٤٥ \text{ جنيه}$$

تمارين

(١) أودع شخص ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك لمدة ٥ سنوات ثم أخذ يودع ٨٠٠٠ جنيه آخر كل سنة أيضا ولمدة ٤ سنوات تالية .. أوجد رصيده في نهاية ٩ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٩٪ سنويا .

ثم احسب مجموع الفوائد

(٢) أودع شخص ٤٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك لمدة ٦ سنوات ثم أخذ يودع ٥٠٠٠ جنيه آخر كل سنة أيضا ولمدة ٥ سنوات تالية .. أوجد رصيده في نهاية ١١ سنة من تاريخ إيداع أول دفعة بمعدل ٧٪ سنويا .

ثم احسب مجموع الفوائد

(٣) يودع شخص ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور بمعدل ٧٪ كل ٦ شهور وبعد مرور ٥ سنوات أخذ يودع ٣٠٠٠ جنيه آخر كل سنة .

احسب رصيده في نهاية ٩ سنوات من تاريخ إيداع أول دفعة.

$$11.07789253 \times د = 57889.672$$

$$\text{الدفعة} = 57889.672 \div 11.07789253 = 5000 \text{ ج}$$

تمارين

١) يودع شخص دفعات عادية سنوية في بنك لمدة ٦ سنوات فبلغ رصيده في نهاية ٨ سنوات ١٦٣٧٧.٣١٥ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٧٪ سنويا في جميع الحالات. أوجد مقدار الدفعة.

٢) يودع شخص دفعات عادية سنوية في بنك لمدة ٨ سنوات فبلغ رصيده في نهاية ١٢ سنة ٦٦٧٠٢.٧٧١ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا في جميع الحالات. أوجد مقدار الدفعة.

٣) يودع شخص دفعات عادية آخر كل شهرين في بنك بفائدة مركبة معدلها ٣٪ كل سدس سنة وفي نهاية ٥ سنوات كانت الجملة المستحقة له ١٢٧٥٩٠.٥٩٩ جنيه أوجد مقدار الدفعة.

٤) يودع شخص دفعات عادية آخر كل ٤ شهور في بنك بفائدة مركبة معدلها ٤.٢٪ كل ثلث سنة وفي نهاية ٣ سنوات كانت الجملة المستحقة له ٢١٣٣٩.٨٢٩ جنيه أوجد مقدار الدفعة.

٥) أوجد مقدار الدفعة المتساوية التي يودعها شخص في مصرف آخر كل ٦ شهور بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل نصف سنة فكانت جملتها في نهاية ٤ سنوات ٩٥٤٩١.٠٨٨ ج

٦) أوجد مقدار الدفعة المتساوية التي يودعها شخص في مصرف آخر كل ٣ شهور بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل ربع سنة فكانت جملتها في نهاية ٧ سنوات ٥٨٤٠٢.٥٨٣ ج

عوامل جملة الدفعات

تتوقف جملة الدفعات (سداد أو استثمار) على ثلاث عوامل هي: الدفعة، المعدل، عدد الدفعات

١- إيجاد مبلغ الدفعة

مثال ١

يودع شخص دفعات عادية سنوية في بنك لمدة ٥ سنوات فبلغ رصيده في نهاية ٨ سنوات ٧٧٥٣.٤٧٥ جنيه بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا في جميع الحالات. أوجد مقدار الدفعة.

الحل

ج المتوقفة	الدفعة	ن	م	ع
٧٧٥٣.٤٧٥	??	٥	٣	٩٪ سنويا

$$\text{ج المتوقفة} = د \times \left[1 + \frac{ع}{١٠٠} \right]^{\frac{ن}{م}}$$

$$٧٧٥٣.٤٧٥ = د \times ٥.٩٨٤٧١٠٦ \times ١.٢٩٥٠٢٩$$

$$٧٧٥٣.٤٧٥ = د \times ٧.٧٥٣٤٧٥$$

$$\therefore \text{الدفعة} = ٧٧٥٣.٤٧٥ \div ٧.٧٥٣٤٧٥ = ١٠٠٠ \text{ ج}$$

مثال ٢

أوجد مقدار الدفعة المتساوية التي يودعها شخص في مصرف أول كل ٦ شهور بفائدة مركبة معدلها ٥٪ كل نصف سنة فكانت جملتها في نهاية ٤ سنوات، ٦ شهور ٥٧٨٨٩.٤٦٢ جنيه

الحل

$$ن = ٤.٥ \text{ سنة} \times ٢ \text{ مرات} = ٩ \text{ دفعات}$$

$$\text{ج} = د \times \left(1 + \frac{ع}{١٠٠} \right)^{\frac{ن}{م}}$$

$$٥٧٨٨٩.٤٦٢ = د \times (١.١٢.٥٧٧٨٩٢٥٣)$$

٣- إيجاد المدة (عدد الدفعات)

مثال ١

أودع شخص ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور في مصرف بفائدة مركبة معدلها ٧٪ كل نصف سنة وفي نهاية مدة ما كانت الجملة المستحقه له ٢٧٦٣٢.٨٩٦ جنيه احسب :
١- عدد الدفعات ٢- المدة بالسنوات

الحل

$$ج = د \times \sqrt[n]{ع} \quad \sqrt[n]{ع} = ج \div د$$

$\sqrt[n]{ع} = ٧\% = ٢٧٦٣٢.٨٩٦ \div ٢٠٠٠ = ١٣.٨١٦٤٤٨$
بالبحث عن هذا الناتج بالجدول الثالث تحت المعدل ٧٪ نجده أمام وحدات الزمن ١٠
∴ عدد الدفعات = ١٠ دفعة
∴ المدة بالسنوات = ١٠ ÷ ٢ = ٥ سنوات

تمارين

- ١) يودع شخص ٢٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور في بنك بفائدة مركبة بمعدل ما وفي نهاية ٥ سنوات بلغ رصيده ٢٧٦٣٢.٩ ج أوجد :
معدل الفائدة النصف سنوي
- ٢) يودع شخص ١٠٠٠ جنيه آخر كل ٤ شهور في بنك بفائدة مركبة بمعدل ما وفي نهاية ٤ سنوات بلغ رصيده ١٥٩١٧.١٢٧ ج أوجد :
معدل الفائدة المركبة الثلث سنوي
- ٣) إذا علمت أن مجموع الفوائد العادية المركبة لثمانى دفعات ٦٠٥٦.٩٤٧ جنيه . اوجد معدل الفائدة إذا كان مبلغ الدفعة ٢٠٠٠ جنيه.
- ٤) إذا علمت أن مجموع الفوائد المركبة العادية لخمس دفعات ٢٢٥٢.٢١٧ جنيه . اوجد معدل الفائدة إذا كان مبلغ الدفعة ٣٠٠٠ جنيه.
- ٥) أودع شخص ٥٠٠٠ ج آخر كل ٦ شهور في بنك بفائدة معدلها ٥٪ كل نصف سنة وفي نهاية المدة كانت الجملة ٦٢٨٨٩.٤٦٣ ج احسب : عدد الدفعات ، المدة بالسنوات

٢- إيجاد المعدل

مثال ١

يودع شخص ١٠٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور في بنك بفائدة مركبة بمعدل ما وفي نهاية ٨ سنوات بلغ رصيده ٢٣٦٥٧.٤٩١ ج أوجد معدل الفائدة النصف سنوي .

الحل

$$ن = ٨ سنوات \times ٢ = ١٦ دفعة$$

$$ج = د \times \sqrt[n]{ع} \quad \sqrt[n]{ع} = ج \div د$$

$$\sqrt[n]{ع} = ١٦ \div ١٠٠٠ = ٢٣.٦٥٧٤٩١$$

بالبحث عن هذا الناتج بالجدول الثالث أمام (١٦) نجده تحت المعدل ٥٪
المعدل = ٥٪ نصف سنوي

مثال ٢

إذا علمت أن مجموع الفوائد المركبة لعشرة دفعات ٥١٩٢.٩٢٩ جنيه . اوجد معدل الفائدة المركبة إذا كان مبلغ الدفعة ١٠٠٠ جنيه.

الحل

معدل	ن	د	مجموع
٤٤٤	١٠	١٠٠٠	٥١٩٢.٩٢٩

$$- \text{مجموع} = د \times \left(\sqrt[n]{ع} - ١ \right) \times ن$$

$$٥١٩٢.٩٢٩ = ١٠٠٠ \times \left(\sqrt[n]{ع} - ١ \right) \times ١٠$$

$$\sqrt[n]{ع} = ١٠ + \left(٥١٩٢.٩٢٩ \div ١٠٠٠ \right)$$

$\sqrt[n]{ع} = ١٠.١٩٢٩٢٩ = ١٥.١٩٢٩٢٩$ بالبحث عن هذا الناتج بالجدول الثالث أمام ١٠ نجده تحت المعدل ٩٪
∴ معدل الفائدة المركبة = ٩٪

شهور بلغت ١٧٨٥٠ جنيه. احسب جملتها
العادية بنفس المعدل.

السؤال الثالث: دبلوم ٢٠١٣ دور أول

(١) يودع شخص دفعة ٥٠٠ جنيه أول يناير من
كل عام في بنك أودع الدفعة الأولى في
٢٠٠٥/١/١ بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا.
أوجد الجملة المستحقه له في ٢٠١٢/١/١.

(ب) أكمل ما يأتي:

١- مجموع فوائد دفعات الاستثمار

$$= \dots \left[\dots + \dots \right] \times \dots \%$$

٢- جملة دفعات السداد المتوقفة

$$= \dots \times \dots \times \dots \%$$

أسئلة امتحانات سابقة

السؤال الأول: دبلوم ٢٠١٤ دور أول

(١) يودع شخص ٣٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور
لدى أحد البنوك لمدة ٥ سنوات بفائدة مركبة
معدلها ٧٪ عن كل نصف سنة. احسب:
الجملة، مجموع الفوائد في نهاية المدة

(ب) أكمل: (ج - /ج) = د (..... - ١)

(ج) يودع شخص دفعة متساوية آخر كل
سنة لمدة ١٠ سنوات فكانت الجملة المستحقه
له ٦٩٠٨.٢٣ ج وقد لاحظ أنه لو كان الإيداع أول
كل سنة لكانت الجملة ٧٣٩١.٨١ جنيه.
احسب: المعدل السنوي للفائدة، مبلغ الدفعة.

السؤال الثاني: دبلوم ٢٠١٤ دور ثاني

(١) أكمل:

١- مجموع الفوائد العادية = د { - }

٢- ج / = ج × ×

(ب) دفعات عادية نصف سنوية بفائدة
مركبة معدلها ٧.٢٪ لكل ٦ شهور وفي
نهاية ٥ سنوات كانت الجملة المستحقه
٦٩٧٣.٨٥ جنيه. احسب الدفعة.

(ج) إذا علمت أن جملة دفعة فورية نصف

سنوية في نهاية مدة ما بمعدل ٥٪ لكل ٦

(ج) دفعة سنوية متساوية مبلغها ٥٠٠ جنيه
بلغ الفرق بين جملتها الفورية وجملتها العادية
في نهاية المدة ١٨٥٨.٥٦ جنيه بمعدل ٩٪ سنويا .
أحسب : مدة الدفعات .

السؤال السابع: **دبلوم ٢٠١١ دور أول**

(٢) إذا كانت جملة دفعات فورية ٨٧٨١.٦ ج
أحسب جملتها العادية بمعدل ٩٪ سنويا .

(ب) أحسب الجملة المركبة لدفعات فورية
نصف سنوية بلغ مجموع دفعاتها في نهاية المدة
١٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ٧.٢٪ نصف سنوي إذا
كان مبلغ الدفعة ٥٠٠ ج وكذلك مجموع
الفوائد .

(ج) يودع شخص ١٠٠٠ جنيه أول كل ٦ شهور
في بنك لمدة ٨ سنوات . أوجد رصيده
في نهاية ١١ سنة بمعدل ٧٪ كل ٦ شهور .
ثم أحسب مجموع الفوائد .

السؤال الثامن: **دبلوم ٢٠١١ دور ثاني**

(٢) يودع شخص ١٠٠ جنيه آخر كل ٦ شهور
في بنك بفائدة معدلها ٤.٦٪ نصف سنوي
لمدة ٥ سنوات أوجد جملة الدفعات ومجموع
الفوائد في نهاية المدة .

(ب) أودع شخص أول كل سنة دفعة فبلغ
رصيده في نهاية مدة ما ١٥٧٢٣.٦٧ وبينما
يكون رصيده إذا كان الإيداع آخر كل سنة
١٤٠٣٨.٩٩ أوجد : معدل الفائدة المركبة .

مج الأقساط = $5 \times 5141.848 = 25709.24$ ج
 - مجف = مج الأقساط - القرض
 مجف = $25709.24 - 20000 = 5709.24$ جنيه

مثال ٢

قرض يستهلك بأقساط نصف سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا على مدى ٤ سنوات بفائدة مركبة معدلها ٧٪ كل ٦ شهور قيمة القسط ١٦٧٤٦.٧٧٦ ج. أوجد القرض

الحل

عدد الأقساط (ن) = $2 \times 4 = 8$ أقساط

القسط المتساوي = القرض $\times \frac{1}{d \overline{v}|n|}$

\therefore القرض = القسط $\div \frac{1}{d \overline{v}|n|}$

القرض = $16746.776 \div \frac{1}{d \overline{v}|8|}$

القرض = $16746.776 \div 0.16746776 = 10000$ ج

تمارين

١) اقترض تاجر ١٠٠٠٠ ج على أن يسدها على ١٠ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا بفائدة معدلها ٩٪ سنويا. أوجد:

(أ) القسط المتساوي (ب) مجموع الفوائد.

٢) اقترض تاجر ٣٠٠٠٠ جنيه على أن يسدها على ٥ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا بفائدة معدلها ٧٪ سنويا. أوجد:

(أ) القسط المتساوي (ب) مجموع الفوائد.

٣) قرض يستهلك بأقساط ثلث سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا على مدى ٤ سنوات بفائدة معدلها ٥٪ كل ٤ شهور قيمة القسط ٥٦٤١.٢٧١ جنيه. أوجد أصل القرض.

٤) قرض يستهلك بأقساط نصف سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا على مدى ٥ سنوات بمعدل ٧٪ كل ٦ شهور قيمة القسط ٥٦٩٥.١ ج أوجد أصل القرض.

استهلاك القروض

الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا

١) القسط المتساوي (باستخدام الآلة الحاسبة)

$$\text{القسط} = \text{القرض} \times \frac{0.04 \times (1.04)^n}{1 - (1.04)^{-n}}$$

٢) القسط المتساوي باستخدام الجدول الرابع

$$\text{القسط المتساوي العادي} = \text{القرض} \times \frac{1}{d \overline{v}|n|}$$

مثال ١

قرض ٢٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنويا على مدى ٥ سنوات. المطلوب: ١- القسط المتساوي ٢- مجموع الفوائد التي تحملها المدين

الحل

١) القسط (باستخدام الآلة الحاسبة)

$$\text{القسط} = \text{القرض} \times \frac{0.04 \times (1.04)^n}{1 - (1.04)^{-n}}$$

$$\text{القسط} = 20000 \times \frac{0.09 \times (1.09)^n}{1 - (1.09)^{-n}}$$

$$\text{القسط} = 20000 \times \frac{0.128471100}{0.528622904} = 5141.848 \text{ ج}$$

٢) القسط باستخدام الجدول الرابع

$$١- \text{القسط المتساوي} = \text{القرض} \times \frac{1}{d \overline{v}|n|}$$

$$\text{القسط المتساوي} = 20000 \times \frac{1}{d \overline{v}|5|}$$

$$\text{القسط} = 20000 \times 0.2570924 = 5141.848 \text{ جنيه}$$

٢- إيجاد مجموع الفوائد التي تحملها المدين
 - مجموع الأقساط = القسط \times عدد الأقساط

إيجاد القرض باستخدام الآلة الحاسبة

مثال ٣

قرض يسدد على ١٥ قسطاً سنوياً متساوياً من الأصل والفوائد معاً بمعدل ١٢.٥٪ سنوياً وقيمة القسط ٧٥٣٨٢ جنيه . فما أصل القرض ؟

الحل

المعدل غير موجود بالجدول فنستخدم الآلة الحاسبة

$$\frac{0.125 \times 15}{1 - 15(0.125)} = \text{القرض} = \text{القسط} \div$$

$$\text{القرض} = 75382 \div \frac{0.731472241}{4.851777931} = 50000$$

تمارين

(١) سلفة ٢٠٠٠٠ جنيه تسدد بأقساط نصف سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً على مدى ٨ سنوات قيمة القسط ١٨٤٥.٣٩٨ جنيه .

أوجد معدل الفائدة المركبة النصف سنوي

(٢) سلفة ١٠٠٠٠ جنيه تسدد بأقساط ثلث سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً على مدى ٤ سنوات قيمة القسط ١١٢٨.٢٥٤ جنيه ...

أوجد معدل الفائدة المركبة الثلث سنوي

(٣) قرض ٣٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٧٪ كل ٦ شهور قيمة القسط النصف سنوي ٤٢٧١.٣٢٥ جنيه .

أوجد عدد الأقساط والمدة بالسنوات

(٤) قرض ٤٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٩٪ سنوياً وقيمة القسط السنوي ٨٩١٦.٧٦ جنيه .

أوجد عدد الأقساط .

(٥) قرض يسدد على ٨ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٥.٢٪ سنوياً وقيمة القسط ٦٢٣٩.٠٠٤ جنيه . فما أصل القرض ؟

(٦) قرض يسدد على ٦ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٩.٣٪ سنوياً وقيمة القسط المتساوي ٤٤٩٨.٣٤٦ جنيه . فما أصل القرض ؟

تابع: القسط العادي

إيجاد معدل الفائدة (ع.٪)

$$\text{القسط} = \text{القرض} \times \frac{1}{d \overline{v}|n \text{ ع.}} \%$$

مثال ١

قرض ٥٠٠٠٠ جنيه يسدد بأقساط ثلث سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً على مدى ٦ سنوات قيمة القسط ٤٢٧٧.٣١١ جنيه . أوجد معدل الفائدة المركبة الثلث سنوي .

الحل

$$n = 3 \times 6 = 18 \text{ قسطاً}$$

$$\text{القسط المتساوي} = \text{القرض} \times \frac{1}{d \overline{v}|n \text{ ع.}} \%$$

$$d \overline{v}|n \text{ ع.} = \frac{\text{القسط المتساوي}}{\text{القرض}} \div \text{السلفة (القرض)}$$

$$d \overline{v}|18 \text{ ع.} = \frac{4277.311}{50000} = 0.0768762$$

بالبحث بالجدول الرابع أمام وحدات الزمن ١٨ نجده تحت المعدل ٥٪ ثلث سنوي

إيجاد عدد الأقساط والمدة بالسنوات (ن)

مثال ٢

قرض ١٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٥٪ كل ٤ شهور قيمة القسط الثلث سنوي ٨٥٥.٤٦٢ جنيه . أوجد عدد الأقساط والمدة بالسنوات .

الحل

$$d \overline{v}|n \text{ ع.} = \frac{\text{القسط المتساوي}}{\text{القرض}} \%$$

$$d \overline{v}|n \text{ ع.} = \frac{855.462}{10000} = 0.0855462$$

بالبحث بالجدول الرابع تحت المعدل ٥٪ نجده أمام ١٨

∴ المدة بالسنوات = ٣ ÷ ١٨ = ٦ سنوات

جدول استهلاك القرض

هو جدول يبين كيفية سداد (استهلاك) القرض ويتكون من 6 أعمدة وهم:

الفترة	رصيد أول	الفائدة	القسط المتساوي	الاستهلاك	رصيد آخر
--------	----------	---------	----------------	-----------	----------

مثال ١

دبلوم ٢٠١١ دور أول

قرض ١٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة معدلها ٧٪ سنوياً على مدى ٥ سنوات ..
المطلوب: أ) القسط المتساوي.

ب) تصوير جدول الاستهلاك.

الحل

$$\text{القسط المتساوي} = \text{القرض} \times \frac{1}{\text{د ن} \left| \frac{1}{\% \text{ع}} \right.}$$

$$\text{القسط المتساوي} = 10000 \times \frac{1}{\text{د} \left| \frac{1}{\% 7} \right.} = 2439.06$$

$$\text{القسط} = 2439.06 \times 10000 = 2439 \text{ جنيه}$$

جدول استهلاك القرض

الفترة	رصيد أول الفترة	الفائدة	القسط المتساوي	ك	رصيد آخر الفترة
١	١٠٠٠٠	٧٠٠	٢٤٣٩	١٧٣٩	٨٢٦١
٢	٨٢٦١	٥٧٨	٢٤٣٩	١٨٦١	٦٤٠٠
٣	٦٤٠٠	٤٤٨	٢٤٣٩	١٩٩١	٤٤٠٩
٤	٤٤٠٩	٣٠٩	٢٤٣٩	٢١٣٠	٢٢٧٩
٥	٢٢٧٩	١٦٠	٢٤٣٩	٢٢٧٩	صفر
مجموع		٢١٩٥	١٢١٩٥	١٠٠٠٠	

خطوات عمل جدول الاستهلاك:

- ١) وضع القسط المتساوي في العمود الخاص به
- ٢) مجموع الأقساط = القسط المتساوي × ن
- مجموع الأقساط = ٥ × ٢٤٣٩ = ١٢١٩٥ جنيه
- ٣) وضع القرض في رصيد أول الفترة الأولى.

٤) فائدة كل فترة = رصيد أول الفترة × ع
١) فائدة القرض = ٧٠٠ × ١٠٠٠٠ = ٧٠٠٠٠ ج

٥) استهلاك أي فترة = القسط - فائدة هذه الفترة
ك) ١) = ٢٤٣٩ - ٧٠٠ = ١٧٣٩ جنيه

٦) رصيد آخر = رصيد أول - استهلاك الفترة
رصيد آخر الأولى = ١٠٠٠٠ - ١٧٣٩ = ٨٢٦١ ج

٧) رصيد آخر الفترة الأخيرة = صفر

٨) الاستهلاك الأخير = رصيد أول الفترة الأخيرة

٩) القرض = مجموع الاستهلاكات

١٠) القرض = مجموع الأقساط - مجموع الفوائد

تمارين

١) قرض ٥٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنوياً على مدى ٤ سنوات.

والمطلوب: أ- إيجاد القسط المتساوي

ب- تصوير جدول الاستهلاك

٢) قرض ٦٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة معدلها ٧٪ سنوياً على مدى ٥ سنوات.

والمطلوب: أ- إيجاد القسط المتساوي

ب- تصوير جدول الاستهلاك

٣) قرض ٧٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة معدلها ٧٪ سنوياً على مدى ٦ سنوات.

والمطلوب:

أ- إيجاد القسط المتساوي

ب- تصوير جدول الاستهلاك

٤) قرض ٨٠٠٠٠ جنيه يسدد بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة معدلها ٩٪ سنوياً على مدى ٤ سنوات.

والمطلوب: أ- إيجاد القسط المتساوي

ب- تصوير جدول الاستهلاك

$$\text{القسط العادي} = \text{القسط الفوري} \times 1.06$$

$$\text{القسط العادي} = 20451.285 \times 1.09 = 22291.90 \text{ ج}$$

$$\text{القرض} = \frac{\text{القسط العادي}}{d \frac{1}{n}} \div 1.06$$

$$\text{القرض} = 22291.90 \div \frac{1}{0.09} = 22291.90 \div 11.1111 = 20000 \text{ جنيه}$$

تمارين

١) سيارة ثمنها النقدي 20000 جنيه تسدد على 10 أقساط متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 7٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول عند الشراء. اوجد القسط المتساوي ومجموع الفوائد

٢) قطعة أرض ثمنها النقدي 100000 جنيه تسدد على 5 أقساط متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 9٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول عند الشراء. اوجد القسط المتساوي ومجموع الفوائد

٣) قرض 50000 جنيه يسدد على 8 أقساط متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 5٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول عند التعاقد. اوجد القسط المتساوي ومجموع الفوائد

٤) قرض يسدد على 6 أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 7٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول فورا وقدره 98032.668 جنيه. اوجد مبلغ القرض.

٥) قرض يسدد على 12 قسط سنوي متساوي من الأصل والفوائد بمعدل 9٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول فورا وقدره 12811.987 جنيه. اوجد مبلغ القرض.

٦) قرض يسدد على 11 قسط سنوي متساوي من الأصل والفوائد بمعدل 7٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول فورا وقدره 4574.089 جنيه. اوجد مبلغ القرض.

٧) قرض 20000 جنيه يسدد على أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا فلو دفع القسط الأول فورا لكانت قيمته 3130.238 جنيه ولو دفع القسط الأول بعد سنة لكانت 3349.255 جنيه اوجد المعدل ومدة القرض.

القسط الفوري

$$\text{القسط الفوري} = \text{القسط العادي} \div 1.06$$

هو الذي يدفع فورا يوم الاتفاق (عقد القرض)

مثال ١

سيارة ثمنها النقدي 100000 ج تسدد على 10 أقساط متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 9٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول عند الشراء. اوجد القسط المتساوي ومجموع الفوائد.

الحل

$$\text{القرض} = \frac{\text{القسط الفوري}}{d \frac{1}{n}} \div 1.06$$

أولا: القسط المتساوي العادي:

$$\text{القسط العادي} = \text{القرض} \times \frac{1}{d \frac{1}{n}}$$

$$\text{القسط العادي} = 100000 \times \frac{1}{0.09} = 1111111.11$$

$$\text{القسط} = 100000 \times 1.05820089 = 105820.089 \text{ ج}$$

ثانيا: القسط المتساوي الفوري:

$$\text{القسط الفوري} = \text{القسط العادي} \div 1.06$$

$$\text{القسط الفوري} = 105820.089 \div 1.09 = 97082.651 \text{ ج}$$

مجموع الأقساط الفورية = القسط الفوري \times ن

$$\text{مجموع الأقساط} = 10 \times 97082.651 = 970826.51 \text{ ج}$$

مجموع الفوائد = مجموع الأقساط الفورية - القرض

$$\text{مجموع} = 970826.51 - 100000 = 870826.51 \text{ جنيه}$$

مثال ٢

قرض يسدد على 8 أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد بمعدل 9٪ سنويا بشرط دفع القسط الأول فورا وقدره 20451.285 جنيه. اوجد مبلغ القرض.

الحل

$$\text{القرض} = \frac{\text{القسط الفوري}}{d \frac{1}{n}} \div 1.06$$

مثال ٢

قرض يسدد على ٨ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معا فإذا علمت أن القسط المتساوي الذي يدفع في نهاية كل سنة ١٨٠٦٧.٧٥ جنيه بينما القسط الاول المؤجل لمدة ٣ سنوات قيمته ٢٣٣٩٨.٢٥ جنيه. أوجد معدل الفائدة ومبلغ القرض

الحل

القرض ن %ع القسط المؤجل العادي
 ١٨٠٦٧.٧٥ ٢٣٣٩٨.٢٥ ٩٩٩ ٨ ٩٩٩

القسط المؤجل = القسط العادي × ج^٣ %ع

$$٢٣٣٩٨.٢٥ = ١٨٠٦٧.٧٥ \times ج^٣ \times \%ع$$

$$ج^٣ \times \%ع = \frac{٢٣٣٩٨.٢٥}{١٨٠٦٧.٧٥} = ١.٢٩٥٠٢٩$$

بالبحث بالجدول الأول أمام (٣) نجد تحت المعدل ٩%

القرض = القسط العادي ÷ د^١ %ع

$$\text{القرض} = \frac{١٨٠٦٧.٧٥}{٩} = ١٨٠٦٧٧٤٣$$

$$\text{القرض} = ١٨٠٦٧٧٤٣ \div ١٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

تمارين

١) أقترض تاجر ٤٠٠٠ جنيه من بنك على أن يسدده على ٥ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معا بمعدل ٧% يدفع القسط الأول بعد مرور ٣ سنوات من تاريخ القرض.

أوجد: القسط المتساوي ومجموع الفوائد

٢) أقترض تاجر ٢٠٠٠ جنيه من بنك على أن يسدده على ٨ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معا بمعدل ٩% يدفع القسط الأول بعد مرور ٤ سنوات من تاريخ القرض.

أوجد: القسط المتساوي ومجموع الفوائد

٣) قرض يسدد على ١٢ قسط سنوي متساوي من الاصل والفوائد معا فإذا علمت أن القسط المتساوي الذي يدفع في نهاية كل سنة ٤١٨٩.٥١٩ جنيه بينما القسط الأول المؤجل لمدة ٣ سنوات قيمته ٥٤٢٥.٥٤٩ ج أوجد: المعدل القرض

القسط المؤجل

القسط المؤجل = القسط العادي × ج^٣ %ع

هو القسط المدفوع بعد مرور أكثر من وحدة زمن قاعدة يجب ملاحظاتها:

١- القسط الفوري:

يدفع عند الاتفاق في تاريخ عقد القرض

٢- القسط العادي:

يدفع بعد مرور سنة من تاريخ عقد القرض

٣- القسط المؤجل: يدفع بعد مرور أكثر من سنة من تاريخ عقد القرض

مثال ١

أقترض تاجر ٥٠٠٠ جنيه من بنك على أن يسدده على ١٠ أقساط سنوية متساوية من الاصل والفوائد معا بمعدل ٧% يدفع القسط الاول بعد مرور ٣ سنوات من تاريخ القرض. أوجد القسط المتساوي ومجموع الفوائد

الحل

القرض ن %ع القسط المؤجل مجف
 ٥٠٠٠ ١٠ ٧% ٩٩٩ ٩٩٩ ٩٩٩

أولا: القسط المتساوي العادي:

القسط العادي = القرض × د^١ %ع

$$\text{القسط العادي} = ٥٠٠٠ \times \frac{١}{٧} = ٧١٨.٨٧٥$$

$$\text{القسط} = ٧١٨.٨٧٥ \times ١٠ = ٧١٨٨.٧٥ \text{ جنيه}$$

ثانياً: القسط المتساوي المؤجل:

مدة التأجيل = ٣ - ١ = ٢ سنة

القسط المؤجل = القسط العادي × ج^٣ %ع

$$\text{القسط المؤجل} = ٧١٨.٨٧٥ \times ج^٣ \times \%ع$$

$$\text{القسط المؤجل} = ٧١٨.٨٧٥ \times ١.١٤٤٩ = ٨١٥٠.٣٩٩ \text{ ج}$$

مجموع الأقساط المؤجلة = القسط المؤجل × ن

$$\text{مجموع الأقساط} = ٨١٥٠.٣٩٩ \times ١٠ = ٨١٥٠٣.٩٩ \text{ جنيه}$$

مجموع الفوائد = مجموع الأقساط المؤجلة - القرض

$$\text{مجف} = ٨١٥٠.٣٩٩ - ٥٠٠٠ = ٣١٥٠.٣٩٩ \text{ جنيه}$$

مثال ٢

أقترض تاجر ٤٠٠٠٠ جنيه على أن يسدده على ١٦ قسط سنوي متساوي من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٩٪ سنوياً وبعد سداد القسط السادس مباشرة أراد سداد باقي الأقساط فوراً أوجد المبلغ الذي يدفعه التاجر

الحل

$$\text{القسط العادي} = \text{القرض} \times \frac{1}{\frac{1}{1.09} - \frac{1}{1.09 \times 16}}$$

$$\text{القسط} = 40000 \times \frac{1}{\frac{1}{1.09} - \frac{1}{1.09 \times 16}}$$

$$\text{القسط} = 40000 \times 0.1229999 = 4811.996 \text{ جنيه}$$

عدد الاقساط الباقية = ٦ - ١٦ = ١٠ أقساط

$$\text{ح. للأقساط} = \text{القسط} \times \frac{1 - \frac{1}{1.09^{10}}}{0.09}$$

$$\text{القيمة الحالية} = 4811.996 \times \frac{1 - \frac{1}{1.09^{10}}}{0.09}$$

$$\text{ح} = 4811.996 \times 6.4176577 = 30881.745 \text{ ج}$$

تمارين

- ١) أوجد القيمة الحالية لعدد ١٠ أقساط سنوية متساوية قيمة كلا منها ٢٠٠٠ جنيه بمعدل خصم ٧٪ سنوياً
- ٢) أوجد القيمة الحالية لعدد ٨ أقساط سنوية قيمة كلا منها ١٠٠٠ ج بمعدل ٩٪ سنوياً
- ٣) أوجد القيمة الحالية لعدد ١٢ قسط نصف سنوي قيمة كلا منها ٢٠٠٠ جنيه بمعدل خصم ٥٪ كل ٦ شهور.
- ٤) أقترض تاجر ٢٠٠٠٠ جنيه على أن يسدده على ١١ قسط سنوي متساوي من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٧٪ سنوياً وبعد سداد القسط الخامس مباشرة أراد سداد باقي الأقساط فوراً أوجد المبلغ الذي يدفعه التاجر
- ٥) أقترض تاجر ٣٠٠٠٠ جنيه على أن يسدده على ١٢ قسط سنوي متساوي من الأصل والفوائد معاً بمعدل ٩٪ سنوياً وبعد سداد القسط السابع مباشرة أراد سداد باقي الأقساط فوراً أوجد المبلغ الذي يدفعه التاجر.

القيمة الحالية للأقساط

هي قيمة الأقساط إذا سددت قبل ميعادها

١) القيمة الحالية (باستخدام الآلة الحاسبة)

$$\text{ح الأقساط} = \text{القسط العادي} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.04)^n}}{0.04}$$

٢) القرض باستخدام الجدول الخامس

$$\text{القرض} = \text{القسط العادي} \times \frac{1}{0.04} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.04)^n}}{0.04}$$

قاعدة يجب ملاحظاتها:

- ١- إذا كان القسط فوري أو مؤجل يحول إلى قسط عادي قبل إيجاد القيمة الحالية للأقساط (القرض)
- ٢- رصيد القرض أي فترة = القيمة الحالية للأقساط

مثال ١

أوجد القيمة الحالية لعدد ١٠ أقساط نصف سنوية متساوية قيمة القسط ١٤٢٣.٧٧٦ جنيه بمعدل فائدة ٧٪ كل ٦ شهور.

الحل

$$\text{ح. للأقساط} = \frac{1423.776}{0.07} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.07)^{10}}}{0.07}$$

١) القيمة الحالية (باستخدام الآلة الحاسبة)

$$\text{القيمة الحالية للأقساط} = \text{القسط} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.04)^n}}{0.04}$$

$$\text{ح. للأقساط} = 1423.776 \times \frac{1 - \frac{1}{(1.07)^{10}}}{0.07}$$

$$\text{ح. للأقساط} = 1423.776 \times \frac{0.967101257}{0.13770095} = 10000$$

٢) القيمة الحالية باستخدام الجدول الخامس

$$\text{ح. للأقساط} = \text{القسط} \times \frac{1}{0.04} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.04)^n}}{0.04}$$

$$\text{ح. للأقساط} = 1423.776 \times \frac{1}{0.07} \times \frac{1 - \frac{1}{(1.07)^{10}}}{0.07}$$

$$\text{القرض} = 1423.776 \times 7.0235815 = 10000 \text{ جنيه}$$

ثمن شراء السند

س ك ع ع ن ثمن الشراء

$$3000 \quad 3000 \quad 8\% \quad 7\% \quad 10 \quad \text{SSS}$$

$$(1) \text{ ف} = \text{س} \times 0.08 = 3000 \times 0.08 = 240 \text{ جنيه}$$

$$(2) \text{ ح للفوائد} = \text{ف} \times \text{ن} \times \frac{\text{ع}}{100} = 240 \times 10 \times \frac{7}{100}$$

$$\text{ح للفوائد} = 240 \times 10 \times \frac{7}{100} = 168 \text{ جنيه}$$

$$\text{ح للفوائد} = 240 \times 7.0235815 = 1685.659 \text{ جنيه}$$

$$(3) \text{ ح للقيمة الاستهلاكية} = \text{ك} \times \text{ع} \times \frac{\text{ن}}{100} = 3000 \times 7 \times \frac{10}{100}$$

$$= 3000 \times 7 \times \frac{10}{100} = 2100 \text{ جنيه}$$

$$(4) \text{ ثمن شراء السند} = \text{ح للفوائد} + \text{ح الاستهلاكية}$$

$$\text{ثمن الشراء} = 1685.659 + 2100 = 3785.659 \text{ جنيه}$$

تمارين

1) سند قيمته الاسمية 2000 جنيه يعطى فائدة 7% سنويا يستهلك في نهاية 5 سنوات بقيمته الاسمية. أوجد ثمن شراء السند ومعدل الاستثمار السائد في السوق 9% سنويا.

2) سند قيمته الاسمية 4000 جنيه يعطى فائدة 8% سنويا يستهلك في نهاية 6 سنوات بقيمته الاسمية... أوجد ثمن شراء هذا السند ومعدل الاستثمار السائد في السوق 7% سنويا.

3) سند قيمته الاسمية 5000 جنيه يعطى فائدة 8% سنويا يستهلك في نهاية 8 سنوات بقيمته الاسمية... أوجد ثمن شراء هذا السند ومعدل الاستثمار السائد في السوق 9% سنويا.

السند قيمتان هما:

القيمة الاسمية للسند (س):

هي التي يحسب على أساسها الفائدة الدورية

القيمة الاستهلاكية للسند (ك):

هي التي تدفع لحامل السند عند استرداده (استهلاكه) وقد تساوى القيمة الاسمية أو تزيد عنها إذا وجدت **علاوة** رد أو تقل عنها إذا وجد **خصم** رد.

الرموز المستخدمة:

س: القيمة الاسمية ، ك: القيمة الاستهلاكية

ع: معدل فائدة السند ، عث: معدل الاستثمار

ف: الفائدة الدورية ، ن: عدد مرات دفع الفائدة

إيجاد ثمن شراء سند { 4 خطوات }

$$(1) \text{ ف} = \text{س} \times 0.08$$

$$(2) \text{ ح للفوائد} = \text{ف} \times \text{ن} \times \frac{\text{ع}}{100}$$

$$(3) \text{ ح للقيمة الاستهلاكية} = \text{ك} \times \text{ع} \times \frac{\text{ن}}{100}$$

$$(4) \text{ ثمن شراء السند} = \text{ح للفوائد} + \text{ح الاستهلاكية}$$

مثال 1

سند قيمته الاسمية 3000 جنيه يعطى فائدة 8% سنويا يستهلك في نهاية 10 سنوات بقيمته الاسمية. أوجد ثمن شراء هذا السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 7% سنويا.

الحل

تابع: ثمن شراء السند

استهلاك (رد) السند بعلاوة رد

مثال ١

سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يعطى فائدة ٨٪ سنويا ويستهلك بعد ٨ سنوات بمبلغ ١٠٣٥ جنيه ومعدل الاستثمار ٩٪ سنويا. أوجد: القيمة الشرائية للسند.

الحل

س ك ع ع ث ن ثمن الشراء
 ١٠٠٠ ١٠٣٥ ٨٪ ٩٪ ٨ سنوات
 ف = س × ٠.٠٨ × ١٠٠٠ = ٨٠ جنيه
 ع للفوائد = ٨٠ × ٨٪ = ٦٤ جنيه

ع . ف = ٨٠ × ٥.٥٣٤٨١٩١ = ٤٤٢.٧٨٥ ج

ع القيمة الاستهلاكية = ١٠٣٥ × ٨٪ = ٨٢.٨ ج

ع ك = ١٠٣٥ × ٠.٥٠١٨٦٢٧ = ٥١٩.٤٢٧ ج

ثمن الشراء = ٤٤٢.٧٨٥ + ٥١٩.٤٢٧ = ٩٦٢.٢١٢ ج

استهلاك (رد) السند بخصم رد

مثال ٢

سند قيمته الاسمية ٢٠٠ جنيه يعطى فائدة ٨٪ سنويا تدفع مرتين في السنة يستهلك بعد ٤ سنوات بخصم ١٠٪ من القيمة الاسمية أوجد: ثمن شرائه إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ١٠٪ سنويا.

الحل

خصم الرد = س × معدل الخصم

خصم الرد = ٢٠٠ × ٠.١٠ = ٢٠ جنيه

القيمة الاستهلاكية = س - الخصم

ك = ٢٠٠ - ٢٠ = ١٨٠ جنيه

لاحظ أن: الفائدة تدفع مرتين في السنة

- معدل الفائدة النصف سنوي = ٨ ÷ ٢ = ٤٪

- معدل الاستثمار النصف سنوي = ١٠ ÷ ٢ = ٥٪

- ن = ٤ سنوات × ٢ = ٨ مرات

(١) ف = س × ٠.٠٤

ف = ٢٠٠ × ٠.٠٤ = ٨ جنيه

(٢) ع للفوائد = ف × ن = ٨ × ٤ = ٣٢ جنيه

ع للفوائد = ٨ × ٨ = ٦٤ جنيه

ع للفوائد = ٨ × ٦.٤٦٣٢١٢٧ = ٥١.٧٠٥ جنيه

(٣) ع للقيمة الاستهلاكية = ك × ع = ١٨٠ × ٤ = ٧٢٠ جنيه

ع الاستهلاكية = ١٨٠ × ٥٪ = ٩ جنيه

ع ك = ١٨٠ × ٠.٦٧٦٨٣٩٣٦ = ١٢١.٨٣١ جنيه

(٤) ثمن شراء السند = ع للفوائد + ك

ثمن الشراء = ٥١.٧٠٥ + ١٢١.٨٣١ = ١٧٣.٥٣٦ ج

تمارين

١) أوجد القيمة الشرائية لسند قيمته

الاسمية ٨٠٠ جنيه بفائدة معدلها ٨٪ سنويا

ويستهلك بعد ٥ سنوات بمبلغ ٨٥٠ جنيه إذا

كان معدل الاستثمار ٩٪ سنويا.

٢) أوجد ثمن شراء سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ ج

بفائدة معدلها ٩٪ سنويا ويستهلك بعد ٦ سنوات

بمبلغ ١٢٠٠ ج بمعدل الاستثمار ٧٪ سنويا

٣) أوجد ثمن شراء سند قيمته الاسمية ٢٠٠ ج

بفائدة معدلها ١٠٪ سنويا ويستهلك بعد ٨ سنوات

بمبلغ ٢١٠٠ ج بمعدل الاستثمار ٩٪ سنويا.

٤) سند قيمته الاسمية ٥٠٠ ج بفائدة ٨٪ سنويا

تدفع مرتين في السنة يستهلك بعد ٥ سنوات

بخصم ١٠٪ من قيمته الاسمية.

أوجد: ثمن شرائه بمعدل استثمار ١٤٪ سنويا.

٥) سند قيمته الاسمية ٦٠٠ ج بفائدة ١٢٪

سنويا تدفع مرتين في السنة يستهلك بعد ٤

سنوات بخصم ١٠٪ من قيمته الاسمية.

أوجد: ثمن شرائه بمعدل استثمار ١٨٪ سنويا

تابع: ثمن شراء السند

إيجاد القيمة الاستهلاكية للسند

نحسب القيمة الحالية للفوائد الدورية ونطرحها من ثمن الشراء تنتج القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية وبالتعويض في معادلتها تنتج القيمة الاستهلاكية

مثال ١

سند قيمته الاسمية ٥٠٠ جنيه يعطى فائدة ٨٪ سنويا تدفع مرتين في العام وجد أن ثمن شرائه قبل استحقاقه بـ ٤ سنوات هو ٤٣٣.٨٤ جنيه بمعدل استثمار ١٠٪ سنويا احسب قيمته الاستهلاكية

الحل

- معدل الفائدة النصف سنوي = $2 \div 8 = 0.25$
 - معدل الاستثمار النصف سنوي = $2 \div 10 = 0.2$
 $n = 2 \times 4 = 8$ مرات (فوائد)
 الفائدة الدورية (ف) = $0.2 \times 500 = 100$ جنيه

$$C \text{ للفوائد} = F \times \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$$C \text{ للفوائد} = 100 \times \frac{1 - (1 + 0.25)^{-8}}{0.25}$$

$$C \text{ للفوائد} = 129.26 = 6.6722127 \times 100 \text{ جنيه}$$

$$C \text{ الاستهلاكية} = \text{ثمن الشراء} - C \text{ للفوائد}$$

$$C \text{ ك} = 433.84 - 129.26 = 304.58 \text{ جنيه}$$

$$C \text{ للقيمة الاستهلاكية} = K \times \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$$304.58 = K \times \frac{1 - (1 + 0.25)^{-8}}{0.25}$$

$$K = 304.58 \div \frac{1 - (1 + 0.25)^{-8}}{0.25}$$

$$K = 450 = 0.67683936 \div 304.58 \text{ جنيه}$$

إيجاد معدل فائدة السند

مثال ٢

سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يستهلك بقيمته الاسمية في نهاية ١٠ سنوات بلغ ثمن شرائه ١٠٧٠.٢٢ ج بمعدل استثمار ٧٪ سنويا. احسب معدل فائدة السند.

الحل

$$(1) C \text{ ك} = K \times \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$$C \text{ ك} = 1000 = 0.07 \times 1000 \times \frac{1 - (1 + 0.07)^{-10}}{0.07}$$

$$(2) C \text{ للفوائد} = \text{ثمن الشراء} - C \text{ الاستهلاكية}$$

$$C \text{ للفوائد} = 1070.22 - 1000 = 70.22$$

$$(3) C \text{ للفوائد} = F \times \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$$\text{الفائدة} = C \text{ للفوائد} \div \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

$$F = 70.22 \div \frac{1 - (1 + 0.07)^{-10}}{0.07}$$

$$F = 7.0235815 = 0.07 \times 100 = 7.0235815 \text{ جنيه}$$

$$(4) \text{الفائدة الدورية (ف)} = S \times 0.07$$

$$80 = 1000 \times 0.07$$

$$0.07 = 80 \div 1000 = 0.08 = \text{معدل الفائدة} = 8\%$$

تمارين

١) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يعطى فائدة ١٠٪ سنويا تدفع مرتين في العام وجد أن ثمن شرائه قبل استحقاقه بمدة ٥ سنوات هو ١٠٧٠.٢٢ جنيه بمعدل استثمار ١٠٪ سنويا. احسب قيمته الاستهلاكية

٢) سند قيمته الاسمية ٨٠٠ جنيه يعطى فائدة ١٠٪ سنويا تدفع مرتين في العام وجد أن ثمن شرائه قبل استحقاقه بمدة ٥ سنوات هو ٨٠٥.٩٢ جنيه بمعدل استثمار ١٤٪ سنويا. احسب قيمته الاستهلاكية

٣) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يستهلك بقيمته الاسمية في نهاية ١٠ سنوات بلغ ثمن شرائه ٨٠٧.٤٧ جنيه بمعدل استثمار ٩٪ سنويا. احسب معدل فائدة السند

$$٠.٠٤ \times س = (ف) \text{ الفائدة الدورية (ف) } = س \times ٠.٠٤$$

$$٠.٠٤ \times س = ٨$$

$$\text{القيمة الاسمية (س)} = ٨ \div ٠.٠٤ = ٢٠٠ \text{ جنيه}$$

تمارين

١) سند يعطى فائدة ١٦٪ سنويا تدفع مرتين في السنة ويستهلك بمبلغ ٢١٠ جنيه، ثمن شرائه قبل استهلاكه بمدة ٥ سنوات هو ٢١٩.١٣ جنيه بمعدل استثمار ١٤٪ سنويا . أوجد قيمته الاسمية.

٢) سند يعطى فائدة ١٤٪ سنويا تدفع مرتين في السنة ويستهلك بمبلغ ٤٢٠ جنيه، ثمن شرائه قبل استهلاكه بمدة ٦ سنوات هو ٣٤٩.٨٢٤ جنيه بمعدل استثمار ١٨٪ سنويا . أوجد قيمته الاسمية.

٣) سند يعطى فائدة ١٨٪ سنويا تدفع ٣ مرات في السنة ويستهلك بمبلغ ٩٠٠ جنيه، ثمن شرائه قبل استهلاكه بمدة ٦ سنوات هو ٧١٦.١٣١ ج بمعدل استثمار ٢٧٪ سنويا . أوجد قيمته الاسمية.

تابع: ثمن شراء السند

إيجاد القيمة الاسمية للسند

نحسب القيمة الحالية الاستهلاكية ونطرحها من ثمن الشراء تنتج القيمة الحالية للفوائد الدورية وبالتعويض في معادلتها تنتج (ف) ثم إيجاد قيمة (س) بمعلومية (ف، ع)

مثال ١

سند يعطى فائدة ٨٪ سنويا تدفع مرتين في السنة ويستهلك بمبلغ ٢٢٠ جنيه، فإذا علمت أن ثمن شرائه قبل استهلاكه بـ ٥ سنوات هو ١٩٦.٨٢٤ ج بمعدل استثمار ١٠٪ سنويا أوجد: قيمته الاسمية.

الحل

$$ع = ٨ \div ٢ = ٤ \%$$

$$ع = ١٠ \div ٢ = ٥ \%$$

$$ن = ١٠ \times ٥ = ٥٠ \text{ مرات (فوائد)}$$

س	ك	ع	ع	ن	ثمن الشراء
؟؟؟	٢٢٠	٤٪	٥٪	١٠	١٩٦.٨٢٤

$$١) ع \text{ للقيمة الاستهلاكية} = ك \times ع \times \frac{١}{ع}$$

$$ع \text{ للقيمة الاستهلاكية} = ك \times ع \times \frac{١}{ع}$$

$$ع = ٢٢٠ \times ٠.٦١٣٩١٣٢٥٣ = ١٣٥.٠٦ \text{ جنيه}$$

$$٢) ع \text{ للفوائد} = \text{ثمن الشراء} - ع \text{ الاستهلاكية}$$

$$ع \text{ للفوائد} = ١٩٦.٨٢٤ - ١٣٥.٠٦ = ٦١.٧٧٤ \text{ جنيه}$$

$$٣) ع \text{ للفوائد} = ف \times \frac{١}{ع} \times \frac{١}{ع}$$

$$\therefore ف = ٦١.٧٧٤ \div \frac{١}{٥} = ٣٠٨.٨٨٧$$

$$ف = ٣٠٨.٨٨٧ \div ٣٧ = ٨ \text{ جنيهات}$$

امتحانات سنوات سابقة

السؤال الأول: دبلوم ٢٠١٤ دور أول

أحسب: القيمة الشرائية لسند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه بفائدة معدلها ٨٪ سنويا ويستهلك في نهاية ١٠ سنوات بمبلغ ١٠٥٠ جنيه إذا كان معدل استثمار ٧٪ سنويا.

السؤال الثاني: دبلوم ٢٠١٤ دور ثاني

(P) أكمل:

ثمن شراء السند = ح + ح
(ب) سند قيمته الاسمية ٥٠٠ جنيه يعطي فائدة بمعدل ١٤٪ سنويا (تدفع مرتين في السنة) وجد أن ثمن الشراء قبل استحقاقه بمدة ٥ سنوات ٤٥٢.٧٣ جنيه بمعدل استثمار ١٨٪ سنويا. احسب القيمة الاستهلاكية للسند .

السؤال الثالث: دبلوم ٢٠١٣ دور أول

سند قيمته الاسمية ٢٠٠ جنيه يعطي فائدة ١٠٪ سنويا تدفع مرتين في العام الواحد وجد أن ثمن شرائه قبل استحقاقه بمدة ٥ سنوات هو ٢٠١.٤٨ جنيه بمعدل استثمار ١٨٪ سنويا. احسب قيمته الاستهلاكية.

امتحانات سنوات سابقة

السؤال الرابع: دبلوم ٢٠١٣ دور ثاني

سند قيمته الاسمية ٥٠٠ جنيه يعطي فائدة ٨٪ سنويا ويستهلك بعد ٨ سنوات بمبلغ ٥٣٠ جنيه إذا كان معدل استثمار ٧٪ سنويا. أوجد ثمن شراء السند.

السؤال الخامس: دبلوم ٢٠١٢ دور أول

سند قيمته الاسمية ٢٠٠ جنيه يعطي فائدة ١٠٪ سنويا تدفع مرتين في العام وجد أن ثمن شرائه قبل استحقاقه بمدة ٥ سنوات هو ٢٠١.٤٨ جنيه بمعدل استثمار ٩٪ سنويا .. احسب قيمته الاستهلاكية

السؤال السادس: دبلوم ٢٠١٢ دور ثاني

سند قيمته الاسمية ٥٠٠ جنيه يعطي فائدة ٨٪ سنويا تدفع مرتين في السنة يستهلك بعد ٤ سنوات بخصم ١٠٪ من القيمة الاسمية. أوجد ثمن شرائه ومعدل الاستثمار ١٠٪ سنويا.

امتحانات سنوات سابقة

السؤال السابع: دبلوم ٢٠١١ دور أول

سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يعطي فائدة معدلها ٨٪ سنويا ويستهلك في نهاية ١٠ سنوات بقيمته الاسمية. أوجد ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار ٧٪ سنويا.

السؤال الثامن: دبلوم ٢٠١١ دور ثاني

سند قيمته الاسمية ٢٠٠٠ جنيه يعطي فائدة ٨٪ سنويا ويستهلك في نهاية ٨ سنوات بمبلغ ٢٠٧٠ جنيه ومعدل الاستثمار ٩٪ سنويا. اوجد القيمة الشرائية للسند.

استهلاك قروض السندات

توجد طريقتين لاستهلاك قروض السندات:

- (١) طريقة الاستهلاكات المتساوية.
- (٢) الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا.

أولا: طريقة الاستهلاكات المتساوية

- (١) عدد السندات المصدرة = القرض ÷ س
- (٢) عدد السندات المستهلكة سنويا
- ك. م. سندات = عدد السندات المصدرة ÷ ن
- (٣) فائدة السند (ف) = س × ع .٠٠

مثال ١

أصدرت إحدى المؤسسات قرضا سنديا قدره مليون جنيه بقيمة اسمية للسند ١٠٠ جنيه وبفائدة ٩٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة الاستهلاكات المتساوية. والمطلوب إيجاد:

- (١) عدد السندات المستهلكة سنويا
- (٢) تصوير جدول الاستهلاك.

الحل

- (١) عدد السندات المصدرة = القرض ÷ س
- عدد السندات = ١٠٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ١٠٠٠٠ سند

جدول الاستهلاك

الرقم	عدد السندات		آخر الفترة المستهلكة	أول الفترة المتداولة	الفائدة	المبالغ الواجب دفعها آخر كل فترة
	أول الفترة	آخر الفترة				
١	١٠٠٠	٢٠٠	٢٠٠	١٠٠٠	٩٠٠٠	٢٩٠٠٠
٢	٨٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٨٠٠	٧٢٠٠	٢٧٢٠٠
٣	٦٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٦٠٠	٥٤٠٠	٢٥٤٠٠
٤	٤٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٤٠٠	٣٦٠٠	٢٣٦٠٠
٥	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	١٨٠٠	٢١٨٠٠
مجموع	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	٢٧٠٠٠	١٢٧٠٠٠

لاحظ أن:

١. ك م سندات = عدد السندات المصدرة ÷ ن
 - ك م سندات = ١٠٠٠٠ ÷ ٥ = ٢٠٠٠ سند
 ٢. مج الاستهلاكات = القرض = ١٠٠٠٠٠ ج
 ٣. مج الأقساط = القرض + مج الفوائد
 ٤. فائدة السند الواحد (ف) = س × ع .٠٠
 ٥. فائدة السنة الاولى (فا) = ١٠٠ × ٠.٠٩ = ٩ ج
 ٥. فائدة السنة الاولى (فا) = ١٠٠ × ٠.٠٩ = ٩ ج
- وهكذا بالنسبة لباقي الفوائد

تمارين

(١) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٥٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ٥٠٠ جنيه وبفائدة ١٠٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٤ سنوات بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

والمطلوب إيجاد:

- (أ) عدد السندات المستهلكة سنويا
- (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

(٢) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٢٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ٢٠٠ جنيه وبفائدة ٨٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

والمطلوب إيجاد:

- (أ) عدد السندات المستهلكة سنويا
- (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

(٣) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٣٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ١٥٠ جنيه وبفائدة ١٢٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

والمطلوب إيجاد:

- (أ) عدد السندات المستهلكة سنويا
- (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

السنة	عدد السندات		المبالغ الواجب دفعها آخر كل فترة	
	أول السنة	أخر السنة	الفائدة	القسط
٣	٣٠٠٠	١٠٠٠	٢٧٠٠٠	١٢٧٠٠٠
٤	٢٠٠٠	١٠٠٠	١٨٠٠٠	١١٨٠٠٠
٥	١٠٠٠	١٠٠٠	٩٠٠٠	١٠٩٠٠٠

تمارين

أ) قرض سندي يستهلك بطريقة الاستهلاك المتساوية خلال ٥ سنوات بلغ مجموع فوائده ١٥٠٠٠٠ جنيه ومجموع الأقساط ٦٥٠٠٠٠ جنيه وكانت فائدة السند ٤ جنيه أوجد: ١- القرض ٢- معدل الفائدة إذا كانت القيمة الاسمية للسند ١٠٠ ج ٣- عدد السندات المصدرة ٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

ب) قرض سندي يستهلك بطريقة الاستهلاك المتساوية خلال ٤ سنوات بلغ مجموع فوائده ١٢٥٠٠٠ جنيه ومجموع الأقساط ٦٢٥٠٠٠ جنيه وكانت فائدة السند ٥ جنيه أوجد: ١- القرض ٢- معدل الفائدة إذا كانت القيمة الاسمية للسند ٥٠ ج ٣- عدد السندات المصدرة ٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

ج) قرض سندي يستهلك بطريقة الاستهلاك المتساوية خلال ٥ سنوات بلغ مجموع فوائده ٤٨٠٠٠ جنيه ومجموع الأقساط ٢٤٨٠٠٠ جنيه وكانت فائدة السند ١٦ جنيه أوجد: ١- القرض ٢- معدل الفائدة إذا كانت القيمة الاسمية للسند ٢٠٠ ج ٣- عدد السندات المصدرة ٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

تابع: الاستهلاكات المتساوية

- ١) القرض = مجموع الأقساط - مجموع الفوائد
- ٢) عدد السندات المصدرة = القرض ÷ س
- ٣) ك.م. سندات = السندات المصدرة ÷ ن
- ٤) فائدة السند = س × ع ...
- ٥) عدد السندات أول أي سنة = عدد السندات المصدرة - ن السابقة × ك.م. سندات

مثال ١

قرض سندي يستهلك بطريقة الاستهلاك المتساوية خلال ٥ سنوات بلغ مجموع فوائده ١٣٥٠٠٠ جنيه ومجموع الأقساط ٦٢٥٠٠٠ جنيه وكانت فائدة السند ٩ جنيه أوجد: ١- القرض ٢- معدل الفائدة إذا كانت القيمة الاسمية للسند ١٠٠ ج ٣- عدد السندات المصدرة ٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

الحل

ن = مج الإقساط = ٦٢٥٠٠٠
س = مج الفوائد = ١٣٥٠٠٠
م. س = ١٠٠

١- القرض = مج الأقساط - مج الفوائد

القرض = ٦٢٥٠٠٠ - ١٣٥٠٠٠ = ٥٠٠٠٠٠ جنيه

٢- فائدة السند الواحد = س × ع ...

∴ ٥٠٠٠٠ = فائدة السند الواحد ÷ س

∴ ٥٠٠ = ٩ ÷ ١٠٠ = ع ...

∴ معدل فائدة السند = ٩٪ سنويا

٣- عدد السندات المصدرة = القرض ÷ س

عدد السندات = ٥٠٠٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ٥٠٠٠ سند

٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

ك.م. سندات = عدد السندات المصدرة ÷ ن

ك.م. سندات = ٥٠٠٠ ÷ ٥ = ١٠٠٠ سند

عدد السندات أول السنة الثالثة

= عدد السندات المصدرة - ٢ × ك.م. سندات

= ٥٠٠٠ - (١٠٠٠ × ٢) = ٣٠٠٠ سند

الأقساط المتساوية

(٢) الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا

مثال ١

أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ١٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ١٠٠ جنيه وبفائدة ٩٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا **والمطلوب:** ١- عدد السندات المصدرة ٢- تصوير جدول الاستهلاك.

الحل

١- عدد السندات المصدرة = القرض ÷ س
عدد السندات = ١٠٠٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ١٠٠٠ سند
(٢) لتصوير جدول الاستهلاك يجب إيجاد:

القسط المتساوي = القرض × $\frac{1}{n}$ ÷ ع٪

القسط = ١٠٠٠٠٠ × $\frac{1}{5}$ ÷ ٩٪

القسط = ١٠٠٠٠٠ × ٠.٢٥٧٠٩٢٤٥٧ = ٢٥٧.٠٩ جنيه
جدول الاستهلاك

الفترة	عدد السندات		المبالغ الواجب دفعها آخر كل فترة	القائمة	آخر الفترة المستهلكة	المتداولة	أول الفترة
	أول الفترة	آخر الفترة					
١	١٠٠٠	١٦٧	٩٠٠٠	١٦٧.٠٩	٢٥٧.٠٩		
٢	٨٣٣	١٨٢	٧٤٩٦	١٨٢.١٣	٢٥٧.٠٩		
٣	٦٥١	١٩٩	٥٨٥٧	١٩٨.٥٢	٢٥٧.٠٩		
٤	٤٥٢	٢١٦	٤٠٧٠	٢١٦.٣٩	٢٥٧.٠٩		
٥	٢٣٦	٢٣٦	٢١٢٢	٢٣٥.٨٧	٢٥٧.٠٩		
مجموع	١٠٠٠	١٠٠٠	٢٨٥٤٥	١٠٠٠٠٠	١٢٨٥٤٥		

- فائدة القرض = القرض × ع.٠٠

- فائدة القرض = ١٠٠٠٠٠ × ٠.٠٩ = ٩٠٠٠ جنيه

- ك١ = القسط المتساوي - فائدة القرض

- ك١ = ٢٥٧.٠٩ - ٩٠٠٠ = ١٦٧.٠٩ جنيه

(٣) حساب الاستهلاك السنوي للسندات:

- ك١ سندات = مبلغ ك١ ÷ القيمة الاسمية

- ك١ سندات = ١٦٧.٠٩ ÷ ١٠٠ = ١.٦٧ = ١٦٧ سند

وهكذا... باقى الاستهلاكات

- فائدة السند الواحد = س × ع.٠٠

- فائدة السند الواحد = ١٠٠ × ٠.٠٩ = ٩ جنيه

تمارين

(١) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٣٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ٣٠٠ جنيه وبفائدة ١٠٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٤ سنوات بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا **والمطلوب:** (أ) عدد السندات المصدرة (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

(٢) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٢٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ٥٠ جنيه وبفائدة ٨٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا **والمطلوب:** (أ) عدد السندات المصدرة (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

(٣) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٦٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ٢٠٠ جنيه وبفائدة ١٥٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٦ سنوات بطريقة الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا **والمطلوب:** (أ) عدد السندات المصدرة (ب) تصوير جدول الاستهلاك.

أسئلة امتحانات سابقة

دبلوم ٢٠١٣ دور ثان

السؤال الأول:

أكمل :

— عدد السندات المتداولة لأي فترة =

في طريقة استهلاك قروض السندات بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

دبلوم ٢٠١٢ دور أول

السؤال الثاني:

أصدرت إحدى المؤسسات قرضا سنديا قدره نصف مليون جنيه بقيمة اسمية للسند ١٠٠ جنيه وبفائدة ٩٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على مدى ٥ سنوات بطريقة

الاستهلاكات المتساوية. والمطلوب إيجاد :

(١) عدد السندات المستهلكة سنويا

(٢) تصوير جدول الاستهلاك

أسئلة امتحانات سابقة

دبلوم ٢٠١٢ دور ثان

السؤال الثالث:

قرض سندي يستهلك بطريقة الاستهلاكات المتساوية خلال ١٠ سنوات بلغ مجموع فوائده ٤٤٠٠٠٠ جنيه ومجموع الأقساط ١٤٤٠٠٠٠ جنيه وكانت فائدة السند ٤ جنيه

أوجد:

- ١- القرض
- ٢- معدل الفائدة اذا كانت القيمة الاسمية للسند ٥٠ ج
- ٣- عدد السندات المصدرة
- ٤- جدول استهلاك السنوات الثلاث الأخيرة

دبلوم ٢٠١١ دور ثاني

السؤال الرابع:

١) أصدرت إحدى الشركات قرضا سنديا قيمته ٥٠٠٠٠٠ جنيه بقيمة اسمية للسند ١٠٠ جنيه وبفائدة ٩٪ سنويا وتستهلك السندات بقيمتها الاسمية على ٥ سنوات بطريقة الاستهلاكات المتساوية.

والمطلوب:

- أ) إيجاد عدد السندات المستهلكة سنويا
- ب) تصوير جدول الاستهلاك.