الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ.ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة جبر

مكتبة اليمان

الاختبار الأول

رياضيات مع المدرس ماهر بربر 0994 830 381

اختبار جبر الوحدة الثالثة (معادلات ومتراجحات)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$-2,+2$	مستحيلة الحل	$-4,+4$

② المعادلة التي حلولها -5 , $\sqrt{3}$ هي :

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$	$(x+\sqrt{3})(x-5)=0$	$(x+5)+(x-\sqrt{3})=0$

③ للمعادلة: $16x^2+24x-9=-18$

جذران متعاكسان	جذر وحيد مضاعف	كل الخيارات خاطئة

④ المعادلة المكافئة للمعادلة $2(x-1)=x+3$

$x(x+5)=0$	$\sqrt{2}(x-5)=0$	$\sqrt{5}(x-2)=0$

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

① كل عدد أصغر من 0.2 يكون نظيره أصغر من $0.2-$

② المتراجحتان $x\geq -2, -2x\geq 4$ متكافئتان

③ للمعادلة $(x-3)^2=9$ جذران متعاكسان

④ العدد الوحيد الذى مربعه يساوي خمسة أمثاله هو 5

السؤال الثالث : أجب عن كل التمارين التالية

التمرين الأول : أوجد حلول المعادلات

① $2x^2-2=30$ ② $x^4-0.16=0$

③ $(x+2)(x+3)=(x-3)(2x+4)$ ④ $2x-(13+2x)=0$

التمرين الثاني : لتكن العبارة $A=4x^2(x+1)-9(x+1)$

1) حلل العبارة A إلى ثلاثة عوامل من الدرجة الأولى.

2) حل المعادلة $A=0$.

التمرين الثالث : لدينا المقداران: $B=(x+1)(3x-2)$, $A=3x^2+x-2$

1) انشر B وقارن بين A و B.

2) حل المعادلة $A=0$.

3) إذا كان $C=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$, أنشر C واكتبه بأبسط صورة.

التمرين الرابع: لدينا المتراجحة $3x - 7 \geq 3$ والمطلوب :

1- تحقّق أي من الأعداد $-2, 6, \frac{1}{6}$ حلاً للمتراجحة وأي منها ليس حلاً لها .

2- حل المتراجحة , ثم مثّل حلولها على مستقيم الأعداد .

3- هل العدد $\sqrt{3}$ يمثل حلا للمتراجحة السابقه؟ ولماذا ؟

السؤال الرابع: حل كلا من المسائل الآتيه.

المسأله الأولى: عمر أحمد 11 سنة وعمر لانا 25 سنه، بعد كم سنة يصبح عمر لانا مثلى عمر أحمد؟

المسألة الثانية:

في أحدى المشافي الأوربية عدد من مصابي كوفيد 19 ، نصفهم كبار السن أعمارهم فوق 60 سنة، وربعهم تتراوح أعمارهم بين (40،50) سنة

وخمسهم شباب أعمارهم أقل من 40 سنة بالإضافة إلى 6 أطفال

ماهو عدد الأشخاص المصابين

المسألة الثالثة: عددان زوجيان متتاليان الفرق بين مربعيهما 44 ، أوجدهما

المسألة الرابعة:

مربعان : طول قطر المربع الأول هو $4\sqrt{2}$ ومساحته تساوى أربعة أضعاف مساحة المربع الثاني ، أوجد طول ضلع كلا منهما

المسألة الخامسة:

نادي رياضي يقدم عرضين .

الأول : يدفع المنتسب مبلغ 400ل.س عن كل ساعة تدريب .

الثاني : اشتراك شهري بحيث يدفع المشترك 800 ل.س شهرياً ويدفع 200ل.س عن كل ساعة تدريب .

بدءاً من كم ساعة تدريب يصبح العرض الثاني أوفر من العرض الأول .

****

انتهت الأسئلة

أ. ماهر بربر

الحلول التفصيلية للاختبار

*** السؤال الأول:**

(1) حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$

وتعليل الحل: لا يوجد عدد مربعه عدد سالب وهي من الشكل:

$x^2=a$; $a<0$ تعليل.

(2) المعادلة التي حلولها $\sqrt{3}$ ، -5 هي:

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$

إما $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

أو $x-\sqrt{3}=0 \Rightarrow x=\sqrt{3}$

(3) المعادلة:

$16x^2+24x-9=-18$

$16x^2+24x+9=0$

الطرف الأيسر يُحلل باستخدام المطابقة ويكتب بشكل مربع كامل حيث $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$16x^2+24x+9=0 \Rightarrow$

$(4x+3)^2=0 \Rightarrow$

$4x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

وهو حل وحيد مضاعف.

(4) $2(x-1)=x+3 \Rightarrow$

$2x-2=x+3 \Rightarrow$

وهو حل المعادلة المفروضة $x=5$

نبحث عن معادلة حلها $x=5$

حيث المعادلتان المتكافئتان لهما معادلتان لهما نفس الحل.

نلاحظ أن المعادلة $\sqrt{2}(x-5)=0$ حلها هو $x=5$ حيث:

$\sqrt{2}(x-5)=0 \Rightarrow \sqrt{2}\neq 0$

$(x-5)=0 \Rightarrow x=5$

وهي المعادلة المتكافئة للمعادلة المفروضة.

/ بطريقة أخرى:

نلاحظ وجدنا حل المعادلة المفروضة وهو $x=5$

$x-5=0$ نضرب الطرفين بـ $\sqrt{2}$ نجد:

$\sqrt{2}(x-5)=0$

وهي المعادلة المتكافئة لما من بين الخيارات الموجودة /

*** السؤال الثاني:**

(1) نفرض x عدداً أصغر من 0.2 أي: $x<0.2$ ، نتابع نضرب x أي نريد $-x$ لذلك نضرب طرفي المتراجحة $x<0.2$ بالعدد (-1) ونغير جهة التراجح:

$x<0.2 \Rightarrow -x>-0.2$

إذاً النظير أكبر من -0.2 فالعبارة خاطئة

(2) $-2x \geq 4 \Rightarrow$

نقسم طرفي المتراجحة على أمثال x أي على العدد السالب -2 ونغير الجهة نجد:

وهي المتراجحة المتكافئة $x \leq -2$

وليست $x \geq -2$ فالعبارة خاطئة.

أ. ماهر بربر

(3) انتبه لقد سبق وتوصلنا من هذه الملاحظة عبر التمرين:

* $x^2 = a \; ; a>0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين متعاكسين هما $x = +\sqrt{a}$ ، $x = -\sqrt{a}$

* $(....)^2 = a \; ; a>0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين مختلفين وليسا متعاكسين لاحظ:

$(x-3)^2 = 9 \Rightarrow$
- $x-3 = +\sqrt{9} \Rightarrow x = 3+3 = 6$
- $x-3 = -\sqrt{9} \Rightarrow x = 3-3 = 0$

الجذران هما $x=0$ ، $x=6$
جذران مختلفان غير متعاكسين
فالعبارة خاطئة.

(4) الحل يتبع ذهنياً أو عبر حل المعادلة:

$x^2 = 5x \Rightarrow$
$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow$
إما $x = 0$
أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$
إذاً العددان 0 and 5 يحققان المعادلة فالعبارة خاطئة.

* السؤال الثالث: / التمرين الأول /

(1) $2x^2 - 2 = 30 \Rightarrow \quad \div 2$
$x^2 - 1 = 15 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow$
جذران متعاكسان $\begin{cases} x = +\sqrt{16} = +4 \\ x = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$

إذاً مجموعة الحلول: $S = \{-4 \; ; +4\}$

(2) $x^4 - 0.16 = 0 \iff$
$x^4 - \frac{16}{100} = 0$
نحلل الطرف الأيسر باستخدام المطابقة:
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$(x^2)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2 = 0 \Rightarrow$

$\left(x^2 - \frac{4}{10}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
القوس الأول نحلل أيضاً:
$\left(x - \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
ومنه:
إما $x - \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{10}}$

أو $x + \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{\sqrt{10}}$

أو $x^2 + \frac{4}{10} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{4}{10}$
مرفوضة أكيد:
ومنه مجموعة الحلول:
$S = \left\{\frac{-2}{\sqrt{10}} \; ; \frac{2}{\sqrt{10}}\right\}$

(3) $(x+2)(x+3) = (x-3)(2x+4)$
لاتنسَ بوجود العامل المشترك:
$(x+2)(x+3) = 2(x-3)(x+2) \Rightarrow$
$(x+2)(x+3) - 2(x-3)(x+2) = 0$
$\Rightarrow (x+2)[(x+3) - 2(x-3)] = 0$
$\Rightarrow (x+2)(-x+9) = 0 \Rightarrow$ بالمقارنة الجداء الصفري لنجد:
$S = \{-2 \; ; 9\}$

أ. ماهر بربر

(4) $2x(13+2x)=0$

هذه معادلة من الدرجة الأولى
ولا نستعمل خاصة الجداء المعدوم
فالبداية بتوزيع الحدين الحرين في بعضهما
وليس جداء الشيء لذاته:

$2x-13-2x=0 \Rightarrow$
$2x-2x=13 \Rightarrow$
$0=13$ وهذا تناقض
(أي من الشكل $0x=a$)
(لا توجد قيم تحقق هذه المعادلة)

/ التمرين الثاني /

$A=4x^2(x+1)-9(x+1)$

(1) بداية نخرج $(x+1)$ عامل مشترك
$A=(x+1)(4x^2-9)$
نحلل المطابقة في القوس الثاني:
$A=(x+1)(2x-3)(2x+3)$

(2) $A=0$
نعوض في عبارة A بعد التحليل
$A=0 \Rightarrow$
$(x+1)(2x-3)(2x+3)=0$
حسب خاصة الجداء المعدوم:
$x+1=0 \Rightarrow x=-1$
$2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$
$2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$
ومنه: مجموعة حلول المعادلة:
$S=\{-1, +\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$

/ التمرين الثالث /

$A=3x^2+x-2$
$B=(x+1)(3x-2)$

(1)
$B=3x^2-2x+3x-2$
$=3x^2+x-2 \Rightarrow B=A$

(2)
A=0 عائد A=0 إذا كان حلول المعادلة
أي إذا كان حلول المعادلة B=0
$A=0 \Leftrightarrow B=0$ ؛ $A=B$
/ انتبه: إن B تحليل لـ A وداعاً نفوض
بالمعادلة الناتجة عن التحليل أي التي تحوي
جداء أقواس /
حسب خاصة $(x+1)(3x-2)=0 \Rightarrow$
الجداء المعدوم نجد: $S=\{-1, \frac{2}{3}\}$

(3)
$C=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ مطابقة من الشكل $(a+b)^2$
$=(\sqrt{3})^2+2(\sqrt{3})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
$=3+2+\frac{1}{3}=5+\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$

/ التمرين الرابع /

$3x-7 \nless 3$

(1)
$x=-2 \Rightarrow 3(-2)-7 \nless 3$
$\Rightarrow -6-7 \nless 3$
$\Rightarrow -13 \nless 3$ غير محققة
أي $x=-2$ ليس حلاً للمتراجحة.

أماهر بربر

$x=6 \Rightarrow 3(6)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 18-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 11 \nearrow 3$ محققة

أي $x=6$ هو حل للمتراجحة.

$x=\frac{1}{6} \Rightarrow 3\left(\frac{1}{6}\right)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow -6 \nearrow 6$ ← اضرب بـ 2 غير محققة

أي $x=\frac{1}{6}$ ليس حلاً للمتراجحة

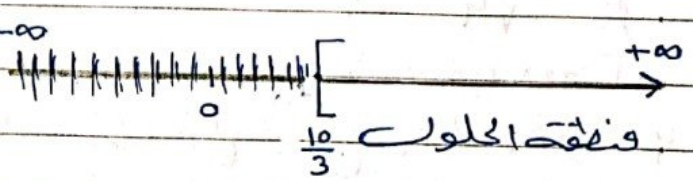
(2) $3x-7 \nearrow 3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 7+3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 10 \Rightarrow x \nearrow \frac{10}{3}$

أي حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر أو تساوي $\frac{10}{3}$

أي: $x \in \left[\frac{10}{3}, +\infty\right[$



منطقة الحلول

* التمرين الرابع: / المسألة الأولى /

عمر أحمد 11 سنة ← بعد x سنة

عمر لانا 25 سنة

يصبح عمر أحمد $x+11$ ← وحسب الفرض

يصبح عمر لانا $x+25$

بعد x سنة يصبح عمر لانا ضعف عمر أحمد أي

$x+25=2(x+11) \Rightarrow$

$2x+22=x+25 \Rightarrow$

$x=3$

أي بعد ثلاث سنوات يصبح عمرنا ضعف عمر أحمد.

/ للتأكد: بعد ثلاث سنوات:

يصبح عمر أحمد $11+x=11+3=14$

يصبح عمر لانا $25+x=25+3=28$

لدينا: $28=2\times 14$

فالحل صحيح /

/ المسألة الثانية /

نفرض عدد الطلاب هو x

نعلم أن $\frac{x}{2}$ (فوق 60 سنة)

نعلم أن $\frac{x}{4}$ (أعمارهم بين 50 و 60)

نعلم أن $\frac{x}{5}$ (أعمارهم أقل من 40)

بالإضافة إلى 6 أطفال وصف.

مجموع هؤلاء الأشخاص هو العدد الكلي للطلاب أي:

$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+6 \Rightarrow$

نضرب طرفي

المعادلة بالمقام المشترك (20) نجد:

$20x=10x+5x+4x+120 \Rightarrow$

$x=120$ وهو عدد الطلاب

/ للتأكد:

$120 \stackrel{?}{=} \frac{120}{2}+\frac{120}{4}+\frac{120}{5}+6 \Rightarrow$

$120 \stackrel{?}{=} 60+30+24+6 \Rightarrow$

$120=120 \Rightarrow$ الحل صحيح

/ المسألة الثالثة /

كل عدد زوجي يزيد على سابقه بمقدار 2 حيث العددان زوجيان متتاليان لهذا:

2 ، 4 ، 6 ، 8 ... ومنه: +2 +2 +2

إذا كان العدد الزوجي الأول x

يكون العدد الزوجي الثاني $x+2$

وحسب الفرض: الفرق بين مربعيهما يساوي 44 ومنه:

$(x+2)^2 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$x^2 + 4x + 4 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$4x = 44 - 4 \Rightarrow 4x = 40$

$\Rightarrow x = 10$

وهو العدد الزوجي الأول

فيكون العدد الزوجي الثاني

$x + 2 = 10 + 2 = 12$

/ للتأكد: الفرق بين مربعيهما 44:

$(12)^2 - (10)^2 \stackrel{?}{=} 44$

$144 - 100 \stackrel{?}{=} 44$

$44 = 44$ حقيقة

فالحل صحيح

/ المسألة الرابعة /

المربع الأول: طول قطره $4\sqrt{2}$

ومنه طول ضلع المربع الأول هو 4.

تذكر يا طالب:

طول قطر المربع الذي طول ضلعه x هو $x\sqrt{2}$ وبالعكس:

طول ضلع المربع الذي طول قطره $x\sqrt{2}$ هو x ... طبق فيثاغورث لتتذكر ذلك /

إذن: طول ضلع المربع الأول هو 4

نفرض طول ضلع المربع الثاني هو x

وحسب الفرض:

مساحة المربع الأول تساوي أربعة أضعاف مساحة الثاني:

مساحة المربع هي (طول الضلع)^2

ومنه:

مساحة المربع الأول هي: $4^2 = 16$

مساحة المربع الثاني هي: x^2

ومنه: $16 = 4x^2 \Rightarrow$

$x^2 = 4 \Rightarrow$

$x = +\sqrt{4} = +2$ مقبول

$x = -\sqrt{4} = -2$ مرفوض

حيث الطول هو مقدار موجب دوماً.

إذاً طول ضلع المربع الأول هو 4

وطول ضلع المربع الثاني هو 2

/ للتأكد: لدينا مساحة المربع الأول هي 16 تساوي أربعة أضعاف مساحة المربع الثاني الذي مساحته $2^2 = 4$ /

أ. ماهر بربر

14- المسألة الخاصة /

نفرض أن عدد ساعات التدريب هو x عندئذٍ:

يدفع المنتسب في العرض الأول: $400x$ S.P

يدفع المنتسب في العرض الثاني: $200x + 800$ S.P

نريد أن يكون العرض الثاني أوفر (أصغر) من العرض الأول ومنه:

$$200x + 800 < 400x \Rightarrow$$
$$200x > 800 \Rightarrow$$
$$x > \frac{800}{200} \Rightarrow x > 4$$

إذن: حتى يكون العرض الثاني أوفر من العرض الأول يجب أن تكون ساعات التدريب أكثر من 4 ساعات، أي بدءاً من ساعة التدريب الخامسة

أ. ماهر بربر

زيادة على الحل غير مطلوبة ولكن تستطيع اعتبارها طلب إضافي /

ما هي عدد ساعات التدريب التي تتساوى فيها تكلفة العرض الأول مع العرض الثاني؟؟ .... هي 4 ساعات حيث:

$$200x + 800 = 400x \Rightarrow$$
$$200x = 800 \Rightarrow$$
$$x = \frac{800}{200} \Rightarrow x = 4$$

كلمة أخيرة قبل إغلاق ملف الوحدة الثالثة من كتاب الجبر:

إن هذا الاختبار ما هو إلا عمل يتمم أوراق العمل وحلول تمارين ومسائل الكتاب، الرجاء عدم إهمال أي فرع لتكون علامة الجزء المخصص لهذه الوحدة وضمونة في الامتحان، هذا الكلام موجه للطلاب بشكل عام وطلاب الدورة الإلكترونية بشكل خاص ... تمنى بعون الله.