مراجعة النهايات (القسم 2)

السؤال الاول:

ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1)اثبت محدودية f

2)استنتج ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$

السؤال الثاني:

ليكن f التابع المعرف على $]2,+\infty[$ وفق $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1)ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها

2)اثبت ان $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً

3)اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

- **حل السؤال الأول:**

$$-1\le\cos x\le 1$$

نضيف 3 و نقلب المقدار(نغير جهة المتراجحة) : $\frac{1}{4}\le\frac{1}{\cos x+3}\le\frac{1}{2}$ فالتابع f محدود

2)من الطلب الأول: نضرب الاطراف ب x^2 : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{\cos x+3}=+\infty$ $\left\{\begin{matrix}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{2}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty\end{matrix}\right.$

- **حل السؤال الثاني:**

1)

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=-2$$

$f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x-2}}>0$ فالتابع متزايد تماماً

التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]2,+\infty[$ والعدد صفر ينتمي لصورة هذا المجال

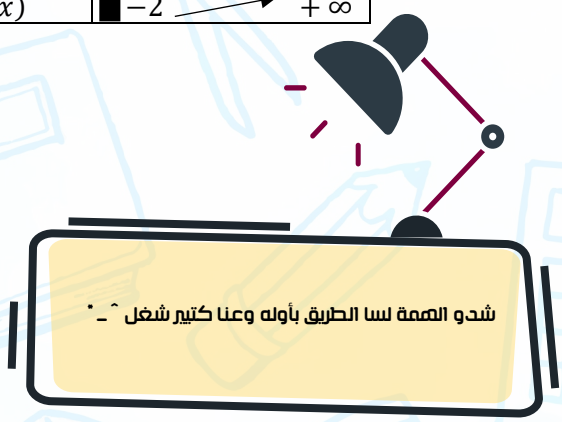
$]-2,+\infty[$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ -2	↗	$+\infty$

3)معادلة المماس تكتب بالشكل: $y=mx+p$

نوجد الميل: $f'(3)=\frac{3}{2}$

$$y=\frac{3}{2}(x-3)\Rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$$



مراجعة النهايات (القسم 3)

السؤال الاول:

اثبت ان :

$$1)\ \lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}=2\sqrt{2} \qquad 2)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+9}-3}=6$$

السؤال الثاني:

ليكن f التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{x^2+2x+2\sin x}{x}$ وخطه البياني C

1)اوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ 2) برهن ان المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+2$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

حل السؤال الأول:

1) عدم تعيين $\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\left(x+2+\frac{2\sin x}{x}\right)}{x}=0+2+2(1)=4$$

2)

$$f(x)-y_\Delta=\frac{x^2+2x+2\sin x-x^2-2x}{x}=\frac{2\sin x}{x}\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sin x}{x}$$

بما ان مضمون ال sin لانهاية فحسب مبرهنة الإحاطة:

$$-1\le \sin x\le 1$$

نضرب ب2

$$-2\le 2\sin x\le 2$$

نقسم على x الموجبة:

$$\frac{-2}{x}\le\frac{2\sin x}{x}\le\frac{2}{x}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to+\infty}\frac{-2}{x}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0\end{array}\right\}\lim_{x\to+\infty}\frac{2\sin x}{x}=0$$

■ حل السؤال الثاني:

$$1)\ \lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{2}.\left|\sin\frac{x}{2}\right|}(1$$

بما ان $x\to 0^+$ فان $\sin\frac{x}{2}\geq 0$ أي: $\left|\sin\frac{x}{2}\right|=+\sin\frac{x}{2}$:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin 2x}{\sqrt{2}.\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sin 2x}{2x}.\frac{\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}.\frac{2x}{\frac{x}{2}}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right)\left(\frac{\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\right)(4)=\frac{1}{\sqrt{2}}(1)(1)(4)=2\sqrt{2}$$

لان: $\lim_{t\to 0^+}\frac{\sin(t)}{t}=1$

$$2)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+9}-3}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+9}-3}\frac{\sqrt{x+9}+3}{\sqrt{x+9}+3}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\left(\sqrt{x+9}+3\right)=(1)(6)=6$$

مراجعة النهايات (القسم 4)

السؤال الاول:

ليكن $|f(x)-3| \leq \frac{\cos x}{x^2+1}$ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

السؤال الثاني:

ليكن C_f التابع المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x)=E(x)+\left(x-E(x)\right)^2$ وخطه البياني C

1)اكتب عبارة $f(x)$ بصورة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$

2)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

3)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(f(x)\right)$

4)ادرس استمرارية التابع عند النقطة التي فاصلتها تساوي 1

- **حل السؤال الأول:**

1)فكرة الحل: $|f(x)-\text{عدد}| \leq \varepsilon$

اذا كانت نهاية ε تساوي الصفر معناها نهاية $f(x)$ هو (عدد) الي جنب ال $f(x)$

$$|f(x)-3| \leq \frac{\cos x}{x^2+1}$$
$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

نقسم على $x^2+1>0$

$$\frac{-1}{x^2+1} \leq \frac{\cos x}{x^2+1} \leq \frac{1}{x^2+1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2+1}=0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2+1}=0\end{array}\right\} \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\cos x}{x^2+1}=0$$

$$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$$

■ حل السؤال الثاني:

1)

$$f(x)=\begin{cases} x & x\epsilon[0,1[\\ 1+(x-1)^2 & x\epsilon[1,2[\end{cases}$$

2)

$$x-1<E(x)\leq x \ \dots\dots\dots\dots (1)$$
$$-x\geq -E(x)>1-x$$

نضيف x :

$$0\leq x-E(x)<1$$

نربع:

$$0\leq \left(x-E(x)\right)^2<1$$

نضيف $E(x)$:

$$E(x)\leq E(x)+\left(x-E(x)\right)^2<E(x)+1 \dots\dots\dots\dots (2)$$

نقسم على $x>0$:

$$\frac{E(x)}{x}\leq \frac{E(x)+\left(x-E(x)\right)^2}{x}<\frac{E(x)}{x}+\frac{1}{x}$$

من العلاقة 1 نجد :

$$\frac{x-1}{x}<\frac{E(x)}{x}\leq 1$$

ولان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x}=1$ وحسب مبرهنة الإحاطة نجد ان:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{E(x)}{x}=1\Longrightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{E(x)}{x}+\frac{1}{x}=0+1=1$$

اذاً حسب مبرهنة الإحاطة نجد ان: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$

3)من العلاقة (2) نجد ان: $E(x)\leq f(x)<E(x)+1$

ولدينا $x-1<E(x)\leq x$ *أي ان:*

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty \end{cases}\Longrightarrow \lim_{x\to+\infty}E(x)=+\infty$$

ومنه نجد:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\left(E(x)\right)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(E(x)+1\right)=+\infty \end{cases}\Longrightarrow \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

وحسب مبرهنة الإحاطة نستنتج ان :

$$\lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big) = f\lim_{x\to+\infty}\big(f(x)\big) = +\infty$$

4)يجب ان يتحقق الشرط :

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} x = 1$$

$$f(1) = 1$$

الشرط محقق فالتابع مستمر عند النقطة التي فاصلتها تساوي 1

بكالوجيا

أهلاً بكم أصدقاء فريق بكالوجيا

الخدمات التي يقدمها فريقنا لطلاب البكالوريا في سوريا من:

1- منصة تعلم عن بعد

2- فيديوهات لشرح المادة وحل التمارين.

3- نوط شاملة لمواد البكالوريا وبنوك أسئلة.

تنويه هام: يُمنع نسخ أو مسح أو استعمال أي جزء من هذا الكتاب بأي وسيلة تصويرية أو إلكترونية أو ميكانيكية, بما فيها النسخ الفوتوغرافي والتسجيل على أشرطة أو أقراص الكترونية, أو أي وسيلة أخرى أو حفظ المعلومات واسترجاعها دون الحصول على موافقة خطية من الناشر.

كل من يساهم أو يشارك أو يباشر في عملية تصوير هذا الكتاب أو استنساخه بأي وسيلة كانت يعرض نفسه للمساءلة والملاحقة القانونية, وسيتوفر هذا العمل بشكل كامل على تطبيق بكالوجيا bacalogia بشكل الكتروني ملف (PDF)

تأكد من شراء النسخة الأصلية بطباعة ملونة ممتازة ذات جودة عالية ووضوح الكلمات الممتاز فيها

اضغط على شعارات وسائل التواصل...
لنبدأ معًا

كل الملفات التي يحتاجها طالب البكالوريا أصبحت في مكان واحد