ورقة عمل نهايات رقم 1

التمرين الأول: أوجد نهاية التابع f عند a في كل مما يأتي:

1. $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x-1}\,,a=1$	2. $f(x)=\frac{x-1}{x^2-4x+3}\,,a=1$
3. $f(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\,,a=1$	4. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}\,,a=0$
5. $f(x)=\frac{\sqrt{4-x}-\sqrt{4+x}}{x}\,,a=0$	6. $f(x)=\frac{2-\sqrt{x+2}}{3-\sqrt{2x+5}}\,,a=2$
7. $f(x)=\frac{3x^2-3}{x-1}\,,a=1$	8. $f(x)=\sqrt{2x^2-1}-3x\,,a=+\infty$
9. $f(x)=\sqrt{3x^2+2x+2}-\sqrt{3x+1}\,,a=+\infty$	10. $f(x)=\sqrt{x^2-1}-x\,,a=+\infty$
11. $f(x)=\sqrt{9x^2-2x-1}-2x+1\,,a=+\infty$	12. $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+3}}{2x}\,,a=-\infty$
13. $f(x)=\frac{x\sqrt{x}-2\sqrt{2}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}\,,a=+\infty\,,a=2$	14. $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}}-\frac{x}{\sqrt{x+2}}\,,a=+\infty$
15. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-3}{16-2x}\,,a=8$	16. $f(x)=x^2\left(\sqrt{2+\frac{1}{x}}-\sqrt{2}\right)\,,a=+\infty$
17. $f(x)=\frac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}\,,a=+\infty\,,a=3$	18. $f(x)=\sqrt{5x+1}-x\,,a=+\infty$
19. $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}+x\,,a=-\infty$	20. $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}\,,a=1$
21. $f(x)=x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}}-2\right)\,,a=0^+$	22. $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2-2}}\,,a=+\infty$
23. $f(x)=\frac{2-\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+6}-3}\,,a=+\infty$	24. $f(x)=\frac{x^2-x}{\sin x}\,,a=0$
25. $f(x)=\frac{\sin 2x}{3x}\,,a=0$	26. $f(x)=\frac{\sin(\pi x)}{\sin 2x}\,,a=0$
27. $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x\sin 3x}\,,a=0$	28. $f(x)=\frac{2x^2+\sin x}{x}\,,a=0$
29. $f(x)=\frac{\sin 2x}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3}}\,,a=0$	30. $f(x)=\frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}\,,a=0$
31. $f(x)=\frac{\sqrt{1+\sin 2x}-\sqrt{1-\sin 2x}}{x}\,,a=0$	32. $f(x)=\frac{\sqrt{1+x^2}-\cos x}{x^2}\,,a=0$
33. $f(x)=\frac{\sqrt{1+\sin^2 x}-\cos x}{\sin^2 x}\,,a=0$	34. $f(x)=\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x\sin x}-\cos x}\,,a=0$
35. $f(x)=\frac{\sqrt{x+9}-3}{\sin 7x}\,,a=0$	36. $f(x)=\frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x}\,,a=0$

0940916753

إعداد المدرس خالد سليمان عامر

ورقة عمل نهايات رقم 1

37. $f(x)=\frac{1-\cos 2x}{x^2}$, $a=0$	38. $f(x)=\frac{x\sin 3x}{1-\cos x}$, $a=0$
39. $f(x)=\frac{1-\cos x+\sin x}{x}$, $a=0$	40. $f(x)=\frac{1-\cos\ 3x}{1-\cos 5x}$, $a=0$
41. $f(x)=\frac{1+\sin x-\cos x}{1-\sin x-\cos x}$, $a=0$	42. $f(x)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{\tan^2 x}$, $a=0$
43. $f(x)=\frac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{\sin 2x}$, $a=0$	44. $f(x)=\frac{2x-\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$, $a=0$
45. $f(x)=\frac{1-\sqrt{\cos x}}{\tan^2 x}$, $a=0$	46. $f(x)=\frac{1+x-\cos 2x}{1-\sqrt{1+\sin x}}$, $a=0$
47. $f(x)=\frac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}$, $a=0$	48. $f(x)=\frac{\cos^2 x-\cos x}{x^2}$, $a=0$
49. $f(x)=\frac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$, $a=0$	50. $f(x)=\frac{x\sin 2x}{1-\cos x}$, $a=0$
51. $f(x)=\frac{\cos x-\sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$, $a=0$	52. $f(x)=\frac{\sin^2 9x-x^2}{1-\cos 2x}$, $a=0$
53. $f(x)=\frac{1-\cos x}{\sin x}$, $a=0$	54. $f(x)=\frac{x^2+1+\cos^2 x}{x\sin x}$, $a=0$
55. $f(x)=\frac{2\sin x+5}{\sqrt{x+1}}$, $a=+\infty$	56. $f(x)=\frac{x-\sin^2 x}{x^2}$, $a=+\infty$
57. $f(x)=\frac{\cos x-5}{1-x}$, $a=-\infty$	58. $f(x)=\frac{5x+\sin 3x}{x^2+1}$, $a=-\infty$
59. $f(x)=\frac{x-1}{3+2\sin x}$, $a=+\infty$	60. $f(x)=1+\frac{\cos x}{3x^2}$, $a=+\infty$
61. $f(x)=\frac{x^2}{2+\cos\frac{1}{x}}$, $a=0^+$	62. $f(x)=(x-1)^2\cos\left(\frac{1}{x-1}\right)$, $a=1$
63. $f(x)=(x+1)^2\sin^2\left(\frac{1}{x+1}\right)$, $a=-1$	64. $f(x)=\sqrt{\frac{3x+2}{2x+1}}$, $a=+\infty$
65. $f(x)=\sqrt{\frac{\sin 2x}{\tan x}}$, $a=0$	66. $f(x)=\sin\left(\frac{3\pi x+2}{2x+\pi}\right)$, $a=+\infty$
67. $f(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+2x}-x}$, $a=+\infty$	68. $f(x)=\cos\left(\frac{-3\pi x+2}{x+2\pi}\right)$, $a=+\infty$
69. $f(x)=\cos\left(\pi\times\frac{x-\sqrt{x}}{x-1}\right)$, $a=1$	70. $\frac{1-\cos x}{\sin x}\le f(x)\le\frac{1-\cos 2x}{x}$, $a=0$
71. $\lvert f(x)-2\rvert\le\frac{x^2-1+\cos^2 x}{x\sin x}$, $a=0$	72. $\lvert 2f(x)-4\rvert\le\frac{x-\cos x}{1-x^2}$, $a=+\infty$
73. $f(x)\ge\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $a=1$	74. $f(x)\le\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, $a=-1$

التمرين الثاني: f هو التابع المعرف على المجال $]1,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{2x+\sin x}{x-1}$$

١. أثبت أن $\frac{2x-1}{x-1}\le f(x)\le\frac{2x+1}{x-1}$ أياً يكن $x>1$

٢. استنتج نهاية f عند الـ $+\infty$

التمرين الثالث: أجب عن الأسئلة الآتية:

١. f تابع يحقق: $\frac{3x+\cos x}{x}\le f(x)\le\frac{3x+7}{x-1}$ أياً كان $x>1$, ما نهاية f عند الـ $+\infty$

٢. أثبت أن $\frac{1}{x+1}\le\frac{\cos x}{x+1}\le\frac{-1}{x+1}$ أياً كان $x>-1$, استنتج نهاية $f:x\mapsto\frac{\cos x}{x+1}$ عند الـ $+\infty$ ثم ادرس بالمثل نهاية التابع ذاته عند الـ $-\infty$

٣. f تابع يحقق $|f(x)-3|\le\frac{1}{x+1}$ أيّاً كان $x\ge0$, ما نهاية f عند الـ $+\infty$ ؟

٤. f تابع يحقق $f(x)\ge\frac{1}{4}x^2$, أياً كان $x<0$, ما نهاية f عند الـ $-\infty$ ؟

٥. أثبت أنّ $x^2-5\sin x\ge x^2-5$, أياً كان العدد الحقيقي x , استنتج من المتراجحة السابقة نهاية $x\mapsto x^2-5\sin x$ عند الـ $+\infty$ وعند الـ $-\infty$

التمرين الرابع:

f تابع معرف على $I=]0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{x^2+\sin x}{x}$$

١. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي من x يكون:

$$\frac{x^2-1}{x}\le f(x)\le\frac{x^2+1}{x}$$

٢. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

التمرين الخامس:

ليكن لدينا التابع f المعرّف بالعلاقة:

$$f(x)=x\cos\left(\frac{1}{x}\right)-x$$

احسب نهاية f عند كُلاً من $a=+\infty$ و $a=0^+$

التمرين السادس:

ليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$g(x)=\frac{1}{3+2\sin x}$$

١. أثبت أنّ g محدود

٢. استنتج كلاً من النهايتين

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x+\sin x}{3+2\sin x}\right],\ \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2}{3+2\sin x}\right]$$

التمرين السابع:

ليكن g تابع معرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$g(x)=\frac{5}{\sin x+4}$$

١. أثبت أن g محدود

٢. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5x^2}{\sin x+4}\right)$

T. KHALED AMER

التمرين الثامن:

أثبت أن التابع

$$f(x)=\frac{2-3\cos x}{4+3\cos x}$$

يُكتب بالشكل

$$f(x)=\frac{6}{4+3\cos x}-1$$

ثم استنتج أنّ f محدود

التمرين التاسع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$$

١. أثبت محدودية f

٢. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{3+\cos x}\right)$

التمرين العاشر:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x)=5x+\cos x$$

ادرس سلوك التابع f في جوار $+\infty$

ثم احسب قيمة تقديرية للمقدار $f(10000)$

مبيناً الخطأ في الحساب

التمرين الحادي عشر: ليكن لدينا التابع f المعرف على $I=[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$$

١. أثبت أنّ $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$ أياً يكن $x\geq 0$

٢. استنتج أنّ $\frac{1}{\sqrt{x+2}}\leq f(x)\leq\frac{1}{\sqrt{x}}$ في حالة $x>0$

٣. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الثاني عشر:

ليكن f تابع معرف على $[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\sqrt{x+3}-\sqrt{x}$$

١. أُثبت أنه من أجل عدد حقيقي x من I لدينا:

$$f(x)=\frac{3}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}$$

٢. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I :

$$0\leq f(x)\leq\frac{3}{\sqrt{x}}$$

٣. استنتج نهاية f عند الـ $+\infty$

"في عصر السُّرعة، وزمن العَجَلة،
قد تنظر لإنجازاتِك بعين البُطء حتى تكاد تتخلَّى
عنها ظناً منك بعدم جَدواها..
لكن سأخبرك: أن أكثر الأشياء رسوخاً وجَوْدةً تلك
التي تأخذ وقتها الكافي لتنمُو، وتمرُّ بكلِّ مراحلها
لتنضج، أنت لا تحتاج لشيء سوى المُثابرة والصَّبر
"فما انقادَتِ الآمالُ إلا لصَابِرِ!" ♡

الطلاب الأحب والأقرب..
نحن معكم حتى تتحقق الأحلام 😍🔥

T. KHALED AMER