المُسند في

الرياضيات

حلول الاسئلة الوزارية

السادس العلمي

الأستاذ

ميكرو ليد

2024

أشرف على التنقيح والمتابعة
المساعد الأستاذ مصطفى قاسم

2023 - 1996



ملازم دار المغرب
077 100 55555
6561

شبكة المساعد التعليمية

قناة تعليمية تقدم لكم

1. الملازم الدراسية و الوزارية
2. المراجعات المركزة
3. الكتب المنهجية
4. الامتحانات و الملخصات الدراسية
5. الاخبار مع التحفيزات و النصائح

Telegram Bot

@EDIRQBot

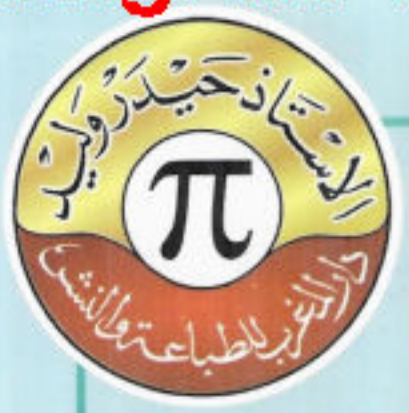
Telegram Channel

@SadsHelp

Telegram Group

@SadsGroup

Telegram : @SadsHelp



الرياضيات

الاستاذ حيدر وليد
07701780364

حلول الاسئلة الوزارية

الاعداد المركبة 1

1 العمليات على الاعداد
2 قيم x , y الحقيقية
3 الجذور التربيعية
4 تكوين المعادلة التربيعية
5 حل المعادلة التربيعية
6 المقياس والقيمة الاساسية للسعة والصيغة القطبية
7 كبرهنة ديموافر (الجزء الاول) مبرهنة ديموافر (الجزء الثاني)
8 نتيجة ديموافر

ملازم دار المغرب
077 100 55555
Mob: 6561

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

العمليات على الاعداد

1 ضع بالصورة العادية للمركب $(1+3i)^2 + (3-2i)^2$

1998 دور (1)

Sol :

$$(1+3i)^2 + (3-2i)^2 =$$
$$(1+6i-9) + (9-12i-4)$$
$$= (-8+6i) + (5-12i)$$
$$= (-8+5) + (6i-12i)$$
$$= -3-6i$$

2 جد بالصيغة العادية للمركب $(\frac{3-i}{1+i})^2$

1999 دور (1)

Sol :

$$(\frac{3-i}{1+i})^2 = (\frac{3-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i})^2$$
$$= (\frac{3-3i-i-1}{(1)^2+(1)^2})^2$$
$$= (\frac{2-4i}{2})^2 = (1-2i)^2$$
$$= 1-4i-4 = -3-4i$$

3 اذا كان $x = 2+3i$, $y = 3-i$
جد قيمة $x^2 + 2y^2$

2000 دور (1)

Sol :

$$x^2 + 2y^2 = (2+3i)^2 + 2(3-i)^2$$
$$= (4+12i-9) + 2(9-6i-1)$$
$$= (4+12i-9) + (18-12i-2)$$
$$= -5+12i+16-12i$$
$$= 11+0i$$

4 ضع ما يأتي بالصيغة العادية ثم جد نظيره الضربي للمركب $(-2+i)$ $(3+2i)$

2002 دور (1)

Sol :

$$(3+2i)(-2+i) = -6+3i-4i-2$$
$$= -8-i$$
$$\frac{1}{c} = \frac{1}{-8-i}\cdot\frac{-8+i}{-8+i} = \frac{-8+i}{(-8)^2+(-1)^2}$$
$$= \frac{-8+i}{65} = \frac{-8}{65} + \frac{1}{65}i$$

5 جد النظير الضربي للعدد المركب $(3+5i)$ ثم ضعه بالصيغة العادية

2003 دور (1)

Sol :

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{3+5i}\cdot\frac{3-5i}{3-5i}$$
$$= \frac{3-5i}{(3)^2+(5)^2} = \frac{3-5i}{34} = \frac{3}{34} - \frac{5}{34}i$$

6 اذا كان $x = 3+2i$, $y = 1-i$
اثبت $\overline{x+y} = \overline{x} + \overline{y}$

2006 تمهيدي

Sol :

$$\overline{x+y} = \overline{(3+2i)+(1-i)}$$
$$= \overline{4+i} = 4-i$$
$$\overline{x} + \overline{y} = \overline{(3+2i)} + \overline{(1-i)}$$
$$= 3-2i+1+i$$
$$= 4-i$$
$$\therefore \overline{x+y} = \overline{x} + \overline{y}$$

2018 تمهيدي/احيائي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

7 جد بالصيغة العادية للمركب $(1-\sqrt{3}\,i)^2-(2-\sqrt{3}\,i)^2$

2004 دور (1)

Sol :

$$(1-\sqrt{3}i)^2-(2-\sqrt{3}i)^2=$$
$$(1-2\sqrt{3}i-3)-(4-4\sqrt{3}i-3)$$
$$=(-2-2\sqrt{3}i)-(1-4\sqrt{3}i)$$
$$=(-2-2\sqrt{3}i)+(-1+4\sqrt{3}i)$$
$$=(-2+(-1))+(-2\sqrt{3}i+4\sqrt{3}i)$$
$$=-3+2\sqrt{3}i$$

8 جد ناتج ماياتي بالصيغة الديكارتية $(3+4i)^2+(5-3i)(1+i)$

2005 دور (1)

Sol :

$$(3+4i)^2+(5-3i)(1+i)=$$
$$(9+24i-16)+(5+5i-3i+3)$$
$$=(-7+24i)+(8+2i)$$
$$=(-7+8)+(24i+2i)$$
$$=1+26i \Rightarrow (1,26)$$

9 اذا كان $a+bi=\frac{2+i}{1-i}$ اثبت $2(a^3+b^3)=7$

2010 تمهيدي

Sol :

2022 د1 تطبيقي

$$a+bi=\frac{2+i}{1-i}=\frac{2+i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$
$$=\frac{2+2i+i-1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$
$$a=\frac{1}{2},b=\frac{3}{2}$$
$$2(a^3+b^3)=2((\frac{1}{2})^3+(\frac{3}{2})^3)$$
$$=2(\frac{1}{8}+\frac{27}{8})=2(\frac{28}{8})=7$$

10 ضع بالصورة العادية للمركب $(1+i)^5-(1-i)^5$

2012 دور (2)

Sol :

$$(1+i)^5=(1+i)^4(1+i)$$
$$=\left[(1+i)^2\right]^2(1+i)$$
$$=(1+2i-1)^2(1+i)$$
$$=(2i)^2(1+i)=-4(1+i)$$
$$=-4-4i$$
$$(1-i)^5=(1-i)^4(1-i)$$
$$=\left[(1-i)^2\right]^2(1-i)$$
$$=(1-2i-1)^2(1-i)$$
$$=(-2i)^2(1-i)$$
$$=-4(1-i)=-4+4i$$
$$(1+i)^5-(1-i)^5=$$
$$-4-4i-(-4+4i)=$$
$$-4-4i+4-4i=0-8i$$

11 اثبت ان $\frac{(1-i)^2}{1+i}+\frac{(1+i)^2}{1-i}=-2$

2012 دور (3)

Sol :

$$\frac{(1-i)^2}{1+i}=\frac{1-2i-1}{1+i}=\frac{-2i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$
$$=\frac{-2i-2}{1+1}=\frac{-2-2i}{2}=-1-i$$
$$\frac{(1+i)^2}{1-i}=\frac{1+2i-1}{1-i}=\frac{2i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$
$$=\frac{2i-2}{1+1}=\frac{-2+2i}{2}$$
$$=-1+i$$

2020 تمهيدي تطبيقي

$$\frac{(1-i)^2}{1+i}+\frac{(1+i)^2}{1-i}=-1-i+(-1+i)$$
$$=-1-i-1+i$$
$$=-2$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

12 جد قيمة $(1-i)(1-i^2)(1-i^3)$

2013 دور (1)

Sol : $(1-i)(1-i^2)(1-i^3) =$

$(1-i)(1+1)(1+i) =$

$(1-i)(2)(1+i) = (1-i)(2+2i)$

$= 2+2i-2i+2$

$= 4$

13 ضع المقدار $\frac{(1-i)^{13}}{64}$ بالصيغة العادية

Sol : $\frac{(1-i)^{13}}{64} = \frac{\left[(1-i)^2\right]^6(1-i)}{64}$

$= \frac{(1-2i-1)^6(1-i)}{64}$

$= \frac{(-2i)^6.(1-i)}{64}$

2013 خارج القطر

$= \frac{64\, i^6\,(1-i)}{64}$

$= -1(1-i) = -1+i$

14 اذا كان $c_1 = 7-4i$, $c_2 = 2-3i$

فتحقق من : $\left(\frac{c_1}{c_2}\right) = \frac{\overline{c_1}}{\overline{c_2}}$

2014 تمهيدي

Sol :

LHS : $\left(\frac{\overline{c_1}}{c_2}\right) = \left(\frac{\overline{7-4i}}{2-3i}\right)$

$= \left(\frac{\overline{7-4i}}{2-3i}\right).\left(\frac{2+3i}{2+3i}\right)$

$= \left(\frac{\overline{14+21i-8i+12}}{4+9}\right)$

$= \left(\frac{\overline{26+13i}}{13}\right)$

$= \overline{2+i} = 2-i$

RHS : $\frac{\overline{c_1}}{c_2} = \frac{\overline{7-4i}}{2-3i} = \frac{7+4i}{2+3i}$

$= \frac{7+4i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i}$

$= \frac{14-21i+8i+12}{4+9}$

$= \frac{26-13i}{13} = 2-i$

$\therefore \left(\frac{\overline{c_1}}{c_2}\right) = \frac{\overline{c_1}}{\overline{c_2}}$

15 اثبت ان $\frac{1}{(1+2i)^2} + \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{-6}{25}$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$\frac{1}{(1+2i)^2} + \frac{1}{(1-2i)^2}$

$= \frac{1}{1+4i-4} + \frac{1}{1-4i-4}$

$= \frac{1}{-3+4i} + \frac{1}{-3-4i}$

$= \frac{(-3-4i)+(-3+4i)}{9+16}$

$= \frac{-3-3+-4i+4i}{25} = \frac{-6}{25}$

16 اذا علمت ان $x = 8-i$, $y = 2+i$

تحقق ان $\overline{xy} = \overline{x}.\overline{y}$ ؟

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$\overline{xy} = \overline{(2+i)(8-i)}$

$= \overline{16-2i+8i+1}$

$= \overline{17+6i} = 17-6i$

$\overline{x}.\overline{y} = \overline{(2+i)}\,.\,\overline{(8-i)}$

$= (2-i)\,.\,(8+i)$

$= 16+2i-8i+1$

$= 17-6i$

$\therefore \quad \overline{xy} = \overline{x}.\overline{y}$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

ضع بالصيغة العادية الجبرية ناتج $\frac{i}{(\sqrt{2}+i)^2}+\frac{i}{(\sqrt{2}-i)^2}$

17 2020 دور (1) احيائي

$$\frac{i}{(\sqrt{2}+i)^2}+\frac{i}{(\sqrt{2}-i)^2}$$

$$\frac{i}{2+2\sqrt{2}i-1}+\frac{i}{2-2\sqrt{2}i-1}$$

$$=\frac{i}{1+2\sqrt{2}i}+\frac{i}{1-2\sqrt{2}i}$$

$$=\frac{i}{1+2\sqrt{2}i}\cdot\frac{1-2\sqrt{2}i}{1-2\sqrt{2}i}+\frac{i}{1-2\sqrt{2}i}\quad\frac{1+2\sqrt{2}i}{1+2\sqrt{2}i}$$

$$=\frac{i+2\sqrt{2}}{1+8}+\frac{i-2\sqrt{2}}{1+8}$$

$$=\frac{i+2\sqrt{2}+i-2\sqrt{2}}{9}=\frac{2i}{9}$$

اثبت ان : $\frac{1}{(2-i)^2}-\frac{1}{(2+i)^2}=\frac{8}{25}i$

18 2020 تمهيدي احيائي — 2021 دور(2) تطبيقي

$$=\frac{1}{4-4i-1}-\frac{1}{4+4i-1}$$

$$=\frac{1}{3-4i}-\frac{1}{3+4i}$$

$$=\frac{1}{3-4i}\cdot\frac{3+4i}{3+4i}-\frac{1}{3+4i}\cdot\frac{3-4i}{3-4i}$$

$$=\frac{3+4i}{9+16}-\frac{3-4i}{9+16}$$

$$=\frac{(3+4i)-(3-4i)}{25}$$

$$=\frac{3+4i-3+4i}{25}=\frac{8i}{25}$$

اثبت ان : $\sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)}=2i$

19 2021 دور (1) احيائي

الطرف الايسر

$$=\sqrt{(1-i)(-1-1)(1+i)}$$

$$=\sqrt{-2(1+1)}\quad=\sqrt{-4}=2i$$ = الطرف الايمن

أثبت أن : $\frac{1}{(3+i)^2}+\frac{1}{(3-i)^2}=\frac{4}{25}$

20 2022 د1 احيائي

$$\frac{1}{9+6i-1}+\frac{1}{9-6i-1}=\frac{1}{8+6i}+\frac{1}{8-6i}$$

$$\frac{1}{8+6i}\cdot\frac{8-6i}{8-6i}+\frac{1}{8-6i}\cdot\frac{8+6i}{8+6i}$$

$$\frac{8-6i}{(8)^2+(6)^2}+\frac{8+6i}{(8)^2+(6)^2}=\frac{8-6i+8+6i}{100}$$

$$=\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$$ و . هـ . م

ضع بالصيغة العادية :

21 2022 دور (2) احيائي

$$\frac{(1+i)^2}{(1+2i)^2}-\frac{(1-i)^2}{(1-2i)^2}$$

$$\frac{(1+2i-1)}{(1+4i-4)}-\frac{1-2i-1}{1-4i-4}$$

$$\frac{2i}{-3+4i}\cdot\frac{-3-4i}{-3-4i}+\frac{2i}{-3-4i}\cdot\frac{-3+4i}{-3+4i}$$

$$\frac{-6i+8}{9+16}+\frac{-6i-8}{9+16}\Rightarrow\frac{-6i+8-6i-8}{25}=\frac{-12}{25}i=0-\frac{12}{25}i$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

22 اذا علمت ان $x = 2+3i$ جد $x^2 - 3x + \sqrt{-16}$ بالصيغة العادية

2023 تمهيدي/ احيائي

Sol:

$$(2+3i)^2 - 3(2+3i) + \sqrt{16}\ i$$
$$4+12i-9-6-9i+4i$$
$$=-11+7i$$

MATHEMATIC

23 اذا كان $y = \frac{3-i}{1+i}$, $x = (3-2i)^2$
جد y , x بالصيغة العادية (الجبرية) ثم
اثبت ان $\overline{x-y} = \bar{x} - \bar{y}$

2023 دور(1) احيائي

Sol:

$$x = (3-2i)^2 = 9-12i-4 = 5-12i$$
$$y = \frac{3-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{3-3i-i-1}{2}$$
$$= \frac{+2-4i}{2} = 1-2i$$
$$\overline{x-y} = \bar{x} - \bar{y}$$
$$\overline{x-y} = \overline{(5-12i)-(1-2i)}$$
$$\overline{x-y} = \overline{(5-12i-1+2i)}$$
$$\overline{x-y} = \overline{4-10i}$$
$$\overline{x-y} = \overline{4+10i}$$
$$\bar{x} - \bar{y} = \overline{(5-12i)} - \overline{(1-2i)}$$
$$= 5+12i-(1+2i)$$
$$= 5+12i-1-2i$$
$$= 4+10i$$
$$\overline{x-y} = \bar{x} - \bar{y} \quad \therefore$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

ايجاد قيم x , y الحقيقية

1 جد قيمتي $x,y \in R$ التي تحقق
$(2x+i)(y-2i) = -2-9i$

Sol : $(2x+i)(y-2i) = -2-9i$

$2xy - 4xi + yi + 2 = -2 - 9i$

$(2xy+2) + (-4x+y)i = -2-9i$

$2xy + 2 = -2$

$[2xy = -4] \div 2 \Rightarrow xy = -2$ الحقيقي=الحقيقي

$y = \frac{-2}{x}$ ..... (1)

$-4x + y = -9$ ..... (2)

التخيلي=التخيلي نعوض (1) في (2)

$\left[-4x + (\frac{-2}{x}) = -9\right].x$

$-4x^2 - 2 = -9x \Rightarrow 4x^2 - 9x + 2 = 0$

$(4x-1)(x-2) = 0$

either $4x = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}}$

or $(x-2) \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$\boxed{y = \frac{-2}{x} = \frac{-2}{\frac{1}{4}} = -8}$

$\boxed{y = \frac{-2}{2} = -1}$

1996 دور (1)

2 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق
$(2+xi)(-x+i) = \frac{9y^2+49}{3y+7i}$

1998 دور (2)

Sol :

$(2+xi)(-x+i) = \frac{9y^2+49}{3y+7i} \Rightarrow$

$(-2x+2i-x^2i+xi^2) = \frac{9y^2-49i^2}{3y+7i}$

$(-2x-x) + (2-x^2)i = \frac{(3y-7i)(3y+7i)}{3y+7i}$

$-3x + (2-x^2)i = 3y - 7i$

$-3x = 3y$

$-x = y$ ..... (1)

$2 - x^2 = -7 \Rightarrow -x^2 = -7 - 2$

$x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

$x = 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

$x = -3 \Rightarrow \boxed{y = 3}$

3 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق المعادلة
$\frac{y}{1+i} = \frac{x^2+4}{x+2i}$

2003 دور (3)

Sol :

$\frac{x^2-4i^2}{x+2i} = \frac{y}{1+i} \Rightarrow$

$\frac{(x-2i)(x+2i)}{x+2i} = \frac{y}{1+i}$

$x - 2i = \frac{y}{1+i}$

$(x-2i)(1+i) = y$

$x + xi - 2i + 2 = y$

$(x+2) + (x-2)i = y + 0i$

$x + 2 = y$ ..... (1)

$x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$ ..... (2)

نعوض (2) في (1)

$2 + 2 = y$

$\boxed{y = 4}$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

4 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق

$$(3x+2yi)^2=\frac{200}{4+3i}$$

1999 دور (2)

Sol :

$$(3x+2yi)^2=\frac{200}{4+3i}\Rightarrow$$

$$9x^2+12xyi+4y^2i^2=\frac{200}{4+3i}\cdot\frac{4-3i}{4-3i}$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=\frac{800-600i}{(4)^2+(3)^2}$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=\frac{800}{25}-\frac{600}{25}i$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=32-24i$$

$9x^2-4y^2=32$..... (1) الحقيقي=الحقيقي

$[12xy=-24]\div 12$ التخيلي=التخيلي

$xy=-2\Rightarrow y=\frac{-2}{x}$..... (2)

نعوض (2) في (1)

$$9x^2-4(\frac{-2}{x})^2=32$$

$$\left[9x^2-4(\frac{4}{x^2})=32\right]x^2$$

$$9x^4-16=32x^2$$

$$9x^4-32x^2-16=0$$

$$(9x^2+4)(x^2-4)=0$$

أما $9x^2+4=0\Rightarrow x^2=\frac{-4}{9}\notin R$

أو $x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow \boxed{x=\pm 2}$

نعوض قيم (x) في (1)

$x=2\Rightarrow \boxed{y=\frac{-2}{2}=-1}$

$x=-2\Rightarrow \boxed{y=\frac{-2}{-2}=1}$

5 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق

$$x(x+i)+y(y-i)+i=13$$

2000 دور (2)

Sol :

$$x(x+i)+y(y-i)+i=13$$

$$(x^2+xi)+(y^2-yi)=13-i$$

$$(x^2+y^2)+(x-y)i=13-i$$

الحقيقي التخيلي

$x^2+y^2=13$..... (1)

$x-y=-1\Rightarrow x=y-1$..... (2)

نعوض (2) في (1)

$$(y-1)^2+y^2=13\Rightarrow$$

$$y^2-2y+1+y^2-13=0$$

$[2y^2-2y-12=0]\div 2$

$$y^2-y-6=0$$

$$(y-3)(y+2)=0$$

أما $(y-3)=0$

$\boxed{y=3}$

أو $y+2=0\Rightarrow \boxed{y=-2}$

نعوض قيم (y) في (2)

$y=3\Rightarrow x=3-1\Rightarrow \boxed{x=2}$

$y=-2\Rightarrow x=-2-1\Rightarrow \boxed{x=-3}$

Telegram : @SadsHelp

6 جد قيمتي $x,y\in R$ التي تحقق

$$\frac{2-i}{1+i}x+\frac{3-i}{2+i}y=\frac{1}{i}$$

2004 دور (2)

2005 دور (2)

2023 دور 2 تطبيقي

Sol :

$$(\frac{2-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i})x+(\frac{3-i}{2+i}.\frac{2-i}{2-i})y=(\frac{1}{i}.\frac{-i}{-i})$$

$$(\frac{2-2i-i-1}{1+1})x+(\frac{6-3i-2i-1}{4+1})y=-i$$

$$(\frac{1-3i}{2})x+(\frac{5-5i}{5})y=-i$$

$$\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}xi+y-yi=0-i$$

$$\left[\frac{1}{2}x+y=0\right]\times 2$$ الحقيقي=الحقيقي

$$x+2y=0\Rightarrow x=-2y.....(1)$$

$$\left[-\frac{3}{2}x-y=-1\right]\times 2$$

$$-3x-2y=-2.....(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$-3(-2y)-2y=-2$$

$$6y-2y=-2$$

$$4y=-2\Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{2}}$$

نعوض قيم (y) في (1)

$$x=-2(-\frac{1}{2})$$

$$\boxed{x=1}$$

7 جد قيمتي $x,y\in R$ اذا علمت ان

$$\frac{x-yi}{x^2+y^2}=\frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

2018 دور (1) احيائي - خارج

2002 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$\frac{x-yi}{x^2-y^2i^2}=\frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$\frac{x-yi}{(x-yi)(x+yi)}=\frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$\frac{1}{x+yi}=\frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$x+yi=(1+xi)(3+i)$$

$$x+yi=3+i+3xi-x$$

$$x+yi=(3-x)+(3x+1)i$$

$$x=3-x\Rightarrow 2x=3$$

$$\boxed{x=\frac{3}{2}}$$

$$y=3x+1$$ نعوض قيمة (x)

$$y=3(\frac{3}{2})+1$$

$$y=\frac{9}{2}+1\Rightarrow y=\frac{9+2}{2}$$

$$\boxed{y=\frac{11}{2}}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

8 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$y+5i=(2x+i)(x+i)$$

2008 دور (2)

Sol :

$$y+5i=2x^2+2xi+xi-1$$

$$y+5i=(2x^2-1)+(3x)i$$

$$2x^2-1=y \quad \ldots\ldots 1$$

$$3x=5 \Rightarrow \boxed{x=\frac{5}{3}} \quad \ldots\ldots 2$$

نعوض 2 في 1

$$2(\frac{5}{3})^2-1=y$$

$$2(\frac{25}{9})-1=y \Rightarrow \frac{50}{9}-1=y$$

$$y=\frac{50-9}{9}$$

$$\boxed{y=\frac{41}{9}}$$

2020 تمهيدي احيائي

9 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$(3+2i)^2 y=(x+3i)^2$$

2009 تمهيدي

Sol :

$$(9+12i-4)y=x^2+6xi-9$$

$$5y+12yi=(x^2-9)+6xi$$

$$5y=x^2-9 \quad \ldots\ldots 1$$

$$[12y=6x] \div 6 \Rightarrow 2y=x \quad \ldots. 2$$

نعوض 2 في 1

$$5y=(2y)^2-9$$

$$5y=4y^2-9$$

$$4y^2-5y-9=0$$

$$(4y-9)(y+1)=0$$

either $4y-9=0 \Rightarrow \boxed{y=\frac{9}{4}}$

or $y+1=0 \Rightarrow \boxed{y=-1}$

نعوض قيم y في 1

$$y=\frac{9}{4} \Rightarrow x=2(\frac{9}{4})$$

$$\boxed{x=\frac{9}{2}}$$

$$y=-1 \Rightarrow x=2(-1)$$

$$\boxed{x=-2}$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

10 جد $x,y \in R$ اذا علمت $\frac{-2}{x+yi}, \frac{1-5i}{3-2i}$ مترافقان

2020 دور (1) احيائي

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{1+5i}{3+2i}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{1+5i}{3+2i}\cdot\frac{3-2i}{3-2i}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{3-2i+15i+10}{9+4}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{13+13i}{13}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=1+i$$

$$x+yi=\frac{-2}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi=\frac{-2+2i}{2}$$

$$x+yi=-1+i$$

$\boxed{x=-1}$, $\boxed{y=1}$

11 جد قيمتي x,y الحقيقيتان اذا علمت ان $(\frac{1-i}{1+i})+(x+yi)=(1+2i)^2$

2015 تمهيدي

Sol :

$$(\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i})+(x+yi)=1+4i-4$$

$$(\frac{1-i-i-1}{(1)^2+(1)^2})+(x+yi)=-3+4i$$

$$\frac{-2i}{2}+(x+yi)=-3+4i$$

$$(0-i)+(x+yi)=-3+4i$$

$\boxed{x=-3}$

$$-1+y=4$$

$\boxed{y=5}$

12 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق المعادلة $\frac{125}{11+2i}x+(1-i)^2y=11$

2016 تمهيدي

Sol :

$$(\frac{125}{11+2i}\cdot\frac{11-2i}{11-2i})x+(1-2i-1)y=11$$

$$(\frac{125\ (11-2i)}{(11)^2+(2)^2})\ x-2yi=11$$

$$(\frac{125\ (11-2i)}{125})\ x-2yi=11$$

$$(11-2i)x-2yi=11+0i$$

$$11x-2xi-2yi=11+0i$$

$[11x=11]\div 11 \Rightarrow x=1$

(حقيقي = حقيقي)

$[-2x-2y=0]\div -2$

(تخيلي = تخيلي)

$$x+y=0$$

$$1+y=0$$

$\boxed{y=-1}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

13 جد قيمتي x, y الحقيقيتان اذا علمت ان $\frac{6}{x+yi}$, $\frac{3+i}{2-i}$ مترافقان

2015 دور (3)
2017 تمهيدي احيائي
2020 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$\frac{3-i}{2+i}=\frac{6}{x+yi}$$

$$\left(\frac{3-i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}\right)=\frac{6}{x+yi}$$

$$\frac{6-3i-2i-1}{4+1}=\frac{6}{x+yi}$$

$$\frac{5-5i}{5}=\frac{6}{x+yi}$$

$$1-i=\frac{6}{x+yi}$$

$$x+yi=\frac{6}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$x+yi=\frac{6+6i}{2}$$

$$x+yi=3+3i$$

$$\Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=3}$$

14 اذا كان $y=\frac{3-i}{1+i}$, $x=(3-2i)^2$
جد x,y بالصيغة العادية , ثم اثبت ان $\overline{x+y}=\bar{x}+\bar{y}$

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$$y=\frac{3-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{3-3i-i-1}{(1)^2+(1)^2}$$

$$=\frac{2-4i}{2}=1-2i$$

$$x=(3-2i)^2=9-12i-4$$

$$=5-12i$$

$$\overline{x+y}=\overline{(5-12i)+(1-2i)}$$

$$=\overline{5+1-12i-2i}$$

$$=\overline{6-14i}$$

$$=\overline{6+14i}$$

$$\bar{x}+\bar{y}=\overline{5-12i}+\overline{1-2i}$$

$$=(5+12i)+(1+2i)$$

$$=5+1+12i+2i$$

$$=6+14i$$

$$\therefore \overline{x+y}=\bar{x}+\bar{y}$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان $\frac{3-2i}{i}$, $\frac{x-yi}{1+5i}$ مترافقان
جد قيمتي x,y

15

2017 دور (3) احيائي - داخل
2016 دور (3)

Sol :

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{3+2i}{-i}$$

غيرنا اشارة الاجزاء التخيلية للطرف بكامله

الطرف ثابت الاشارة

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{3+2i}{-i}\cdot\frac{i}{i}$$

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{-2+3i}{1}$$

$$x-yi=(-2+3i)(1+5i)$$

$$x-yi=(-2-15)+(-10+3)i$$

$$x-yi=-17-7i$$

$$x=-17$$

$$y=7$$

جد قيم $x,y\in R$ اذا علمت ان

$$(\frac{1-i}{1+i})x+(1-3i)^2y=(1-i)(1+3i)$$

16

2017 دور (1) احيائي خارج

Sol :

$$(\frac{1-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i})x+(1-6i-9)y=1+3i-i+3$$

$$(\frac{1-i-i-1}{2})x+(-8-6i)y=4+2i$$

$$(\frac{-2i}{2})x-8y-6yi=4+2i$$

$$-xi-8y-6yi=4+2i$$

$$(-8y)+(-x-6y)i=4+2i$$

$$-8y=4\Rightarrow y=\frac{-1}{2}$$

$$-x-6y=2$$

$$-x-6(\frac{-1}{2})=2$$

$$-x+3=2$$

$$-x=-1$$

$$x=1$$

اذا كان العددان $\frac{5+i}{2-i}$, $\frac{x+yi}{3+4i}$
مركبان مترافقان , جد قيمتي $x,y\in R$

17

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$\frac{x+yi}{3+4i}=\frac{5-i}{2+i}$$

غيرنا اشارة الاجزاء التخيلية للطرف بكامله

الطرف ثابت الاشارة

$$(x+yi)(2+i)=(5-i)(3+4i)$$

$$(x+yi)(2+i)=15+20i-3i+4$$

$$(x+yi)(2+i)=19+17i$$

$$x+yi=\frac{19+17i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}$$

$$x+yi=\frac{38-19i+34i+17}{4+1}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

$$x+yi=\frac{55}{5}+\frac{15}{5}i$$

$$x+yi=11+3i$$

$$\boxed{x=11}\Rightarrow\boxed{y=3}$$

جد قيمة كل من $x\ ,\ y$ الحقيقيتين اللتين تحققان المعادلة $\frac{6}{x+yi}+(2-i)^2=4-3i$

18

2019 دور (1) احيائي

Sol :

$$\frac{6}{x+yi}+4-4i-1=4-3i$$

$$\frac{6}{x+yi}+3-4i=4-3i$$

$$\frac{6}{x+yi}=4-3i-3+4i$$

$$\frac{6}{x+yi}=1+i$$

$$x+yi=\frac{6}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi=\frac{6-6i}{2}$$

$$x+yi=3-3i$$

$$\boxed{x=3}\ ,\ \boxed{y=-3}$$

جد $x\ ,\ y\in R$ إذا علمت إن :

$$\left(\frac{1+5i}{1+i}\right)x-\left(\frac{7-i}{3+i}\right)y=\frac{-3}{i}$$

19

2021 دور 2 احيائي

$$\left(\frac{1+5i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}\right)x-\left(\frac{7-i}{3+i}.\frac{3-i}{3-i}\right)y=\frac{-3i^4}{i}$$

$$\left(\frac{1-i+5i+5}{2}\right)x-\left(\frac{21-7i-3i-1}{10}\right)y=+3i$$

$$\left(\frac{6+4i}{2}\right)x-\left(\frac{20-10i}{10}\right)y=+3i$$

$$(3+2i)x-(2-i)y=3i\Rightarrow 3x+2xi-2y+yi=3i$$

$3x-2y=0$ ..... $(1)\Rightarrow 2x+y=3$] .2

$4x+2y=6$ ..... (2)

$3x-2y=0$ ..... (3)

بالجمع ———————

$7x=6\Rightarrow\boxed{x=\frac{6}{7}}$ in 2

$[3(\frac{6}{7})-2y=0]*7\Rightarrow 18-14y=0$

$y=\frac{18}{14}\Rightarrow\boxed{y=\frac{9}{7}}$

جد قيمة كل من $x\ ,\ y$ الحقيقتين اللتين تحققان المعادلة :

$\underline{2x-1}+(2i)=\underline{1}+(y+1)i$

20

2022 تمهيدي تطبيقي

$2x-1=1\Rightarrow 2x=1+1$

$2x=2\Rightarrow\boxed{x=1}$

$2=y+1\Rightarrow y=2-1\Rightarrow\boxed{y=1}$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

21 جد قيمة $x, y \in R$ إذا علمت إن :

$(3x - i)(2y + i) + 11 = 7i$

2022 د1 احيائي

$6xy + 3xi - 2yi + 1 + 11 = 7i$

$6xy + 3xi - 2yi + 12 = 7i$

$6xy + 12 = 0\ ] \div 6$

$xy + 2 = 0 \Longrightarrow xy = -2\ ] \div x$

$y = \frac{-2}{x}$ ..... (1)

$3x - 2y = 7$ ..... (2)

$3x - 2(\frac{-2}{x}) = 7$

$3x + \frac{4}{x} = 7\ ]\ .x$

$3x^2 + 4 = 7x$

$3x^2 - 7x + 4 = 0$

$(3x - 4)(x - 1) = 0$

أما : $3x - 4 = 0 \Longrightarrow x = \frac{4}{3}$

$\Longrightarrow y = \frac{-2}{\frac{4}{3}} \Longrightarrow y = 2(\frac{3}{4})$

$y = -\frac{3}{2}$

أو : $x - 1 = 0 \Longrightarrow x = 1$

$y = \frac{-2}{x} \Longrightarrow y = \frac{-2}{1} \Longrightarrow \boxed{y = -2}$

22 جد $x, y \in R$ اذا علمت $\frac{2+i}{3-i}, \frac{5}{x+yi}$ مترافقان

2023 تمهيدي/ احيائي

Sol:

$\frac{5}{x+yi} = \frac{2-i}{3+i}$

$5\ (3+i) = (2-i)(x+yi)$

$15 + 5i = (2-i)(x+yi)\ *$

$x + yi = \frac{15+5i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i}$

* المضروب بالمجهول يصبح بالمقام

$x + yi = \frac{30+15i+10i-5}{4+1}$

$x + yi = \frac{25+25i}{5}$

$x + yi = \frac{25}{5} + \frac{25}{5}i$

$x + yi = 5 + 5i$

$x = 5$

$y = 5$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

MATHEMATICS

23 اذا كان $\frac{3+i}{2-i}$, $\frac{x+yi}{3+4i}$ عددان مترافقان
جد $x, y \in R$

Sol:

2023 دور(2) احيائي

$$\frac{x+yi}{3+4i}=\frac{3-i}{2+i}$$

$$(x+yi)(2+i)=(3-i)(3+4i)$$

$$2x+xi+2yi-y=9-3i+12i+4$$

$$2x-y=13 \ldots\ldots (1) \quad]*2$$

$$x+2y=9 \ldots\ldots (2)$$

$$4x-2y=26 \ldots\ldots (1)$$

$$x+2y=9 \ldots\ldots (2)$$

$$5x=35$$

$$x=\frac{35}{5} \Rightarrow x=7$$

$$7+2y=9 \Rightarrow 2y=9-7$$

$$2y=2] \div 2$$

$$\boxed{y=1}$$

Telegram : @SadsHelp

الجذور التربيعية

اذا كان $c,d \in R$ وكان $c+di=\frac{7-4i}{2+i}$ جد $\sqrt{2c-di}$

1

1997 دور (1)

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$c+di=\frac{7-4i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}$$

$$c+di=\frac{14-7i-8i-4}{(2)^2+(1)^2}$$

$$c+di=\frac{10-15i}{5}=2-3i$$

$$c=2$$

$$d=-3$$

$$\sqrt{2c-di}=\sqrt{2(2)-(-3)i}$$

$$x+yi=\sqrt{4+3i}$$ بالتربيع

$$(x^2-y^2)+2xyi=4+3i$$

$$x^2-y^2=4 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$[2xy=3]\div 2x$$

$$y=\frac{3}{2x} \ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$x^2-y^2=4$$

$$x^2-(\frac{3}{2x})^2=4$$

$$\left[x^2-\frac{9}{4x^2}=4\right].4x^2$$

$$4x^4-9=16x^2$$

$$4x^4-16x^2-9=0$$

$$(2x^2-9)(2x^2+1)=0$$

either $2x^2-9=0$

$$[2x^2=9]\div 2$$

$$x^2=\frac{9}{2}$$ بالجذر $\Rightarrow$ $\boxed{x=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}}$

or $2x^2+1=0$

$$2x^2=-1\Rightarrow x^2=\frac{-1}{2}\notin R$$ يهمل

نعوض قيم (x) في (2)

$$x=\frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$y=\frac{3}{2x}=\frac{3}{(\sqrt{2}.\sqrt{2})(\frac{3}{\sqrt{2}})}$$

$$\boxed{y=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$x=-\frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{y=\frac{3}{(\sqrt{2}.\sqrt{2})(\frac{-3}{\sqrt{2}})}=-\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$c_1=(\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$c_2=(\frac{-3}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد الجذران التربيعيان للعدد المركب

2 $(-1+7i)(1+i)$

2010 دور (2)

Sol :

$-1-i+7i-7=-8+6i$

$\sqrt{-8+6i}=x+yi$ بالتربيع

$-8+6i=(x^2-y^2)+2xyi$

$x^2-y^2=-8$..... (1)

$[2xy=6]\div 2x$

$y=\frac{3}{x}$..... (2)

نعوض (2) في (1)

$x^2-(\frac{3}{x})^2-8$

$\left[x^2-\frac{9}{x^2}=-8\right].x^2$

$x^4-9=-8x^2$

$x^2+8x^2-9=0$

$(x^2+9)(x^2-1)=0$

either $x^2+9=0\notin R$ يهمل

or $x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow \boxed{x=\mp 1}$

$x=1\Rightarrow \boxed{y=\frac{3}{1}=3}$

$x=-1\Rightarrow \boxed{y=\frac{3}{-1}=-3}$

$c_1=1+3i$

$c_2=-1-3i$

جد الجذران التربيعيان للعدد المركب

3 $\frac{14+2i}{1+i}$

2004 دور (2)

2009 دور (1)

Sol :

$\frac{14+2i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{14-14i+2i+2}{(1)^2+(1)^2}$

$\frac{16-12i}{2}=8-6i$

$x+yi=\sqrt{8-6i}$ بالتربيع

$(x^2-y^2)+2xyi=8-6i$

$x^2-y^2=8$..... (1)

$[2xy=-6]\div 2x$

$y=\frac{-3}{x}$..... (2)

نعوض (2) في (1)

$x^2-(\frac{-3}{x})^2=8$

$\left[x^2-\frac{9}{x^2}=8\right].x^2$

$x^4-9=8x^2$

$x^4-8x^2-9=0$

$(x^2-9)(x^2+1)=0$

either $x^2-9=0\Rightarrow x^2=9$ بالجذر

$\boxed{x=\mp 3}$

or $x^2+1=0\Rightarrow$ يهمل $\notin R$

$\boxed{y=\frac{-3}{x}=\frac{-3}{\mp 3}=\mp 1}$

$c=\mp(3-i)$

$c_1=3-i\ ,\ c_2=-3+i$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

4 2023 دور(2) احيائي

اذا كان $c+di=\frac{5-i}{1+i}$ جد الجذران التربيعيان للعدد $(4c-2di)$

Sol:

$$c+di=\frac{5-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{5-5i-i-1}{1+1}$$

$$c+di=\frac{4-6i}{2}=\frac{4}{2}-\frac{6i}{2}=2-3i$$

$$c=2\ ,\ d=-3$$

$$\sqrt{4c-2di}=\sqrt{4(2)-(2)(-3)i}$$

$\Rightarrow \sqrt{8+6i}=x+yi$ بالتربيع

$$8+6i=x^2+2xyi-y^2$$

$$x^2-y^2=8\ .....\ (1)$$

$$2xy=6\Rightarrow y=\frac{6}{2x}$$

$$\boxed{y=\frac{3}{x}}\ .....\ (2)$$

$$x^2-(\frac{3}{x})^2=8$$

$$x^2-\frac{9}{x^2}=8\ ].\ x^2$$

$$x^4-9=8x^2$$

$$x^4-8x^2-9=0$$

$$(x^2-9)(x^2+1)=0$$

يهمل

$$x^2-9=0\Rightarrow x^2=9\Rightarrow \boxed{x=\mp 3}$$

$$y=\frac{-3}{x}\Rightarrow y=\frac{-3}{\mp 3}\Rightarrow \boxed{y=\pm 1}$$

$$c=\mp(3+i)$$

5 2023 دور(2) تطبيقي

جد الجذر التربيعي للعدد $\frac{4}{1-\sqrt{-3}}$

$$\frac{4}{1-\sqrt{3}\,i}\cdot\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i}=\frac{4(1+\sqrt{3}\,i)}{4}$$

$\Rightarrow \sqrt{1+\sqrt{3}\,i}=x+yi$

$$1+\sqrt{3}\,i=x^2+2xyi-y^2$$

$$x^2-y^2=1\ .....\ (1)$$

$$2xy=\sqrt{3}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{2x}.....\ (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$x^2-(\frac{\sqrt{3}}{2x})^2=1$$

$$x^2-\frac{3}{4x^2}=1\ ]\ .\ 4x^2$$

$$4x^4-3=4x^2$$

$$4x^4-4x^2-3=0$$

$$(2x^2-3)(2x^2+1)=0$$

يهمل

$$2x^2-3=0$$

$$2x^2=3$$

$$x^2=\frac{3}{2}$$ بالجذر

$$x^2=\mp\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$y=\frac{\sqrt{3}}{2x}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{2(\frac{\mp\sqrt{3}}{\sqrt{2}})}=\frac{\mp 1}{\sqrt{2}}$$

$$c=\mp(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

تكوين المعادلة

اذا كان (1+2i) هو احد جذري المعادلة $x^2-(3-i)x+a=0$ فما جذرها الثاني وما قيمة a ؟

1

2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

المعادلة التربيعية $x^2-(M+L)x+M.L=0$

$x^2-(3-i)x+a=0$

let $M=1+2i$, L الجذر الثاني

$M+L=3-i$

$(1+2i)+L=3-i$

$L=3-i-(1+2i)$

$L=3-i-1-2i$

$L=2-3i$

$ML=a \Rightarrow (1+2i)(2-3i)=a$

$a=2-3i+4i+6$

$\boxed{a=8+i}$

اذا كان احد جذري المعادلة التربيعية $x^2+x-bx+c+8=0$ هو 1-3i جد قيمتي b,c الحقيقيتان ؟

2

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

let $M=1-3i$, $L=1+3i$

$M+L=(1-3i)+(1+3i)=2$

$M.L=(1-3i)(1+3i)=1+9$

$=10$

$x^2-(-1+b)x+(c+8)=0$

$\boxed{x^2-(M+L)x+M.L+0}$

$M+L=-1+b$

$2=-1+b \Rightarrow b=3$

$M.L=c+8$

$10=c+8$

$c=2$

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية اذا كان احد جذريها $(\sqrt{3}-i)^2$

3

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

$M=(\sqrt{3}-i)^2=3-2\sqrt{3}i-1$

$M=2-2\sqrt{3}i$

$L=2+2\sqrt{3}i$

$M+L=(2-2\sqrt{3}i)+(2+2\sqrt{3}i)$

$M+L=4$

$M.L=(2-2\sqrt{3}i)+(2+2\sqrt{3}i)$

$M.L=4+4\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i+12$

$M.L=16$

$x^2-(M+L)x+M.L=0$

$x^2-4x+16=0$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا علمت ان (2+i) هو احد جذري المعادلة $x^2 - hx + 5 - 5i = 0$ جد قيمة h حيث $h \in \mathbb{C}$ وما الجذر الاخر

4

2019 تمهيدي احيائي

Sol :

$m = 2 + i \ , \ L = ? \ , \ h = ?$

$m.L = 5 - 5i$

$(2 + i)L = 5 - 5i$

$L = \frac{5 - 5i}{2 + i} \cdot \frac{2 - i}{2 - i}$

$= \frac{10 - 5i - 10i - 5}{5}$

$= \frac{5 - 15i}{5} = 1 - 3i$

$L = (1 - 3i)$

$m + L = h$

$(2 + i) + (1 - 3i) = h$

$(2 + 1) + (i - 3i) = h$

$3 - 2i = h$

$\therefore h = 3 - 2i$

اذا كان (3-4i) هو احد جذري المعادلة التربيعية $x^2 - nx + 10 - 5i = 0$ فما الجذر الثاني وما قيمة n

5

2017 دور (2) تطبيقي

Sol :

$m = 3 - 4i \ , \ L = ? \ , \ n = ?$

$m.L = 10 - 5i$

$(3 - 4i)L = 10 - 5i$

$L = \frac{10 - 5i}{3 - 4i} \cdot \frac{3 + 4i}{3 + 4i}$

$= \frac{30 + 40i - 15i + 20}{(3)^2 + (4)^2}$

$= \frac{50 + 25i}{25} = \frac{50}{25} + \frac{25}{25}i$

$L = 2 + i$

$m + L = n$

$(3 - 4i) + (2 + i) = n$

$(3 + 2) + (i - 4i) = n$

$5 - 3i = n$

$n = 5 - 3i$

كون المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية واحدى جذريها $(3 - 4i)$

6

$m = 3 - 4i$

$L = 3 + 4i$

2020 دور (1) تطبيقي

2020 دور (1) احيائي

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

$$m+L=(3-4\cancel{i})-(3+4\cancel{i})$$
$$=6$$
$$m.L=(3-4i)(3+4i)$$
$$=9+16=25$$
$$x^2-6x+25=0$$

اذا كان $(1+2i)$ احد جذري المعادلة
$$2x^2-2x-bx+a-7=0$$
فما قيمة $a,b\in R$

7

2021 دور(1) احيائي

: من الجذران مترافقان

$$m=1+2i$$
$$L=1-2i$$
$$m+L=(1+2i)+(1-2i)=2$$
$$m.L=(1+2i)\,.\,(1-2i)$$
$$=1+4=5$$
$$\left[2x^2-x(2+b)+a-7=0\right]\div 2$$
$$x^2-x\left(\frac{2+b}{2}\right)+\left(\frac{a-7}{2}\right)=0$$
$$\underset{m+2}{\underline{\quad}}\qquad\underset{m\cdot L}{\underline{\quad}}$$
$$\frac{2+b}{2}=2\Big]*\theta 2$$
$$2+b=4\Rightarrow \boxed{b=2}$$
$$\left[\frac{a-7}{2}=5\right]*\theta 2$$
$$a-7=10$$
$$\boxed{a=17}$$

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $(5-i)$.

8

2022 تمهيدي تطبيقي

$$m=5-i$$
$$L=5+i$$
$$m+L=(5-i)+(5+i)\Rightarrow m+L=10$$
$$m\,.\,L=(5-i)\,.\,(5+i)$$
$$m\,.\,L=25+1\Rightarrow m\,.\,L=26$$
$$x^2-10x+26=0$$

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $\left(\frac{3+4i}{1-2i}\right)$.

9

2022 تمهيدي احيائي

$$\frac{3+4i}{1-2i}\cdot\frac{1+2i}{1+2i}=\frac{3+6i+4i-8}{1+4}$$
$$=\frac{-5+10i}{5}=\frac{-5}{5}+\frac{10}{5}i=-1+2i$$
$$m=-1+2i$$
$$L=-1-2i$$
$$m+L=(-1+2i)+(-1-2i)$$
$$m+L=-2$$
$$m\,.\,L=(-1+2i)\,.\,(-1-2i)$$
$$m\,.\,L=(-1)^2+(2)^2\Rightarrow m\,.\,L=1+4$$
$$m\,.\,L=5$$
$$x^2+2x+5=0$$

Telegram : @SadsHelp

إذا كان أحد جذري المعادلة :
$x^2 - 3ix - 6x + c = 0$
هو ضعف الآخر , جد قيمة c .

10

2022 تمهيدي احيائي

$m = ?\ ,\ L = 2m$

$x^2 - x(3i + 6) + c = 0$

$m + L = 6 + 3i$

$2m + m = 6 + 3i$

$3m = 6 + 3i\ ] \div 3$

$m = 2 + i$

$L = 2m = 2(2 + i)$

$L = 4 + 2i$

$m \cdot L = c$

$(2 + i)(4 + 2i) = c$

$8 + 4i + 4i - 2 = c$

$\boxed{6 + 8i = c}$

إذا كان كل من Z_1, Z_2 عدداً مركباً وكان $Z_1 + Z_2 = 4$ و $Z_1 Z_2 = 29$ جد Z_1 , Z_2 ثم كون المعادلة التربيعية التي جذراها Z_1 , Z_2

11

2022 دور 2 تطبيقي

∵ حاصل جمع الجذرين وحاصل ضرب الجذرين أعداد حقيقية .
∴ المعادلة ذات معاملات حقيقية .

Let $Z_1 = a + bi$
$Z_2 = a - bi$

$Z_1 + Z_2 = 4$
$(a + bi) + (a - bi) = 4$
$2a = 4 \Longrightarrow \boxed{a = 2}$

$Z_1 \cdot Z_2 = 29$
$(a + bi)(a - bi) = 29$
$a^2 + b^2 = 29$
$4 + b^2 = 29$
$b^2 = 29 - 4$
$b^2 = 25 \Longrightarrow b = \mp 5$

$Z_1 \rightarrow 2 + 5i \rightarrow 2 - 5i$

عددان مركبان مترافقان

المعادلة التربيعية $x^2 - 4x + 29 = 0$

اذا كان $i + 3i$ هو احد جذري المعادلة $x^2 - 3x - 2xi + k = 0$ فجد قيمة $k \in \mathbb{C}$ ثم جد الجذر الاخر.

12

2023 دور (1) تطبيقي

Sol:

$m = 1 + 3i$

$x^2 - x(3 + 2i) + k = 0$
$m + L \quad m.L$

$m + L = 3 + 2i$

$1 + 3i + L = 3 + 2i$

$L = 3 + 2i - 1 - 3i$

$\boxed{L = 2 - i}$

$m \cdot L = k$

$(1 + 3i)(2 - i) = k$

$2 - i + 6i + 3 = k$

$\boxed{k = 5 + 5i}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التربيعية

1 جد مجموعة الحل المعادلة التالية في c

$Z^2 + 2i\,(3-2i) = 3Z$

2017 دور (2) احيائي

Sol :

$Z^2 + 6i - 4i^2 = 3Z$

$Z^2 - 3Z + 4 + 6i = 0$

$a = 1\ ,\ b = -3\ ,\ c = 4 + 6i$

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)[4+6i]}}{2(1)}$$

$$Z = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 16 - 24i}}{2}$$

$$Z = \frac{3 \pm \sqrt{-7 - 24i}}{2}$$

$\sqrt{-7-24i} = x + yi$

$-7 - 24i = x^2 - y^2 + 2xyi$

$x^2 - y^2 = -7 \ldots\ldots\ldots 1$

$[2xy = -24] \div 2x$

$y = \frac{-12}{x} \ldots\ldots\ldots 2$

نعوض (2) في (1)

$x^2 - (\frac{-12}{x})^2 = -7$

$\left[x^2 - \frac{144}{x^2} = -7\right] x^2$

$x^4 - 144 = -7x^2$

$x^4 + 7x^2 - 144 = 0$

$(x^2 + 16)(x^2 - 9) = 0$

either $x^2 + 16 = 0 \notin R$ يهمل

or $x^2 - 9 = 0$

$[x^2 = 9]$ بالجذر $\Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

نعوض قيم (x) في (1)

$x = 3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-12}{3} = -4}$

$x = -3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-12}{-3} = 4}$

$\sqrt{-7-24i} = \pm(3-4i)$

$$Z = \frac{3 \pm (3-4i)}{2}$$

either

$$Z = \frac{3+3-4i}{2} = \frac{6}{2} - \frac{4i}{2}$$

$\boxed{Z = 3 - 2i}$

or

$$Z = \frac{3-3+4i}{2} = \frac{0}{2} + \frac{4i}{2}$$

$\boxed{Z = 2i}$

Telegram : @SadsHelp

طريقة اخرى للحل للسؤال السابق

Sol :

$$z^2-3z+6i-4i^2=0$$
$$(z^2-4i^2)-3(z-2i)=0$$
$$(z-2i)(z+2i)-3(z-2i)=0$$
$$(z-2i)(z+2i-3)=0$$

either $z-2i \Rightarrow z=2i$

or $z+2i-3=0 \Rightarrow z=3-2i$

$\{2i\ ,\ 3-2i\}$

2 حل المعادلة $z^4+13z^2+36=0$ في $\mathbb{C}$

Sol :

$$Z^4+13Z^2+36=0$$
$$(Z^2+9)(Z^2+4)=0$$

either $Z^2=-9 \xrightarrow{\text{بالجذر}} Z=\pm 3i$

or $Z^2=-4 \xrightarrow{\text{بالجذر}} Z=\pm 2i$

2009 دور (2)

*** يمكن حل السؤال بطريقة الدستور**

ويصبح القانون :

$$Z^2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

لأنها معادلة من الدرجة الرابعة

3 حل المعادلة التربيعية وبين هل ان الجذران مترافقان $Z^2-2Zi+3=0$

2020 تمهيدي احيائي

2021 دور(2) تطبيقي

$a=1$

$b=-2i$

$c=3$

$$Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{(-2i)^2-4(3)}}{2(1)}$$
$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{-4-12}}{2}$$
$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{-16}}{2}$$
$$Z=\frac{2i\mp 4i}{2}$$

اما $Z=\frac{2i-4i}{2}$

$$Z=\frac{-2i}{2}=-i$$

او $\frac{2i+4i}{2}=\frac{6i}{2}=3i$

$$Z=\{-i,3i\}$$

∴ الجذران غير مترافقان

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد مجموعة حل المعادلة

4

2017 دور(2) تطبيقي-موصل

$$Z^2+2Z+i(2-i)=0$$

$$Z^2+2Z+2i-i^2=0$$

$$Z^2+2Z+(1+2i)=0$$

$a=1$ $b=2$ $c=1+2i$

$$Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$Z=\frac{-(2)\mp\sqrt{(2)^2-4(1)[1+2i]}}{2(1)}$$

$$Z=\frac{-2\mp\sqrt{4-4-8i}}{2}$$

$$Z=\frac{-2+\sqrt{-8i}}{2}$$

((نجد $\sqrt{-8i}$ كما تعلمنا سابقاً)) لأن في الجذر i

بالتربيع $\sqrt{0-8i}=x+yi$

$$0-8i=(x^2-y^2)+2xyi$$

$$x^2-y^2=0 \quad .....(1)$$

$$[2xy=-8]\div 2x \Rightarrow y=\frac{-4}{x} \quad .....(2)$$

$$x^2-y^2=0$$

2021 دور(1) تطبيقي

$$x^2-\left(\frac{-4}{x}\right)^2=0 \Rightarrow \left[x^2-\frac{16}{x^2}=0\right].x^2$$

$$x^4-16=0$$

$$(x^2+4)(x^2-4)=0$$

أما $x^2+4=0$ يُهمل $\notin R$

أو $x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4$ بالجذر

$$x=\mp 2$$

$$y=\frac{-4}{x}=\frac{-4}{\mp 2}=\pm 2$$

هنا نعوض

$$\sqrt{-8i}=\mp(2-2i)$$

$$Z=\frac{-2\mp(2-2i)}{2}$$

أما $Z=\frac{-2+2-2i}{2}=\frac{-2i}{2}=-i$

أو $Z=\frac{-2-2+2i}{2}=\frac{-4+2i}{2}=-2+i$

Telegram : @SadsHelp

جد مجموعة الحل للمعادلة في $\mathbb{C}$:

$$x^2 - 6x + 25 = 0$$

5

2022 تمهيدي احيائي

$a = 1 \ , \ b = -6 \ , \ c = 25$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \mp \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(25)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{6 \mp \sqrt{36 - 100}}{2}$$

$$x = \frac{6 \mp \sqrt{-64}}{2}$$

$$x = \frac{6 \mp 8i}{2} = 3 \mp 4i$$

أما : $3 - 4i$

أو : $3 + 4i$

$S = \{3 - 4i \ , \ 3 + 4i\}$

حل المعادلة في $\mathbb{C}$:

6 $x^4 + 21x^2 - 100 = 0$

2022 دور 2 احيائي

$(x^2 + 25)(x^2 - 4) = 0$

أو : $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$x = \mp 2$

اما : $x^2 = -25$ بالجذر

$x = \mp 5i$

$S = \{\mp 5i \ , \ \mp 2\}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

MATHEMATICS

حل المعادلة في $\mathbb{C}$ $Z^2+2Z+4i=4i^6$

Sol:

2023 دور(1) احيائي

$Z^2+2Z+4i=-4$

$Z^2+2Z+4i+4=0$

$a=1 \quad , \quad b=2 \quad , \quad c=4i+4$

$$Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-2\mp\sqrt{4-4(4-4i)}}{2(1)}$$

$$=\frac{-2\mp\sqrt{(4-16-16i)}}{2}$$

$$=\frac{-2\mp\sqrt{-12-16i}}{2}$$

$\sqrt{-12-16i}=x+yi$ فرضية

$-12-16i=x^2+2xyi-y^2$

$x^2-y^2=-12$ ..... (1)

$2xy=-16 \Rightarrow \boxed{y=\frac{-16}{2x}=\frac{-8}{x}}$

$x^2-(\frac{-8}{x})^2=-12$

$x^2-\frac{64}{x^2}=-12 \quad]\times x^2$

$x^4-64=-12x^2$

$x^4+12x^2-64=0$

$(x^2+16)(x^2-4)=0$

$x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\mp 2$

$y=\frac{-8}{x}=\frac{-8}{\mp 2}=\mp 4$

$c=\mp(2-4i)$

$$Z=\frac{-2\mp 2-4i}{2}$$

$$Z=\frac{-2-2+4i}{2}=\frac{-4+4i}{2}=-2+2i$$

$$Z=\frac{-\cancel{2}+\cancel{2}-4i}{2}=\frac{-4i}{2}=-2i$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان $Z_1=3+4i$, $Z_2=5+2i$ وضح على شكل ارجاند Z_1+Z_2

2013 دور (3)

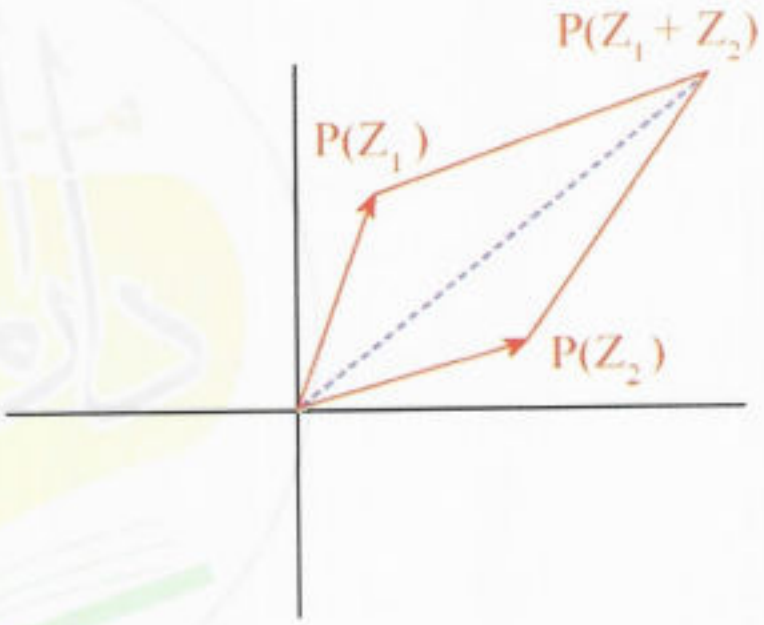
Sol :

$$z_1=3+4i \Rightarrow P(z_1)=(3,4)$$

$$z_2=5+2i \Rightarrow P(z_2)=(5,2)$$

$$z_1+z_2=z_3(3+4i)+(5+2i)$$

$$=8+6i \Rightarrow P(z_1+z_2)=(8,6)$$



اذا كان $x=4-2i$, $y=1+2i$

وضح بشكل ارجاند ① $x+y$, ② $x-y$

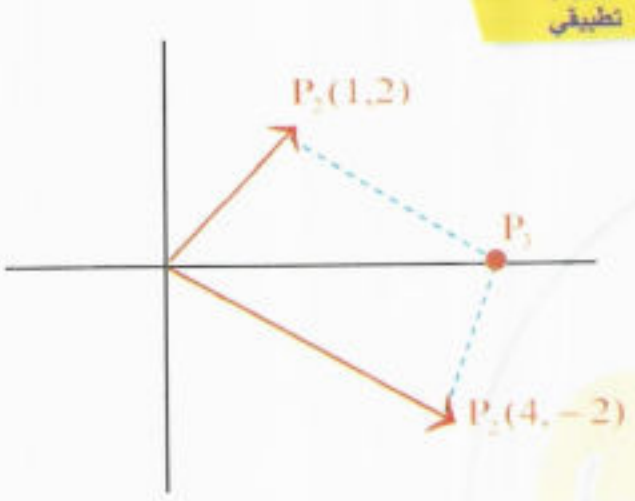
① $x=4+2i \Rightarrow P_1(4,-2)$

$y=1+2i \Rightarrow P_2(1,2)$

$x+y=(4+2i)+(1+2i)=5+0i$

$P_3(5,0)$

2020 دور(1) تطبيقي



② $x=4-2i \Rightarrow P_1(4,-2)$

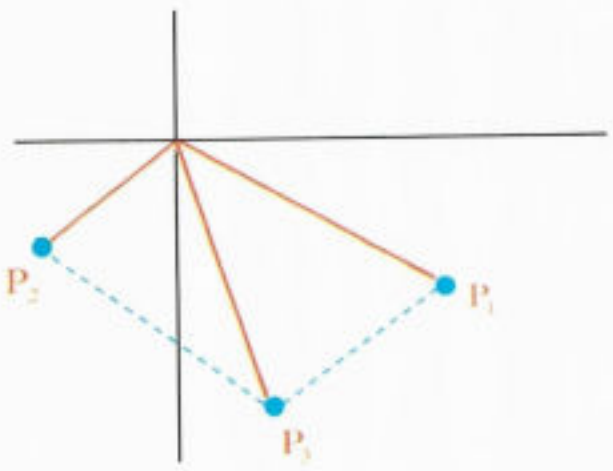
$y=1+2i \Rightarrow -y=(-1,-2i)$

$P_2(-1,-2)$

$x-y=4-2i-1-2i$

$=3-4i$

$P_3(3,-4)$



تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

المقياس والقيمة الاساسية للسعة والصيغة القطبية

1 ضع المقدار $\frac{7+\sqrt{3}i}{1+2\sqrt{3}i}$ بالصيغة العادية للعدد المركب ثم جد مقياسه وسعته الاساسية

2001 دور (1)

Sol :

$$\frac{7+\sqrt{3}i}{1+2\sqrt{3}i}\cdot\frac{1-2\sqrt{3}i}{1-2\sqrt{3}i}$$

$$=\frac{7-14\sqrt{3}i+\sqrt{3}i+6}{1+12}$$

$$=\frac{13-13\sqrt{3}i}{13}=1-\sqrt{3}i$$

$$\text{Modz}=\|z\|=r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$=\sqrt{(1)^2+(-\sqrt{3})^2}$$

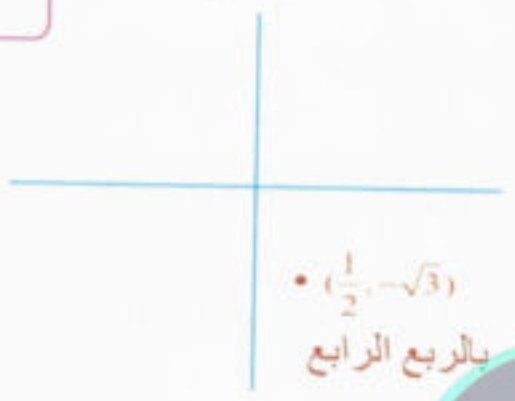
$$=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

بالربع الرابع $\theta=\frac{5\pi}{3}$



بالربع الرابع

2 اذا كان $Z=(-\sqrt{3},1)$ عدداً مركباً اكتب الشكل الجبري له ثم جد مقياسه والقيمة الاساسية للسعة

2002 دور (2)

Sol :

$$z=-\sqrt{3}+i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}$$

$$=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{6}$$ زاوية الاسناد

$$\theta=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$$ بالربع الثاني

3 اذا كان Z عدد مركب مقياسه 3 وسعته $\frac{\pi}{3}$ جد كلا من الشكل الديكارتي والجبري له

2003 دور (2)

Sol :

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$=3(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$$ الربع اول

$$=3(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$=(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2})$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

عبر عن العدد المركب بالصيغة القطبية

4 $2\sqrt{3}-2i$

2012 دور (1) 2013 خارج القطر 2014 نازحين

Sol: $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(-2)^2}$

$=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}$

$r=4$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

2020 تمهيدي تطبيقي

$\frac{\pi}{6}$ زاوية الاسناد هي

$\theta=2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$

θ تقع بالربع الرابع

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$z=4(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})$

الصورة القطبية

اكتب الصيغة القطبية للعدد المركب

5 $3-3\sqrt{3}i$

2015 دور (3)

Sol :

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(3)^2+(-3\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{9+27}=\sqrt{36}=6$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-3\sqrt{3}}{6}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$

السعة تقع بالربع الرابع

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

الصورة القطبية $z=6(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$

اكتب العدد $Z=(1+\sqrt{3}i)^2$ الصيغة القطبية

6

2016 دور (1)

Sol :

$(1+\sqrt{3}i)^2=1+2\sqrt{3}i-3$

$=-2+2\sqrt{3}i$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}=4$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

$\theta=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$ السعة تقع بالربع الثاني

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$z=4(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$

طريقة ثانية للحل

$z=1+\sqrt{3}i\Rightarrow r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta=\frac{\pi}{3}$ لان السعة تقع بالربع الاول

$c=2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$

$c^2=2^2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})^2$

$=4(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

7 اذا كان $Z=(\cos\theta+i\sin\theta)$ اثبت ان $(1+\bar{Z})Z=1+Z$ ؟

2018 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$(1+\bar{z})z=\left[1+\overline{(\cos\theta+i\sin\theta)}\right](\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$=\left[1+(\cos\theta-i\sin\theta)\right](\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$=\left[(\cos\theta+i\sin\theta)+(\cos\theta+i\sin\theta)(\cos\theta-i\sin\theta)\right]$$

$$=\left[(\cos\theta+i\sin\theta)+(\cos^2\theta+\sin^2\theta)\right]$$

$$=\left[(\cos\theta+i\sin\theta)+1\right]$$

$$=z+1=1+z$$

8 اذا كان $Z=\cos\theta+i\sin\theta$ اثبت ان $\dfrac{Z^n}{1+Z^{2n}}=\dfrac{1}{2\cos n\theta}$

2019 دور(2) تحيلي

Sol :

الطرف الايسر $\dfrac{Z^n}{Z^0+Z^{2n}}=\dfrac{Z^n}{Z^n(Z^{-n}+Z^n)}$

$Z^0=1$

$$\Rightarrow\frac{1}{Z^{-n}+Z^n}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{(\cos\theta+i\sin)^{-n}+(\cos\theta+i\sin)^n}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cos(-n)\theta+i\sin(-n)\theta+\cos n\theta+i\sin n\theta}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cos n\theta-i\sin n\theta+\cos n\theta+i\sin n\theta}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2\cos n\theta}$$ الطرف الايمن

9 اذا كان $Z=\cos 2x+i\sin 2x$ اثبت ان $\dfrac{2}{1+Z}=1-i\tan x$

2019 دور (1) تحيلي/خارج القطر

Sol :

الطرف الايسر $\dfrac{2}{1+\cos 2x+i\sin 2x}$

$$\Rightarrow\frac{2}{2\cos^2 x+i2\sin x\cos x}$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}(\cos^2 x+i\sin x\cos x)}$$

$$\frac{}{\cos^2 x+i\sin x\cos x}\cdot\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x-i\sin x\cos x}$$

$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^4 x+\sin^2 x\cos^2 x}$$

$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x(\cos^2 x+\sin^2 x)}$$

$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\cancel{\cos^2 x}}{\cancel{\cos^2 x}}-\frac{i\sin x\cancel{\cos x}}{\cancel{\cos^2 x}}$$

$$1-i\frac{\sin x}{\cos x}$$

$1-i\tan x$ الطرف الايمن

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

10 كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية والتي احد جذريها مقاسه (2) وسعته $\frac{5\pi}{3}$

2021 دور(1) تطبيقي

Sol :

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\cos\frac{5\pi}{3} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\sin\theta\,\frac{5\pi}{3} = \frac{y}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = -2\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{y = -\sqrt{3}}$$

$$\boxed{L = 1 - \sqrt{3}\,i}$$

$$L = 1 - \sqrt{3}\,i \qquad m = 1 + \sqrt{3}\,i$$

$$L + m = (1 - \sqrt{3}\,i) + (1 + \sqrt{3}\,i) = 2$$

$$L \,.\, m = (1 - \sqrt{3}\,i)(1 + \sqrt{3}\,i) = 1 + 3 = 4$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

11 باستخدام مبرهنة ديموافر أو التعميم ، احسب :

$$\sqrt{2}\left[\cos\frac{5\pi}{24} + i\sin\frac{5\pi}{24}\right]^{-6}$$

2021 دور(1) احيائي

2022 دور 2 احيائي

Sol :

$$= \sqrt{2}\left(\cos 6\left(\frac{5\pi}{24}\right) - i\sin 6\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right.$$

$$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} - i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$= -1 + i$$

MATHEMATIC

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مبرهنة ديموافر (الجزء الاول)

1 احسب ما يأتي: $\left[\cos\frac{5}{24}\pi+i\sin\frac{5}{24}\pi\right]^4$

2012 تمهيدي

Sol :

$$\left[\cos\frac{5\pi}{24}+i\sin\frac{5\pi}{24}\right]^4$$

$$=\left[\cos\frac{20}{24}\pi+i\sin\frac{20}{24}\pi\right]$$

$$=\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

ربع ثاني

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

2 بسط ما يأتي $\frac{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}{(\cos3\theta+i\sin3\theta)^3}$

2013 دور (2)

Sol :

$$\frac{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}{(\cos3\theta+i\sin3\theta)^3}=$$

$$\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^5\right]^2}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^3\right]^3}=$$

$$\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^9}=$$

$$\Rightarrow\cos\theta+i\sin\theta$$

3 بسط $[\text{Sin}\frac{\pi}{6}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{3}]^{-5}$

قانون $\text{Sin}\,0=\text{Cos}\,(\frac{\pi}{2}-0)$

$$\text{Sin}\frac{\pi}{6}=\text{Cos}\,(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6})$$

$$\text{Sin}\frac{\pi}{6}=\text{Cos}\,(\frac{3\pi-\pi}{6})$$

$$\text{Sin}\frac{\pi}{6}=\text{Cos}\frac{2\pi}{6}$$

$$\boxed{\text{Sin}\frac{\pi}{6}=\text{Cos}\frac{\pi}{3}}$$

2021 دور (2) احيائي

$$=[\text{Cos}\frac{\pi}{3}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{3}]^{-5}$$

$$=[\text{Cos}\frac{5\pi}{3}+i\,\text{Sin}\frac{5\pi}{3}]$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

4 ضع في ابسط صورة المقدار $\frac{(\cos2\theta+i\sin2\theta)^5}{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}$

2014 تمهيدي

Sol :

$$\frac{(\cos2\theta+i\sin2\theta)^5}{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}$$

$$=\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^2\right]^5}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^5\right]^2}$$

$$=\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}=1$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد بابسط صورة

$(\cos\theta+i\sin\theta)^8.(\cos\theta-i\sin\theta)^4$

5

2015 دور (1) خارج — 2022 دور 2 تطبيقي

Sol :

$(\cos\theta+i\sin\theta)^8.(\cos\theta-i\sin\theta)^4$

$=(\cos\theta+i\sin\theta)^8.(\cos\theta+i\sin\theta)^{-4}$

$=(\cos\theta+i\sin\theta)^4$

$=\cos4\theta+i\sin4\theta$

بسط المقدار

$$\frac{(\cos2\theta-i\sin2\theta)^{-5}}{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}+1$$

6

2017 دور (2) احيائي - موصل

Sol :

$$\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^{-2}\right]^{-5}}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^5\right]^2}+1$$

$$\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}+1$$

$=1+1=2$

$\frac{(\cos2\theta+i\sin2\theta)^5}{(\cos4\theta+i\sin4\theta)^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2=0$ هل ان

اثبت ذلك

7

2016 دور (2) خارج

Sol :

$$=\frac{(\cos2\theta+i\sin2\theta)^5}{(\cos4\theta+i\sin4\theta)^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$=\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^2\right]^5}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^4\right]^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$=\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^8}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$(\cos\theta+i\sin\theta)^2-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$

$=0$

اثبت ان

$$\left[\frac{(\cos3\theta+i\sin3\theta)^4}{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}\right](\cos\theta-i\sin\theta)^2=1$$

8

2017 دور (1) تطبيقي - داخل — 2023 دور 2 تطبيقي

Sol :

$$\left[\frac{(\cos3\theta+i\sin3\theta)^4}{(\cos5\theta+i\sin5\theta)^2}\right](\cos\theta-i\sin\theta)^2$$

$$=\left[\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{12}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}\right](\cos\theta+i\sin\theta)^{-}$$

$=(\cos\theta+i\sin\theta)^2(\cos\theta+i\sin\theta)^{-2}$

$=(\cos\theta+i\sin\theta)^0$

$=1$

9 احسب باستخدام مبرهن ديموافر وتعميمها :

$(\text{Cos}\frac{13\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{13\pi}{8})(\text{Cos}\frac{9\pi}{8}-i\,\text{Sin}\frac{9\pi}{8})$

2022 دور 2 احيائي

$(\text{Cos}\frac{13\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{13\pi}{8})(\text{Cos}\frac{9\pi}{8}-i\,\text{Sin}\frac{9\pi}{8})$

$(\text{Cos}\frac{\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{8})^{13}(\text{Cos}\frac{\pi}{8}-i\,\text{Sin}\frac{\pi}{8})^9$

$(\text{Cos}\frac{\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{8})^{13}(\text{Cos}\frac{\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{8})^{-9}$

عند الضرب تجمع الأسس

$(\text{Cos}\frac{\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{8})^4$

$(\text{Cos}\frac{4\pi}{8}+i\,\text{Sin}\frac{4\pi}{8})$

$(\text{Cos}\frac{\pi}{2}+i\,\text{Sin}\frac{\pi}{2})$

$=0+i$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مبرهنة ديموافر (الجزء الثاني)

1 جد باستخدام مبر هنة ديموافر $(1+i)^{11}$

2011 دور (2)
2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$z = 1 + i \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$= \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2020 تمهيدي احيائي

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

زاوية الاسناد تقع بالربع الاول

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$z^n = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$z^{11} = (\sqrt{2})^{11}\left[(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})\right]^{11}$$

$$z^{11} = \left[(\sqrt{2})^{11}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})^{11}\right]$$

$$= 32\sqrt{2}(\cos\frac{11\pi}{4} + i\sin\frac{11\pi}{4})$$

$$= 32\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$$

$$= 32\sqrt{2}(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$= 32(-1 + i)$$

$$= -32 + 32i$$

2 باستخدام مبر هنة ديموافر احسب قيمة $(1-i)^7$

2012 دور (1)
2013 تمهيدي

Sol :

$$z = 1 - i$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2015 دور (1) خارج القطر

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{4}$

2020 دور(1) تطبيقي

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

2022 د1 احيائي

بالربع الرابع

$$z = \sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$z^n = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$z^7 = (\sqrt{2})^7\left[(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})\right]^7$$

$$= \left[(\sqrt{2})^7(\cos\frac{49\pi}{4} + i\sin\frac{49\pi}{4})\right]$$

$$= 8\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$= 8\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$= 8 + 8i$$

Telegram : @SadsHelp

3 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(\sqrt{3}+i)^{-9}$

2014 دور (2)

2023 تمهيدي احيائي

Sol :

$z = \sqrt{3} + i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2}$

$= \sqrt{4} = 2$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ لان السعة تقع بالربع الاول

$z = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$z^n = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$

$z^{-9} = (2)^{-9}\left[(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})^{-9}\right]$

$= (2)^{-9}(\cos\frac{-9\pi}{6} + i\sin\frac{-9\pi}{6})$

$= \frac{1}{512}(\cos\frac{3\pi}{2} - i\sin\frac{3\pi}{2})$

$= \frac{1}{512}(0 + i)$

$= \frac{1}{512}i$

4 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(-\sqrt{3}+i)^5$

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

2022 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$z = -\sqrt{3} + i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (1)}$

$= \sqrt{4} = 2$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{6}$ زاوية الاسناد

$\theta = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ بالربع الثاني

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$z = 2(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z^n = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$

$z^5 = (2)^5\left[(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})\right]^5$

$= (2)^5(\cos\frac{25\pi}{6} + i\sin\frac{25\pi}{6})$

$= 32(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$= 32(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$= 16\sqrt{3} + 16i$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 باستخدام مبرهنة ديموافر احسب $(-1-\sqrt{-1})^{-3}$

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$z=-1-\sqrt{-1}\Rightarrow z=-1-i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}$$

$$=\sqrt{2}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{4}$

بالربع الثالث $\theta=\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$z=\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^{-3}=(\sqrt{2})^{-3}\left[(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})\right]^{-3}$$

$$=(\sqrt{2})^{-3}(\cos\frac{-15\pi}{4}+i\sin\frac{-15\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}(\cos\frac{7\pi}{4}-i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$$

6 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $\frac{1}{(1-\sqrt{3}i)^4}$

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

نرفع القوس الى البسيط $(1-\sqrt{3}i)^{-4}$

2023 دور 2 احيائي

$$z=1-\sqrt{3}i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$r=\sqrt{1+3}$$

$$r=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}$$

$$\theta=5\frac{\pi}{3}$$

بالربع الرابع

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$$

$$z^{-4}=(2)^{-4}(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})^{-4}$$

$$z^{-4}=\frac{1}{16}(\cos\frac{-20\pi}{3}+i\sin\frac{-20\pi}{3})$$

$$z^{-4}=\frac{1}{16}(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$z^{-4}=\frac{-1}{32}-\frac{\sqrt{3}}{32}i$$

Telegram : @SadsHelp

7 جد باستخدام مبرهنة ديموافر $(1+i)^{-5}$

2018 تمهيدي/احيائي

Sol :

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right]\theta=\frac{\pi}{4}$$

$$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$Z=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$Z^{-5}=\left(\sqrt{2}\right)^{-5}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})^{-5}$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$=\frac{-1}{8}+\frac{1}{8}i$$

8 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(2\sqrt{3}-2i)^{-2}$

2019 دور(1)احيائي

Sol :

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2)^2}=\sqrt{16}=4$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}\end{aligned}\right]\frac{\pi}{6}$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi-\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$$

$$n=-2\ ,\ \theta=\frac{11\pi}{6}\ ,\ r=4$$

2020 دور(1) تطبيقي

$$Z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$Z^{-2}=(4)^{-2}(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})^{-2}$$

$$=\frac{1}{(4)^2}(\cos\frac{11\pi}{6}(-2)+i\sin\frac{11\pi}{6}(-2))$$

$$=\frac{1}{16}(\cos\frac{11\pi}{3}-i\sin\frac{11\pi}{3})$$

$$=\frac{1}{16}(\cos\frac{5\pi}{3}-i\sin\frac{5\pi}{3})$$

$$=\frac{1}{16}(\frac{1}{2}-(\frac{-\sqrt{3}}{2})i)$$

$$=\frac{1}{32}+\frac{\sqrt{3}}{32}i$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

9 بأستخدام مبرهنة ديموافر إحسب ما يأتي : $(-2+2i)^5$

2022 تمهيدي احيائي

$(-2+2i)^5 \Longrightarrow (-2\,,2)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$

$r = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$r = 2\sqrt{2}$

$\text{Cos}\,\theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\text{Sin}\,\theta = \frac{y}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

حيدر وليد

$r = 2\sqrt{2}\ ,\ \theta = \frac{3\pi}{4}\ ,\ n = 5$

$Z^n = r^n\,[\text{Cos}\,\theta + i\,\text{Sin}\,\theta]^n$

$Z^5 = (2\sqrt{2})^5\,(\text{Cos}\,\frac{3\pi}{4} + i\,\text{Sin}\,\frac{3\pi}{4})^5$

$Z^5 = 128\sqrt{2}\,(\text{Cos}\,\frac{15\pi}{4} + i\,\text{Sin}\,\frac{15\pi}{4})$

$Z^5 = 128\sqrt{2}\,(\text{Cos}\,\frac{7\pi}{4} + i\,\text{Sin}\,\frac{7\pi}{4})$

$Z^5 = 128\sqrt{2}\,(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\,i)$

$Z^5 = 128 - 128i$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

نتيجة مبرهنة ديموافر

1 جد الجذور التربيعية للعدد المركب $(8i)$

2011 خارج القطر — 2021 دور(2) تطبيقي

Sol :

$\sqrt{8} = x + yi$ بتربيع الطرفين

$8i = (x^2 - y^2) + 2xyi$

$x^2 - y^2 = 0 \ldots\ldots$ (1)

$[2xy = 8] \div 2x$

$y = \frac{4}{x} \ldots\ldots\ldots$ (2)

نعوض (2) في (1)

$x^2 - (\frac{4}{x})^2 = 0$

$\left[x^2 - \frac{16}{x^2} = 0\right].x^2$

$x^4 - 16 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

either $x^2 - 4 = 0$

بالجذر $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

or $x^2 + 4 = 0 \notin R$ يهمل

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{-2} = -2$

$c_1 = (2 + 2i)$

$c_2 = (-2 - 2i)$

حل آخر باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

Sol :

$z = 0 + 8i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(0)^2 + (8)^2} = \sqrt{64}$

$r = 8 \Rightarrow$ زاوية الاسناد $\frac{\pi}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

$z = 8(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + \frac{i\sin\theta + 2k\pi}{n})$

if $k = 0$, $\frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 0}{2} = \frac{\pi}{4}$

$z_1 = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

$= 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = 2 + 2i$

if $k = 1$, $\frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{2} = \frac{5\pi}{4}$

$z_2 = \sqrt{8}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

$z_2 = 2\sqrt{2}(\frac{-1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$

$z_2 = -2 - 2i$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

2 جد الجذور التربيعية للعدد المركب $(-8i)$

2013 تمهيدي

Sol :

$$z = 0 - 8i \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(0)^2 + (-8)^2}$$

$$r = \sqrt{64} = 8$$

$$z = 8(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n})$$

if $k = 0, \frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{4}$

$$z_1 = \sqrt{8}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$$

$$= 2\sqrt{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = -2 + 2i$$

if $k = 1, \frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{2}$

$$= \frac{3\pi + 4\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$z_2 = \sqrt{8}(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$= 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$= 2 - 2i$$

3 جد الصيغة القطبية للجذور الخمسة للعدد المركب $(\sqrt{3} + i)^2$

2014 دور (1)

Sol :

$$z = \sqrt{3} + i \Rightarrow z = (\sqrt{3}, 1)$$

$$(x , y)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{4} \Rightarrow r = 2$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{6}$ الربع الاول

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$z^n = r^n(\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$z^2 = (2)^2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})^2$$

$$z^2 = 4(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n})$$

عندما $k = 0$, $\frac{\frac{\pi}{3} + 0}{5} = \frac{\pi}{15}$

$$z_1 = \sqrt[5]{4}(\cos\frac{\pi}{15} + i\sin\frac{\pi}{15})$$

عندما $k = 1 \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi}{5} = \frac{\pi + 6\pi}{5} = \frac{7\pi}{15}$

$$z_2 = \sqrt[5]{4}(\cos\frac{7\pi}{15} + i\sin\frac{7\pi}{15})$$

Telegram : @SadsHelp

عندما $k=2 \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3}+4\pi}{5}=\frac{13\pi}{15}$

$$z_3=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{13\pi}{15}+i\sin\frac{13\pi}{15})$$

$$k=3 \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3}+6\pi}{5}=\frac{19\pi}{15}$$

$$z_4=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{19\pi}{15}+i\sin\frac{19\pi}{15})$$

عندما $k=4 \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3}+8\pi}{5}=\frac{25\pi}{15}$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{3}$$

$$z_5=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$$

تنويه

لانستخرج قيم $\cos$, $\sin$
لانه طلب صيغة قطبية

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

4 باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد المركب $-1+\sqrt{3}i$

2014 خارج القطر

Sol :

$$(x\ ,\ y)$$

$$-1+\sqrt{3}i \Rightarrow (-1,\sqrt{3})$$

الربع الثاني

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}$$

$$r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4} \Rightarrow r=2$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$ الربع الثاني

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

2017 دور (3) احيائي

2017 تطبيقي موصل

$$\theta=\pi-\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta=\frac{2\pi}{3}$$

$$r=2, \theta=\frac{2\pi}{3}, n=2, k=0,1$$

$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}[\cos\theta+i\sin\theta]^{\frac{1}{n}}$$

$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k=0$, $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{2\pi}{3}+0}{2}$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$$

$$z_1=2^{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$$

$$z_1=\sqrt{2}(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$$

عندما $k=1$, $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{2\pi}{3}+2\pi}{2}=\frac{4\pi}{3}$

$$z_2=\sqrt{2}(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})$$

$$z_2=\sqrt{2}(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)=\frac{-1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 جد الجذور التكعيبية للعدد المركب $(1+i)^2$ على وفق مبرهنة ديموافر

Sol :

الربع الاول

$z = 1+i \Rightarrow z(1\ ,\ 1)$

$(x\ ,\ y)$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(1)^2+(1)^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{2}$

2015 دور (2) خارج

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

2019 تمهيدي احيائي

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

$z^n = r^n[\cos\theta + i\sin\theta]^n$

$z^2 = (\sqrt{2})^2\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]^2$

$z^2 = 2(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$(z^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{3}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\frac{\pi}{2}+0}{3} = \frac{\pi}{6}$

$z_1 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$z_1 = \sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i) \Rightarrow z_1 = \frac{\sqrt[3]{2}\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}i$

عندما $k=1$, $\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

$z_2 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z_2 = \sqrt[3]{2}(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$z_1 = \frac{-\sqrt[3]{2}\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}i$

عندما $k=2$, $\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

$z_3 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$

$z_3 = \sqrt[3]{2}(0-i) \Rightarrow z_3 = 0 - \sqrt[3]{2}i$

6 حل المعادلة $x^3 + i = 0$ باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

Sol :

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

$x^3 + i = 0 \Rightarrow x^3 = 0 - i$

$r = \sqrt{(0)^2 + (-1)^2} \Rightarrow r = 1$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{1} = -1$

$\theta = \frac{3\pi}{2}$

$x^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\frac{3\pi}{2}+0}{3} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$x_1 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$x_1 = 1\ (0+i) \Rightarrow z = i$

عندما $k=1$, $\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$

$x_2 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6})$

$x_2 = 1\ (-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)$

$x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

عندما $k=2$, $\frac{\frac{3\pi}{2}+4\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}$

$x_3 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6})$

$x_3 = 1\ (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)$

$x_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

Telegram : @SadsHelp

7 باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر
حل المعادلة التالية $Z^4+16=0$

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$z^4=-16+0i \Rightarrow (-16,0)$

(x , y)

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-16)^2+(0)^2}$

$r=\sqrt{256} \Rightarrow r=16$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-16}{16}=-1$

$\sin\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{16}=0$

لانطبق قانون الارباع لان π تقع على الحدود بين الربعين الثاني والثالث

$\theta=\pi$

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\pi+0}{4}=\frac{\pi}{4}$

$z_1=(16)^{\frac{1}{4}}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$

$z_1=2(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_1=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

عندما $k=1$, $\frac{\pi+2\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$

$z_2=2(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$

$z_2=2(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_2=-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

عندما $k=2$, $\frac{\pi+4\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$

$z_3=2(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$

$z_3=2(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_3=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

عندما $k=3$, $\frac{\pi+6\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$

$z_4=2(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$

$z_4=2(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_4=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

8 حل المعادلة $Z^3-64i=0$
باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$z^3=0+64i \Rightarrow (0,64)$

(x , y)

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{(0)^2+(-64)^2} \Rightarrow r=64$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{64}=0$

$\sin\theta=\frac{x}{r}=\frac{64}{64}=1$

$\theta=\frac{\pi}{2}$

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\frac{\pi}{2}+0}{3}=\frac{\pi}{6}$

$z_1=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$

$z_1=4(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i) \Rightarrow z_1=2\sqrt{3}+2i$

عندما $k=1$, $\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$

$z_2=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z_2=4(\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$

$z_2=-2\sqrt{3}+2i$

عندما $k=2$, $\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}=\frac{9\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$

$z_3=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2})$

$z_3=4(0-i)$

$z_3=0-4i$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

9 جد حل المعادلة التالية باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر $\frac{x^3}{3} - 9i = 0$

2018 دور (3) تطبيقي - داخل
2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$\left[\frac{x^3}{3} - 9i = 0\right] . 3$$

$$x^3 - 27i = 0 \Rightarrow x^3 = 0 + 27i$$

$$r = \sqrt{(0)^2 + (27)^2} \Rightarrow r = 27$$

2021 دور (1) تطبيقي

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{0}{27} = 0\\ \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{27}{27} = 1\end{aligned}\right] \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$x^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k = 0$ ، $\frac{\frac{\pi}{2} + 0}{3} = \frac{\pi}{6}$

$$x_1 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$$

$$x_1 = 3(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

عندما $k = 1$ ، $\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

$$x_2 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$$

$$x_2 = 3(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$$

$$x_2 = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$\frac{x^3}{i} - 27 = 0$ نفس الحل

عندما $k = 2$ ، $\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

$$x_3 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$$

$$x_3 = 3(0 - i) \Rightarrow x_3 = -3i$$

10 باستخدام نتيجة ديموافر جد الجذور التكعيبية للعدد $27i$

2019 دور (1) تطبيقي

$$(0, 27i)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(0)^2 + (27)^2} = 27$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{x}{r} = \frac{0}{27} = 0\\ \sin\theta &= \frac{y}{r} = \frac{27}{27} = 1\end{aligned}\right] \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \ , \ n = 3 \ , \ r = 27 \ , \ k = 0, 1, 2$$

$$Z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right]$$

$k = 0$ ، $\frac{\theta + 2\pi(0)}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 0}{3} = \frac{\pi}{6}$

$$Z_1 = 27^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right]$$

$$= 3(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$k = 1$ ، $\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} = \frac{\pi + 4\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$

$$Z_2 = 3\left[\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right]$$

$$Z_2 = 3\left[\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right] = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$k = 2$ ، $\frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} = \frac{\pi + 8\pi}{2} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

$$Z_3 = 1\left[\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$= 3(0 - i)$$

$$= -3i$$

Telegram : @SadsHelp

11 باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر حل المعادلة $x^3+1=0$ حيث $x \in \mathbb{C}$

2019 دور (3) احيائي — 2023 د١ - تطبيقي

Sol :

$x^3=-1 \qquad x=(-1)^{\frac{1}{3}} \ , \ (-1,0)$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+0^2}=1$

$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{-1}{1}=-1\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{0}{1}=0\end{aligned}\right]\ \pi$

$\theta=\pi \ , \ n=3 \ , \ r=1 \ , \ k=0,1,2$

$Z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n}\right]$

عندما $k=0$ ، $\frac{\theta+2\pi(0)}{n}=\frac{\pi+0}{3}=\frac{\pi}{3}$

$Z_1=(1)^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$Z_1=1\left[\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$

عندما $k=1$ ، $\frac{\pi+2\pi}{3}=\frac{3\pi}{3}=\pi$

$Z_2=1[\cos\pi+i\sin\pi]$

$=-1+0i$

عندما $k=2$ ، $\frac{\pi+4\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$

$Z_3=1\left[\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right]$

$=\left[\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$

12 احسب باستخدام مبرهنة ديموافر $(\sqrt{3}+i)^{\frac{-3}{2}}$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$(\sqrt{3}+i)^{\frac{-3}{2}}=\left[(\sqrt{3}+i)^{-3}\right]^{\frac{1}{2}}$

$(\sqrt{3}+i)^{-3}$ المبرهنة

$z=\sqrt{3}+i \Rightarrow (\sqrt{3},1)$

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}$

$r=2$

$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}\end{aligned}\right]\ \frac{\pi}{6}=$ زاوية الاسناد

$\theta=\frac{\pi}{6}$

$z^n=r^n[\cos\theta+i\sin\theta]^n$

$z^{-3}=(2)^{-3}\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]^{-3}$

$z^{-3}=\frac{1}{8}\left[\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{2}\right]$

نرفع الناتج الى الاس $\frac{1}{2}$ ونحل نتيجة

$(z^{-3})^{\frac{1}{2}}=(\frac{1}{8})^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$

$r=\frac{1}{8}$, $\theta=\frac{\pi}{2}$, $n=2$, $k=0$, 1

عندما $k=0$ ، $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{\pi}{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$

$z_1=(\frac{1}{8})^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

$z_1=\frac{1}{2\sqrt{2}}(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$

$z_1=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

عندما $k=1$ ، $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{2}$

$=\frac{5\pi}{4}$

$z_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\cos\frac{5\pi}{4}-i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

اشارة الربع الثالث

$z_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}-(\frac{-1}{\sqrt{2}})\right)$

الاشارة الاصلية

$z_2=\frac{-1}{4}+\frac{1}{4}i$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

13 حل المعادلة بأستخدام نتيجة مبر هنة ديموافر : $Z^2 - \frac{1-\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i} = 0$

2021 د2 احيائي

$$\frac{1-\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i} \cdot \frac{1-\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i} = \frac{1-\sqrt{3}\,i-\sqrt{3}\,i-3}{(1)^2+(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{-2-2\sqrt{3}\,i}{1+3} = \frac{-2}{4} - \frac{2\sqrt{3}\,i}{4}$$

$$= \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1}$$

$r = \sqrt{1}$

$$\text{Cos}\,\theta = \frac{x}{r} = \frac{\frac{-1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{Sin}\,\theta = \frac{y}{r} = \frac{\frac{-\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الإسناد $\frac{\pi}{3}$

$$\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$Z = r\,[\text{Cos}\,\theta + i\,\text{Sin}\,\theta]$$

$$Z = 1\,[\text{Cos}\,\frac{4\pi}{3} + i\,\text{Sin}\,\frac{4\pi}{3}]$$

$$Z^{\frac{1}{n}} = (r)^{\frac{1}{n}}\,(\text{Cos}\,\frac{\theta+2\pi k}{n} + i\,\text{Sin}\,\frac{\theta+2\pi k}{n})$$

$r = 1\ ,\ \theta = \frac{4\pi}{3}\ ,\ n = 2\ ,\ k = 1\ ,\ 2$

k = 0

$$\frac{\theta+2\pi k}{n} = \frac{\frac{4\pi}{3}+2\pi(0)}{2} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$Z_1 = (1)^{\frac{1}{2}}\,[\text{Cos}\,\frac{2\pi}{3} + i\,\text{Sin}\,\frac{2\pi}{3})$$

$$Z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$$

k = 1

$$\frac{\theta+2\pi k}{n} = \frac{\frac{4\pi}{3}+2\pi(1)}{2} = \frac{\frac{4\pi+6}{3}}{2} = \frac{\frac{11\pi}{3}}{2} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$Z_2 = (1)^{\frac{1}{2}}\,[\text{Cos}\,\frac{5\pi}{3} + i\,\text{Sin}\,\frac{5\pi}{3})$$

$$Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

14 حل باستخدام نتيجة ديموافر $\frac{2Z^3}{i}+16=0$

2023 دور(1) احيائي

$\frac{2Z^3}{i}+16=0$] . i

$2Z^3+16i=0 \Rightarrow 2Z^3=-16i$] ÷2

$Z^3=-8i \Rightarrow$ بالجذر التكعيبي

$Z=\sqrt[3]{-8i} \Rightarrow Z=(0-8i)^{\frac{1}{3}}$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(0)^2+(-8)^2}=8$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{8}=0$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-8}{8}=-1$

$\theta=\frac{3\pi}{2}$, $r=8$, $n=3$, $k=0$

$Z=r(\cos\theta+\sin\theta)$

$=r(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2})$

$Z^{\frac{1}{n}}=(r)^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n})$

عندما $k=0$ $\frac{\theta+2\pi k}{n}=\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi(0)}{3}=\frac{3\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$

$Z_1=(8)^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right]$

$=2[0+i]=0+2i$

عندما $k=1$ $\frac{\theta+2\pi k}{n}=\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi(1)}{3}=\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi}{3}$

$=\frac{\frac{7\pi}{2}}{3}=\frac{7\pi}{6}$

$Z_2=2\left[\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right]$

$Z_2=2\left[\frac{-\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right]$

$Z_2=-\sqrt{3}-i$

عندما $k=2$ $\frac{\theta+2\pi k}{n}=\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi(2)}{3}$

$\frac{\frac{3\pi}{2}+4\pi}{3}=\frac{\frac{11\pi}{2}}{3}=\frac{11\pi}{6}$

$Z_3=2\left[\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}\right]$

$Z_3=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right]$

$Z_3=\sqrt{3}-i$

MATHEMATIC

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

الجذور التكعيبية للواحد الصحيح (الاوميكا)

جد قيمة $(\frac{1}{1+\omega}-\frac{1}{1+\omega^2})^2$

2000 دور(1)

$$\left[\frac{(1+\omega^2)-(1+\omega)}{(1+\omega)(1+\omega^2)}\right]^2=\left[\frac{\not1+\omega^2-\not1-\omega}{1+\omega^2+\omega+\omega^3}\right]^2$$

قانون

$$\left[\frac{\omega^2-\omega}{\not1-\not1+1}\right]^2=(\omega^2-\omega)^2$$

$$=\omega^4-2\omega^2+\omega^2=\omega+\omega^2-2$$

$$=-2-1=-3$$

جد قيمة $(2+3\omega^2+\omega)^2$

2000 دور(2)

$$=\left[2+3(-1-\omega)+\omega\right]^2$$

$$=\left[2-3-3\omega+\omega\right]=(-1-2\omega)^2$$

$$=1+4\omega+4\omega^2=1+4(\omega+\omega^2)$$

$$=1-4=-3$$

جد قيمة $(3-2\omega)^2+(3-2\omega^2)^2$

2001 دور(1)

$$=9-12\omega+4\omega^2+9-12\omega^2+4\omega^2$$

$$=18-12(\omega+\omega^2)+4(\omega^2+\omega)$$

$$=18+12-4=26$$

اذا علمت ان $y=2-\sqrt{3}i\ ,\ x=2+\sqrt{3}i$

جد قيمة المقدار $\omega^2x^2+\omega y^2$

1999 دور(2)

$$=\omega^2(2+\sqrt{3}i)^2+\omega\ (2-\sqrt{3}i)^2$$

$$=\omega^2(4+4\sqrt{3}i-3)+\omega(4-4\sqrt{3}i-3)$$

$$=\omega^2(1+4\sqrt{3}i)+\omega(1-4\sqrt{3}i)$$

$$=\omega^2+4\sqrt{3}i\omega^2+\omega-4\sqrt{3}i\omega$$

$$=-1+4\sqrt{3}i\omega^2-4\sqrt{3}i\omega$$

$$=-1+4\sqrt{3}i(\omega^2-\omega)^*$$

$$=-1+4\sqrt{3}i\ (\mp\sqrt{3}i)$$

أما $=-1+4\sqrt{3}i(\sqrt{3}i)$

$$=-1+12i^2=-13$$

أو $=-1+4\sqrt{3}i(-\sqrt{3}i)$

$$=-1-12i^2=11$$

توضيح

$^*\ (\omega^2-\omega)=-1-\omega-\omega$

$$=-1-2\omega$$

$$=-1-2(\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$=\not1\not1\mp\sqrt{3}i$$

$$=\mp\sqrt{3}i$$

Telegram : @SadsHelp

جد قيمة
$(-1+3\omega-\omega^2)(2+3\omega^2+2\omega)$

2002 دور(2)

$=\left[-1+3(-1+\omega^2)-\omega^2\right]\left[2+3(-1-\omega)+2\omega\right]$

$=\left[-1-3-3\omega^2-\omega^2\right]\left[2-3-3\omega+2\omega\right]$

$=\left[-4-4\omega^2\right]\left[-1-\omega\right]$

$=\left(-4(1+\omega^2)\right)(\omega^2)$

$=4\omega.\omega^2=4\omega^3=4$

جد قيمة المقدار
$\frac{1}{3+5\omega+4\omega^2}+\frac{1}{3+4\omega+5\omega^2}$

2003 دور(2)

$=\frac{1}{3+5\omega+4(-1-\omega)}+\frac{1}{3+4\omega+5(-1-\omega)}$

$=\frac{1}{3+5\omega-4-4\omega}+\frac{1}{3+4\omega-5-5\omega}$

$=\frac{1}{-1+\omega}+\frac{1}{-2-\omega}$

$=\frac{(-2-\omega)+(-1+\omega)}{(-1+\omega)(-2-\omega)}$

$=\frac{-3}{2+\omega-2\omega-\omega^2}$

$=\frac{-3}{2+\omega-\omega^2}=\frac{-3}{2+1}=-1$

جد قيمة المقدار $(2+\omega^2)^2+(2+\omega)^2$

2004 دور(2)

$=4+4\omega^2+\omega^4+4+4\omega+\omega^2$

$=8+5\omega^2+5\omega$

$=8+5(\omega^2+\omega)=8-5=3$

جد قيمة $(1-\frac{1}{\omega}+\omega)(1-\frac{1}{\omega^2}+\omega^2)$

2007 دور(1)

$=(1-\frac{\omega^3}{\omega}+\omega)(1-\frac{\omega^3}{\omega^2}+\omega^2)$

$=(1-\omega^2+\omega)(1-\omega+\omega^2)$

$=(-\omega^2-\omega^2)(-\omega-\omega)$

$=(-2\omega^2)(-2\omega)=4\omega^3=4$

جد قيمة المقدار
$\omega(1+i)^4-(5+3\omega+5\omega^2)^2$

2009 دور(1)

$=\omega\left[(1+i)^2\right]^2-\left[5+3\omega+5(-1-\omega)\right]^2$

$=\omega(\not{1}+2i-\not{1})^2-\left[\not{5}+3\omega-\not{5}-5\omega\right]^2$

$=\omega(2i)^2-\left[-2\omega\right]^2=4i\omega^2-4\omega^2$

$=-4\omega-4\omega^2=-4(\omega+\omega^2)=4$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد قيمة المقدار

$$(2\omega+\frac{3}{\omega}+2)^2(5+\frac{2}{\omega^2}+5\omega^2)^2$$

2009 دور(2)

$$=(2\omega+\frac{3\omega^3}{\omega}+2)^2(5+\frac{2\omega^3}{\omega^2}+5\omega^2)^2$$

$$=\left[2(\omega+1)+3\omega^2\right]^2\left[5(1+\omega^2)+2\omega\right]^2$$

$$=\left[-2\omega^2+3\omega^2\right]^2\left[-5\omega+2\omega\right]^2$$

$$=(\omega^2)^2(-3\omega)^2=(\omega)^4(9\omega^2)$$

$$=9\omega^6=9$$

جد قيمة

$$(\frac{\sqrt{2}}{\omega}+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2})^2(\frac{1}{\omega}+4\omega+1)$$

$$=\left[\frac{\sqrt{2}\omega^3}{\omega}+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2}\right]^2\left[\frac{\omega^3}{\omega}+4\omega+1\right]$$

$$=\left[\sqrt{2}\omega^2+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2}\right]^2\left[\omega^2+4\omega+1\right]$$

$$=\left[\sqrt{2}(\omega^2+1)+3\sqrt{2}\omega\right]^2\left[-\omega+4\omega\right]$$

$$=\left[-\sqrt{2}\omega+3\sqrt{2}\omega\right]^2\left[3\omega\right]$$

$$=\left[2\sqrt{2}\omega\right]^2\left[3\omega\right]$$

2010 دور(1)

2017 دور(2) تطبيقي

$$=(8\omega^2)(3\omega)$$

$$=24\omega^3=24$$

جد قيمة المقدار

$$(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2})^2$$

2011 دور(1)

2013 دور(2)

$$=\left[\frac{(2+\omega^2)-(2+\omega)}{(2+\omega)(2+\omega^2)}\right]^2$$

$$=\left[\frac{2+\omega^2-2-\omega}{4+2\omega^2+2\omega+\omega^3}\right]^2$$

$$=\left[\frac{\omega^2-\omega}{4+2(\omega^2+\omega)+1}\right]^2$$

$$=\left[\frac{\omega^2-\omega}{4-2+1}\right]^2=\frac{(\omega^2-\omega)^2}{(3)^2}$$

$$=\frac{\omega^4-2\omega^3+\omega}{9}=\frac{\omega-2+\omega^2}{9}$$

$$=\frac{-1-2}{9}=\frac{-1}{3}$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

جد ناتج $(3\omega^{12n}+\frac{5}{\omega^8}+\frac{4}{\omega^{10}})^6$

2015 دور(3)

$$=\left[3(\omega^{12})^n+\frac{5\omega^3}{\omega^2}+\frac{4\omega^3}{\omega}\right]^6$$

$$=\left[3(1)^n+5\omega+4\omega^2\right]^6$$

$$=\left[3+5\omega+4(-1-\omega)\right]^6$$

$$=\left[3+5\omega-4-4\omega\right]^6$$

$$=\left[-1-\omega\right]=\left[(-1+\omega)^2\right]^3$$

$$=\left[1-2\omega+\omega^2\right]^3=\left[-\omega-2\omega\right]^3$$

$$=\left[-3\omega\right]^3=-27\omega^3=-27$$

اذا كانت $Z^2+Z+1=0$

جد قيمة $\frac{1+3Z^{10}+3Z^{11}}{1-3Z^7-3Z^8}$

2018 تمهيدي تطبيقي

$$Z^2+Z+1=0\Rightarrow Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$Z=\frac{-1\mp\sqrt{1-4(1)(1)}}{2(1)}=\frac{-1\mp\sqrt{-3}}{2}$$

$$=\frac{-1\mp\sqrt{3}i}{2}=\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

قيمتا الـ ω , ω^2

اذا كانت $Z=\omega$ الاحتمال الاول

$$=\frac{1+3\omega^{10}+3\omega^{11}}{1-3\omega^7-3\omega^8}=\frac{1+3\omega+3\omega^2}{1-3\omega-3\omega^2}$$

$$=\frac{1+3(\omega+\omega^2)}{1-3(\omega+\omega^2)}=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

اذا كانت $Z=\omega^2$ الاحتمال الثاني

$$=\frac{1+3\omega^{20}+3\omega^{22}}{1-3\omega^{14}-3\omega^{16}}$$

$$=\frac{1+3\omega^2+3\omega}{1-3\omega^2-3\omega}=\frac{1+3(\omega^2+\omega)}{1-3(\omega^2+\omega)}$$

$$=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

برهن ان

$3(\omega^{14}+\omega^7-1)=2(\omega^{10}+\omega^5-2)$

1997 دور(1)

الطرف الايسر $=3(\omega^2+\omega-1)=3(-1-1)$

$=3(-2)=-6$

الطرف الايمن $=2(\omega+\omega^2-2)$

$=2(-1-2)=2(-3)=-6$

∴ الطرف الايمن = الطرف الايسر

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اثبت ان

$$(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1-i})^{100}=\frac{-1}{8}(1-\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega})^3$$

$$LHS=\left[\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}-\frac{1}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i}{2}-\frac{1+i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{(1-i)-(1+i)}{2}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i-1-i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{-2i}{2}\right]^{100}=(-1)^{100}=1$$

$$RHS=\frac{-1}{8}(1-\frac{\omega^3}{\omega^2}+\frac{\omega^3}{\omega})^3$$

2014 تمهيدي

$$=\frac{-1}{8}(1-\omega+\omega^2)^3$$

$$=\frac{-1}{8}(-\omega-\omega)^3=\frac{-1}{8}(-2\omega)^3$$

$$=\frac{-1}{8}(-2)^3(\omega)^3=\frac{-1}{8}(-8)=1$$

اثبت ان

$$(1-\frac{2}{\omega^2}+\omega^2)(1+\omega-\frac{5}{\omega})=18$$

$$=(1-\frac{2\omega^3}{\omega^2}+\omega^2)(1+\omega-\frac{5\omega^3}{\omega})$$

$$=(1-2\omega+\omega)(1+\omega-5\omega^2)$$

$$=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-5\omega^2)$$

$$=(-3\omega)(-6\omega^2)=18\omega^3=18$$

2014 دور(1)

2017 دور(1) تطبيقي/خارج

اثبت ان

$$(\frac{5\omega^3 i-1}{5+i\omega})^6=-1$$

2014 دور(2)

$$=\left[\frac{5\omega^2 i+\omega^3 i^2}{5+i\omega}\right]^6=\left[\frac{i\omega^2\cancel{(5+i\omega)}}{\cancel{(5+i\omega)}}\right]^6$$

$$=(i\omega^2)^6=i^6\omega^{12}=-1(1)=-1$$

اثبت ان

$$(5-\frac{5}{\omega^2+1}+\frac{3}{\omega^2})=64$$

$$=\left[5-\frac{5\omega^3}{-\omega}+\frac{3\omega^3}{\omega^2}\right]^6$$

2016 دور(1)

$$=\left[5+5\omega^2+3\omega\right]^6$$

$$=\left[5-5\omega^2+3(-1-\omega^2)\right]^6$$

$$=\left[5-5\omega^2-3-3\omega^2\right]^6$$

$$=\left[2+2\omega^2\right]^6=\left[2(1+\omega^2)\right]^6$$

$$=\left[-2\omega\right]^6=64\omega^6=64$$

اثبت ان

$$\frac{(5+3\omega+3\omega^2)^2}{4}=1$$

$$=\frac{\left[5+3(\omega+\omega^2)\right]^2}{4}=\frac{[5-3]^2}{4}$$

$$=\frac{4}{4}=1$$

2017 دور(1) موصل

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اثبت ان

$$(\frac{1}{\omega}-\frac{1}{\omega^2})^2(2+\frac{2}{\omega})(\frac{-1}{1+\omega^2})=6$$

2017 دور(3)

$$=(\frac{\omega^3}{\omega}-\frac{\omega^3}{\omega^2})^2(2+\frac{2\omega^3}{\omega})(\frac{-1}{-\omega})$$

$$=(\omega^2-\omega)^2(2+2\omega^2)(\frac{\omega^3}{\omega})$$

$$=(\omega^4-2\omega^3+\omega^2)\left[2(1+\omega^3)\right](\omega^2)$$

$$=(\omega-2+\omega^2)(-2\omega)(\omega^2)$$

$$=(-1-2)(-2\omega^3)=-3(-2)=+6$$

اثبت ان $\left[\frac{7+5\omega^2}{7\omega+5}-\frac{3-2\omega}{3\omega^2-2}\right]^4=9$

2018 دور(1) خارج القطر

$$=\left[\frac{7\omega^3+5\omega^2}{7\omega+5}-\frac{3\omega^3-2\omega}{3\omega^2-2}\right]^4$$

$$=\left[\frac{\omega^2(7\omega+5)}{(7\omega+5)}-\frac{\omega(3\omega^2-2)}{(3\omega^2-2)}\right]^4$$

$$=\left[\omega^2-\omega\right]^4=\left[(\omega^2-\omega)^2\right]^2$$

$$=\left[\omega^4-2\omega^3+\omega^2\right]^2$$

$$=\left[\omega-2+\omega^2\right]^2=(-1-2)^2$$

$$=(-3)^2=9$$

اثبت ان

$$(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1+i})^{100}=(\frac{2+3\omega}{2\omega^2+3}+\frac{4\omega^2+1}{4+\omega})^{200}$$

2019 دور(1)

الطرف الايسر

$$=\left[\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}-\frac{1}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i}{2}-\frac{1+i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{(1-i)-(1+i)}{2}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i-1-i}{2}\right]^{100}=(\frac{-2i}{2})^{100}=(-i)^{100}=1$$

الطرف الايمن

$$\left[\frac{2\omega^3+3\omega}{2\omega^2+3}+\frac{4\omega^2+\omega^3}{4+\omega}\right]^{200}$$

$$=\left[\frac{\omega(2\omega^2+3)}{(2\omega^2+3)}+\frac{\omega^2(4+\omega)}{(4+\omega)}\right]^{200}$$

$$=(\omega+\omega^2)^{200}=(-1)^{200}=1$$

اثبت ان $\frac{\omega^{14}+\omega^7-1}{\omega^{10}+\omega^5-2}=\frac{2}{3}$

2019 دور(3)

$$=\frac{\omega^2+\omega-1}{\omega+\omega^2-2}=\frac{-1-1}{-1-2}=\frac{-2}{-3}$$

$$=\frac{2}{3}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

هل ان $\left(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2}\right)=\frac{1}{6}$

2019 دور(2)

$$=\frac{(2+\omega^2)-(2+\omega)}{(2+\omega)(2+\omega^2)}$$

$$=\frac{2+\omega^2-2-\omega}{4+2\omega^2+2\omega+\omega^3}$$

$$=\frac{\omega^2-\omega}{4+2(\omega^2+\omega)+1}=\frac{\omega^2-\omega}{4-2+1}$$

$$=\frac{*\omega^2-\omega}{3}=\frac{\mp\sqrt{3}i}{3}$$

$$=\frac{\mp i}{\sqrt{3}}\neq\frac{-1}{6}$$

جد قيمة $x,y\in R$ اذا كانت

$$(x+yi)(1-\sqrt{-3})=-2\omega-2\omega^2$$

2015 دور(1)

$$x+yi=\frac{-2(\omega+\omega^2)}{1-\sqrt{3}i}$$

$$x+yi=\frac{2}{1-\sqrt{3}i}\cdot\frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$$

$$x+yi=\frac{2+2\sqrt{3}i}{1+3}$$

$$x+yi=\frac{2}{4}+\frac{2\sqrt{3}i}{4}$$

$$x+yi=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$x=\frac{1}{2}\ ,\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

توضيح

$$*\ \omega^2-\omega=-1-\omega-\omega$$

$$=-1-2\omega$$

$$=-1-2\left(\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$=-1+1\mp\sqrt{3}i$$

$$=\mp\sqrt{3}i$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

أثبت إن : $\left(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2}\right)^2=\frac{-1}{3}$

2022 د1 تطبيقي

$$\left(\frac{2+\omega^2-(2+\omega)}{(2+\omega)(2+\omega^2)}\right)^2$$

$$\left(\frac{\omega^2-\omega}{4+2\omega^2+2w+\omega^3}\right)^2$$

$$\left(\frac{\omega^2-\omega}{4+2(\omega^2+\omega)+1}\right)^2$$

$$\left(\frac{\omega^2-\omega}{5+2(-1)}\right)^2$$

$$\left(\frac{\omega^2-\omega}{3}\right)^2$$

$$=\frac{\omega^4-2\omega^3+\omega^2}{9}$$

$$=\frac{-2+(\omega+\omega^2)}{9}$$

$$=\frac{-2-1}{9}$$

$$=\frac{-3}{9}=\frac{-1}{3}$$

اذا كان $y=\frac{5-2\omega^2}{5\omega-2}\ ,\ x=y=\frac{3+4\omega}{3\omega^2+4}$ اثبت $(x^2+y^2)=1$

2023 دور(1) تطبيقي

Sol:

$$x=\frac{3+4w}{3w^2+4}=\frac{3w^3+4w}{3w^2+4}$$

$$=\frac{w\,(w^2+4)}{(3w^2+4)}$$

$$\therefore x=w$$

$$y=\frac{5-2w^2}{5w-2}=\frac{5w^3-2w^2}{5w-2}$$

$$=\frac{w^2\,(5w-2)}{(5w-2)}$$

$$\therefore y=w^2$$

$$(x^2+y^2)^2=1$$

$$\left[w^2+(w^2)^2\right]^2$$

$$\left[w^2+w^4\right]^2$$

$$(w^2+w)^2$$

$$(-1)^2=1$$

الطرف الايمن

Telegram : @SadsHelp

جد قيمة x , y اذا كانت

$$x+yi=\left(\sqrt{\omega+\omega^{17}}+\sqrt{\omega+\omega^{38}}\right)^2-\frac{3+i}{1+i}$$

$$x+yi=\left(\sqrt{\omega+\omega^{2}}+\sqrt{\omega+\omega^{2}}\right)^2-\frac{3+i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi=\left(\sqrt{-1}+\sqrt{-1}\right)^2-\frac{3-3i+i+1}{2}$$

$$x+yi=(i+i)^2-\frac{4-2i}{2}$$

$$x+yi=4i^2-(2-i)$$

$$x+yi=-4-2-i$$

$$x+yi=-6+i$$

$$x=-6\ ,\ y=1$$

2017 دور(1)

جد قيم x , y الحقيقية اذا علمت ان

$$(x+yi)(2+i)=\frac{1}{(1+\omega)^2}+\frac{1}{(1+\omega^2)^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\frac{1}{(-\omega^2)^2}+\frac{1}{(-\omega)^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\frac{\omega^3}{\omega}+\frac{\omega^3}{\omega^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\omega^2+\omega$$

$$x+yi=\frac{-1}{2+i}.\frac{2-i}{2-i}$$

$$(x+yi)=\frac{-2+i}{4+1}$$

$$(x+yi)=\frac{-2}{5}+\frac{1}{5}i$$

$$x=\frac{-2}{5}\ ,\ y=\frac{1}{5}$$

2018 دور(2)

جد الجذر التربيعي للعدد

$$\frac{7+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

1998 دور(1)

$$\frac{7+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{7-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{7-7i-i-1}{1+1}=\frac{6-8i}{2}=3-4i$$

$\sqrt{3-4i}=x+yi$ بالتربيع

$$3-4i=x^2+2xyi-y^2$$

$$x^2-y^2=3.....(1)$$

$$2xy=-4\Rightarrow y=\frac{-4}{2x}=\frac{-2}{x}.....(2)$$

$$x^2-\frac{4}{x^2}=3\Big].x^2$$

$$x^4-4=3x^2\Rightarrow x^4-3x^2-4=0$$

$$(x^2-4)(x^2+1)=0$$

اما $x^2+1=0$ يهمل

او $x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\mp 2$

$$y=\frac{-2}{x}\Rightarrow y=\frac{-2}{\mp(2)}=\pm 1$$

$$c=\mp(2-i)$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد الجذر التربيعي للعدد

$$\frac{1+i\omega+i\omega^2}{1-i\omega-i\omega^2}$$

2005 دور(2)

$$=\frac{1+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{1-i-i-1}{1+1}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$\sqrt{-i}=x+yi$ بالتربيع

$$-i=x^2+2xyi-y^2$$

$$x^2-y^2=0.....(1)$$

$$2xy=1\Rightarrow y=\frac{-1}{2x}.....(2)$$

$$x^2-\frac{1}{4x^2}=0\,].4x^2$$

$$4x^4-1=0$$

$$(2x^2-1)(2x^2+1)=0$$

يهمل $2x^2+1=0$ اما

$$2x^2-1=0\Rightarrow x^2=\frac{1}{2}$$

$$x=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\ \text{in}\ (2)$$

$$y=\frac{1}{2x}\Rightarrow y=\frac{-1}{2(\mp\frac{1}{\sqrt{2}})}$$

$$y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c=\mp(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

جد المعادلة التربيعية التي جذرها

$$(2-2\omega-2\omega^2)\ ,\ (2\omega+2\omega^2-1)^2$$

1997 دور(2)

الجذر الاول $m=$, الجذر الثاني $L=$

$$m=(2\omega+2\omega^2-1)^2=\left[2(\omega+\omega^2)-1\right]^2$$

$$=(-2-1)^2=(-3)^2=9$$

$$L=(2-2\omega-2\omega^2)^2=\left[2-2(\omega+\omega^2)\right]^2$$

$$=\left[2+2\right]^2=(4)^2=16$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

1998 دور(1)

$$m+L=9+16=25$$

$$m.L=(9)(16)=144$$

$$x^2-25x+144=0$$ المعادلة

جد المعادلة التربيعية التي جذرها

$$(2i\omega^2-\omega)\ ,\ (2i\omega-\omega^2)$$

الجذر الاول $m=$, الجذر الثاني $L=$

$$m+L=2i\omega^2-\omega+2i\omega-\omega$$

$$=1+2i(\omega^2+\omega)=1-2i$$

$$m.L=(2i\omega^2-\omega).(2i\omega-\omega^2)$$

$$=4i^2\omega^3-2i\omega^4-2i\omega^2+\omega^3$$

$$=-4-2i\omega-2i\omega^2+1$$

$$=-3-2i(\omega+\omega^2)=-3+2i$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-(1-2i)x+(-3+2i)=0$$

1998 دور(2)

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد الجذر التربيعي للعدد المركب :

$4w^6 + 4i^7 + w^2 + w$

2022 دور 2 تطبيقي

$4 - 4i - 1 = 3 - 4i$

$\sqrt{3-4i} = x + yi$

$3 - 4i = x^2 + 2xyi - y^2$

$x^2 - y^2 = 3$ .....(1)

$2xy = -4$

$y = \frac{-2}{x}$ .....(2)

$x^2 - (\frac{-2}{x})^2 = 3$

$x^2 - \frac{4}{x^2} = 3$] $.x^2$

$x^4 - 4 = 3x^2$

$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$

أما : $(x^2 + 1) = 0$ يهمل

$x^2 - 4 = 0 \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = \mp 2$

$y = \frac{-2}{x} \Longrightarrow y = \frac{-2}{\mp 2}$

$y = \pm 1$

$C = \mp(2 - i)$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(3\omega - 2i)$, $(3\omega^2 - 2i)$

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$m + L = 3\omega - 2i + 3\omega^2 - 2i$

$= 3(\omega + \omega^2) - 4i = -3 - 4i$

$m.L = (3\omega - 2i).(2\omega^2 - 2i)$

$= 9\omega^3 - 6\omega i - 6\omega^2 i + 4i^2$

$= 9 - 6i(\omega + \omega^2) - 4$

$= 5 + 6i$

2001 دور(2)

$x^2 - (m + L)x + m.L = 0$

$x^2 - (-3 - 4i)x + (5 + 6i) = 0$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(2 - 3i\omega^2)$, $(2 - 3i\omega)$

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$m + L = 2 - 3i\omega^2 + 2 - 3i\omega$

$= 4 - 3i(\omega^2 + \omega) = 4 + 3i$

$m.L = (2 - 3i\omega^2).(2 - 3i\omega)$

$= 4 - 6i\omega - 6i\omega^2 + 9i^2\omega^3$

$= 4 - 6i(\omega + \omega^2) - 9$

$= -5 + 6i$

2002 دور(1)

$x^2 - (m + L)x + m.L = 0$

$x^2 - (4 + 3i)x + (-5 + 6i) = 0$

Telegram : @SadsHelp

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$2\omega i-\frac{3\omega^2}{i}\ ,\ 3\omega i-\frac{2\omega^2}{i}$

1999 دور(1)

2019 تمهيدي

الجذر الاول m , الجذر الثاني L

$$m=2\omega i-\frac{3\omega^2 i}{i}=2\omega i+\omega^2 i$$

$$L=3\omega i-\frac{2\omega^2 i^4}{i}=3\omega i-2\omega^2 i$$

$$=3\omega i+2\omega^2 i$$

$$m+L=2\omega i+3\omega^2 i+3\omega i+2\omega^3 i$$

$$=5\omega i+5\omega^2 i$$

$$=5i(\omega+\omega^2)=-5i$$

$$m.L=\left(2\omega i+3\omega^2 i\right)\left(3\omega i+2\omega^2 i\right)$$

$$=6\omega^2 i^2+4\omega^3 i^2+9\omega^3 i^2+6\omega^4 i^2$$

$$=-6\omega^2-4-9-6\omega$$

$$=-13-6(\omega^2+\omega)=-13+6=-7$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+5ix-7=0$$

باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد $\frac{1+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$

2016 دور(2)

$$\frac{1+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{1-i-i-1}{1+1}=\frac{-2i}{2}=-i+0$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1}=1$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{0}{1}=0\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-1}{1}=-1\end{aligned}\right]\frac{3\pi}{2}$$

$$Z^{\frac{1}{4}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{2\pi k+\theta}{n}+i\sin\frac{2\pi k+\theta}{n}\right]$$

عندما $k=0\Rightarrow\frac{2\pi(0)+\frac{3\pi}{2}}{n}=\frac{3\pi}{4}$

$$Z_1=(1)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$$

$$=\frac{-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

عندما $k=1\Rightarrow\frac{2\pi+\frac{3\pi}{2}}{n}=\frac{\frac{4\pi+3\pi}{2}}{2}=\frac{7\pi}{4}$

$$Z_2=1(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$i-\frac{5}{\omega}\ ,\ i-\frac{5}{\omega^2}$$

الجذر الاول $m=$, الجذر الثاني $L=$

$$m=i-\frac{5\omega^3}{\omega}=i-5\omega^2$$

2004 دور(1)

$$L=i-\frac{5\omega^3}{\omega^2}=i-5\omega$$

$$m+L=i-5\omega^2+i-5\omega$$
$$=2i-5(\omega^2+\omega)$$
$$=5+2i$$

$$m.L=(i-5\omega^2)(i-5\omega)$$
$$=i^2-5\omega i-5\omega^2 i+25\omega^3$$
$$=-1-5i(\omega+\omega^2)+25$$
$$=24+5i$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(5+2i)x+(24+5i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(1+\omega)\ ,\ (1+\omega^2)$$

الجذر الاول $m=$, الجذر الثاني $L=$

$$m+L=1+\omega+1+\omega^2=2-1=1$$

$$m.L=(1+\omega)(1+\omega^2)$$
$$=1+\omega^2+\omega+\omega^3-1-1+1=1$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-x+1=0$$

2007 دور(2)
2016 تازخين
2017 تمهيدي

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$i-\frac{3}{\omega}\ ,\ i-\frac{3}{\omega^2}$$

2005 دور(1)

الجذر الاول $m=$, الجذر الثاني $L=$

$$m=i-\frac{3\omega^3}{\omega}=i-3\omega^2$$

$$L=i-\frac{3\omega^3}{\omega^2}=i-3\omega$$

$$m+L=i-3\omega^2+i-3\omega$$
$$=-3(\omega^2+\omega)+2i$$
$$=3+2i$$

$$m.L=(i-3\omega^2)(i-3\omega)$$
$$=i^2-3\omega i-3\omega^2 i+9\omega^3$$
$$=-1-3i(\omega+\omega^2)+9$$
$$=8+3i$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(3+2i)x+(8+3i)=0$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(5+2i\omega^2)\ ,\ (5+2i\omega)$

2006 دور(1)

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m+L=5+2i\omega^2+5+2i\omega$$
$$=10+2i(\omega^2+\omega)=10-2i$$
$$m.L=(5+2i\omega^2).(5+2i\omega)$$
$$=25+10i\omega+10i\omega^2+4i^2\omega^3$$
$$=25+10i(\omega+\omega^2)-4$$
$$=21-10i$$
$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(10-2i)x+(21-10i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(3-2i\omega^2)\ ,\ (3-2i\omega)$

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m+L=3-2i\omega^2+3-2i\omega$$
$$=6-2i(\omega+\omega^2)=6+2i$$
$$m.L=(3-2i\omega^2)(3-2i\omega)$$
$$=9-6i\omega-6i\omega^2+4i^2\omega^3$$
$$=9-6i(\omega+\omega^2)-4$$
$$=5+6i$$

2006 دور(2)

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(6+2i)x+(5+6i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(3\omega^2+\frac{i}{\omega^2})\ ,\ (3+\frac{i}{\omega})$

2008 دور(1)

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m=3\omega^2+\frac{i\omega^3}{\omega^2}=3\omega^2+i\omega$$
$$L=3\omega+\frac{i\omega^3}{\omega}=3\omega+i\omega^2$$
$$m+L=3\omega^2+i\omega+3\omega+i\omega^2$$
$$=3(\omega^2+\omega)+i(\omega+\omega^2)$$
$$=-3-i$$
$$m.L=(3\omega^2+i\omega)(3\omega+i\omega^2)$$
$$=9\omega^3+3i\omega^4+3i\omega^2+i^2\omega^3$$
$$=9+3i\omega+3i\omega^2-1$$
$$=8+3i(\omega+\omega^2)$$
$$=8-3i$$
$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(-3-i)x+(8-3i)=0$$

Telegram : @SadsHelp

اكتب المعادلة التربيعية التي جذراها

$$\frac{\omega^2}{1+2\omega^2} \; , \; \frac{\omega}{1+2\omega}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=\frac{\omega^2}{1+2\omega^2}+\frac{\omega}{1+2\omega}$$

$$=\frac{\omega^2(1+2\omega)+\omega(1+2\omega^2)}{(1+2\omega^2)(1+2\omega)}$$

$$=\frac{\omega^2+2\omega^3+\omega+2\omega^3}{1+2\omega+2\omega^2+4\omega^3}$$

$$=\frac{\omega^2+2+\omega+2}{1+2(\omega+\omega^2)+4}=\frac{-1+4}{3}=1$$

$$m.L=\frac{\omega^2}{1+2\omega^2}\cdot\frac{\omega}{1+2\omega}$$

$$=\frac{\omega^3}{1+2\omega+2\omega^2+4\omega^3}$$

$$=\frac{1}{1+2(\omega+\omega^2)+4}=\frac{1}{3}$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-x+\frac{1}{3}=0$$

2010 دور(2)

2019 خارج

جد المعادلة التربيعية التي جذراها

$$\frac{1}{\omega} \; , \; \frac{1+3\omega}{\omega^2+3}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m=\frac{1+3\omega}{\omega^2+3}=\frac{\omega^3+3\omega}{\omega^2+3}=\frac{\omega(\omega^2+3)}{(\omega^2+3)}$$

2016 دور(3)

$$m=\omega$$

$$L=\frac{1}{\omega}=\frac{\omega^3}{\omega}=\omega^2$$

$$m+L=\omega+\omega^2=-1$$

$$m.L=\omega.\omega^2=\omega^3=1$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

المعادلة

$$x^2+x-1=0$$

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية

$$\frac{2+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

اذا كان احد جذريها

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$\frac{2+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{2-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{2-2i-i-1}{1+1}$$

$$=\frac{1-3i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$$

2018 دور(3)

$$m=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i \; , \; L=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$

$$m+L=(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i)+(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i)=1$$

$$m.L=((\frac{1}{2})-\frac{3}{2}i)(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i)=\frac{1}{4}+\frac{9}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-x+\frac{5}{2}=0$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$3\omega^2+\frac{1}{\omega^2}\ ,\ 3\omega+\frac{1}{\omega}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

2018 دور(2) خارج

$$m=3\omega^2+\frac{\omega^3}{\omega}=3\omega+\omega^2$$

$$L=3\omega^2+\frac{\omega^3}{\omega^2}=3\omega^2+\omega$$

$$m+L=3\omega+\omega^2+3\omega^2+\omega$$

$$=3(\omega+\omega^3)-1=-3-1=-4$$

$$m.L=(3\omega+\omega^2)(3\omega^2+\omega)$$

$$=9\omega^3+3\omega^2+3\omega^4+\omega^3$$

$$=9+3(\omega^2+\omega)+1=7$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+4x+7=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$\frac{3i}{\omega^2}\ ,\ \frac{-3\omega^2}{i}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

2011 دور(1)

$$m=\frac{3i\omega^3}{\omega^2}=3i\omega$$

$$L=\frac{-3\omega^2i^4}{i}=-3\omega^2i^3=3\omega^2i$$

$$m+L=3i\omega+3\omega^2i=3i(\omega+\omega^2)$$

$$=-3i$$

$$m.L=(3i\omega)(3i\omega^2)=9i^2\omega^3$$

$$=-9$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+3ix-9=0$$

2023 تمهيدي تطبيقي

2013 دور(2)

عبر عن العدد

$$\frac{1-3i^2}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

بالصيغة القطبية

2015 دور(1)

$$\frac{1+3}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{4}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{4-4i}{2}=\frac{4}{2}-\frac{4}{2}=2-2i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}$$

$$r=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

$$r=2\sqrt{2}$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right]\frac{\pi}{4}$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$

$$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$Z=2\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$

جد المقياس و القيمة الاساسية للسعة للعدد

$$Z=\frac{4+2i\omega+2i\omega^2}{3-i\omega^2-i\omega}$$

2016 تمهيدي

2021 دور(2) تطبيقي

$$Z=\frac{4+2i(\omega+\omega^2)}{3-i(\omega+\omega^2)}$$

$$=\frac{4-2i}{3+i}\cdot\frac{3-i}{3-i}=\frac{12-4i-6i-2}{9+1}$$

$$=\frac{10-10i}{10}=1-i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right]\frac{\pi}{4}$$

2023 تمهيدي تطبيقي

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$

Telegram : @SadsHelp



الرياضيات

الاستاذ حيدر وليد
07701780364

حلول الاسئلة الوزارية

القطوع المخروطية 2

1 القطع المكافئ
2 القطع الناقص
3 القطع الزائد



ملازم دار المغرب

077 100 55555
Mob: 6561



Telegram : @SadsHelp

القطع المكافئ

باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة دليله $y=\sqrt{3}$

1

2005 تمهيدي

Sol :

$y=\sqrt{3}$ بما ان معادلة الدليل

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y+\sqrt{3})^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y-\sqrt{3})^2}$$

بالتربيع

$$x^2+y^2+2\sqrt{3}y+3=y^2-2\sqrt{3}y+3$$

$$x^2=-2\sqrt{3}y-2\sqrt{3}y$$

$$x^2=-4\sqrt{3}y$$

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1,3),(1,-3)$ ثم جد معادلة دليله.

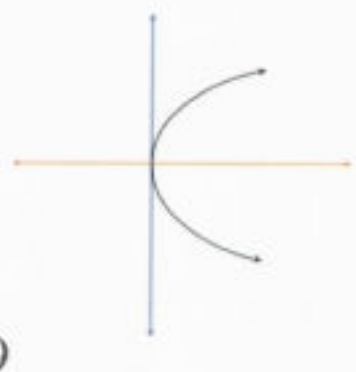
2

2006 دور (2)

Sol :

$(1,3)$ الربع الاول

$(+1,-3)$ الربع الرابع



$$y^2=4px$$

$$(3)^2=4p(1)$$

$$\Rightarrow 9=4p\Rightarrow p=\frac{9}{4}$$

$$y^2=4\left(\frac{9}{4}\right)x\Rightarrow y^2=9x$$

$x=-p\Rightarrow x=\frac{-9}{4}$ معادلة الدليل

قطع مكافئ معادلته $\frac{1}{4}y^2=hx$ دليله يمر بالنقطة $(-6,3)$ جد قيمة h مع الرسم

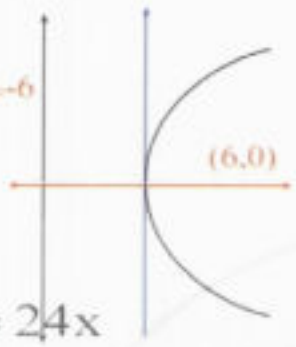
3

2008 تمهيدي

2018 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

$$\left[\frac{1}{4}y^2=hx\right].4$$



$$y^2=4hx$$

$$p=6$$

$$y^2=4px$$

$$y^2=4(6)x\Rightarrow y^2=24x$$

$$y^2=4hx$$

$$4h=24\Rightarrow h=\frac{24}{4}=6$$

جد قيمة A وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته $Ax^2+8y=0$ المار بالنقطة $(1,2)$

4

2011 دور (1)

2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

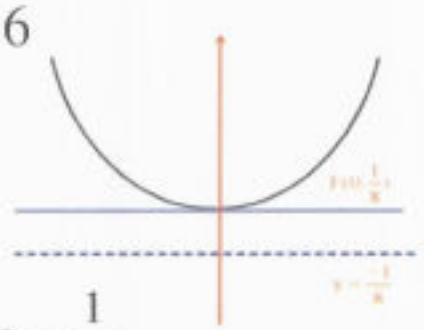
$$Ax^2+8y=0$$

$A(1)^2+8(2)=0$ نعوض $(2,1)$ في معادلة

$$\Rightarrow A+16=0\Rightarrow A=-16$$

$$-16x^2+8y=0$$

$$\left[+16x^2=8y\right]\div 16$$



$$x^2=\frac{+1}{2}y$$

$$x^2=4py$$

$$\left[4p=\frac{1}{2}\right]\div 4\Rightarrow p=\frac{1}{8}$$

$F(0,\frac{+1}{8})$ البؤرة

2018 تمهيدي احيائي

$y=\frac{-1}{8}$ معادلة الدليل

2020 تمهيدي احيائي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر دليله بالنقطة $(2,-1)$ ويكون موازي لمحور الصادات ورأسه في نقطة الاصل

5

2017 دور (2) احيائي-موصل

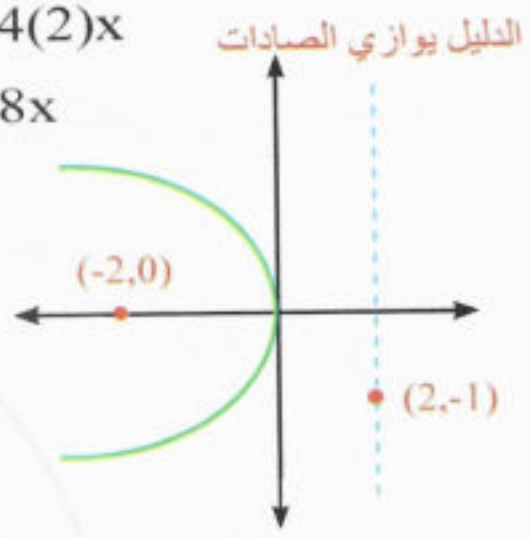
Sol :

$P = 2$

$y^2 = -4Px$

$y^2 = -4(2)x$

$y^2 = -8x$



جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف اذا كانت بؤرته هي البؤرة اليمنى للقطع الناقص

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$$

7

2019 تطبيقي/ تمهيدي

Sol :

$a^2 = 100 \ , \ b^2 = 64$

$a^2 = b^2 + c^2$

$100 = 64 + c^2$

$c^2 = 36 \Rightarrow c = 6$

اليمنى
$F_1(6,0)$

$F(6,0) \ , \ F(-6,0)$

$L_1 = L_2$

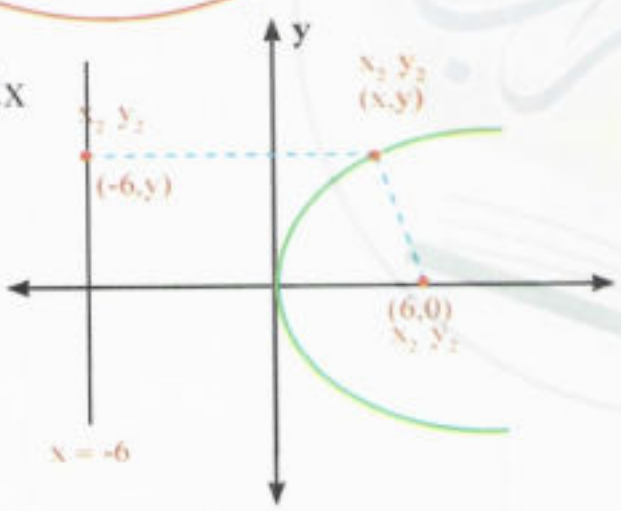
$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-6)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x+6)^2+(y-y)^2}$$

$$x^2-12x+36+y^2=x^2+12x+36=0$$

$y^2 = 12x + 12x$

$y^2 = 24x$



باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة دليله $2y-4=0$ ؟

6

2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol : $2y - 4 = 0$

$2y = 4$

$y = 2$ معادلة الدليل

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y-2)^2}$$

$x^2 + y^2 + 4y + 4 = y^2 - 4y + 4$

$x^2 = -8y$ معادلة القطع المكافئ

تحذير هام جدا!
أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.
لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع المكافئ حسب التعريف اذا علمت ان بؤرته $(\sqrt{3},0)$ ورأسه نقطة الاصل

8

2020 دور (1) تطبيقي

$$L_1 = L_2$$

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

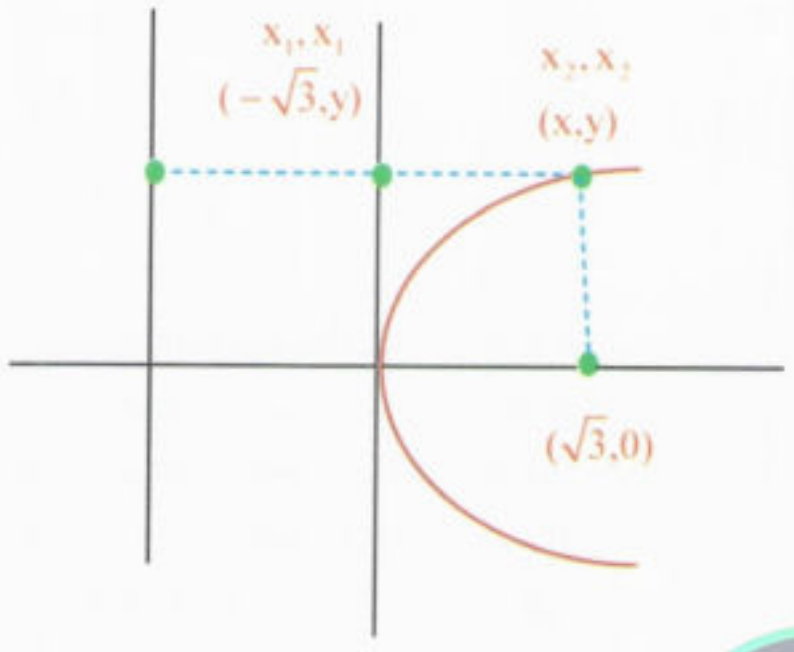
$$\sqrt{(x-\sqrt{3})^2+(y-0)^2} = \sqrt{(x+\sqrt{3})^2+(y-y)^2}$$

$$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 + y^2 = x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$$

$$-2\sqrt{3}x + y^2 = 2\sqrt{3}x$$

$$y^2 = 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}x$$

$$y^2 = 4\sqrt{3}x$$



جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة (-2,5) والرأس نقطة الاصل علما ان بؤرته تنتمي لاحد المحورين

9

2020 تمهيدي تطبيقي

الاحتمال الاول تنتمي الى محور السينات

القطع نحو اليمين

$$P = 2$$

$$y^2 = 4Px$$

$$y^2 = 4(2)x$$

$$y^2 = 8x$$

الاحتمال الثاني تنتمي الى محور الصادات

القطع نحو الاسفل

$$P = 5$$

$$x^2 = -4Py$$

$$x^2 = -4(5)y$$

$$x^2 = -20y$$

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

قطع مكافئ معادلته $hx^2 - 4y = 0$ رأسه نقطة الأصل ودليلة يمر بالنقطة $(-2 , -1)$. جد قيمة h ثم أرسم القطع

10

2022 تمهيدي تطبيقي

$hx^2 = 4y \quad] \div h$

$x^2 = \frac{4}{h} y$

$x^2 = 4py$

بالمقارنة

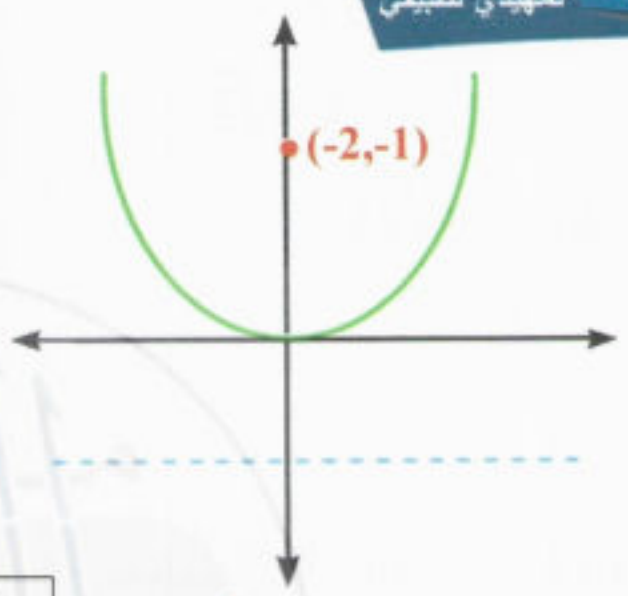
$4P = \frac{4}{h}$

$4(1) = \frac{4}{h}$

$h = \frac{4}{4} \Rightarrow \boxed{h = 1}$

$x^2 = 4y$

x	y	(x , y)
∓ 2	1	$(\mp 2 , 1)$
$\mp 2\sqrt{2}$	2	$(\mp 2\sqrt{2} , 2)$
0	0	(0 , 0)



القطع نحو الأعلى
$P = 1$

قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل معادلته $Ay^2 = (3A - 4)x$ جد $A \in R$ إذا كان الدليل يمر بالنقطة $(3 , \frac{-1}{4})$.

11

2022 دور 2 احيائي

$P = \frac{1}{4}$

$Ay^2 = (3A - 4)x \quad] \div A$

$y^2 = (\frac{3A - 4}{A})x$

$y^2 = 4Px \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}(4)x \Rightarrow y^2 = x$

$y^2 = (\frac{3A - 4}{A})x$

$\frac{3A}{A} - \frac{4}{A} = 1 \Rightarrow 3 - \frac{4}{A} = 1$

$\frac{4}{A} = 3 - 1 \Rightarrow \frac{4}{A} = 2$

$A = \frac{4}{2} \Rightarrow \boxed{A = 2}$

Telegram : @SadsHelp

12 جد نقطة او اكثر تنتمي الى القطع المكافئ الذي معادلته $y^2+16x=0$ والتي تبعد عن البؤرة بمقدار (6) وحدات

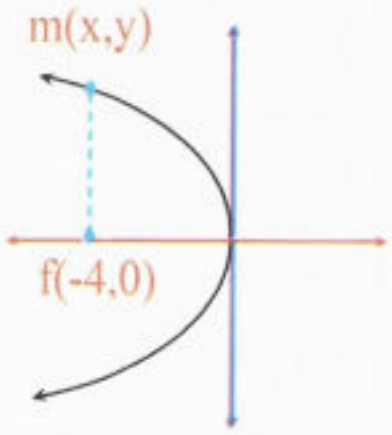
Sol:

2023 دور(1) احيائي

$$\left.\begin{matrix} y^2=-16x \\ y^2=-4Px \end{matrix}\right] \Rightarrow 4P=16$$

$$P=4$$

$f(-4,0)$



$$s=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$=\sqrt{(x+4)^2+(y-0)^2}$$

$$s=\sqrt{x^2+8x+16+y^2}$$

$$6=\sqrt{x^2+8x+16-16x}$$

$$6=\sqrt{x^2-8x+16}$$ بالتربيع

$$36=x^2-8x+16$$

$$x^2-8x+16-36=0$$

$$x^2-8x-20=0$$

$$(x-10)(x+2)$$

اما $x-10=0 \Rightarrow x=10$

$$y^2=-16x \Rightarrow y^2=-16(10)$$

$$y=\sqrt{-160}$$ يهمل

او $x=-2$

$$y^2=-16x \Rightarrow y^2=-16(-2)$$

$$y^2=32$$

$$y=\mp 4\sqrt{2}$$

$$(-2,-4\sqrt{2}),(-2,4\sqrt{2})$$

13 قطع مكافئ راسه نقطة الاصل $\frac{1}{3}y^2=hx$ ودليله يمر بالنقطة $(-3,3)$ جد قيمة h

Sol:

2023 دور(2) احيائي

$P=3$ القطع سينات نحو اليمين

$$y^2=4Px$$

$$y^2=4(3)x$$

$$y^2=12x$$

$$\frac{1}{3}y^2=hx \quad .3$$

$$y^2=3hx$$

$$y^2=12x$$

بالمقارنة

$$3h=12$$

$$h=4$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

القطع الناقص

قطع ناقص معادلته $hx^2+ky^2=36$ مركزه نقطة الاصل ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي(60) واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2=4\sqrt{3}x$ ما قيمة كل من $h.k.\in R$

1998 دور (2)
2017 دور (2) تطبيقي- خارج

1 Sol :

$$y^2=4\sqrt{3}x$$

$$y^2=4px \Rightarrow 4p=4\sqrt{3} \Rightarrow p=\sqrt{3}$$

$$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}} \Rightarrow c=\sqrt{3}$$

بؤرتي القطع الناقص $(\sqrt{3},0)(-\sqrt{3},,0)$

$$(2a)^2+(2b)^2=60$$

$$\left[4a^2+4b^2=60\right]\div 4$$

$$a^2+b^2=15 \Rightarrow a^2=15-b^2 \ldots\ldots (1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$15-b^2=b^2+3$$

$$2b^2=12 \Rightarrow b^2=6$$

$$a^2=15-b \Rightarrow a^2=15-6=9$$

$$\left[hx^2+ky^2=36\right]\div 36$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{h}}+\frac{y^2}{\frac{36}{k}}=1$$

2017 دور (2) احيائي - داخل

$$a^2=\frac{36}{h} \Rightarrow 9=\frac{36}{h} \Rightarrow h=4$$

$$b^2=\frac{36}{k} \Rightarrow 6=\frac{36}{k} \Rightarrow k=6$$

النقطة $(\frac{1}{3},2)$ تنتمي الى القطع المكافئ الذي راسه نقطة الاصل وبؤرته تنتمي الى محور السينات والتي هي احدى بؤرتي القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل والنسبة بين طولي محوريه $(\frac{5}{4})$ جد معادلة القطعين المكافئ والناقص

2

1999 دور (2)

Sol :

نعوض $(\frac{1}{3},2)$ في $y^2=4px$

$$(2)^2=4p\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow 4=\frac{4p}{3}$$

$$4p=12 \Rightarrow p=3$$

$$y^2=4(3)x \Rightarrow y^2=12x$$

معادلة القطع المكافئ

$$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}}$$

2017 دور (1) خارج القطر

$$\frac{2a}{2b}=\frac{5}{4} \Rightarrow \left[4a=5b\right]\div 4$$

$$a=\frac{5}{4}b \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow (\frac{5}{4}b)^2=b^2+(3)^2$$

$$\left[\frac{25}{16}b^2=b^2+9\right].16$$

$$25b^2=16b^2+144$$

$$25b^2-16b^2=144$$

$$\left[9b^2=144\right]\div 9 \Rightarrow b^2=16$$

$$b=4$$

نعوض في معادلة (1)

$$a=\frac{5}{4}b \Rightarrow a=(\frac{5}{4})4$$

$$a=5 \Rightarrow a^2=25$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$$ معادلة القطع الناقص

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$ علما ان القطع الناقص يمر بالنقطة $(2\sqrt{3},\sqrt{3})$

3

2000 دور (1)
2014 دور (2)
2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$y^2=-8x$

$y^2=-4px \Rightarrow 4p=8 \Rightarrow p=2$

$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}} \Rightarrow c=2 \Rightarrow c^2=4$

$(-2,0),(2,0)$ بؤرتي القطع الناقص

2017 تمهيدي تطبيقي-احيائي

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

نعوض $(2\sqrt{3},\sqrt{3})$ في معادلة

2018 دور (2) احيائي - خارج

$\frac{(2\sqrt{3})^2}{a^2}+\frac{(\sqrt{3})^2}{b^2}=1$

2021 دور (1) احيائي

$\left[\frac{12}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1\right].\ a^2b^2$

$12b^2+3a^2=a^2b^2$..... (1)

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2=b^2+4$..... (2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$12b^2+3(b^2+4)=(b^2+4)b^2$

$12b^2+3b^2+12=b^4+4b^2$

$b^4+4b^2-12b^2-3b^2-12=0$

$b^4-11b^2-12=0$

$(b^2-12)(b^2+1)$

اما $b^2-12=0 \Rightarrow b^2=12$

نعوضها في (2)

$a^2=12+4=16$

او $b^2+1=0 \quad \notin R$ تهمل

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين بؤرتيه تساوي 8 وحدات ومجموع طولي محوريه يساوي 16 وحدة.

4

2002 دور (1)

Sol :

$2c=8 \Rightarrow c=4$

$[2a+2b=16] \div 2 \Rightarrow a+b=8$

$a=8-b$ .....(1)

$a^2=b^2+c^2$ .....(2)

$(8-b)^2=b^2+(4)^2$

$64-16b+\cancel{b^2}=\cancel{b^2}+16$

$16b=64-16 \Rightarrow [16b=48] \div 16$

$b=\frac{48}{16} \Rightarrow b=3$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a=8-3 \Rightarrow a=5$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة القطع الناقص

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

5 جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F_1(2,0)$ ، $F_2(-2,0)$ والعدد الثابت يساوي 6

2003 دور (1)

Sol :

$c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$

$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$9 = b^2 + 4$

$b^2 = 9 - 4$

$b^2 = 5$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين بؤرتيه تساوي 6 وحدات والفرق بين طولي محوريه وحدتا طول ؟

6

2005 دور (1)

Sol :

$2c = 6 \Rightarrow c = 3$

$[2a - 2b = 2] \div 2 \Rightarrow a - b = 1$

$a = 1 + b$ ..... (1)

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow (1+b)^2 = b^2 + (3)^2$

$1 + 2b + b^2 = b^2 + 9 \Rightarrow 2b = 9 - 1$

$[2b = 8] \div 2 \Rightarrow b = 4$

2018 تمهيدي/تطبيقي

$a = 1 + b$

$a = 1 + 4 \Rightarrow a = 5$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

7 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2=24y$ والفرق بين طولي محوريه يساوي 4 وحدات طول

2004 دور (1)

2015 دور (2) خارج

Sol :

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$

$p = c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$(0, \mp 6)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a - 2b = 4 \Rightarrow a - b = 2$

$a = 2 + b$ ..... (1)

$a^2 = b^2 + c^2$ ..... (2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$(2+b)^2 = b^2 + 36$

$4 + 4b + b^2 = b^2 + 36$

$4b = 32$

$b^2 = 64 \Rightarrow b = 8$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 2 + 8 \Rightarrow a = 10$

$a^2 = 100$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

Telegram : @SadsHelp

لتكن $y^2+12x=0\ ,\ y^2-12x=0$ معادلتي قطعين مكافئين جد بؤرة كل منهما ومعادلة دليله ثم جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين وطول محوره الصغير يساوي 10 وحدات طول

8

2005 دور (2)

Sol :

$$y^2=12x\ ,\ y^2=4px$$

$$4p=12\Rightarrow p=3$$

$$y^2=-12x\ ,\ y^2=-4px$$

$$4p=12\Rightarrow p=3$$

$$p=c\Rightarrow c=3\Rightarrow c^2=9$$

الناقص المكافئ

بؤرتي القطع الناقص $(3,0),(-3,0)$

$$2b=10\Rightarrow b=5\Rightarrow b^2=25$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$a^2=25+9\Rightarrow a^2=34$$

2019 دور (3) تطبيقي

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{25}=1$

قطع ناقص معادلته $4x^2+2y^2=k$ والبعد بين بؤرتيه $2\sqrt{3}$ وحدة طول جد قيمة k

9

2008 دور (1)

Sol :

$$2c=2\sqrt{3}\Rightarrow c=\sqrt{3}$$

$$\left[4x^2+2y^2=k\right]\div k$$

$$\frac{x^2}{\frac{k}{4}}+\frac{y^2}{\frac{k}{2}}=1\Rightarrow a^2=\frac{k}{2},b^2=\frac{k}{4}$$

بما ان قيمة البسط متساوية فان اكبرهما هو الاصغر مقاماً $\because \frac{k}{4}<\frac{k}{2}$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$\frac{k}{2}=\frac{k}{4}+(\sqrt{3})^2$$

$$\left[\frac{k}{2}=\frac{k}{4}+3\right].4$$

$$2k=k+12\Rightarrow k=12$$

جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه تبعد عن نهايتي محوره الكبير بالعددين 5,1 على الترتيب وبؤرتاه تقعان على محور الصادات مركزه نقطة الاصل.

10

2014 نازحين

Sol :

$$2a=1+5\Rightarrow 2a=6\Rightarrow a=3$$

$$2c=5-1\Rightarrow 2c=4\Rightarrow c=2$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$(3)^2=b^2+(2)^2\Rightarrow 9=b^2+4$$

$$b^2=9-4\Rightarrow b^2=5$$

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = -8x$ وطول محوره الكبير يساوي ثلاثة امثال طول محوره الصغير

11

2010 تمهيدي

Sol :

$y^2 = -8x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 8 \Rightarrow p = 2$

$p = c \Rightarrow c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$

الناقص المكافئ

$(2,0),(-2,0)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a = 3(2b) \Rightarrow a = 3b$ .....(1)

$a^2 = b^2 + c^2$ .....(2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(3b)^2 = b^2 + 4$

$9b^2 = b^2 + 4 \Rightarrow 8b^2 = 4$

$b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 3\frac{1}{\sqrt{2}}$

$a = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow a^2 = \frac{9}{2}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{9}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$

$\frac{2x^2}{9} + \frac{2y^2}{1} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي تقع بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الاصل والنسبة بين طولي محوريه كنسبة 1:2 ويقطع القطع المكافئ $y^2 = 8x$ عند $x = 2$

12

2013 دور (1) خارج

Sol :

$y^2 = 8x \qquad x = 2$

$y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$

$(2,4),(2,-4)$

$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = 4b$

$a = 2b$ .....(1)

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{(2b)^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{17}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 17 \Rightarrow b = \sqrt{17}$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 2\sqrt{17} \Rightarrow a^2 = 68$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{y^2}{68} + \frac{x^2}{17} = 1$ معادلة القطع الناقص

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ومحوره على المحورين الاحداثيين ويمر ببؤرة القطع المكافئ $y^2-16x=0$ ومساحة منطقة القطع الناقص تساوي 20π وحدة مساحة

13

2010 دور (1)

2023 دور 2 تطبيقي

Sol :

$y^2=16x$

$y^2=4px \Rightarrow 4p=16 \Rightarrow p=4$

$4=p$ اما a او b

$ab\pi=20\pi \Rightarrow ab=20$

اما $a=4 \Rightarrow 4b=20$

$b=5$ تهمل

او $b=4 \Rightarrow 4a=20 \Rightarrow a=5$

$a^2=25$

$\therefore\ b=4 \Rightarrow b^2=16$

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ معادلة القطع الناقص

b القطب على محور السينات

فأن البؤرتين والرأسين على محور الصادات

اذا كانت $ky^2+3x^2=z$ معادلة قطع ناقص بؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطة تقاطع المستقيم $2x+y=\sqrt{3}$ مع المحور الصادي علماً ان مساحة منطقته $2\sqrt{3}\pi$ وحدة مساحة جد قيمتي k,z

14

2010 دور (2)

Sol :

$2x+y=\sqrt{3}$ $\quad x=0$ مع محور الصادي

$y=\sqrt{3} \Rightarrow (0,\sqrt{3})$

$b=\sqrt{3}$ لان البؤرة على محور السينات

$A=ab\pi$

$2\sqrt{3}\pi=ab\pi$

$2\sqrt{3}\pi=\sqrt{3}a\pi$

$a=2$

$\left[ky^2+3x^2=z\right]\div z$

$\frac{y^2}{\frac{z}{k}}+\frac{x^2}{\frac{z}{3}}=1$

$a^2=\frac{z}{3}\ ,\ b^2=\frac{z}{k}$

$(2)^2=\frac{z}{3}$

$4=\frac{z}{3} \Rightarrow z=12$

$b^2=\frac{z}{k}$

$(\sqrt{3})^2=\frac{12}{k}$

$3=\frac{12}{k} \Rightarrow 3k=12$

$k=4$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه نقطة الاصل ومساحة منطقته 7π وحدة ومحيطه يساوي 10π وحدة

15

2011 دور (2)
2015 دور (4) رصافة
2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$A = ab\pi$

$7\pi = ab\pi$

$7 = ab \Rightarrow a = \frac{7}{b}$ .....①

$p=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \Rightarrow 10\pi = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$5 = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ بالتربيع

$\frac{a^2+b^2}{2} = 25$

$a^2 + b^2 = 50$.....②

نعوض قيمة ① في ②

$\left(\frac{7}{b}\right)^2 + b^2 = 50$

$\left[\frac{49}{b^2} + b^2 = 50\right].b^2$

$49 + b^4 = 50b^2$

$b^4 - 50b^2 + 49 = 0$

$(b^2 - 49)(b^2 - 1) = 1$

بالجذر either $b^2 - 49 = 0 \Rightarrow b^2 = 49$

$b = 7$

$a > b$ يهمل لان $a=\frac{7}{7} = 1$

بالجذر or $b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1$

$b = 1$

$a=\frac{7}{1} = 7$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات ومساحة منطقته 24π وحدة مساحة.

16

2012 دور (2)

Sol :

$A = ab\pi \Rightarrow 24\pi = ab\pi \Rightarrow ab = 24$

$a = \frac{24}{b}$ .....①

يقطع محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات اما a او b

اما $2a=8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 4 = \frac{24}{b}$

$4b = 24$

$b = 6$ يهمل

او $2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$

$a = \frac{24}{4} = 6$

$a^2 = 36$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

معادلة القطع الناقص لان b يقطع محور السينات .

اذن البؤرة على محور الصادات

Telegram : @SadsHelp

قطع ناقص رأساه $(\pm 5,0)$ واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل والمار دليله بالنقطة $(-3,4)$ جد معادلة القطعين المكافئ والناقص

17

2018 دور (1) احيائي - خارج

2012 دور (1) خارج

Sol :

$a = 5$ تقع على محور السينات

اذن بؤرتي القطعين المكافئ والناقص على محور السينات

$(-3,4)$ دليل القطع المكافئ يمر بالنقطة

$x = -3$ معادلة الدليل

$F(3,0)$ بؤرة القطع المكافئ $\Rightarrow p = 3$

$y^2 = 4(3)x \Rightarrow y^2 = 12x$

معادلة القطع المكافئ $p = c \Rightarrow c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$

المكافئ الناقص

$a^2 = b^2 + c^2$

$25 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 16$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2 = 24y$ ومجموع طولي محوريه (36) وحدة

18

2012 تمهيدي

2017 دور (2) احيائي - خارج

2023 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$

$p = c \Rightarrow c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

المكافئ الناقص

$(0,6),(0,-6)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a + 2b = 36 \Rightarrow a + b = 18$

$a = 18 - b$ ..... (1)

$a^2 = b^2 + c^2$ ..... (2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(18 - b)^2 = b^2 + 36$

$324 - 36b + b^2 = b^2 + 36$

$36b = 324 - 36 \Rightarrow 36b = 288$

$b = \frac{288}{36} \Rightarrow b = 8 \Rightarrow b^2 = 64$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 18 - 8$

$a = 10 \Rightarrow a^2 = 100$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

2019 تمهيدي احيائي

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اذا كانت $e+id=\frac{4+2i}{1-i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه $(0,d)$ وطول محوره الكبير يساوي $2\|e+id\|$

19

2014 دور (4) الانبار

Sol :

$$e+id=\frac{4+2i}{1-i}.\frac{1+i}{1+i}=\frac{4+4i+2i-2}{(1)^2+(1)^2}$$

$$=\frac{2+6i}{2}=1+3i$$

$$e=1\ ,\ d=3$$

$$2\|e+id\|=2\|1+3i\|$$

$$=2\sqrt{1+9}=2\sqrt{10}$$

$(0,d)=(0,3)$ احدى بؤرتي القطع الناقص

$$c=3\Rightarrow c^2=9$$

$$2a=2\sqrt{10}\Rightarrow a=\sqrt{10}\Rightarrow a^2=10$$

$$a^2=b^2+c^2$$

2016 نازحين

$$10=b^2+9$$

$$b^2=10-9$$

$$b^2=1\Rightarrow b=1$$

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{10}=1$$ معادلة القطع الناقص

جسر على شكل نصف قطع ناقص المسافة بين نهايتي قاعدته $(24m)$ وارتفاعه $(9m)$ جد ارتفاع الجسر عند النقطة التي تبعد عن بدايته $(6m)$

20

2014 تمهيدي

Sol :

$$2a=24\Rightarrow a=12\Rightarrow a^2=144$$

$$b=9\Rightarrow b^2=81$$

بمان اي نقطة تقع على القطع الناقص تحقق معادلته فان النقطة التي عند بداية الجسر 6m هي النقطة التي تبعد عن نقطة الاصل 6m ايضاً اي ان احداثييها السيني يساوي 6 والمطلوب الارتفاع الذي يمثل الاحداثي صادي للنقطة.

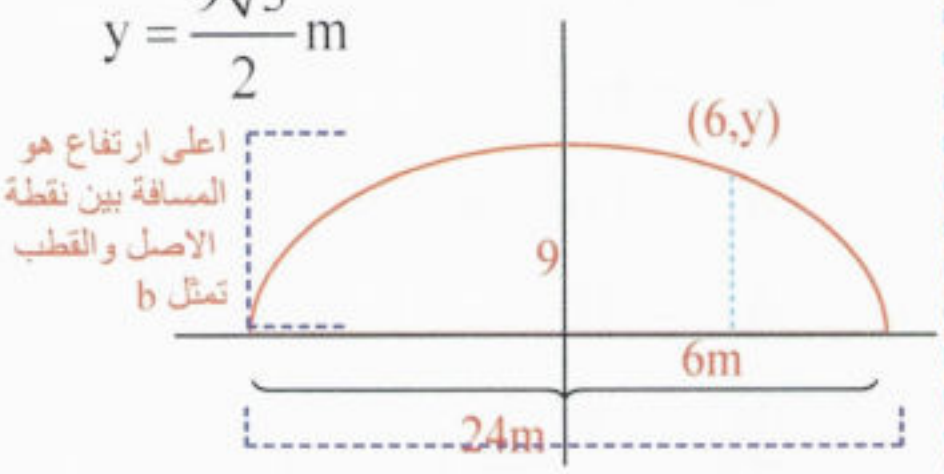
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow\frac{36}{144}+\frac{y^2}{81}=1$$

$$\frac{1}{4}+\frac{y^2}{81}=1\Rightarrow\frac{y^2}{81}=1-\frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{81}=\frac{3}{4}\Rightarrow 4y^2=243$$

$$y^2=\frac{243}{4}$$ بالجذر

$$y=\frac{9\sqrt{3}}{2}m$$



المسافة بين نهايتي قاعدته هي المسافة بين الرأسين وتمثل 2q

Telegram : @SadsHelp

21 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2-12x=0$ وطول محوره الصغير 8 وحدات

2014 تمهيدي

Sol :

$y^2=12x$

$y^2=4px \Rightarrow 4p=12 \Rightarrow p=3$

$p = c \Rightarrow c=3 \Rightarrow c^2=9$

الناقص المكافئ

$2b=8 \Rightarrow b=4 \Rightarrow b^2=16$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2=16+9$

$a^2=25$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ معادلة القطع الناقص

22 جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه (0,2) ويتقاطع مع محور السينات بالنقطتين $(\mp 4,0)$

2017 دور (1) تطبيقي-موصل

Sol :

$c=2$

صادات

$b=4$ لانها تخالف البؤرة

$a^2=b^2+c^2$

$a^2=16+4$

$a^2=20$

$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{20}=1$

23 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبعده البؤري مساوياً لبعد بؤرة القطع المكافئ ودليله $y^2+24x=0$ اذا علمت ان مساحة القطع الناقص تساوي $80\pi\ cm^2$

2016 دور (1)

Sol :

$y^2=-24x$

$y^2=-4px \Rightarrow 4p=24 \Rightarrow p=6$

$2p=12$ المسافة بين بؤرة القطع المكافئ المعطى ودليله

$2c=2p \Rightarrow 2c=12 \Rightarrow c=6$

$A=ab\pi \Rightarrow ab\pi=80\pi$

$ab=80 \Rightarrow a=\frac{80}{b}$ ..... (1)

$a^2=b^2+c^2$ ..... (2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(\frac{80}{b})^2=b^2+(6)^2 \Rightarrow \left[\frac{6400}{b^2}=b^2+36\right].b^2$

$6400=b^4+36b^2$

2019 دور (1) تطبيقي

$b^4+36b^2-6400=0$

$(b^2+100)(b^2-64)=0$

اما $b^2+100=0$ تهمل $\notin R$

او $b^2-64=0 \Rightarrow b^2=64$

$b=8$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a=\frac{80}{8}=10 \Rightarrow a^2=100$

اما $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ معادلة القطع الناقص على محور السينات

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

او $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ معادلة القطع الناقص على محور الصادات

$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{100}=1$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه نقطتا تقاطع المنحني $x^2 + y^2 - 3x = 16$ مع محور الصادات ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = 12x$

24

2014 خارج

2023 د١ - تطبيقي

Sol :

يمس محور الصادات فان $x = 0$

$$x^2 + y^2 - 3x = 16$$

$$y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4$$

بؤرتي القطع الناقص $(0,4),(0,-4)$

$$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$$

2022 د1 احيائي

$$y^2 = 12x$$

$$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 12 \Rightarrow p = 3$$

معادلة الدليل لان النقطة تقع $x = -3$

على محور السينات $p = b = 3$

والبؤرة على محور الصادات

$$b^2 = 9$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 9 + 16$$

$$a^2 = 25$$

2017 دور (3) كركوك / موصل

2020 دور (1) احيائي

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه النقطتان $(\pm 5, 0)$ وطول محوره الكبير يساوي 12 وحدة

25

2015 دور (1)

Sol :

$$c = 5$$

$$c^2 = 25$$

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = b^2 + 25$$

$$b^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow b = \sqrt{11}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$$

معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان الى محور الصادات ومساحته 32π وحدة مساحة والنسبة بين طولي محوريه كنسبة $1/2$

26

2015 دور (2)

Sol :

$$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b \ldots . \ 1$$

$$A = ab\pi$$

$$32\pi = ab\pi \Rightarrow 32 = ab$$

$$32 = 2b(b)$$

$$2b^2 = 32 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$b = 4$$

$$a = 2(4) = 8 \Rightarrow a^2 = 64$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{64} = 1$$ معادلة القطع الناقص

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

27 ليكن $kx^2+4y^2=36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2=4\sqrt{3}x$
جد قيمة $k \in R$

2016 دور (3)
2022 تمهيدي احيائي

Sol :

$$y^2=4\sqrt{3}x$$

$$y^2=4Px$$

$$4P=4\sqrt{3} \Rightarrow P=\sqrt{3}$$

$P=c$ الناقص المكافئ $\Rightarrow c=\sqrt{3}$

$$kx^2+4y^2=36] \div 36$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$$

$$\frac{36}{k}$$

$$a^2=\frac{36}{k}\ ,\ b^2=9$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$\frac{36}{k}=9+3$$

$$\frac{36}{k}=12$$

$$k=\frac{36}{12} \Rightarrow k=3$$

28 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطتين $(4,3)$, $(6,2)$

2016 دور (1) خارج

Sol :

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$ نعوض $(4,3)$

$$\left[\frac{16}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1\right]a^2.b^2$$

$$[16b^2+9a^2=a^2.b^2]\times 4$$

$$64b^2+36a^2=4a^2.b^2 \ldots\ldots 1$$

نعوض $(6,2)$

$$\left[\frac{36}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1\right]a^2.b^2$$

$$[36b^2+4a^2=a^2.b^2]\times 9$$

$$324b^2+36a^2=9a^2.b^2 \ldots\ldots 2$$

$$\mp 64b^2 \mp 36a^2=\mp 4a^2.b^2$$ بالطرح

$$[260b^2=5a^2.b^2] \div b^2$$

$$[5a^2=260] \div 5$$

$$a^2=52$$

نعوض قيمة a^2 في 1

$$64b^2+(36)(52)=4(52)b^2$$

$$64b^2+1872=208b^2$$

$$208b^2-64b^2=1872$$

$$144b^2=1872 \Rightarrow b^2=\frac{1872}{144}$$

$$b^2=13$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{52}+\frac{y^2}{13}=1$$ معادلة القطع الناقص

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(0 , \pm 5)$ والنقطة Q تنتمي إليه بحيث أن محيط المثلث QF_1F_2 يساوي 30 وحدة طول .

29

2016 دور (2) خارج

Sol :

$(c,0) = (5,0) \Rightarrow c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

$QF_1 + QF_2 + F_1F_2 = 30$

$2a + 2c = 30$

$2a + 2(5) = 30$

$2a + 10 = 30$

$2a = 20 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow a^2 = 100$

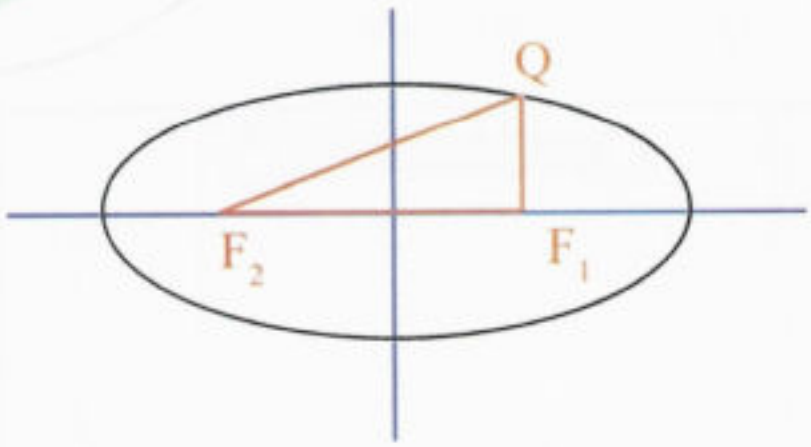
$a^2 = b^2 + c^2$

$100 = b^2 + 25 \Rightarrow b^2 = 100 - 25$

$b^2 = 75$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$ معادلة القطع الناقص



جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2 - 16y = 0$ وطول محوره الكبير 12 وحدة

30

2016 تمهيدي

Sol :

$x^2 = 16y$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 16 \Rightarrow p = 4$

$p = c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$(0,4),(0,-4)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = b^2 + 16$

$b^2 = 36 - 16$

$b^2 = 20$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1$ معادلة القطع الناقص

قطع ناقص معادلته $2x^2+8y^2=M$ المسافة بين بؤرتيه تساوي مسافة بين بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 4\sqrt{6}x$ ودليله , جد قيمة M

31

2018 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

المسافة بين بؤرة القطع المكافئ ودليله $y^2 = 4\sqrt{6}x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 4\sqrt{6} \Rightarrow p = \sqrt{6}$

$2p = 2\sqrt{6}$

$2p = 2c \Rightarrow 2c = 2\sqrt{6} \Rightarrow c = \sqrt{6}$

$\left[2x^2 + 8y^2 = M\right] \div M \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{M}{2}} + \frac{y^2}{\frac{M}{8}} = 1$

$a^2 = \frac{M}{2}$, $b^2 = \frac{M}{8}$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \left[\frac{M}{2} = \frac{M}{8} + 6\right].8$

$4M = M + 48 \Rightarrow 4M - M = 48$

$\left[3M = 48\right] \div 3 \Rightarrow M = 16$

Telegram : @SadsHelp

جدارية على شكل نصف قطع ناقص طول قاعدته 24m واعلى ارتفاع لها تساوي 9m جد ارتفاع العمود الموضوع على بعد 6m من بداية احدى قاعدته

32

2017 دور (3)

Sol :

$2a = 24$

$a = 12 \Rightarrow a^2 = 144$

$b = 9$

$x = 6 \ , \ y = ?$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{36}{144} + \frac{y^2}{81} = 1$$

$$\frac{y^2}{81} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{81} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{81} = \frac{3}{4}$$

$$y^2 = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{m}$$

جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان الاختلاف المركزي له يساوي $(\frac{1}{2})$ وطول محوره الصغير يساوي (12) وحدة

33

2020 دور (1) تطبيقي

2022 تمهيدي تطبيقي

$2b = 12 \Rightarrow \boxed{b = 6}$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{a} \ a \Rightarrow 2c \ldots\ldots 1$$

$a^2 = b^2 + c^2$

$(2c)^2 = (6)^2 + c^2 \Rightarrow 4c^2 - c^2 = 36$

$3c^2 = 36 \Rightarrow c^2 = 12 \Rightarrow \boxed{c = 2\sqrt{3}}$

$a = 2(2\sqrt{3}) \Rightarrow \boxed{a4\sqrt{3}}$

سينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{36} = 1$$

صادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{48} = 1$$

MATHEMATIC

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

يدور القمر حول الارض في مدار على صورة قطع ناقص سيني البؤرتين تقع الارض في احدى بؤرتيه فاذا كانت اطول مسافة بين الارض والقمر 90km واقصر مسافة بينهما 10km جد الاختلاف المركزي للقطع

34 — 2016 دور (2) خارج

Sol :

$$2a = 90 + 10$$
$$2a = 100$$
$$a = 50$$
$$2c = 90 - 10$$
$$2c = 80$$
$$c = 40$$
$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 16x$ ومجموع بعدي اي نقطة من نقاطه عن البؤرتين يساوي (24) وحدة

35 — 2017 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol :

$$y^2 = 16x$$
$$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 16 \Rightarrow p = 4$$
$$p = c \Rightarrow c = 4$$

الناقص المكافئ

$$2a = 24 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow a^2 = 144$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 144 = b^2 + 16$$
$$b^2 = 144 - 16 \Rightarrow b^2 = 128$$
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
$$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{128} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الكبير يساوي 12cm واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2 - 12y = 0$ بطريقة التعريف

36 — 2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$x^2 = 12y$$
$$x^2 = 4py$$
$$4p = 12 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow (0,3)$$
$$PF_1 + PF_2 = 2a$$
$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} + \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 2a$$
$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+3)^2} = 12$$
$$\sqrt{x^2 + y^2 - 6y + 9} = 12 - \sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9}$$ بالتربيع

$$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 144 - 24\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} + x^2 + y^2 + 6y + 9$$
$$\left[24\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} = 144 + 12y\right] \div 12$$
$$2\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} = 12 + y$$ بالتربيع

$$4(x^2 + y^2 + 6y + 9) = 144 + 24y + y^2$$
$$4x^2 + 4y^2 + 24y + 36 = 144 + 24y + y^2$$
$$4x^2 + 4y^2 + 24y - 24y - y^2 = 144 - 36$$
$$\left[3y^2 + 4x^2 = 108\right] \div 108$$
$$\frac{x^2}{\frac{108}{4}} + \frac{y^2}{\frac{108}{3}}$$
$$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1$$ معادلة القطع الناقص

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه (0,6) ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = -12x$

37

2018 دور (3) احيائي - داخل

2023 تمهيدي - احيائي

Sol :

$$y^2 = -12x$$

$$y^2 = -4px$$

$$4p = 12 \Rightarrow p = 3$$

بؤرة القطع المكافئ $F(-3,0)$ $\Rightarrow x = 3$ معادلة الدليل

لان البؤرة تقع على محور الصادات $\therefore b = 3$

$$c = 6$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 9 + 36$$

$$a^2 = 45$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{45} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $x^2 - 24y = 0$ ويمر بنقطتي تقاطع المنحني $x^2 + y^2 - 16y - 64 = 0$ مع محور السينات

38

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol :

$$x^2 = 24y$$

$$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$$

بؤرة القطع المكافئ $F(0,6)$

$p = c \Rightarrow c = 6$

الناقص المكافئ

بؤرتي القطع الناقص $(0,6),(0,-6)$

في المنحني $x^2 + y^2 - 16y - 64 = 0$

التقاطع مع محور السينات $y = 0$

$$x^2 - 64 = 0 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$$

نقطتي التقاطع المنحني مع محور السينات

$$(8,0),(-8,0)$$

∴ البؤرتين على محور الصادات

$$\therefore b = 8$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = (8)^2 + (6)^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 36$$

$$a^2 = 100$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

39 جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان الى محور السينات ومركزه في نقطة الاصل وطول محوره الكبير ضعف طول محوره الصغير ويقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني يساوي (-2)

2019 دور (1) احيائي

2021 دور (1) احيائي

Sol :

$$[2a = 2(2b)] \div 2 \Rightarrow \boxed{a = 2b} \ldots\ldots\ldots 1$$

$$y^2 + 8x = 0, \quad x = -2$$

$$y^2 + 8(-2) = 0 \Rightarrow y^2 - 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16$$

$$\boxed{y = \mp 4}, \ (\underset{x}{-2}, \underset{y}{4}), (-2, -4)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{(-2)^2}{(2b)^2} + \frac{(4)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{17}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 17 \Rightarrow b = \sqrt{17}$$

$$a = 2b \Rightarrow a = 2\sqrt{17}$$

$$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$$

40 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $2x+3y=12$ مع محور السينات ومساحته 24π وحدة مساحة

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$$A = 24\pi$$

$$2x + 3y = 12 \qquad \therefore y = 0$$

$$2x + 0 = 12$$

$$x = 6 \rightarrow a = 6, \ b = 6$$

عندما

$$a = 6$$

$$A = a.b\pi$$

$$24\not{\pi} = a.b\not{\pi}$$

$$24 = 6b] \div b$$

$b = 4$ احتمال صح

عندما

$$b = 6$$

$$A = a.b\pi$$

$$24\not{\pi} = a.6\not{\pi}$$

$$24 = 6.a] \div 6$$

$a = 4$ $b > a$ يهمل لان

$$\therefore a = 6, \ b = 4$$

القطع سينات

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

41

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءا طوله (8) وحدات ومن محور الصادات جزءا طوله(12) وحدة ثم جد المسافة بين البؤرتين ومساحة منطقته .

2020 تمهيدي احيائي

القيمة الاكبر تمثل $2a$

القيمة الاصغر تمثل $2b$

$2a = 12 \Rightarrow \boxed{a = 6}$ صادات

$2b = 8 \Rightarrow \boxed{b = 4}$ سينات

∴ القطع صادات

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$36 = 16 + c^2$$

$$c^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

$$2c = 2(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$$

$$A = a.b\pi$$

$$= (6)(4)\pi$$

$$= 24\pi \text{ unit}^2$$

42

قطع ناقص معادلته $Kx^2 + hy^2 = 36$ ومركزه نقطة الاصل مجموع مربعي طولي محوريه يساوي (52) احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 4\sqrt{5}x$ جد $K, h \in R$

2020 دور (1) احيائي

$$kx^2 + hy^2 = 36 \;]\div 36$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{\frac{36}{h}} = 1$$

$$a^2 = \frac{36}{k} \;,\; b^2 = \frac{36}{h}$$

$$\left.\begin{array}{l} y^2 = 4\sqrt{5}x \\ y^2 = 4Px \end{array}\right] 4P = 4\sqrt{5}$$

$$\boxed{P = \sqrt{5}}$$

$$\underset{\text{مكافئ}}{P} = \underset{\text{ناقص}}{c} \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{5}}$$

$$(2a)^2 + (2b)^2 = 52$$

$$4a^2 + 4b^2 = 52 \;]\div 4$$

$$a^2 + b^2 = 13$$

$$\boxed{a^2 = 13 - b^2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13 - b^2 = b^2 + 5$$

$$2b^2 = 8 \Rightarrow \boxed{b^2 = 4}$$

$$a^2 = 13 - 4 \Rightarrow \boxed{a^2 = 9}$$

$$9 = \frac{36}{k} \Rightarrow \boxed{k = 4}$$

$$4 = \frac{36}{h} \Rightarrow \boxed{h = 9}$$

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه تنتميان إلى محور السينات والذي يقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي أحداثيها الصادي يساوي (4) وطول محوره الصغير يساوي نصف طول محوره الكبير

43 — 2022 دور 2 احيائي

$2b = \frac{1}{2}(2a) \Rightarrow a = 2b$

عند $y = 4$:

$y^2 + 8x = 0$

$16 + 8x = 0$

$8x = -16 \Rightarrow x = \frac{-16}{8} \Rightarrow x = -2$

∴ النقطة $(-2, 4)$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{17}{b^2} = 1$

$b^2 = 17$

$a^2 = 4b^2$

$a^2 = 4(17)$

$a^2 = 68$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$

إذا علمت أن $\frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1} = 1$ معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل , وإحدى بؤرتيه (3 , 0) وطول محوره الصغير يساوي (4) وحدات , جد قيمة كل من h , k .

44 — 2022 دور 2 تطبيقي

$2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b^2 = 4$

$c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 9 + 4$

$a^2 = 13$

∵ البؤرة على محور الصادات

$\frac{x^2}{2h-6} + \frac{y^2}{3k+1} = 1$

$a^2 = 3k + 1 \Rightarrow 13 = 3k + 1$

$3k = 13 - 1$

$3k = 12$

$\Rightarrow k = 4$

$b^2 = 2h - 6$

$4 = 2h - 6$

$2h = 4 + 6$

$2h = 10$

$\Rightarrow h = 5$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

45 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه (4,0) (-4,0) النقطة Q تنتمي للقطع بحيث ان محيط المثلث Qf_1f_2 يساوي 24 وحدة

Sol:

محيط المثلث $24 = Qf_1f_2$

محيط المثلث $= \underbrace{\overline{Qf_1}}_{2a} + \overline{Qf_2} + \underbrace{\overline{f_1f_2}}_{2a}$

$2a + 2c = 24 \quad]\div 2$

$\boxed{a + c = 12}$ ..... (1)

$\boxed{\therefore c = 4}$

$a + 4 = 12$

$a = 12 - 4$

$a = 8$

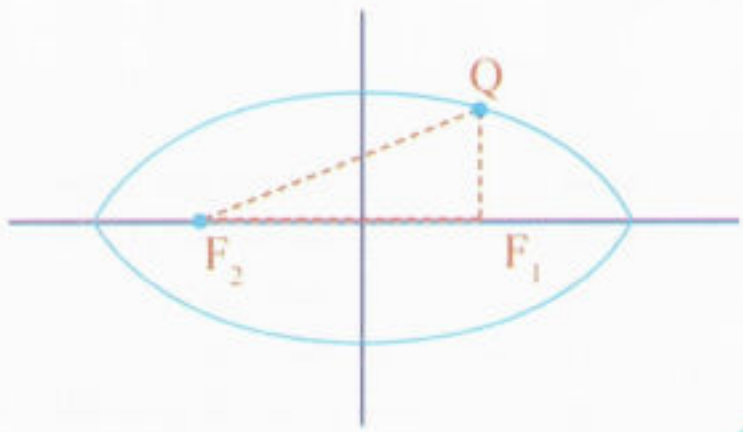
$a^2 = b^2 + c^2$

$64 = b^2 + 16$

$b^2 = 64 - 16$

$b^2 = 48$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$



2023 تمهيدي/احيائي

2014 دور (1)

2017 دور(1)تطبيقي

46 لتكن $kx^2 + 4y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل احدى بؤرتيه $(\sqrt{k}, 0)$ جد $k \in R^+$

Sol:

2023 دور(1) احيائي

$kx^2 + 4y^2 = 36 \quad]\div 36$

$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{9} = 1$

$a^2 = \frac{36}{k} \quad , \quad b^2 = 9$

القطع سينات $f(\sqrt{k}, 0)$

$c = \sqrt{k}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\frac{36}{k} = 9 + k \quad] \cdot k$

$36 = 9k + k^2$

$k^2 + 9k - 36 = 0$

$(k + 12)(k - 3) = 0$

اما $k + 12 = 0 \Rightarrow k = -12 \notin R^+$ يهمل

$k - 3 = 0$

$\boxed{k = 3}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

MATHEMATICS

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه (0,4) ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي (136)

47

Sol:

2023 دور(2) احيائي

$c = 4$

$(2a)^2 + (2b)^2 = 136$

$4a^2 + 4b^2 = 136] \div 4$

$a^2 + b^2 = 34$

$a^2 = 34 - b^2$

$a^2 = b^2 + c^2$

$34 - b^2 = b^2 + 16$

$b^2 + b^2 = 34 - 16$

$2b^2 = 18$

$b^2 = 9$

$b = 3$

$a^2 = 34 - 9$

$a^2 = 25$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ واحد رأسيه بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$

1

1997 دور (2)
2017 دور (2) تطبيقي- خارج
2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$$

$$a^2=36\ ,\ b^2=20$$

2019 دور (3) تطبيقي

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=36-20$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$$c_{\text{للناقص}} = c_{\text{للزائد}} \Rightarrow c=4$$

$$y^2+8x=0$$

$$y^2=-8x$$

$$y^2=-4px$$

$$4p=8\Rightarrow p=2$$

$$p_{\text{للمكافئ}} = a_{\text{للزائد}} \Rightarrow a=2$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$16=4+b^2$$

$$b^2=12$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

معادلة القطع الزائد

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$$

قطع زائد طول محوره الحقيقي (6) وحدات واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1,2\sqrt{5}),(1,-2\sqrt{5})$ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل

2

2023 د١ - تطبيقي

Sol :

$$y^2=4px$$

$(1,2\sqrt{5})$ تعوضها المعادلة

$$(2\sqrt{5})^2=4p(1)$$

$$20=4p\Rightarrow p=5\Rightarrow y^2=20x$$

معادلة القطع المكافئ

$$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c=5\Rightarrow c^2=25$$

$$2a=6\Rightarrow a=3\Rightarrow a^2=9$$

$$c^2=a^2+b^2$$

1997 دور (1)
2013 دور (2)
2014 دور (1)
2016 دور (1) خارج
2022 د١ تطبيقي

$$25=9+b^2$$

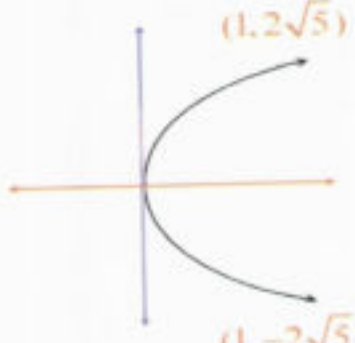
$$b^2=25-9$$

$$b^2=16$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

معادلة القطع الزائد

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$



البؤرة تقع على محور السينات من الرسم

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

3 قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $hx^2-ky^2=90$ وطول محوره الحقيقي $(6\sqrt{2})$ وحدة وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2+16y^2=576$ جد قيمتي كل من h,k الحقيقيتان

1998 دور (1) — 2012 دور (2) — 2015 دور (2) خارج — 2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

$$\left[9x^2+16y^2=576\right]\div 576$$

$$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2=64, b^2=36 \Rightarrow a^2=b^2+c^2$$

$$64=36+c^2 \Rightarrow c^2=28$$

$$c=\sqrt{28}$$

$(\sqrt{28},0),(-\sqrt{28},0)$ بؤرتي القطع الناقص

$c_{\text{الناقص}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c=\sqrt{28}$ في القطع الزائد

$$2a=6\sqrt{2} \Rightarrow a=3\sqrt{2} \Rightarrow a^2=18$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow 28=18+b^2$$

$$b^2=28-18 \Rightarrow b^2=10$$

$$\left[hx^2-ky^2=90\right]\div 90$$

$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}}-\frac{y^2}{\frac{90}{k}}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$a^2=\frac{90}{h} \Rightarrow 18=\frac{90}{h} \Rightarrow h=5$$

$$b^2=\frac{90}{k} \Rightarrow 10=\frac{90}{k} \Rightarrow k=9$$

2018 دور (2) تطبيقي- خارج — 2017 دور (1) احيائي - داخل

4 النقطة $P(6,L)$ تنتمي الى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل ومعادلته $x^2-3y^2=12$ جد كلا من قيمة L ثم جد طولي نصفي قطري البؤرتين المرسومين من تلك النقطة

1999 دور (1) — 2010 تمهيدي

Sol :

اي نقطة تنتمي الى المنحني $P(6,L)$ تحقق معادلته

$$x^2-3y^2=12 \Rightarrow (6)^2-3(L)^2=12$$

$$36-3L^2=12 \Rightarrow 3L^2=36-12$$

$$\left[3L^2=24\right]\div 3$$

$$L^2=8 \Rightarrow L=\pm 2\sqrt{2}$$

2018 دور (2) احيائي-خارج — 2017 دور (2) تطبيقي-خارج

$P_1(6,2\sqrt{2}), P_2(6,-2\sqrt{2}) \in$ للقطع الزائد

$$\left[x^2-3y^2=12\right]\div 12$$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=12, b^2=4$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c^2=12+4=16$$

$$c=4$$

$F_1(4,0)$ البؤرة اليمنى للقطع زائد $\Rightarrow$ هو طول النصف القطر البؤري من الجهة اليمنى P_1F_1

$F_2(-4,0)$ البؤرة اليسرى للقطع زائد $\Rightarrow$ هو طول النصف القطر البؤري من الجهة اليسرى P_2F_2

$$PF_1=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(6-4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(2)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$PF_1=\sqrt{4+8}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ وحدة طول

Telegram : @SadsHelp

$$PF_2=\sqrt{(6+4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_2=\sqrt{(10)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$$PF_2=\sqrt{100+8}=\sqrt{108}$$

$$PF_2=6\sqrt{3}$$ وحدة طول

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $x^2-3y^2=12$ والنسبة بين طولي محوريه كنسبة $\frac{5}{3}$

5

2000 دور (2)
2007 تمهيدي
2008 دور (2) خارج
2013 دور (3)
2014 دور (4) الانبار
2015 دور (1) نازحين
2021 دور (2) تطبيقي

Sol :

$$\left[x^2-3y^2=12\right]\div 12$$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$$ معادلة القطع الزائد

$$a^2=12, b^2=4$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=12+4$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$(4,0),(-4,0)$ بؤرتي القطع الزائد

$$c = c \Rightarrow c=4$$

الناقص الزائد

$$\frac{2a}{2b}=\frac{5}{3}\Rightarrow a=\frac{5b}{3}\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$a^2=b^2+c^2\ \ldots\ldots(2)$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$(\frac{5b}{3})^2=b^2+(4)^2$$

$$\left[\frac{25b^2}{9}=b^2+16\right].9$$

$$25b^2=9b^2+144$$

2019 دور (1) احيائي - خارج
2016 نازحين
2018 تمهيدي احيائي
2020 دور (1) تطبيقي

$$16b^2=144\Rightarrow b^2=\frac{144}{16}\Rightarrow b^2=9$$

$$b=3$$

$$a=\frac{5(3)}{3}\Rightarrow a=5$$

$$a^2=25$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع المخروطي الذي محوراه هما المحورين الاحداثيين واحدى بؤرتيه $(-5,0)$ واحد رأسيه $(3,0)$

6

2004 دور (1)

Sol :

$(-5,0)=(-c,0)\Rightarrow c=5\Rightarrow c^2=25$

$(3,0)=(a,0)\Rightarrow a=3\Rightarrow a^2=9$

$c^2=a^2+b^2\Rightarrow 25=9+b^2$

$b^2=25-9=16$

قطع زائد

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 = -20x$ و $y^2 = 20x$ والفرق بين طولي محوريه الحقيقي والمرافق يساوي 2 وحدة

7

2001 دور (2)

Sol :

$y^2 = 20x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 20 \Rightarrow p = 5$

$y^2 = -20x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 20 \Rightarrow p = 5$

بؤرتي القطع الناقص $(5,0)(-5,0)$

نفسها بؤرتي القطع الزائد

$p = c \Rightarrow c = 5$

الزائد المكافئ

اما $[2a - 2b = 2] \div 2$

$a - b = 1 \Rightarrow a = 1 + b$ .....(1)

نعوض (1) في المعادلة

$c^2 = a^2 + b^2$

$(5)^2 = (1+b)^2 + b^2$

$25 = 1 + 2b + b^2 + b^2$

$2b^2 + 2b + 1 - 25 = 0$

$2b^2 + 2b - 24 = 0] \div 2$

$b^2 + b - 12 = 0$

$(b+4)(b-3) = 0$

يهمل لايمكن ان تكون سالب $b + 4 = 0$ اما

او $b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3$

نعوضها في (1) $a = 1 + 3 \Rightarrow a = 4$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

او $[2b - 2a = 2] \div 2$

$b - a = 1 \Rightarrow b = 1 + a$ .....(1)

نعوض (1) في المعادلة $c^2 = a^2 + b^2$

$(5)^2 = a^2 + (1+a)^2$

$25 = a^2 + 1 + 2a + a^2$

$[2a^2 + 2a - 24 = 0] \div 2$

$a^2 + a - 12 = 0$

$(a+4)(a-3) = 0$

يهمل لايمكن ان تكون سالب $a + 4 = 0$

$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

نعوضها في (1)

$b = 1 + a$

$b = 1 + 3 = 4$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الزائد



ملاحظة

حرف العطف (و) في اللغة العربية ((الفرق بين طولي محوريه الحقيقي و المرافق)) تحمل وجهين:

الاول $2a - 2b = 2 \leftarrow$

الثاني $2b - 2a = 2 \leftarrow$

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2+12y=0$

8

2001 دور (1)
2009 تمهيدي
2014 دور (2)
2015 دور (1)

Sol :

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$

في القطع الناقص $a^2=25\ ,\ b^2=9$

2019 تمهيدي تطبيقي
2017 تمهيدي تطبيقي

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$$\underset{\text{للناقص}}{c}=\underset{\text{للزائد}}{c}\Rightarrow c=4$$

$$x^2+12y=0$$

$$x^2=-12y$$

$$x^2=-4px$$

$$4p=12\Rightarrow p=3\Rightarrow \underset{\text{للزائد}}{a}=3$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$16=9+b^2$$

$$b^2=16-9$$

$$b^2=7$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{7}=1$$

معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $x^2+9y^2=36$ والنسبة بين طولي محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$ وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

9

2002 دور (2)

Sol :

$$\left[x^2+9y^2=36\right]\div 36$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1\quad ,a^2=36\quad ,\quad b^2=4$$

$$a=6\quad ,\quad b=2$$

$$\underset{\text{الناقص}}{a}=\underset{\text{الزائد}}{c}\Rightarrow c=6$$

$$\frac{2a}{2c}=\frac{1}{2}\Rightarrow c=2a\Rightarrow 6=2a$$

$$a=3$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$36=9+b^2$$

$$b^2=27$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$$

معادلة القطع الزائد

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

10 ليكن $5y^2 - 4x^2 = h$ قطع الزائد احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $4y - 5x^2 = 0$
جد قيمة h

2003 دور (2)

Sol :

$$4y - 5x^2 = 0 \Rightarrow 4y = 5x^2 \;]\div 5$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 = \dfrac{4y}{5} \\ x^2 = 4Py \end{array}\right] \quad 4p = \dfrac{4}{5}$$

$$P = \frac{1}{5}$$

$$P = c = \frac{1}{5}$$

مكافئ زائد

$$5y^2 - 4x^2 = h \;]\div h$$

$$\frac{y^2}{\frac{h}{5}} - \frac{x^2}{\frac{h}{4}} = 1$$

$$a^2 = \frac{h}{5}\ ,\ b^2 = \frac{h}{4}\ ,\ c^2 = \frac{1}{25}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{1}{25} = \frac{h}{5} + \frac{h}{4}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{4h + 5h}{20}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{9h}{20}$$

$$\boxed{h = \frac{4}{45}}$$

11 جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ والنسبة بين البعد بين بؤرتيه وطول محوره المرافق كنسبة $\frac{5}{4}$

2003 دور (2)
2009 دور (2)
2019 تمهيدي احيائي

Sol :

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$$

$$a^2 = 49, b^2 = 24$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 49 = 24 + c^2$$

$$c^2 = 49 - 24$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

$$c = a \Rightarrow a = 5$$

الناقص الزائد

$$\frac{2c}{2b} = \frac{5}{4} \Rightarrow [4c = 5b] \div 4$$

$$c = \frac{5b}{4} \ldots\ldots (1)$$

$c^2 = a^2 + b^2$ نعوض (1) في المعادلة

$$\left(\frac{5b}{4}\right)^2 = (5)^2 + b^2 \Rightarrow \left[\frac{25b^2}{16} = 25 + b^2\right].16$$

$$25b^2 = 400 + 16b^2$$

$$25b^2 - 16b^2 = 400$$

$$9b^2 = 400$$

$$b^2 = \frac{400}{9}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{\frac{400}{9}} = 1$$

معادلة القطع الزائد

Telegram : @SadsHelp

قطعان زائد وناقص احدهما يمر ببؤرتي الآخر جد معادلة القطع الزائد اذا علمت ان معادلة القطع الناقص هي $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ علماً ان محوريهما على المحورين الاحداثيين

12

2004 دور (2)
2005 تمهيدي
2006 دور (2)
2008 دور (2)
2014 دور (3)
2018 دور(3) تطبيقي

Sol :

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$

معادلة القطع الناقص

$$a^2=25\Rightarrow a=5$$

$$b^2=9\Rightarrow b=3$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$$c = a \Rightarrow a=4$$

الناقص الزائد

$$a = c \Rightarrow c=5$$

الناقص الزائد

$$c^2=a^2+b^2$$

$$25=16+b^2$$

$$b^2=25-16\Rightarrow b^2=9$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه هي مركزه الدائرة $x^2+y^2-16y+15=0$ ونصف طول محوره المرافق يساوي نصف قطر تلك الدائرة ؟

13

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

$$x^2+y^2-16y+15=0$$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

بعد المقارنة بالصورة القياسية

معامل x

$$h=\frac{-a}{2}=\frac{0}{2}=0 \quad , \ a=0$$

$$, \ b=-16$$

معامل y

$$k=\frac{-b}{2}=\frac{16}{2}=8 \quad , \ c=15$$

$$r=\sqrt{h^2+k^2-c}=\sqrt{(0)^2+(8)^2-15}$$

$$r=\sqrt{64-15}=\sqrt{49}=7$$

(h,k) مركز الدائرة

$(0,\pm 8)$ بؤرتي القطع الزائد

$$\frac{1}{2}(2b)=r\Rightarrow b=r\Rightarrow b=7$$

$$c^2=a^2+b^2\Rightarrow (8)^2=a^2+(7)^2$$

$$64=a^2+49$$

$$a^2=64-49\Rightarrow a^2=15$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{15}-\frac{x^2}{49}=1$$ معادلة القطع الزائد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

قطع ناقص مركزه نقطة الاصل وقطع زائد نقطة تقاطع محوريه نقطة الاصل كل منهما يمر ببؤرة الاخر فاذا كانت معادلة القطع الناقص $9x^2+25y^2=225$ فجد

1. مساحة القطع الناقص
2. محيط القطع الناقص
3. معادلة القطع الزائد ثم ارسمه؟
4. الاختلاف المركزي لكل منهما

14

Sol :

$$\left[9x^2+25y^2=225\right]\div 225$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ في القطع الناقص

$$a^2=25\ ,\ b^2=9$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

1 $A=ab\pi\Rightarrow A=(5)(3)\pi=15\pi$ مساحة القطع الناقص

2 $P=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$$P=2\pi\sqrt{\frac{25+9}{2}}$$

$$P=2\pi\sqrt{\frac{34}{2}}$$

$$P=2\sqrt{17}\pi$$ محيط القطع الناقص

3 $c=a\Rightarrow a=4\Rightarrow a^2=16$
ز للزائد للناقص

$a=c\Rightarrow c=5\Rightarrow c^2=25$
ز للزائد للناقص

$b^2=c^2-a^2$

$b^2=25-16$

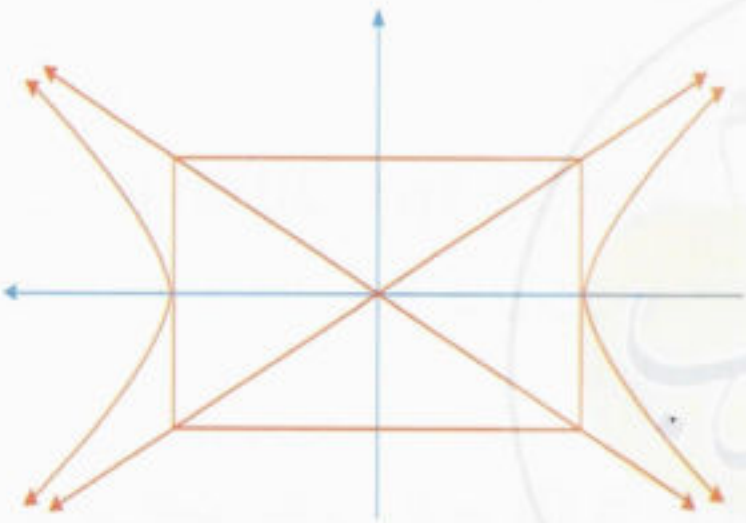
$b^2=9$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

معادلة القطع الزائد

2004 دور (2)
2005 تمهيدي
2006 دور (2)
2008 دور (2)
2014 دور (3)
2018 دور (3) تطبيقي- داخل



4 $e=\frac{c}{a}$ الاختلاف المركزي للقطع الناقص

$e=\frac{4}{5}$

$e=\frac{c}{a}$ الاختلاف المركزي للقطع الزائد

$e=\frac{5}{4}$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 = -20x$ و $y^2 = 20x$ وطول محورة المرافق 8 وحدات

15

2005 دور (1)
2008 دور (1)
2015 دور (4) رصافة

Sol :

$y^2 = 20x$

$y^2 = 4px$

$4p = 20 \Rightarrow p = 5$

$y^2 = -20x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 20 \Rightarrow p = 5$

$p = c \Rightarrow c = 5$

الزائد المكافئ

بؤرتي القطع المكافئ والزائد $(5,0),(-5,0)$

$2b = 8 \Rightarrow b = 4$

$c^2 = a^2 + b^2$

$(5)^2 = a^2 + (4)^2$

$25 = a^2 + 16$

$a^2 = 25 - 16 \Rightarrow a^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الزائد

عين النقاط على القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1$ والتي تبعد عن البؤرة في الفرع الايمن بمقدار $\frac{1}{\sqrt{3}}$ وحدة

16

2005 دور (2)

Sol :

$a^2 = 3$

$b^2 = 1, \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow c = 2$

$F_1(2,0)$ البؤرة اليمنى للقطع الزائد

let $p(x,y) \in$ للقطع الزائد

$PF_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = PF_1$

$\sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$(x-2)^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ بتربيع الطرفين

$\left[x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{3}\right].3$

$3x^2 - 12x + 11 + 3y^2 = 0$ .....(1)

$\left[\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1\right].3$

$x^2 - 3y^2 = 3 \Rightarrow 3y^2 = x^2 - 3$ .....(2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$3x^2 - 12x + 11 + x^2 - 3 = 0$

$\left[4x^2 - 12x + 8 = 0\right] \div 4$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)(x-2) = 0$

اما $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

نعوضها في (2)

$3y^2 = 1 - 3 \Rightarrow 3y^2 = -2$ يهمل

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

او $x-2=0 \Rightarrow x=2$

نعوضها في (2)

$$3y^2=4-3 \Rightarrow 3y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{3}$$

$$y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

للقطع الزائد $\left(2,\frac{1}{\sqrt{3}}\right),\left(2,\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) \in$

لتكن $16x^2-9y^2=144$ جد البؤرتين والرأسين وطول كل من المحورين الحقيقي والمرافق

2006 تمهيدي
2014 نازحين

17

Sol :

$$\left[16x^2-9y^2=144\right]\div 144$$

قطع زائد

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$

$$a^2=9 \Rightarrow a=3, b^2=16 \Rightarrow b=4$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c^2=9+16=25$$

$$c=5$$

البؤرتان

$$F_1(c,0), F_2(-c,0)=(5,0),(-5,0)$$

الرأسان

$$V_1(a,0), V_2(-a,0)=(3,0),(-3,0)$$

طول المحور الحقيقي $2a=6$

طول المحور المرافق (التخيلي) $2b=8$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرة القطع الناقص $\frac{x^2}{41}+\frac{y^2}{16}=1$ وطول محوره المرافق (8) وحدات ومركزه نقطة الاصل

2007 دور (2)

18

Sol :

$$\frac{x^2}{41}+\frac{y^2}{16}=1$$

$$a^2=41\ ,\ b^2=16$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$41=16+c^2$$

$$c^2=41-16 \Rightarrow c^2=25$$

$$c=5$$

$$\underset{\text{ناقص}}{c=c} \qquad \underset{\text{زائد}}{c=5}$$

زائد

$$2b=8 \Rightarrow b=4$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$25=16+a^2$$

$$a^2=25-16$$

$$a^2=9$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه نقطة تقاطع المستقيم $2x - y = 8$ مع محور السينات وطول محوره التخيلي 4 وحدات

19

2007 تمهيدي

2017 دور (2) احيائي

Sol :

مع محور السينات اذاً $y = 0$, $2x - y = 8$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

احدى بؤرتي القطع الزائد $(4,0) \Rightarrow c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = a^2 + 4$

$a^2 = 16 - 4 \Rightarrow a^2 = 12$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

لتكن $x^2 - ky^2 = 3$ تمثل معادلة قطع زائد احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$
جد قيمة k

20

2007 دور (1)

Sol :

$$\left.\begin{matrix} y^2 = -8x \\ y^2 = -4px \end{matrix}\right] = 4p = 8 \Rightarrow \boxed{p = 2}$$

$\boxed{c = 2}$

$$\left[x^2 - ky^2 = 3\right] \div 3 \Rightarrow \frac{x^3}{3} - \frac{y^2}{\frac{3}{k}} = 1$$

$a^2 = 3,\ b^2 = \frac{3}{k},\ c = 2$

$c^2 = a^2 + b^2$

$4 = 3 + \frac{3}{k} \Rightarrow 4 - 3 = \frac{3}{k}$

$1 = \frac{3}{k} \Rightarrow \boxed{k = 3}$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل والبعد بين بؤرتيه 8 وحدات ورأساه هما بؤرتا القطع الزائد $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

21

2007 دور (1)

Sol :

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 16,\ b^2 = q,\ c = 2$ ؟

$C^2 = a^2 + b^2$

$C^2 = 16 + 9 \Rightarrow C^2 = 25 \Rightarrow \boxed{C = 5}$ زائد

$a = c \Rightarrow \boxed{a = 5}$ ناقص

زائد ناقص
$2c = 8 \Rightarrow \boxed{c = 4}$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$

$b = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} \Rightarrow \boxed{b = 3}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ وطول محوره الحقيقي(12) وحدة وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

22

2007 خارج القطر

Sol :

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1 \quad \begin{matrix} a^2=100 \\ b^2=64 \\ C=? \end{matrix}$$

$$a^2=100 \Rightarrow \boxed{a=10}$$

$$\boxed{C=10}$$

القطع الزائد : -

$$2a=12 \Rightarrow \boxed{a=6}$$

$$C^2=a^2+b^2 \Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}$$

$$b=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}$$

$$\boxed{b=8}$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان احد رأسيه يبعد عن بؤرتيه 2,8 على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

23

2017 دور (1) احيائي/موصل

2017 تمهيدي احيائي

Sol :

$$2+8=2c$$

$$10=2c$$

$$\boxed{c=5}$$

$$8-2=2a$$

$$6=2a$$

$$a=3$$

$$c^2=25\ ,\ a^2=9\ ,\ b^2=?$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$25=9+b^2$$

$$b^2=25-9$$

$$b^2=16$$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ القطع سينات

$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ القطع صادات

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد $8y^2 - x^2 = 32$ ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$

24

Sol :

$$\left[8y^2 - x^2 = 32\right] \div 32$$

في القطع الزائد

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{32} = 1 \quad , \quad a^2 = 4 \, , \, b^2 = 32$$

2006 دور (1)
2016 دور (2)

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 4 + 32$$

$$c^2 = 36 \Rightarrow c = 6$$

$$c = c \Rightarrow c = 6$$

للناقص — للزائد

$$y^2 + 16 = 0$$

$$y^2 = -16x$$

$$y^2 = -4px$$

$$4p = 16 \Rightarrow p = 4$$

$x = -4$ معادلة الدليل

لان البؤرة على محور الصادات

$$\therefore b = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 16 + 36$$

$$a^2 = 52$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{52} + \frac{x^2}{16} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ والنسبة بين طول محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه يساوي $\frac{1}{2}$

25

2008 تمهيدي

Sol :

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2 = 25 \quad , \quad b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9$$

$$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$$c = c \Rightarrow c = 4$$

الناقص — الزائد — للزائد

$$\frac{2a}{2c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = c$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

للزائد

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 16 - 4$$

$$b^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$ معادلة القطع الزائد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي يمر ببؤرتي القطع الزائد $16x^2 - 9y^2 = 144$ ويقطع محور السينات جزءاً طوله 12 وحدة

26

2009 دور (1)

Sol :

$$\left[9y^2 - 16x^2 = 144\right] \div 144$$

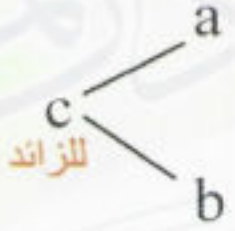
$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$a^2 = 16 \quad , \quad b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 16 + 9$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$



للناقص $c = a$ ز

$\Rightarrow$ للناقص أو

للناقص $c = b$ ز

أما

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

أو

$$2b = 12 \Rightarrow b = 6$$

بالمقارنة

$$a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وطول محوره الحقيقي 6 وحدات والاختلاف المركزي يساوي (2) وبؤرتاه تقعان على المحور السيني

27

2011 خارج القطر

Sol :

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow c = 2a \Rightarrow c = 2(3) = 6$$

$$c^2 = 36$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 36 = 9 + b^2$$

$$b^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$$ معادلة القطع الزائد

قطع مخروطي بؤرتاه $F_1(4,0)$, $F_2(-4,0)$ واختلافه 2 جد معادلته

28

Sol :

$\because e > 1 \quad \therefore$ القطع الزائد

$$c = 4 \ , \ e = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{c}{a}$$

$$a = \frac{c}{2} \Rightarrow a = \frac{4}{2}$$

$$a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = b^2 + 4$$

$$b^2 = 16 - 4 \Rightarrow b^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

2013 دور (1)

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات واختلافه المركزي (3) وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة جد معادلته

29

Sol :

$2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$

$e = 3 \Rightarrow 3 = \frac{c}{a}$

$c = 3a$

$c^2 = b^2 + a^2$

$9a^2 = 2 + a^2$

$8a^2 = 2$

$a^2 = \frac{1}{4}$

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$\frac{y^2}{\frac{1}{4}} - \frac{x^2}{2} = 1$

2013 دور (2)

2017 دور (1) تطبيقي/موصل

جد معادلة القطع المخروطي الذي رأسه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين واختلافه المركزي يساوي 3 ويمر بالنقطة (0,2)

30

2016 تمهيدي

Sol :

الاختلاف المركزي اكبر من واحد

$\therefore$ القطع زائد $a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$

$\frac{c}{a} = 3 \Rightarrow \frac{c}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{c = 6}$

$c^2 = 36$

2023 تمهيدي- تطبيقي

$c^2 = a^2 + b^2$

$36 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 36 - 4 = 32$

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{32} = 1$

معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتي القطع الناقص $9x^2 + 5y^2 = 45$ والمسافة بين بؤرتيه تساوي ضعف طول محوره المرافق

31

2013 خارج القطر

Sol :

$[9x^2 + 5y^2 = 45] \div 45$

$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الناقص

القطع صادات

$a^2 = 9 \ , \ b^2 = 5$

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 9 - 5$

$c^2 = 4 \Rightarrow c = 2$

$c = a \Rightarrow a = 2$

للناقص للزائد

$2c = 2(2b) \Rightarrow c = 2b$ .....(1)

$c^2 = a^2 + b^2$ .....(2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(2b)^2 = (2)^2 + b^2$

$4b^2 = 4 + b^2$

$3b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3}$

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{\frac{4}{3}} = 1$ معادلة القطع الزائد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و بؤرتاه تقعان على محور السينات ومجموع طولي محوريه يساوي 16 وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الزائد $x^2 - 2y^2 = 6$

32

2014 دور (4) الانبار

Sol :

$$\left[x^2 - 2y^2 = 6\right] \div 6$$

في القطع الزائد $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$

$$a^2 = 6 \ , \ b^2 = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 6 + 3$$

$$c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

c للناقص $=$ c للزائد $\Rightarrow$ $c = 3$

$$\left[2a + 2b = 16\right] \div 2$$

$$a + b = 8$$

$$a = 8 - b \quad \ldots\ldots (1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$(8 - b)^2 = b^2 + (3)^2$$

$$64 - 16b + b^2 = b^2 + 9$$

$$16b = 64 - 9$$

$$16b = 55 \Rightarrow b = \frac{55}{16}$$

$$b^2 = \frac{3025}{256}$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a = 8 - \frac{55}{16}$$

$$a = \frac{128 - 55}{16} = \frac{73}{16} \Rightarrow a^2 = \frac{5329}{256}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{5329}{256}} + \frac{y^2}{\frac{3025}{256}} = 1$$

قد يكون مجموع طولي محوري القطع الناقص 18 ليس 16 وهناك خطأ مطبعي في السؤال ليكون الجواب هو

$$\left[2a + 2b = 18\right] \div 2$$

$$a + b = 9$$

$$a = 9 - b \quad \ldots\ldots (1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (2) في (1)

$$(9 - b)^2 = b^2 + (3)^2$$

$$81 - 18b + b^2 = b^2 + 9$$

$$18b = 81 - 9 \Rightarrow 18b = 72$$

$$b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a = 9 - 4 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الناقص والزائد اذا كان كل منهما يمر ببؤرتي الاخر وكلاهما تقعان على محور السيني وطول المحور الكبير يساوي $6\sqrt{2}$ وطول المحور الحقيقي يساوي $6m$

33

2014 تمهيدي
2016 دور (1)

Sol :

$2a = 6\sqrt{2}$

$a = 3\sqrt{2}$ في القطع الناقص

$2a = 6 \Rightarrow a = 3$ في القطع الزائد

$a = c \Rightarrow c = 3$
للزائد للناقص

$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2$

$b^2 = 18 - 9$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الناقص

$a = c \Rightarrow c = 3\sqrt{2}$
للناقص للزائد

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2$

$b^2 = 18 - 9$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الزائد

قطع زائد احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 16x$ وطول محوره المرافق $4\sqrt{3}$ وحدة
جد معادلته

34

2015 نازحين

Sol :

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4Px$

$4P = 16 \Rightarrow \boxed{P = 4}$

$c = P$
زائد مكافئ

$c = 4$

$2b = 4\sqrt{3} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$

$b^2 = 12$

$c^2 = a^2 + b^2$

$16 = a^2 + 12$

$a^2 = 16 - 12 \Rightarrow a^2 = 4$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اكتب المعادلة القياسية للقطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان احد راسيه يبعد عن البؤرتين بالعددين 1,9 على الترتيب اذا علمت ان محوراه ينطبقان على المحورين الاحداثيين

35

2015 تمهيدي

2022 دور 2 تطبيقي

Sol :

$2c = 1 + 9$

$2c = 10 \Rightarrow c = 5$

$2a = 9 - 1 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (5)^2 = (4)^2 + b^2$

$25 = 16 + b^2$

2023 د١ - احيائي

$b^2 = 25 - 16 = 9$

اما $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

معادلة القطع الزائد على محور السينات

2023 تمهيدي- احيائي

او $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

معادلة القطع الزائد على محور الصادات $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(\pm 6, 0)$ ويتقاطع مع محور السينات عند $x = \pm 4$ ومركزه نقطة الاصل

36

2015 دور (4) الانبار

2016 نازحين

Sol :

$c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 36 = 16 + b^2$

$b^2 = 36 - 16 = 20$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$

معادلة القطع الزائد

ليكن $5y^2 - 4x^2 = k$ قطع زائد احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $4y - \sqrt{5}x^2 = 0$ جد قيمة k

37

2015 دور (2)

Sol :

$4y - \sqrt{5}x^2 = 0$

$\left[\sqrt{5}x^2 = 4y\right] \div \sqrt{5}$

$x^2 = \frac{4}{\sqrt{5}}y$

$x^2 = +4py \Rightarrow 4p = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow p = \frac{4}{4\sqrt{5}}$

$p = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الزائد}}$

$c = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$(0, \frac{1}{\sqrt{5}})\ ,\ (0, \frac{-1}{\sqrt{5}})$ بؤرتي القطع الزائد

$\left[5y^2 - 4x^2 = k\right] \div k$

$\frac{y^2}{\frac{k}{5}} - \frac{x^2}{\frac{k}{4}} = 1$

$a^2 = \frac{k}{5}, b^2 = \frac{k}{4}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$(\frac{1}{\sqrt{5}})^2 = (\frac{k}{5}) + (\frac{k}{4})$

$\left[\frac{1}{5} = \frac{k}{5} + \frac{k}{4}\right].20$

$4 = 4k + 5k$

$9k = 4$

$k = \frac{4}{9}$

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ والمار ببؤرتي القطع الناقص نفسه ثم جد مساحة القطع الناقص

38

2015 دور (1) خارج

Sol :

في القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

$a^2=100\Rightarrow a=10$

$b^2=64\Rightarrow b=8$

$c^2=a^2-b^2$

$c^2=100-64$

$c^2=36\Rightarrow c=6$

$c = a \Rightarrow a=6$

للناقص للزائد

$a = c \Rightarrow c=10$

للناقص للزائد

$b^2=c^2-a^2$

$b^2=100-36$

$b^2=64$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

معادلة القطع الزائد

$A=ab\pi$

$A=10(8)\pi$

$A=80\pi$ مساحة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $25x^2+9y^2=225$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2+8y=0$

39

2015 دور (3)

Sol :

$[25x^2+9y^2=225]\div 225$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ معادلة القطع الناقص

$a^2=25\ ,\ b^2=9$

$c^2=a^2-b^2$

$c^2=25-9$

$c^2=16\Rightarrow c=4$

$c = c \Rightarrow c=4$

للناقص للزائد

$x^2=-8y$

$x^2=-4py\Rightarrow 4p=8\Rightarrow p=2$

$\therefore\ a=2\ ,\ p=a$

للزائد

$b^2=c^2-a^2$

$b^2=16-4$

$b^2=12$

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{12}=1$ معادلة القطع الزائد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

40 جد معادلة القطع الزائد المار من بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ وطول محوره المرافق يساوي المسافة بين بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$ ومعادلة دليله

2017 دور (1) تطبيقي/خارج

Sol :

$$\left.\begin{array}{l} y^2=-8x \\ y^2=4Px \end{array}\right] 4P=8$$

$$P=2 \Rightarrow 2P=2b$$

مكافئ زائد

$$P=b \Rightarrow \boxed{b=2}$$

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$

$$a^2=25\ ,\ b^2=9$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$25=9+c^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16$$

$$c=4$$

$$c = a$$

ناقص زائد

$$a=4\ ,\ b=2$$ زائد

$$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}=1$$

41 جد معادلة القطع الزائد الذي يمر بالنقطة(3,8) وبؤرتاه على السينات والبعد بين بؤرتيه ثلاثة امثال طول محوره الحقيقي

2017 دور (2) تطبيقي/موصل

Sol :

$$\frac{9}{a^2}-\frac{64}{b^2}=1\Big].a^2b^2$$

$$9b^2-64a^2=a^2.b^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$2c=3(2a)\Big]\div 2$$

$$c=3a$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$9a^2=a^2+b^2$$

$$9a^2=a^2+b^2$$

$$b^2=8a^2 \quad \ldots\ldots\ldots (2) \quad \text{in } (1)$$

$$9(8a^2)-64a^2=8a^2(a^2)$$

$$72a^2-64a^2=8a^4$$

$$8a^2=8a^4$$

$$8a^4-8a^2=0\Big]\div 8$$

$$a^4-a^2=0$$

$$a^2(a^2-1)=0$$

$$a^2=0 \quad \text{يهمل}$$

$$a^2-1=0 \Rightarrow \boxed{a^2=1}$$

$$b^2=8a^2 \Rightarrow b^2=8$$

$$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$$

Telegram : @SadsHelp

42

النقطة $P(6,L)$ تنتمي الى القطع الزائد $2x^2 = 6y^2 + 24$ جد قيمة L وجد نصف القطر البؤري للقطع المرسوم من الجهة اليسرى من P

2017 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol :

النقطة $P(6,L)$ تحـقق المعـادلة

$$\left[2x^2 = 6y^2 + 24\right] \div 2 \Rightarrow x^2 = 3y^2 + 12$$

$$x^2 - 3y^2 = 12 \Rightarrow (6)^2 - 3(L)^2 = 12$$

$$36 - 3L^2 = 12 \Rightarrow 3L^2 = 36 - 12 \Rightarrow 3L^2 = 24$$

$$L^2 = 8 \Rightarrow L = \pm\sqrt{8}$$

للقطع الزائد $p_1(6,\sqrt{8}), p_2(6,-\sqrt{8}) \in$

$$\left[x^2 - 3y^2 = 12\right] \div 12 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 12, b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12 + 4 = 16$$

$$c = 4$$

البؤرة اليسرى للقطع الزائد $F_2(-4,0)$

هوطول النصف القطر البؤري من الجهة اليسرى PF_2

$$PF_2 = \sqrt{(6+4)^2 + (\sqrt{8}-0)^2}$$

$$PF_2 = \sqrt{(10)^2 + (\sqrt{8})^2} = \sqrt{100+8}$$

وحدة طول $PF_2 = \sqrt{108} \Rightarrow PF_2 = 6\sqrt{3}$

43

قطع مكافئ معادلته $x^2 = 10y - 3ky$ ومعادل دليله $y = 2k$ جد قيمة k ومعادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ نفسه وطول محوره المرافق يساوي وحدتا طول

2017 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

معادلة القطع المكافئ $x^2 = (10-3k)y$

معادلة دليله $y = 2k$

من خلال المعطيات نجد ان معادلة القطع المكافئ الصادي تتقبل احد احتمالين اما ان تكون البؤرة سالبة والدليل موجب او ان تكون البؤرة موجبة والدليل سالب

الاحتمال (1)

$$x^2 = (10-3k)y$$

$$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 10 - 3k \quad \ldots\ldots (1)$$

$$y=2k,\ y=-p \Rightarrow p = -2k \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (2) في (1)

$$4(-2k) = 10 - 3k \Rightarrow -8k = 10 - 3k$$

$$-5k = 10 \Rightarrow k = -2$$

نعوض القيمة في (2)

$$P = -2(-2) = 4$$

بؤرة القطع المكافئ $F(0,4)$

$$P_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c = 4$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (4)^2 = a^2 + (1)^2$$

$$16 = a^2 + 1 \Rightarrow a^2 = 15$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{1} = 1$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

الاحتمال (2)

$x^2 = (10-3k)y$

$x^2 = -4py \Rightarrow -4p = 10-3k$ ....(1)

$y=2k,\ y=p \Rightarrow 2k = p$ .....(2)

نعوض (2) في (1)

$-4(2k) = 10-3k$

$-8k = 10-3k \Rightarrow -5k = 10$

$k = -2$

نعوض قيمة (k) في (2)

$P = 2k \Rightarrow P = 2(-2) \Rightarrow P = -4$

قيمة مرفوضة (تهمل)

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$ والنسبة بين طول محوره المرافق والبعد وبين البؤرتين كنسبة $\frac{2}{3}$

44

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

$\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$

$a^2 = 35, b^2 = 10$

$c^2 = a^2 - b^2$ في القطع الناقص

$c^2 = 35-10$

$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$

$(\pm 5, 0)$ بؤرتي القطع الناقص

$c = a \Rightarrow a = 5$

للزائد للناقص

$\frac{2b}{2c} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2c = 3b \Rightarrow c = \frac{3b}{2}$ .....(1)

$c^2 = a^2 + b^2$ .....(2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(\frac{3b}{2})^2 = (5)^2 + b^2$

$\left[\frac{9b^2}{4} = 25 + b^2\right].4$

$9b^2 = 100 + 4b^2$

$9b^2 - 4b^2 = 100$

$5b^2 = 100 \Rightarrow b^2 = 20$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{20}=1$ معادلة القطع الزائد

MATHEMATIC

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $36x^2 + 11y^2 = 396$ واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرته على محور الصادات ويمر دليله بالنقطة (4,7)

45

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol :

$$\left[36x^2 + 11y^2 = 396\right] \div 396$$

$$\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{36} = 1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2 = 36, b^2 = 11$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 36 - 11$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

$$c = a \Rightarrow a = 5$$

للزائد للناقص

$$y = 7$$ معادلة الدليل في القطع المكافئ

$(0 , \pm 7)$ بؤرتي القطع الزائد

$$c = 7 \ , \ a = 5$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 49 - 25$$

$$b^2 = 24$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره الحقيقي يساوي البعد بين بؤرة القطع المكافئ $y^2 - 24x = 0$ ودليله كما ان بؤرتيه تمر برأسي القطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

46

2017 دور (2) احيائي - خارج

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$y^2 = 24x$$

$$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$$

$$2p = 12 \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

للزائد

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2 = 100 \ , \ b^2 = 64$$

$$a = 10 \ , \ b = 8$$

$$a = c \Rightarrow c = 10$$

للناقص للزائد

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 100 - 36$$

$$b^2 = 64$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$ معادلة القطع الزائد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

النقطة $P(h,2\sqrt{2})$ تنتمي للقطع الزائد الذي معادلته $x^2-3y^2=2h$ ومركزه نقطة الاصل, جد قيمة h الحقيقية الموجبة ثم جد طول نصف القطر البؤري للاول والثاني المرسومين من نقطة؟

47

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$x^2-3y^2=2h$$

النقطة $(h,2\sqrt{2})$ تحقق المعادلة

$$h^2-3(2\sqrt{2})^2=2h$$

$$h^2-2h-3(8)=0$$

$$h^2-2h-24=0$$

$$(h-6)(h+4)=0$$

اما $h-6=0\Rightarrow h=6$

او $h+4=0\Rightarrow h=-4$ يهمل

لانه ذكر قيمة h موجبة

نعوض قيمة (h)

$$x^2-3y^2=2h$$

$$\left[x^2-3y^2=12\right]\div 12$$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=12,b^2=4$$

$$c^2=a^2+b^2\Rightarrow c^2=12+4$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

بؤرتي القطع الزائد $F_1(4,0),F_2(-4,0)$

للقطع الزائد $P(6,2\sqrt{2})\in$

PF_1 هو طول النصف القطر البؤري من جهة اليمين

PF_2 هو طول النصف القطر البؤري من جهة اليسرى

$$FP=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(6-4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(2)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$PF_1=\sqrt{4+8}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ وحدة طول

$$PF_2=\sqrt{(6+4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_2=\sqrt{(10)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$$PF_2=\sqrt{100+8}$$

$PF_2=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ وحدة طول

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $hx^2 - 4y^2 = L$ وطول محوره التخيلي يساوي $2\sqrt{5}$ وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $4x^2 + 13y^2 = 52$ جد قيمتي L , h الحقيقيتان

48

2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol :

$$\left[4x^2 + 13y^2 = 52\right] \div 52$$

$$\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 13 \ , b^2 = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$13 = 4 + c^2 \Rightarrow c^2 = 13 - 4$$

$$c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

$c = c \Rightarrow c = 3$ (ز للزائد، للناقص)

$$2b = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = \sqrt{5} \Rightarrow b^2 = 5$$

للزائد

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = 9 - 5$$

$$a^2 = 4$$

$$\left[hx^2 - 4y^2 = L\right] \div L$$

$$\frac{x^2}{\frac{L}{h}} - \frac{y^2}{\frac{L}{4}} = 1$$

$$b^2 = \frac{L}{4} \Rightarrow 5 = \frac{L}{4} \Rightarrow L = 20$$

$$a^2 = \frac{L}{h} \Rightarrow 4 = \frac{20}{h} \Rightarrow 4h = 20$$

$$h = 5$$

لتكن $ky^2 - hx^2 = 63$ معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرة القطع الناقص الذي معادلته $25x^2 + 9y^2 = 225$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2 + 12y = 0$ جد $h, k \in R$

49

2019 دور (1) احيائي

2021 دور (2) احيائي

Sol :

$$ky^2 - hx^2 = 63\] \div 63$$

$$\frac{y^2}{\frac{63}{k}} - \frac{x^2}{\frac{63}{h}} = 1 \ , \ a^2 = \frac{63}{k} \ , \ b^2 = \frac{63}{h}$$

القطع المكافئ

$$x^2 + 12y = 0 \Rightarrow x^2 = -12y$$

$$x^2 = -4Py$$

$P = 3 = a \Rightarrow a = 3$ (مكافئ، زائد)

القطع الناقص

$$25x^2 + 9y^2 = 225\] \div 225$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \boxed{a^2 = 25} \ , \boxed{b^2 = 9}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = 9 + c^2$$

$$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$c = c$ (ز) $c = 4$ (زائد)

القطع الزائد

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = 9 + b^2$$

$$b^2 = 16 - 9 \Rightarrow b^2 = 7$$

$$a^2 = \frac{63}{k} \Rightarrow k = \frac{63}{9} \Rightarrow k = 7$$

$$a^2 = \frac{63}{h} \Rightarrow h = \frac{63}{7} \Rightarrow h = 9$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

50

قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $kx^2 - 9y^2 = h$ وطول محوره الحقيقي (6) وحدات واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ المار بالنقطتين $(1,-4)$, $(1,4)$
جد قيمة $k , h \in R$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

القطع المكافئ: ربع اول $(1,4)$، ربع رابع $(1,-4)$ ← نحو اليمين

$y^2 = 4Px$

$(4)^2 = 4P(1)$

$16 = 4P \Rightarrow c = 4$

$P = c \Rightarrow c = 4$

زائد = مكافئ

القطع الزائد: $c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = 9 + b^2$

$b^2 = 16 - 9 \Rightarrow b^2 = 7$

$kx^2 - 9y^2 = h \;]\div h$

$\frac{x^2}{\frac{h}{k}} - \frac{y^2}{\frac{h}{9}}$

$a^2 = \frac{h}{k} \Rightarrow k = \frac{h}{a^2} \Rightarrow k = \frac{63}{9} = 7$

$b^2 = \frac{h}{9} \Rightarrow h = 9b^2 \Rightarrow h = 9(7)$

$h = 63$

51

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1$
ومجموع طول محوريه الحقيقي والمرافق يساوي (28) وحدة

2019 دور (2) احيائي

Sol:

$\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1 \Rightarrow a^2 = 164 , b^2 = 64$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 164 = 64 + c^2$

$c^2 = 164 - 64 \Rightarrow c^2 = 100$

$c = 10$, $c = c$ زائد

زائد $c = 10$

$2a + 2b = 28 \;]\div 2$

$a + b = 14 \Rightarrow a = 14 - b$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 100 = (14-b)^2 + b^2$

$100 = 196 - 28b + b^2 + b^2$

$100 = 196 - 28b + 2b^2 \;]\div 2$

$50 = 98 - 14b + b^2$

$b^2 - 14b + 98 - 50 = 0$

$b^2 - 14b + 48 = 0$

$(b-8)(b-6) = 0$

$b - 8 = 0 \Rightarrow b = 0$

$a = 14 - 8 \Rightarrow a = 6$

$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$

$b - 6 = 0 \Rightarrow b = 6$

$a = 14 - 6 \Rightarrow a = 8$

$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة واختلافه المركزي (3) مع الرسم

52

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$$2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$e = 3$$

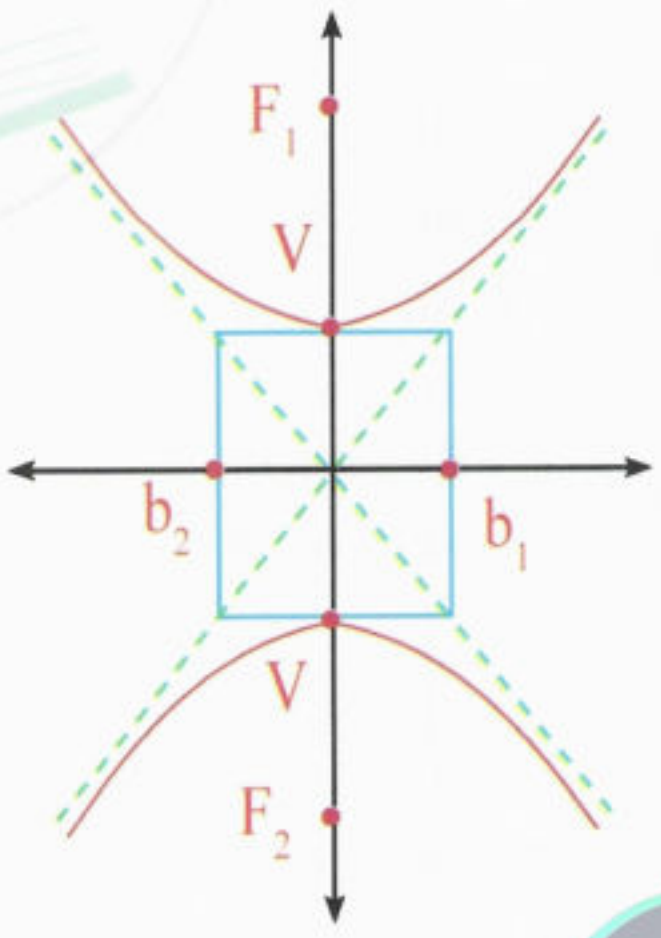
$$\frac{c}{a} = 3 \Rightarrow c = 3a$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (3a)^2 = a^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$9a^2 = a^2 + 2 \Rightarrow 8a^2 = 2$$

$$a^2 = \frac{1}{4},\ b^2 = 2$$

$$\frac{y^2}{\frac{1}{4}} - \frac{x^2}{2} = 1$$



جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$ اذا علمت ان القطع الزائد يمر بالنقطة $(6,2\sqrt{2})$

53

2019 دور (1) تطبيقي/خارج

Sol :

$$y^2 + 16x = 0 \Rightarrow y^2 = -16x$$

$$y^2 = -4Px \quad \Big] 4P=16$$

$$P = 4 \qquad \underset{\text{مكافئ}}{c = P} \qquad \underset{\text{زائد}}{c = 4}$$

$$(6,2\sqrt{2}) \in \text{للقطع}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{36}{a^2} - \frac{8}{b^2} = 1 \quad \Big] .a^2.b^2$$

$$36b^2 - 8a^2 = a^2.b^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = 16 - b^2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

$$36b^2 - 8(16 - b^2) = b^2(16 - b^2)$$

$$36b^2 - 128 + 8b^2 = 16b^2 - b^4$$

$$b^4 - 16b^2 + 36b^2 + 8b^2 - 128 = 0$$

$$b^4 + 28b^2 - 128 = 0$$

$$(b^2 + 32)(b^2 - 4) = 0$$

$b^2 + 32 = 0 \notin R$ يهمل

$b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b^2 = 4$ in (2)

$$a^2 = 16 - 4 \Rightarrow a^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

54

اثبت ان النقطة $P(2\ ,\ \frac{1}{\sqrt{3}})$ تنتمي الى القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ ومركزه نقطة الاصل ثم جد طول نصف القطر البؤري الاول والثاني المرسومين من تلك النقطة

2020 دور (1) احيائي

بما ان النقطة تنتمي الى القطع الزائد

اذا تحقق المعادلة

x	y
2	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{x^2}{3}-y^2 \Rightarrow \frac{(2)^2}{3}-(\frac{1}{\sqrt{3}})^2$$

$$\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$a^2=3\ ,\ b^2=1$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=3+1$$

$$\boxed{c^2=4}\Rightarrow\boxed{c=2}$$

$$f_1(2\ ,\ 0)\ ,\ f_1(-2\ ,\ 0)$$

$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$Pf_1=\sqrt{(2-2)^2+(\frac{1}{\sqrt{3}}-0)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\text{ unit}$$

$$Pf_2=\sqrt{(2+2)^2+(\frac{1}{\sqrt{3}})^2}$$

$$=\sqrt{16+\frac{1}{3}}$$

$$=\sqrt{\frac{49}{3}}=\frac{7}{\sqrt{3}}\text{ unit}$$

55

F_1 بؤرة القطع المكافئ $F_2, X^2+24y=0$ هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2=32x$ جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه F_2 وطول محوره المرافق يساوي طول $\overline{F_1F_2}$

2021 دور (1) تطبيقي

القطع المكافئ $x^2+24y=0$

$$x^2=-24y \rightarrow -4p=-24\rightarrow p=6$$

$$\therefore F_1(0.-6)$$

القطع المكافئ $y^2=32x$

$$y^2=4px \rightarrow 4p=32\rightarrow p=8$$

$$\therefore F_2(8,0)$$

القطع الزائد يكون $\boxed{C=8}$

$$F_1F_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_2)^2}$$

$$2b=\overline{F_1F_2}=\sqrt{(8-0)^2+(0+6)^2}$$

$$=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$$

$$\therefore 2b=10\Rightarrow\boxed{b=5}$$

$$c^2=a^2+b^2\Rightarrow 64=a^2+25\Rightarrow a^2=39$$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow\frac{x^2}{39}-\frac{y^2}{25}=1$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد معادلة القطع الزائد مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $\frac{y^2}{52}+\frac{x^2}{16}=1$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2-16y=0$

56 — 2022 د1 احيائي

القطع الناقص $\frac{y^2}{52}+\frac{x^2}{16}=1$

القطع صادات $a^2=52\ ,\ b^2=16$

$a^2=b^2+c^2 \Longrightarrow 52=16+c^2$

$c^2=52-16 \Longrightarrow c^2=36 \Longrightarrow \boxed{c=6}$

$c_{\text{زائد}}=c_{\text{ناقص}}$

$\therefore \boxed{c=6}$ زائد

القطع المكافئ $x^2-16y=0$

$\left.\begin{matrix}x^2=16y\\x^2=4py\end{matrix}\right\} 4P=16 \Longrightarrow \boxed{P=4}$

القطع الزائد $\Longrightarrow \boxed{a=4}$ $P_{\text{مكافئ}}=a_{\text{زائد}}$

$c^2=a^2+b^2$

$36=16+b^2$

$b^2=36-16$

$b^2=20$

$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{20}=1$

جد معادلة القطع الزائد مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه تنتميان إلى محور الصادات ويمر بالنقطتين $(1\ ,\ \sqrt{20})\ ,\ (6\ ,\ -3)$.

57 — 2022 د1 احيائي

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

$\frac{(6)^2}{a^2}-\frac{(-3)^2}{b^2}=1$

$\frac{36}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1$] . $a^2\ .\ b^2$

$36b^2-9a^2=a^2.b^2$ ..... (1)

$\frac{(\sqrt{20})^2}{a^2}-\frac{(1)^2}{b^2}=1$]

$[\frac{20}{a^2}-\frac{1}{b^2}=1]$ $.a^2\ b^2$

$20b^2-a^2=a^2\ .\ b^2$ ..... (2) .9

$36b^2-9a^2=a^2\ .\ b^2$

$\mp 180b^2 \pm 9a^2=\mp 9a^2\ .\ b^2$

بالطرح

$-144b^2=-8a^2b^2$

$a^2=\frac{144}{8} \Longrightarrow \boxed{a^2=18}$ in 2

$20b^2-18=18b^2$

$20b^2-18b^2=18$

$2b^2=18 \Longrightarrow \boxed{b^2=9}$

$\frac{y^2}{18}-\frac{x^2}{9}=1$

Telegram : @SadsHelp

إذا كانت P(3 , L) نقطة تنتمي إلى معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$ الذي مركزه نقطة الأصل جد قيمة (L) ثم جد نصف القطر البؤري المرسوم في الجهة اليسرى من تلك النقطة .

58 — 2022 تمهيدي احيائي

8. [$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$

$8x^2 - y^2 = 8$

$8(3)^2 - L^2 = 8$

$8(9) - L^2 = 8$

$72 - L^2 = 8$

$L^2 = 72 - 8 \Longrightarrow L^2 = 64 \Longrightarrow L = \mp 8$

$a^2 = 1 , b^2 = 8$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 1 + 8 \Longrightarrow c^2 = 9 \Longrightarrow c = 3$

البؤرة اليسرى $F(-3 , 0)$

النقطة $P(3 , 8)$

$pf_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$pf_2 = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (8 - 0)^2}$

$pf_2 = \sqrt{(3 + 3)^2 + (8)^2}$

$pf_2 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$

$pf_2 = \sqrt{36 + 64}$

$pf_2 = \sqrt{100}$

$pf_2 = 10$

قطع زائد مركزه نقطة الأصل , القيمة المطلقة لفرق بعدي أي نقطة من نقاطه عن بؤرتيه تساوي (8) وحدات وأحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل . ويمر بالنقطتين $(1 , \mp 2\sqrt{5})$ جد معادلة القطعين المكافئ والزائد .

59 — 2022 دور 2 احيائي

القطع المكافئ

$y^2 = 4Px$

$(2\sqrt{5})^2 = 4P(1)$

$20 = 4P \Longrightarrow P = 5$

$y^2 = 20x$

القطع الزائد

$2a = 8 \Longrightarrow \boxed{a = 4}$

$c_{زائد} = P_{مكافئ}$

$c_{زائد} = 5$

$c^2 = a^2 + b^2$

$25 = 16 + b^2$

$b^2 = 25 - 16$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

توضيح : القيمة المطلقة لفرق بعدي أي نقطة من نقاطه هذا يعني 2a حسب قانون التعريف .

Telegram : @SadsHelp

60 جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما رأسا القطع الناقص الذي معادلته $x^2+9y^2=36$ والنسبة بين طولي محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$

2023 دور(2) احيائي

Sol:

$$x^2+9y^2=36 \;]\div 36$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=36 \Rightarrow a=6$$

$a_{\text{ناقص}} = c_{\text{زائد}}$

$c_{\text{زائد}} = 6$

$$\frac{2a}{2c}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{c=2a}$$

$$6=2a \Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$36=9+b^2$$

$$b^2=36-9$$

$$b^2=27$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$$

61 جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة واختلافه المركزي يساوي(3)

2023 دور(2) تطبيقي

Sol:

$$2b=2\sqrt{2}$$

$$\boxed{b=\sqrt{2}}$$

$$e=3 \Rightarrow \frac{c}{a}=3$$

$$\boxed{c=3a}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$9a^2=a^2+2$$

$$9a^2-a^2=2$$

$$8a^2=2 \;]\div 8$$

$$a^2=\frac{1}{4}$$

$$a=\tfrac{1}{2}$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{\frac{1}{4}}-\frac{x^2}{2}=1$$ معادلة القطع الزائد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

انسحاب المحاور

عين الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومعادلة المحور للقطع المكافئ

$y^2+4y+2x+6=0$

2012 دور(1)

$y^2+4y=-2x-6$

$y^2+4y+4=-2x-6+4$

$(y+2)^2=-2x-2$

$(y+2)^2=-2(x+1)$

$(y-k)^2=-4P(x-h)$

$h=-1\ ,\ k=-2$

الرأس $(h,k)=(-1,-2)$

$-4P=-2\Rightarrow P=\frac{1}{2}$

$f(-P+h,k)$

$f(-\frac{1}{2}-2,-2)=(\frac{-3}{2},-2)$

معادلة الدليل $=x=P+h$

$=\frac{1}{2}-1=\frac{-1}{2}$

معادلة المحور $y=k$

$y=-2$

عين المركز والرأسين والقطبين والبؤرتين وطول ومعادلة كل من المحوريين والاختلاف المركزي للقطع الناقص

$\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$

2013 دور(1)

2015 تمهيدي

$h=-3\ ,\ k=-2$

المركز $(h,k)=(-3,-2)$

$a^2=25\Rightarrow a=5$

$V_1(h,a+k)=(-3,5-2)=(-3,3)$

$V_2(h,-a+k)=(-3,-5-2)=(-3,-7)$

$b^2=9\Rightarrow b=3$

$m_1(b+h,k)=(3-3,-2)=(0,-2)$

$m_2(-b+h,k)=(-3-3,-2)=(-6,-2)$

$c^2=a^2-b^2\Rightarrow c^2=25-9=16\Rightarrow c=4$

$f_1(h,c+k)=(-3,4-2)=(-3,2)$

$f_2(h,-c+k)=(-3,-4-2)=(-3,-6)$

وحدة $=2a=10$ طول محوره الاكبر

وحدة $=2b=6$ طول محوره الاصغر

الاختلاف المركزي $=e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$

معادلة المحور الاكبر $\Rightarrow x=h=-3$

معادلة المحور الاصغر $\Rightarrow y=k=-2$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان $x^2+25y^2+4x-150y+204=0$ معادلة قطع ناقص جد مساحته ومحيطه واختلافه المركزي

$(x^2+4x)+(25y^2-150y)=-204$

$(x^2+4x)+25(y^2-6y)=-204$

$(x^2+4x+4)+25(y^2-6y+9)=-204+4+225$

$(x+2)^2+25(y-3)=25]\div 25$

$\frac{(x+2)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{1}=1$

$a^2=25\Rightarrow a=5$

$b^2=1\Rightarrow b=1$

$a^2=b^2+c^2\Rightarrow 25=1+c^2$

$c^2=24\Rightarrow c=\sqrt{24}$

$A=a.b\pi\Rightarrow A=(5)(1)\pi=5$ وحدة مربعة

$P=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=2\pi\sqrt{\frac{25+1}{2}}$

$=2\pi\sqrt{13}$ وحدة

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{24}}{5}$

2019 خارج القطر

عين البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد $2(y+1)^2-4(x-1)^2=8$

$2(y+1)^2-4(x-1)^2=8]\div 8$

$\frac{(y+1)^2}{4}-\frac{(x-1)^2}{2}=1$

$h=1\ ,\ k=-1\qquad o(1,-1)$

$a^2=4\Rightarrow a=2$

$V_1(h,a+k)=(1,2-1)=(1,1)$

$V_2(h,-a+k)=(1,-2-1)=(1,-3)$

$b^2=2\Rightarrow b=\sqrt{2}$

$m_1(b+h,k)=(\sqrt{2}+1,-1)$

$m_2(-b+h,k)=(-\sqrt{2}+1,-1)$

$c^2=a^2+b^2=4+2=6\Rightarrow c=\sqrt{6}$

$f_1(h,c+k)=(1,\sqrt{6}-1)$

$f_2(h,-c+k)=(1,-\sqrt{6}-1)$

طول المحور الحقيقي $2a=4$ وحدة

طول المحور التخيلي $2b=2\sqrt{2}$ وحدة

الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

معادلة المحور الحقيقي $x=h\Rightarrow x=1$

معادلة المحور التخيلي $y=k\Rightarrow y=-1$

2011 دور (2)

2018 تمهيدي

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

عين البؤرتين والرأسين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد

$$2(y+2)^2-4(x-3)^2=8$$

$$2(y+2)^2-4(x-3)^2=8]\div 8$$

$$\frac{(y+2)^2}{4}-\frac{(x-3)^2}{2}=1$$ 2015 دور(3)

$k=-2\ ,\ h=3 \qquad o(3,-2)$

$a^2=4\Rightarrow a=2$

$V_1(h,a+k)=(3,2-2)=(3,0)$

$V_2(h,-a+k)=(3,-2-2)=(3,-4)$

$c^2=a^2+b^2=4+2=6\Rightarrow c=\sqrt{6}$

$f_1(h,c+k)=(3,\sqrt{6}-2)$

$f_2(h,-c+k)=(3,-\sqrt{6}-2)$

وحدة $2a=4$ طول المحور الحقيقي

وحدة $2b=2\sqrt{2}$ طول المحور التخيلي

الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

جد الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل والمحور للقطع المكافئ $8y+7=x^2+2x$

$x^2+2x=8y+7$

$x^2+2x+1=8y+7+1$

$(x+1)^2=8y+8$

$(x+1)^2=8(y+1)$

$(x-h)^2=4P(y-k)$

$h=-1\ ,\ k=-1$ الرأس $(-1,-1)$

$4P=8\Rightarrow P=2$

$F(h,P+k)=F(-1,1)$

معادلة الدليل $=y=-P+k\Rightarrow y=-3$

معادلة المحور $x=h\Rightarrow x=-1$

2017 دور(2)

2014 دور(3)

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد وإجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

جد بؤرتي ورأسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد

$16x^2+160x-9x^2+18y=185$

$(16x^2+160x)-(9y^2-18y)=185$

$16(x^2+10x)-9(y^2-2y)=185$

$16(x^2+10x+25)-9(y^2-2y+1)=185+400-9$

$16(x+5)^2-9(y-1)^2=576 \;]\div 576$

$\frac{(x+5)^2}{36}-\frac{(y-1)^2}{64}=1$

2016 دور(2)

$h=-5\,,\,k=1 \qquad o(-5,1)$

$a^2=36\Rightarrow a=6$

2018 دور(1)

$V_1(a+h,k)=(6-5,1)=(1,1)$

$V_2(-a+h,k)=(-6-5,1)=(-11,1)$

$c^2=a^2+b^2=36+46=100\Rightarrow c=10$

$f_1(c+h,k)=(10-5,1)=(5,1)$

$f_2(-c+h,k)=(-10-5,1)=(-15,1)$

وحدة طول المحور الحقيقي $2a=12$

وحدة طول المحور التخيلي $2b=16$

الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

معادلة المحور الحقيقي $y=k\Rightarrow y=1$

معادلة المحور التخيلي $x=h\Rightarrow x=-5$

جد بؤرتي ورأسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته

$9x^2-4y^2-72x+8y+176=0$

$9x^2-4y^2-72x+8y+176=0 \;]-1$

$-9x^2+4y^2+72x-8y-176=0$

$(4y^2-8y)-(9x^2-72x)=176$

$4(y^2-2y)-9(x^2-8x)=176$

$4(y^2-2y+1)-9(x^2-8x+16)=176+4-144$

$4(y-1)^2-9(x-4)^2=36 \;]\div 36$

$\frac{(y-1)^2}{9}-\frac{(x-4)^2}{4}=1$

2018 دور(1) خارج

$h=4\,,\,k=1 \qquad o(4,1)$

$a^2=4\Rightarrow a=2$

$V_1(h,a+h)=(4,3+1)=(4,4)$

$V_2(h,-a+h)=(4,-3+1)=(4,-2)$

$c^2=a^2+b^2=9+4=13\Rightarrow c=\sqrt{13}$

$f_1(h,c+k)=(4,\sqrt{13}+1)$

$f_2(h,-c+k)=(4,-\sqrt{13}+1)$

وحدة طول المحور الحقيقي $2a=6$

وحدة طول المحور التخيلي $2b=4$

الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{13}}{3}$

معادلة المحور الحقيقي $x=h\Rightarrow x=4$

معادلة المحور التخيلي $y=k\Rightarrow y=1$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp



الرياضيات

الاستاذ حيدر وليد
07701780364

حلول الاسئلة الوزارية

تطبيقات التفاضل 3

1 الاشتقاق
2 المعدلات الزمنية
3 مبرهنة رول
4 مبرهنة القيمة المتوسطة
5 نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة (التقريب)
6 الاشكال الهندسية في مبرهنة القيمة المتوسطة
7 التغير التقريبي للدالة
8 ايجاد قيم الثوابت
9 رسم الدوال
10 تطبيقات عملية على النهايات العظمى والصغرى



ملازم دار المغرب
077 100 55555
Mob: 6561



Telegram : @SadsHelp

الاشتقاق

1 اذا علمت $y = \sin x - x\cos x$ جد y'

1996 دور (1)

Sol :

$$y' = \cos x - [x.(-\sin x) + \cos x(1)]$$

$$y' = \cancel{\cos x} + x\sin x - \cancel{\cos x}$$

$$y' = x\sin x$$

2 جد y' حيث $y = \sin 2x + \frac{1}{2}\cos^2 2x$

2002 دور (2)

Sol :

$$y' = \cos 2x(2) + \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2})(\cos 2x)(-\sin 2x).2$$

$$y' = 2\cos 2x - 2\sin 2x\cos 2x$$

$$y' = 2\cos 2x - 2\sin 4x$$

3 هل ان $y = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}$

برهن $\frac{dy}{dx} = 2\tan x\sec^2 x$

2007 تمهيدي

Sol :

$$y = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} = \frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x}$$

$$y = \tan^2 x = (\tan x)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\tan x\sec^2 x$$

4 اذا كان $y = \tan x$ برهن ان $y'' = y(1+y^2)$

حيث $x \neq \frac{(2n+1)\pi}{2}$, $\forall n \in Z$

2020 تمهيدي الجبايش

Sol :

$$y = \tan x$$

$$y' = \sec^2 x$$

$$y'' = 2\sec x.\sec x.\tan x$$

$$= 2\sec^2 x.\tan$$

$$y'' = 2y(1+y^2)$$

$$2\sec^2 x.\tan x = 2\tan(1+\tan^2 x)$$

$$2\sec^2 x.\tan x = 2\tan.\sec^2 x$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 $y = \cot x$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\csc^2 x \cot x$$

2008 تمهيدي

Sol :

$y = \cot x$

$$\frac{dy}{dx} = -\csc x = -(\csc x)^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\csc x(-\csc x.\cot x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\csc^2 x \cot x$$

6 هل ان $y = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

برهن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{1+\cos x}$

2009 دور (1)

Sol :

$$y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cos x).\cos x - \sin x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x + 1}{(1+\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+\cos x}$$

7 اذا كانت $y = x\sin x$

جد $y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$y = x\sin x$

$y' = x.\cos x + \sin x$

$y'' = -x.\sin x + \cos x + \cos x$

$y'' = -x\sin x + 2\cos x$

$y''' = -x.\cos x + (-1)\sin x - 2\sin x$

$y''' = -x\cos x - 3\sin x$

$y^{(4)} = -x(-\sin x) + \cos x.(-1) - 3\cos x$

$y^{(4)} = x\sin x - 4\cos x$

$y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

$x\sin x - 4\cos x - x\sin x + 4\cos x = 0$

$0 = 0$

تحذير هام جدا

ان مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

المعدلات الزمنية
الجزء الاول

اسطوانة دائرية قائمة يصب فيها الماء وكان معدل تغير ارتفاع الماء $40cm/s$ جد معدل التغير في حجم الماء اذا كان نصف قطر القاعدة الاسطوانة يساوي $10cm$.

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol :

Let

$r =$ نصف قطر الاسطوانة

$h =$ ارتفاع الاسطوانة

$$\frac{dh}{dt} = 40 \text{ cm/s} \, , \, r = 10 \, , \, \frac{dv}{dt} = ?$$

$$v = \pi r^2 h$$

$$v = \pi (10)^2 .h$$

$$v = 100\pi h$$

$$\frac{dv}{dt} = 100\pi \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 100\pi (40)$$

$$\frac{dv}{dt} = 4000\pi \text{ cm}^3 / \text{s}$$

صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها $96cm^2$ يتمدد عرضها بمعدل $2cm/s$ بحيث تبقى مساحتها ثابتة، جد معدل التغيير في الطول وذلك عندما يكون طولها $12cm$.

2019 دور (3) تطبيقي

2016 دور (1)

Sol :

Let

$A =$ مساحة مستطيل

$x =$ طول المستطيل

$y =$ عرض المستطيل

$A = xy$

ثابت $A = 96$

$$\frac{dy}{dt} = 2 \text{ cm/s}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

$$y = ?$$

$$\frac{dx}{dt} = ?$$

$$96 = 12y \Rightarrow y = \frac{96}{12} = 8 \text{ cm}$$

$$A = xy$$

$$0 = x\frac{dy}{dt} + y\frac{dx}{dt}$$

$$0 = 12(2) + 8\frac{dx}{dt}$$

$$8\frac{dx}{dt} = -24$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-24}{8} = -3 \text{ cm/s}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

يتسرب رمل ناعم من خزان على ارض مستوية مكوناً مخروطاً دائرياً قائماً بحيث ارتفاعه يساوي قطر قاعدته فاذا كان معدل التسرب $(25cm^3/s)$ جد معد تزايد نصف قطر قاعدته عندما يساوي $(5cm)$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$h = 2r \ , \ \frac{dv}{dt} = 25 \ , \ r = 5$

$V = \frac{\pi}{3} r^2 . h$

$V = \frac{\pi}{3} . r^2 (2r)$

$V = \frac{2\pi}{3} r^3$

$\frac{dv}{dt} = \frac{2\pi}{3} . 3r^2 . \frac{dr}{dt}$

$\frac{dv}{dt} = 2\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

$25 = 2\pi(5)^2 . \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{25}{2\pi(25)}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi} cm/s$

متساوي سطوح مستطيلة ابعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل $0.3cm/s$ والارتفاع يتناقص بمعدل $0.5cm/s$ جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة$4cm$والارتفاع $3cm$

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$x =$ نفرض طول ضلع القاعدة

$h =$ نفرض الارتفاع

2022 دور 2 تطبيقي

$\frac{dx}{dt} = 0.3 \ , \ \frac{dh}{dt} = -0.5 \ , \ x = 4 \ , \ h = 3$

$V = x^2 . h$

$\frac{dv}{dt} = x^2 . \frac{dh}{dt} + h.(2x)\frac{dx}{dt}$

$= (4)^2 .(-0.5) + (3)(2)(4).(0.3)$

$= (16)(-0.5) + (24)(0.3)$

$= -8 + 7.2$

$\frac{dv}{dt} = -0.8 \ cm^3 / s$

- قيمة $\frac{dv}{dt}$ تؤخذ موجبة
- التسرب يحل في الخزان وبالتالي يزداد حجم المخروط

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اسطوانة دائرية قائمة يزداد ارتفاعها بمعدل 0.5cm/s بحيث يضل حجمها دائماً مساوياً $320\pi\ cm^3$ جد معدل تغير نصف قطر قاعدتها عندما يكون ارتفاعها 5cm

2000 دور (2)
2003 دور (2)
2006 تمهيدي
2018 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol :

Let

r = نصف قطر الاسطوانة

h = ارتفاع الاسطوانة

$\frac{dh}{dt} = 0.5\ cm/s\ ,\ v = 320\pi\ cm^3$ ثابت

$h = 5\ ,\ \frac{dr}{dt} = ?$

$v = \pi r^2 h \Rightarrow 320\pi = \pi r^2 (5)$

$r^2 = \frac{320}{5} = 64 \Rightarrow r = 8\ cm$

$v = \pi r^2 h$

$\frac{dv}{dt} = \pi\left[r^2 . \frac{dh}{dt} + h(2r)\frac{dr}{dt} \right]$

$0 = \pi\left[(8)^2 .(0.5) + (5)(2)(8)\frac{dr}{dt} \right] \div \pi$

$0 = (64)(0.5) + 80\frac{dr}{dt}$

$\left[-32 = 80\frac{dr}{dt} \right] \div 80$

$\frac{dr}{dt} = \frac{-32}{80}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{-2}{5}\ cm/s$

بالون كروي مملوء بالغاز فيه ثقب يتسرب منه الغاز فاذا كان معدل نقصان نصف قطره $(\frac{7}{22} cm/s)$ بحيث يبقى محافظاً على شكله عندما يكون نصف قطره 10cm جد

1) معدل نقصان حجمه

2) معدل نقصان مساحته السطحية

2004 دور (1)

Sol :

Let

r = نصف قطر كرة البالون

$\frac{dr}{dt} = \frac{-7}{22}\ cm/s\ ,\ r = 10\ cm$

$\frac{dA}{dt} = ?\ ,\ \frac{dv}{dt} = ?$

$v = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

$\frac{dv}{dt} = 4(\frac{22}{7})(10)^2(\frac{-7}{22})$

$\frac{dv}{dt} = -400\ cm^3/s$

$A = 4\pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = 8(\frac{22}{7})(10)(\frac{-7}{22})$

$\frac{dA}{dt} = -80 cm^2/s$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيله قاعدته مربعة طولها 2m يتسرب منه الماء بمعدل $0.4m^3/h$ جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان في اي زمن t.

2011 دور (1)
2013 دور (2)
2017 دور (1) احيائي خارج
2023 تمهيدي- احيائي

Sol :

Let

$v =$ حجم متوازي مستطيلات

$x =$ طول ضلع القاعدة المربعة

$h =$ الارتفاع

$$x = 2m \ , \ \frac{dv}{dt} = -0.4 \ m^3/h \ , \ \frac{dh}{dt} = ?$$

$$v = x^2 h$$

نعوض قيمة x لانها ثابتة

$$v = (2)^2 h$$

$$v = 4h$$

2020 تمهيدي احيائي

$$\frac{dv}{dt} = 4\frac{dh}{dt}$$

$$-0.4 = 4\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-0.4}{4}$$

$$\frac{dh}{dt} = -0.1 \ m/h$$

متوازي مستطيلات قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاثه امثال طول قاعدته يتمدد بالحرارة جد معدل تغير حجمها ومساحتها السطحية في اللحظة التي يكون فيها طول القاعدة 8m ومعدل تغير طول القاعدة $\frac{1}{4} m/s$.

2016 دور (1) خارج

Sol :

Let

$x =$ طول ضلع القاعدة

$3x =$ الارتفاع , $x = 8 \ cm$

$h = 3x$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{4} \ cm/s \ , \ \frac{dA}{dt} = ? \ , \ \frac{dv}{dt} = ?$$

$$v = x^2.h \Rightarrow v = x^2(3x)$$

$$v = 3x^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 9x^2 \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 9(8)^2(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dv}{dt} = 9(64)(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dv}{dt} = 144 \ cm^3/s$$

$$A = 4xh + 2x^2$$

$$A = 4(x).(3x) + 2.x^2$$

$$A = 12x^2 + 2x^2$$

$$A = 14x^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 28x \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 28(8)(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dA}{dt} = 56 \ cm^2/s$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
حيدر وليد

صفيحة على شكل مثلث متساوي الساقين مساحتها ($64cm^2$) يتمدد ارتفاعها بمعدل ($2cm/s$) حيث تبقى مساحتها ثابتة جد معدل النقصان في قاعدتها وذلك عندما تكون القاعدة تساوي ($4cm$)؟

2018 دور (2) احيائي -خارج

Sol :

$x =$ نفرض ان طول القاعدة

$h =$ نفرض الارتفاع , $A = 64$, $x = 4$

$$A = \frac{1}{2}xh \Rightarrow 64 = \frac{1}{2}xh$$

$$x = 4 \Rightarrow 64 = \frac{1}{2}(4)h$$

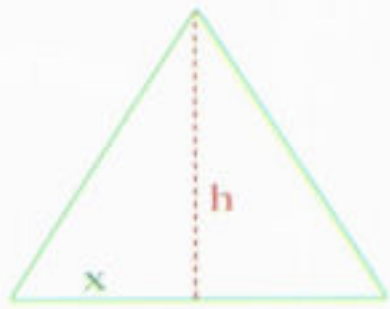
$$64 = 2h \Rightarrow h = 32 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2}xh$$

$$0 = \frac{1}{2}x\frac{dh}{dt} + \frac{1}{2}h\frac{dx}{dt}$$

$$0 = \frac{1}{2}(4)(2) + \frac{1}{2}(32)\frac{dx}{dt}$$

$$0 = 4 + 16\frac{dx}{dt}$$



$$16\frac{dx}{dt} = -4$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-4}{16} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-1}{4} \text{ cm/s}$$

معدل نقصان طول القاعدة

متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل يزاد طول ضلع القاعدة بمعدل ($0.5cm/s$) بحيث يبقى حجمه دائماً مساوياً إلى ($48cm^3$) وفي اللحظة التي يكون فيها الأرتفاع $3cm$ جد معدل تغير الأرتفاع .

2022 د1 احيائي

Sol :

$\frac{dx}{dt} = 0.5$
$V = 48$
$\frac{dh}{dt} = ?$
$h = 3$

$$V = x^2 h$$

$$48 = x^2 (3)$$

$$x^2 = \frac{48}{3}$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$0 = x^2\frac{dh}{dt} + h(2x)\frac{dx}{dt}$$

$$0 = (4)^2\frac{dh}{dt} + (3)(2)(4)(0.5)$$

$$0 = 16\frac{dh}{dt} + 12$$

$$16\frac{dh}{dt} = -12$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-12}{16}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-3}{4} \text{ cm/S}$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

المعدلات الزمنية
الجزء الثاني

سيارة تسير بسرعة 30m/s اجتازت اشارة مرورية حمراء ارتفاعها 3m عن سطح الارض وبعد ان ابتعدت عنها مسافة $3\sqrt{3}$m اصطدمت بسيارة اخرى نتيجة عدم الالتزام بقوانين المرور جد سرعة تغير المسافة بين السيارة والاشارة ؟

1997 دور (1)

Sol :

نفرض ان بعد السيارة عن مسقط الاشارة المرورية على الارض x

ونفرض ان بعدها على الاشارة y

$$y^2 = x^2 + 9 \quad , \quad \because\ y = 3\sqrt{3}$$

$$27 = x^2 + 9$$

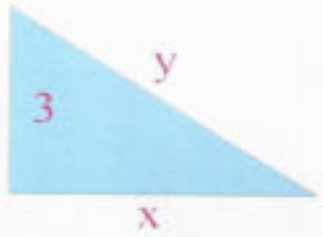
$$x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$\left[2y\frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}\right] \div 2$$

$$y\frac{dy}{dt} = x\frac{dx}{dt}$$

$$3\sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 3\sqrt{2}(30)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3\sqrt{2}(30)}{3\sqrt{3}}$$



$$\frac{dy}{dt} = 10\sqrt{6}\ m/s$$

طريقان متعامدان تسير سيارة على الطريق الاول بسرعة 80km/h. وتسير سيارة على الطريق الاخر بسرعة 60km/h جد معدل ابتعاد السيارتين بعد مرور ربع ساعة .

Sol :

$\frac{dx}{dt} = 80$ km/h سرعة الطريق الاول

$\frac{dy}{dt} = 60$ km/h سرعة الطريق الثاني

$t = \frac{1}{4}h$, $\frac{dz}{dt} = ?$

الزمن × السرعة = الازاحة

$$x = 80 \times \frac{1}{4} = 20\ km$$

$$y = 60 \times \frac{1}{4} = 15\ km$$

2009 دور (1)

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(20)^2 + (15)^2 = z^2$$

$$400 + 225 = z^2$$

$z^2 = 625$ بالجذر

$$z = 25\ km$$



$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 2z\frac{dz}{dt}\right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = z\frac{dz}{dt}$$

$$(20)(80) + (15)(60) = 25\frac{dz}{dt}$$

$$2500 = \frac{25dz}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = 100 km/h$$

Telegram : @SadsHelp

سلم طوله 10m يستند بطرفه العلوي على حائط رأسي وبطرفه السفلي على الارض افقية فاذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/sec عندما يكون الطرف الاسفل على بعد 8m من الحائط جد :

1) معدل انزلاق طرفه العلوي

2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والارض .

2012 دور (1)
2014 دور (2)
2014 تمهيدي
2017 دور (2) تطبيقي - موصل
2021 دور(1) احيائي
2022 د1 تطبيقي

Sol :

Let

$x =$ نفرض بعد الطرف الاسفل

$y =$ نفرض بعد الطرف العلوي

$$\frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/s} , x = 8 , \frac{dy}{dt} = ? , y = ?$$

$$x^2 + y^2 = (10)^2$$

$$(8)^2 + y^2 = (10)^2 \Rightarrow 64 + y^2 = 100$$

$$y^2 = 36 \Rightarrow y = 6m$$

نشتق بالنسبة للزمن

$$x^2 + y^2 = (10)^2$$

$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0\right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0$$

$$(8)(2) + 6\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\left[6\frac{dy}{dt} = -16\right] \div 6$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-8}{3} \text{ m/s}$$

معدل انزلاق الطرف العلوي

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{y}{10}$$

$$\cos\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{(\text{مجاور})\times}{(\text{وتر})10}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{8}{10}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{10}\cdot\frac{-8}{3}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-1}{3} \text{ rad/s}$$



حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقيه وطرفه الاعلى على حائط رأسي فاذا انزلق الطرف الاسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/s جد معدل انزلاق طرفه العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض تساوي $\frac{\pi}{3}$.

2015 خارج القطر
2015 دور (1) خارج القطر
2018 تمهيدي احيائي

Sol :

Let

$x =$ بعد الطرف الاسفل

$y =$ بعد الطرف العلوي

$$\theta = \frac{\pi}{3} \ , \ \frac{dy}{dt} = ? \ , \ \frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/s}$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0 \ldots\ldots (1)$$

2020 تمهيدي تطبيقي

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{y}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{x}$$

$$y = \sqrt{3}x \ldots\ldots (2)$$

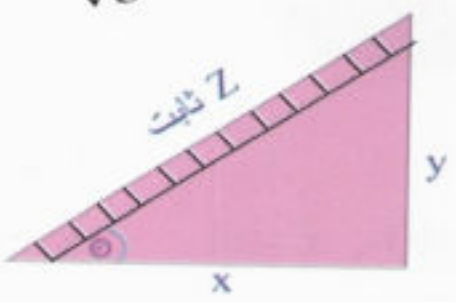
نعوض (2) في (1)

$$\left[x(2) + (\sqrt{3}x)\frac{dy}{dt} = 0 \right] \div x \ , \ x \neq 0$$

$$2 + \sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\left[\sqrt{3}\frac{dy}{dt} = -2 \right] \div \sqrt{3}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-2}{\sqrt{3}} \text{ m/s}$$



سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقيه وطرفه الاعلى على حائط رأسي فاذا انزلق الطرف الاسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/s جد معدل طرفه العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض تساوي $\frac{\pi}{4}$.

2016 دور (2)

Sol :

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0 \ldots\ldots (1)$$

2022 تمهيدي احيائي

$$\tan\frac{\pi}{4} = \frac{y}{x}$$

$$1 = \frac{y}{x} \Rightarrow x = y \ldots\ldots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$\left[x(2) + x\frac{dy}{dt} = 0 \right] \div x \ , \ x \neq 0$$

$$\frac{dy}{dt} = -2 \text{ m/s}$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

تحركت سيارتان الاولى باتجاه الشرق بسرعة (40km/h) والثانية باتجاه الشمال بسرعة (30km/h) جد معدل تغير المسافة بين السيارتين بعد ان تكون الاولى قطعت (4km) والثانية (3km)

2019 دور (1) احيائي

Sol :

السيارة الاولى x

السيارة الثانية y

$$\frac{dx}{dt} = 40 \ , \ x = 4$$

$$\frac{dy}{dt} = 30 \ , \ y = 3$$

$$\frac{dZ}{dt} = ? \ , \ Z = ?$$

$$Z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow Z^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$Z^2 = 16 + 9 \Rightarrow Z^2 = 25$$

$$Z = 5$$

$$Z^2 = x^2 + y^2$$

$$2Z\frac{dZ}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} \Big] \div 2$$

$$Z\frac{dZ}{dt} = x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt}$$

$$5\frac{dZ}{dt} = 4(40) + 3(30)$$

$$5\frac{dZ}{dt} = 160 + 90$$

$$5\frac{dZ}{dt} = 250$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{250}{5} = 50 \text{ km/h}$$

وقف صقر على قمة شجرة ارتفاعها (30m) لاحظ ارنب فطار نحوه بسرعة (80m/s) . جد معدل تغير موقع الارنب اذا كان بعده عن الشجره (40m)

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

نفرض ان بعد الارنب عن قاعدة الشجرة x

نفرض ان بعد الارنب عن قمة الشجرة Z

نفرض ان طول الشجرة y

$$z^2 = x^2 + y^2$$

$$z^2 = (40)^2 + (30)^2$$

$$z^2 = 1600 + 900$$

$$z^2 = 2500 \Rightarrow z = 50$$

$$z^2 = x^2 + y^2$$

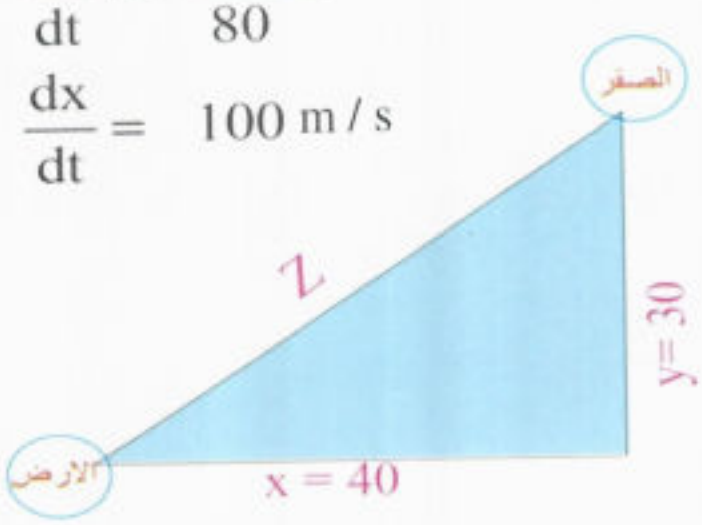
$$2z\frac{dz}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$$

$$2(50)\,(80) \ = 2(40)\frac{dx}{dt}$$

$$8000 = 80\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{8000}{80}$$

$$\frac{dx}{dt} = \ 100 \text{ m/s}$$



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

المعدلات الزمنية
الجزء الثالث

جد نقطة او اكثر تنتمي الى الدائرة $x^2+y^2-4x=4$ عندها يكون معدل تغير x بالنسبة للزمن مساوياً الى معدل تغير y بالنسبة للزمن

1996 دور (1)

Sol :

$$x^2+y^2-4x=4$$

$$2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}-4\frac{dx}{dt}=0$$

$$2x\frac{dx}{dt}-4\frac{dx}{dt}=-2y\frac{dy}{dt}$$

$$\because \frac{dx}{dt}=\frac{dy}{dt}$$

$$(2x-4)\frac{dx}{dt}=-2y\frac{dx}{dt}$$

$$[2x-4=-2y]\div 2$$

$$x-2=-y$$

$$y=2-x.....(1)$$

$$x^2+y^2-4x=4.....(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$x^2+(2-x)^2-4x-4=0$$

$$x^2+4-4x+x^2-4x-4=0$$

$$2x^2-8x=0\Rightarrow 2x(x-4)=0$$

أما $2x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow y=2-0=2$

$$p_1(0,+2)$$

أو $x-4=0\Rightarrow x=4$

$$y=2-4=-2\Rightarrow p_2(4,-2)$$

جد مجموعة النقط التي تنتمي الى الدائرة $x^2+y^2+4x-8y=108$ والتي يكون عندها المعدل الزمني لتغير x مساوياً للمعدل الزمني لتغير y .

2014 نازحين
2018 دور (3) تطبيقي - داخل
2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$x^2+y^2+4x-8y=108$$

$$2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}+4\frac{dx}{dt}-8\frac{dy}{dt}=0$$

$$\because \frac{dx}{dt}=\frac{dy}{dt}$$

$$2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dx}{dt}+4\frac{dx}{dt}-8\frac{dx}{dt}=0$$

$$\frac{dx}{dt}(2x+2y+4-8)=0$$

$\frac{dx}{dt}=0$ يهمل

$$[2x+2y+4-8=0]\div 2$$

$$x+y-2=0\Rightarrow y=2-x.....(1)$$

نعوضها بالعلاقة معطاة بالسؤال

$$x^2+(2-x)^2+4x-8(2-x)=108$$

$$x^2+4-4x+x^2+4x-16+8x-108=0$$

$$[2x^2+8x-120=0]\div 2$$

$$x^2+4x-60=0$$

$$(x+10)(x-6)=0$$

أما $x+10=0\Rightarrow x=-10$

Telegram : @SadsHelp

$x = -10 \Rightarrow y = 2 - (-10) = 12$

$p_1(10,12)$

أو $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

$x = 6 \Rightarrow y = 2 - 6 \Rightarrow y = -4$

$p_2(6,-4)$

لتكن M نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ $y^2 = 4x$ بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة (7,0) يساوي 0.2unit/s جد معدل الزمني لتغير الاحداثي السيني للنقطة M عندما يكون $x = 4$

2013 دور (1)
2016 دور (3)
2017 دور (1) احيائي- داخل
2017 دور (3) تطبيقي- داخل
2019 دور (2) احيائي

Sol :

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$(7,0)$ $M(x,y)$

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$s = \sqrt{(x-7)^2 + (y-0)^2}$$

نعوض قيمة y

$$s = \sqrt{x^2 - 14x + 49 + y^2}$$

$$s = \sqrt{x^2 - 14x + 49 + 4x}$$

$$s = \sqrt{x^2 - 10x + 49}$$

$$s = (x^2 - 10x + 49)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}(x^2 - 10x + 49)^{-\frac{1}{2}}(2x - 10)\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2x - 10}{2\sqrt{x^2 - 10x + 49}}\ \frac{dx}{dt}$$

$$0.2 = \frac{8 - 10}{2\sqrt{16 - 40 + 49}}\frac{dx}{dt}$$

$$\left[0.2 = -0.2\frac{dx}{dt}\right] \div -0.2$$

$$\frac{dx}{dt} = -1 \ \text{unit/s}$$

جد مجموعة النقاط التي تنتمي للدائرة التي معادلتها $(x-3)^2 + y^2 = 32$ والتي عندها يكون المعدل الزمني لتغير x مساوياً الى المعدل الزمني لتغير (y) بالنسبة للزمن (t) .

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = 32$$

$$2x\frac{dx}{dt} - 6\frac{dx}{dt} + 0 + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \ ] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} - 3\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

2022 دور 2 احيائي

$$x\frac{dx}{dt} - 3\frac{dx}{dt} + y\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt}(x - 3 + y) = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 0$$ يهمل

$$x - 3 + y = 0 \Rightarrow y = 3 - x$$

$$x^2 - 6x + 9 + (3 - x)^2 = 32$$

$$x^2 - 6x + 9 + 9 - 6x + x^2 - 32 = 0$$

$$2x^2 - 12x - 14 = 0 \ ] \div 2$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x - 7)(x + 1) = 0$$

أما : $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

أو : $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

عندما $x = 7 \Rightarrow y = 3 - x \Rightarrow y = 3 - 7$

$y = -4$

عندما $x = -1 \Rightarrow y = 3 - x \Rightarrow y = 3 - (-1)$

$y = -4$

∴ النقاط $(7, -4)$, $(-1, 4)$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

لتكن M نقطة تتحرك على القطع المكافئ $y = x^2$ جد احداثي النقطة M عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة $(0, \frac{3}{2})$ يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الاحداثي الصادي للنقطة M .

2012 دور (2)
2018 دور (2) احيائي- داخل
2020 دور (1) احيائي

Sol :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{3} \cdot \frac{dy}{dt}$$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$(0, \frac{3}{2})$ $M(x, y)$

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$s = \sqrt{(x-0)^2 + (y - \frac{3}{2})^2}$$

$$s = \sqrt{x^2 + y^2 - 3y + \frac{9}{4}} \ , \ x^2 = y$$

$$s = \sqrt{y + y^2 - 3y + \frac{9}{4}}$$

$$s = \sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}$$

2023 د١ - تطبيقي

$$s = (y^2 - 2y + \frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}(y^2 - 2y + \frac{9}{4})^{-\frac{1}{2}}(2y-2)\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2y-2}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{2}{3}\frac{dy}{dt} = \frac{2(y-1)}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(y-1)}{\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}}$$

$$2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}} = 3y - 3 \quad \text{بالتربيع}$$

$$4(y^2 - 2y + \frac{9}{4} = 9y^2 - 18y + 9$$

$$4y^2 - 8y + 9 = 9y^2 - 18y + 9$$

$$9y^2 - 4y^2 - 18y + 8y = 0$$

$$[5y^2 - 10y = 0] \div 5$$

$$y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y-2) = 0$$

$y = 0$ تهمل

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$y = x^2 \Rightarrow 2 = x^2$ بالجذر

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$(\pm\sqrt{2}, 2)$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

المعدلات الزمنية
الجزء الرابع

عمود طوله 7.2m في نهايته مصباح يتحرك رجل طوله 1.8m مبتعداً عن العمود وبسرعة 30m/min جد معدل تغير طول ظل الرجل

2012 تمهيدي
2013 دور (1)
2014 تمهيدي
2015 دور (1)
2021 دور (1) تطبيقي
2023 دور 2 احيائي

Sol :

$$\frac{dx}{dt} = 30 \ \ m/min$$

ABC , DEC من تشابه المثلثين

$$\frac{7.2}{1.8} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{x+y}{y}$$

$$4y = x + y$$

$$4y - y = x$$

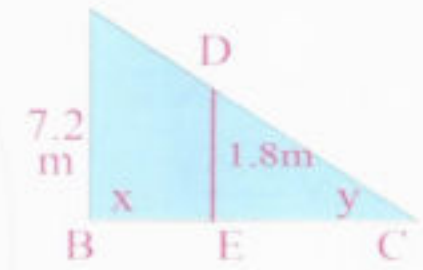
$$3y = x \quad \text{نشتق}$$

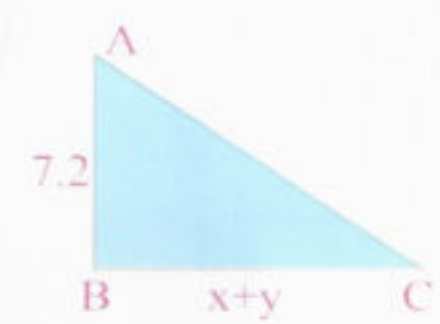
$$3\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

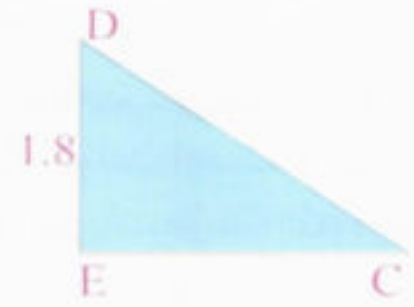
$$3\frac{dy}{dt} = 30$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{30}{3}$$

$$\frac{dy}{dt} = 10 \ \ m/min$$







فنار ميناء ارتفاعه 20m يعلوه مصباح كبير تحركت سفينة ارتفاعها 5m مبتعدة عن الفنار بسرعة 50km/h جد تغير طول ظل السفينة على سطح البحر .

2016 دور (2) خارج القطر

Sol :

$$\frac{dx}{dt} = 50 \ \ km/h \ , \ \frac{dy}{dt} = ?$$

ABC , DEC من تشابه المثلثين

$$\frac{20}{5} = \frac{x+y}{y}$$

2022 تمهيدي تطبيقي

$$4 = \frac{x+y}{y}$$

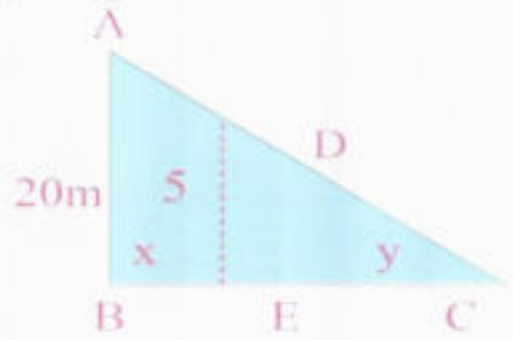
$$4y = x + y$$

$$3y = x \quad \text{نشتقها}$$

$$3\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

$$3\frac{dy}{dt} = 50$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{50}{3} \ \ km/h$$



شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

مصدر ضوئي موضوع على الارض يبعد 20m عن الحائط تسير حادلة تبليط ارتفاعها 1.6m باتجاه الحائط بسرعة 2.5m/min، ما معدل التغير في ارتفاع ظل الحادلة عندما تكون على بعد 8m عن الحائط ؟ وهل الارتفاع للظل يتزايد ام يتناقص.

2017 دور (2) احيائي - خارج

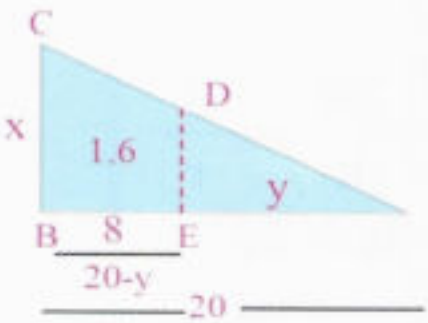
2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol : $\frac{dy}{dt} = 2.5$

نفرض ان بعد الحادلة عن مصدر الضوء y

نفرض ان ظل الحادلة على الحائط x

من تشابه المثلثين $\Delta\Delta ABC , AED$



$\frac{1.6}{x} = \frac{y}{20}$

$xy = 32$

$x = \frac{32}{y}$

$x = 32y^{-1}$ نشتق

$\frac{dx}{dt} = -32y^{-2}\frac{dy}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-32}{y^2}.\frac{dy}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-32}{(12)^2}(2.5)$

$20 - y = 8$
$y = 20 - 8$
$y = 12$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-80}{144} = \frac{-5}{9}$ m / min

معدل تغير ارتفاع الظل وهو تناقص لان الاشارة سالبة

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل ارتفاعه يساوي 24cm طول قطر قاعدته 16cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل تغير نصف القطر السائل في اللحظة التي يكون فيها نصف قطر السائل 4cm

2014 دور (4) اثبار

2020 دور (1) تطبيقي

Sol :

r = نفرض نصف قطر السائل

h = نفرض ارتفاع السائل

v = حجم المخروط

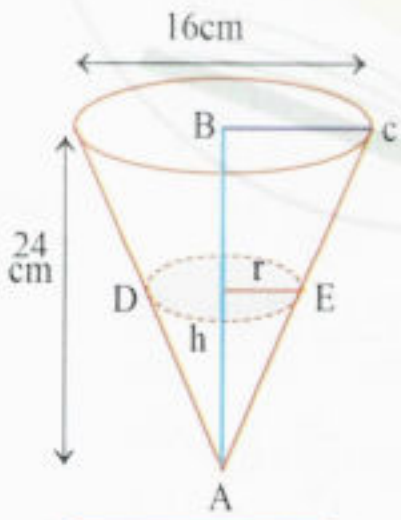
$r = 4\ cm\ ,\ \frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4\ cm^3/s$

$\frac{24}{h} = \frac{8}{r}$

$[8h = 24r] \div 3$

$h = 3r$.....(1)

نعوض (1) في هذه المعادلة



تشابه مثلثين ABC , ADE

$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$v = \frac{1}{3}\pi r^2 (3r)$

$v = \frac{1}{3}\pi 3r^3$

$v = \pi r^3$

$\frac{dv}{dt} = 3\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

$4 = 3\pi(4)^2 \frac{dr}{dt}$

$4 = 48\pi \frac{dr}{dt}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{4}{48\pi} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{12\pi}$ cm/s

Telegram : @SadsHelp

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل ارتفاعه يساوي 12cm طول قطر قاعدته 8cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل عمق السائل في اللحظة التي يكون فيها عمق السائل 6cm

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol :

r = نفرض نصف قطر السائل

h = نفرض ارتفاع السائل

v = حجم المخروط

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4 \ cm^3/s$$

$$\frac{12}{h} = \frac{4}{r}$$

$$[4h = 12r] \div 4$$

$$[h = 3r] \div 3$$

$$r = \frac{1}{3}h \ldots\ldots\ldots (1)$$

نعوض (1)

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi(\frac{1}{3}h)^2 h$$

$$v = \frac{\pi}{27}h^3$$

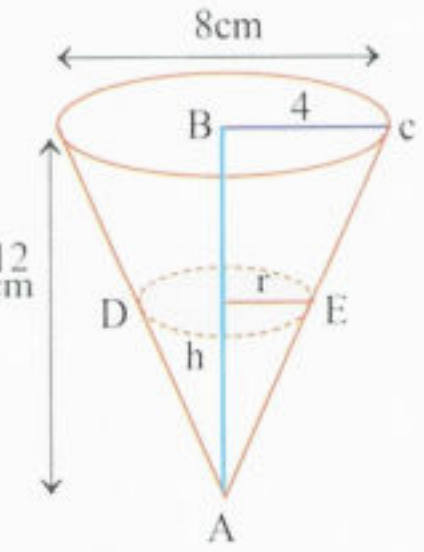
$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{9}h^2\frac{dh}{dt}$$

$$4 = \frac{\pi}{9}(6)^2\frac{dh}{dt}$$

$$4 = \frac{\pi}{9}36\frac{dh}{dt}$$

$$4 = 4\pi\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{4}{4\pi}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\pi} \ cm/s$$



تشابه مثلثين
ABC , ADE

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه للاسفل ارتفاعه 24cm وطول قاعدته 16cm يصب فيه ماء بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل تغير نصف قطر السائل في اللحظة التي يكون نصف القطر 3cm

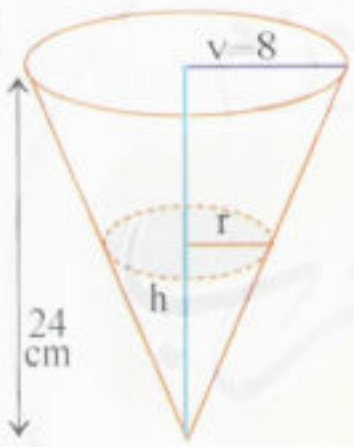
2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4$$

$$2r = 16 \Rightarrow r = 8$$

$$\frac{dr}{dt} = ? \text{ عندما } r = 3$$



$$\frac{24}{h} = \frac{8}{r}$$

$$h = 3r$$

$$V = \frac{\pi}{3}r^2.h$$

$$V = \frac{\pi}{3}r^2(3r) \Rightarrow \frac{\pi}{3}(3r^3)$$

$$V = \pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \pi 3r^2\frac{dr}{dt}$$

$$4 = \pi 3(3)^2.\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4}{27\pi} \ cm/s$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مرشح على شكل مخروط دائري قائم قاعدته افقية ورأسه الى الاسفل نصب به حنفية ماء بمعدل $5cm^3/s$ ويتسرب الماء من رأسه بمعدل $2cm^3/s$ اذا كان نصف قطر قاعدته 10cm والارتفاع 20cm ، جد معدل تغير ارتفاع الماء في اللحظة التي يكون فيها الارتفاع 15cm

2023 دور(1) احيائي

نفرض حجم الماء = v
ارتفاع الماء = h
نصف قطر الماء = r

Sol:

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 2 = 3\ cm^3/s$$

$$h = 15 \quad , \quad \frac{dh}{dt} = ?$$

$$\frac{10}{20} = \frac{r}{h} \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{1}{2}$$

$$2r = h \Rightarrow \boxed{r = \frac{h}{2}}$$

$$v = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

$$v = \frac{\pi}{3} (\frac{h}{2})^2 h$$

$$v = \frac{\pi}{3} \frac{h^2}{4} h$$

$$v = \frac{\pi}{12} h^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{4} h^2 \frac{dh}{dt}$$

$$3 = \frac{\pi}{4} (15)^2 \frac{dh}{dt}$$

$$12 = 225\pi \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{12}{225\pi}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{75\pi}\ cm/s$$

مرشح مخروطي قاعدته افقية ورأسه للاسفل ارتفاعه يساوي 24cm وطول قطر قاعدته 16cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل تغير عمق السائل في اللحظة التي يكون فيها عمق السائل 12cm

2023 دور(2) تطبيقي

Sol:

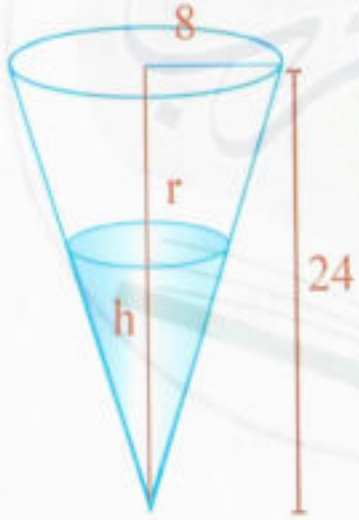
$$\frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4cm^3/s$$

2017 دور 4 الانبار

$$\frac{dh}{dt} = ? \qquad \boxed{h = 12cm}$$

$$\frac{24}{h} = \frac{8}{r} \Rightarrow [24r = 8h] \div 24$$

$$\boxed{r = \frac{1}{3}h}$$



$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi (\frac{1}{3}h)^2 h$$

$$= \frac{1}{3}\pi \frac{1}{9} h^2\ h$$

$$v = \frac{\pi}{27} h^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{9} h^2 \frac{dh}{dt}$$

$$4 = \frac{\pi}{9} (12)^2 \frac{dh}{dt}$$

$$4 = 16\pi \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{4\pi} cm/s$$

Telegram : @SadsHelp

كرة صلدة نصف قطرها (4cm)مغطاة بطبقة من الجليد بحيث يبقى شكلها كرة ، فاذا بدأ الجليد بالذوبان بمعدل $10cm^3/s$ جد معدل نقصان سمك الجليد في اللحظة في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد 1cm .

2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$r = 4 \ , \ \frac{dv}{dt} = -10$

$\frac{dr}{dt} = ?$ عندما $r = 1$

حجم الجليد = حجم الشكل مع الجليد - حجم الاصلي بدون جليد

$V = \frac{4}{3}\pi(4+x)^3 - \frac{4}{3}\pi(4)^3$

$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3)(4+x)^2(1)\frac{dx}{dt} - 0$

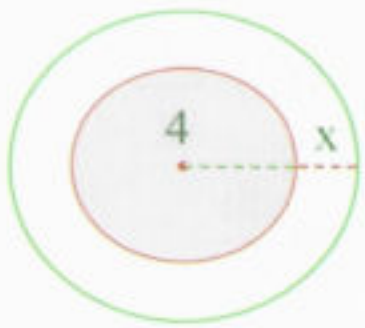
$\frac{dv}{dt} = 4\pi(4+x)^2\frac{dx}{dt}$

$-10 = 4\pi(4+1)^2.\frac{dx}{dt}$

$-10 = 4\pi(5)^2.\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-10}{4\pi(25)} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-10}{100\pi}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{10\pi}\ cm/s$



مكعب صلد طول حرفه 8cm مغطى بطبقة من الجليد بحيث يحافظ على شكله مكعباً ، فاذا بدأ الجليد يذوب بمعدل $6cm^3/s$ فجد معدل النقصان في السمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد 1cm .

2011 خارج القطر

2014 خارج القطر

2018 دور (3) تطبيقي- داخل

2021 دور(2) احيائي

Sol :

$x =$ نفرض سمك الجليد

$\frac{dx}{dt} =$ معدل نقصان سمك الجليد $, \frac{dx}{dt} = ?$

$\frac{dv}{dt} = -6\ cm^3/s$

2023 تطبيقي - تمهيدي

حجم الجليد = حجم المكعب مع الجليد - حجم المكعب بدون جليد

$v = (8+2x)^3 - (8)^3$

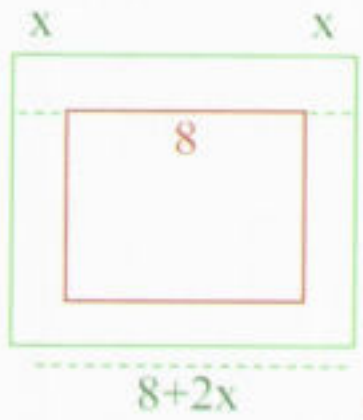
$\frac{dv}{dt} = 3(8+2x)^2(2)\frac{dx}{dt} - 0$

$-6 = 3(8+2(1))^2(2)\frac{dx}{dt}$

$-6 = 600\frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{-6}{600}$

$\frac{dx}{dt} = -0.01\ cm/s$



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مبرهنة رول

بين ان الدالة $f(x)=(x-1)^4$ تحقق مبرهنة رول على الفترة $x\in[-1,3]$ ثم جد قيمة c حيث ان $f'(c)=0$

1

2011 دور (1)

2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol:

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,3]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,3)$ لانها كثيرة الحدود

3)
$$f(a)=f(-1)=(-1-1)^4=(-2)^4=16$$
$$f(b)=f(3)=(3-1)^4=(2)^4=16$$
$$f(a)=f(b)$$
$$f(x)=(x-1)^4$$
$$f'(x)=4(x-1)^3 \quad (1)\Rightarrow f'(x)=4(x-1)^3$$
$$f'(c)=4(c-1)^3$$
$$\left[0=4(c-1)^3\right]\div 4$$
$$0=(c-1)^3$$ بالجذر التكعيبي
$$c-1=0$$
$$c=1\in(-1,3)$$

ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

$$f(x)=2x+\frac{2}{x}, x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$$

2

2012 خارج القطر

2022 دور (1) احيائي

Sol:

$$x=0\notin\left[\frac{1}{2},2\right]$$

1) الدالة مستمرة على الفترة $\left[\frac{1}{2},2\right]$ لان الفترة تقع ضمن مجالها $R/\{0\}$

لايحاسب عليها الطالب

$$f(k)=2k+\frac{2}{k}$$
$$\lim f(x)=2k+\frac{2}{k}$$

2)
$$f'(x)=2-2x^{-2}$$
$$=2-\frac{2}{x^2}$$
$$x^2=0\Rightarrow x=0\notin(\frac{1}{2},2)$$

∵ الدالة قابلة للأشتقاق في الفترة $(\frac{1}{2},2)$

3)
$$f(a)=f(\frac{1}{2})=2(\frac{1}{2})+\frac{2}{\frac{1}{2}}$$
$$=1+4=5$$
$$f(b)=f(2)=2(2)+\frac{2}{2}$$
$$=4+1=5$$
$$f(a)=f(b)$$

Telegram : @SadsHelp

$$f'(x)=2-\frac{2}{x^2}$$

$$f'(c)=2-\frac{2}{c^2}$$

$$0=2-\frac{2}{c^2}\Rightarrow\frac{2}{c^2}=2$$

$$2c^2=2\Rightarrow c^2=1\overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} c=\pm1$$

$$c=-1\notin(\frac{1}{2},2)$$

$$c=1\in(\frac{1}{2},2)$$

3 ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

$$f(x)=9x+3x^2-x^3 : x\in[-1,1]$$

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,1]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,1)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-1)=-9+3+1=-5$

$f(b)=f(1)=9+3-1=11$

$\because f(a)\neq f(b)$

نظرية رول غير متحققة لعدم تحقق الشرط الثالث

2013 خارج القطر

4 هل ان $h(x)$ تحقق مبرهنة رول على الفترة $[-1,1]$ ؟ وان تحققت جد قيمة c حيث ان

$$h(x)=x^3-x$$

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,1]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,1)$ لانها كثيرة الحدود

2014 دور (2)

2016 دور (2) خارج

2020 تمهيدي تطبيقي

$$h(-1)=-1+1=0$$

$$h(1)=1-1=0$$

$$h'(x)=3x^2-1$$

$$h'(c)=3c^2-1$$

$$0=3c^2-1\Rightarrow 3c^2=1$$

$$c^2=\frac{1}{3}$$

$$c=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{3}}\in(-1,1)$$

or

$$c=\frac{-1}{\sqrt{3}}\in(-1,1)$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اثبت ان الدالة $f(x)=(2-x)^2$ حيث $x\in[0,4]$ تحقق مبرهنة رول ثم جد قيمة (c) ؟

5

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[0,4]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(0,4)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(0)=(2-0)^2=4$

$f(b)=f(4)=(2-4)^2=4$

$f(a)=f(b)$

2015 تمهيدي

$f'(x)=2(2-x)(-1)$

2017 دور (2) تطبيقي - موصل

$f'(c)=-4+2c$

$0=-4+2c\Rightarrow 2c=4$

2020 دور (1) احيائي

$c=2\in(0,4)$

اذا كانت $f(x)=x^2-ax+4$ دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $[-1,b]$ وكانت $c=3$ تنتمي الى الفترة $[-1,b]$ جد $a,b\in R$

6

2018 دور (2) تطبيقي

Sol :

$f'(x)=2x-a$

$f'(c)=2c-a$

عند $c=3$

$2c-a=0$

$2(3)-a=0$

$6-a=0\Rightarrow a=6$

$f(x)=x^2-6x+4$

∵ الدالة تحقق الشروط

$\therefore f(a)=f(b)$

$f(-1)=f(b)$

$(-1)^2-6(-1)+4=b^2-6b+4$

$1+6=b^2-6b$

$b^2-6b-7=0$

$(b-7)(b+1)=0$

اما $b+1=0\Rightarrow b=-1$ يهمل

$b-7=0\Rightarrow b=7$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

نسخة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

$$f(x)=\cos 2x+2\cos x, x\in[0,2\pi]$$

2018 دور (1) تطبيقي

7

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[0,2\pi]$

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(0,2\pi)$

3)
$$f(0)=\cos 0+2\cos 0$$
$$=1+2=3$$
$$f(2\pi)=\cos 4\pi+2\cos 2\pi$$
$$=1+2=3$$

2021 دور (2) احيائي

$$f(a)=f(b)$$
$$f'(x)=(-\sin 2x)2+2(-\sin x)$$
$$f'(x)=-2\sin 2x-2\sin x$$
$$f'(c)=-2\sin 2c-\sin c$$
$$[-2\sin 2c-2\sin c=0]\div -2$$
$$\sin 2c+\sin c=0$$

قانون نصف الزاوية

$$2\sin c.\cos c+\sin c=0$$
$$\sin c(2\cos c+1)=0$$

أما $\sin c=0$
$$\begin{cases} c=0\notin(0,2\pi) \\ c=\pi\in(0,2\pi) \end{cases}$$

أو $2\cos c+1=0$

$$\cos c=\frac{-1}{2}$$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

اولاً الربع الثاني

$$c=\pi-\frac{\pi}{3}\Rightarrow c=\frac{2\pi}{3}\in(0,2\pi)$$

ثانياً الربع الثالث

$$c=\pi+\frac{\pi}{3}\Rightarrow c=\frac{4\pi}{3}\in(0,2\pi)$$

MATHEMATIC

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

8

اذا كانت $f(x)=ax^2-6x+4$
تحقق مبرهنة رول على الفترة $[0,k]$
وان $f(-1)=11$ جد $a,k\in R$ ثم جد
(c) على تلك الفترة

2019 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$f(-1)=11$

$a(-1)^2-6(-1)+4=11$

$a+6+4=11\Rightarrow a+10=11$

$a=1$

$f(x)=x^2-6x+4$

$\because$ الدالة تحقق الشروط

$f(a)=f(b)\therefore$ $[0,k]$

a b

$(0)^2-6(0)+4=k^2-6k+4$

$k^2-6k=0$

$k(k-6)=0$

اما $k=0$ يهمل

او $k-6=0\Rightarrow k=+6$

$f'(x)=2x-6$

$f'(c)=2c-6$

$2c-6=0$

$2c=6]\div 2$

$c=3\in(0,6)$

9

بين هل ان الدالة $x\in[-3,3]$,
$f(x)=x^3-9x$ تحقق مبرهنة رول.
ثم جد قيم c الممكنة

2020 دور(1) تطبيقي

2023 تمهيدي- احيائي

Sol :

1 الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-3,3]$ لانها كثيرة الحدود

2 قابلية الاشتقاق : الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-3,3)$ لانها كثيرة الحدود

3 $f(a)=f(b)$

$f(a)=f(-3)=(-3)^3-9(-3)$

$-27+27=0$

$f(b)=f(3)=(3)^3-9(3)$

$=27-27$

$=0$

$f(a)=f(b)\therefore$

$\therefore$ تحقق الشروط

$f'(x)=3x^2-9$

$f'(c)=3c^2-9$

$3c^2-9=0]\div 3$

$c^2-3=0$

$c^2=3$

$c=\mp\sqrt{3}\in(-3,3)$

Telegram : @SadsHelp

بين ان الدالة تحقق مبرهنة رول على الفترة المعطاة ثم جد قيمة c الممكنة :

$f(x) = (x^2 - 3)^2$ حيث $x \in [-1 , 1]$

10

① الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-1 , 1]$ لأنها كثيرة الحدود .

② قابلية الأشتقاق : الدالة قابلة للأشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 1)$ لانها كثيرة الحدود .

③

$$f(a) = f(-1) = ((-1)^2 - 3)^2 = (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$$

$$f(b) = f(1) = ((1)^2 - 3)^2 = (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$$

$f(a) = f(b)$

∴ الدالة تحقق شروط مبرهنة رول .

$f'(x) = 2(x^2 - 3) \cdot 2x$

$= 4x(x^2 - 3)$

$f'(c) = 4c(c^2 - 3)$

$4c(c^2 - 3) = 0$

$4 \div [4c = 0]$

أما : $c = 0 \in (-1 , 1)$

أو : $c^2 - 3 = 0 \quad c^2 = 3$

$c = \mp\sqrt{3} \notin (-1 , 1)$

2022 تمهيدي احيائي

الدالة $f(x) = ax^2 - 4x + 5$ تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $[-1 , b]$ فإذا كانت $c = 2$ تنتمي للفترة $(-1 , b)$ جد $f'(2) = 0$, $a , b \in R$.

11

2014 خارج القطر

2022 دور 2 تطبيقي

$f'(x) = 2ax - 4$

$f'(c) = 2ac - 4$

عندما $c = 2$ $\quad 2ac - 4 = 0$

$2a(2) - 4 = 0$

$4a - 4 = 0$

$4a = 4$

$\boxed{a = 1}$

$f(x) = a^2 - 4x + 5$

∵ الدالة تحقق الشروط

$f(a) = f(b)$

$f(a) = f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 5$

$= 1 + 4 + 5$

$= 10$

$f(b) = b^2 - 4b + 5$

$f(a) = f(b)$

$10 = b^2 - 4b + 5$

$b^2 - 4b + 5 - 10 = 0$

$b^2 - 4b - 5 = 0$

$(b - 5)(b + 1) = 0$

أما : $b - 5 = 0 \Longrightarrow b = 5$

أو : $b + 1 = 0 \Longrightarrow b = -1$ يهمل

Telegram : @SadsHelp

12 اذا كانت $f(x)=2x+\frac{h}{x}$ دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $\left[\frac{1}{2},k\right]$ فاذا كانت تنتمي للفترة $\left[\frac{1}{2},k\right]$ جد $h,k\in R$

2023 دور (1) احيائي

Sol: تعديل $f(x)=2x+hx^{-1}$

$$f'(x)=2-hx^{-2}$$

$$=2-\frac{h}{x^2}$$

$$f'(c)=2-\frac{h}{c^2}$$

$$=2-\frac{h}{c^2}=0 \quad] \cdot c^2$$

$$=2c^2-h=0$$

عند $c=1$

$$2(1)^2-h=0$$

$$2-h=0$$

$$\boxed{2=h}$$

∵ الدالة تحقق الشروط

$\therefore f(a)=f(b)$

$$f(x)=2x+\frac{2}{x}$$

$$f(a)=\cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)+\frac{2}{\frac{1}{2}}$$

$$=1+4=5$$

$$f(b)=2(k)+\frac{2}{k}$$

$$2k+\frac{2}{k}=5 \quad] \cdot k$$

$$2k^2+2=5k$$

$$2k^2-5k+2=0$$

$$(2k-1)(k-2)=0$$

يهمل $k=\frac{1}{2}$ اما

او $\boxed{k=2}$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

مبرهنة القيمة المتوسطة

برهن ان الدالة $f(x)=x^2-6x+4$ تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة وجد قيمة c على $[-1,7]$

1

2014 دور (1)
2015 دور (1)

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,7]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,7)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-1)=1+6+4=11$

$f(b)=f(7)=49-42+4=11$

$f'(x)=2x-6$

$f'(c)=2c-6$

2016 دور (2) و (3) تطبيقي

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

2019 دور (2) و (3) تطبيقي

$$2c-6=\frac{11-11}{7-(-1)}$$

$2c-6=0$

$2c=6$

$c=3\in(-1,7)$

اذا كانت $f:[0,b]\Rightarrow R, f(x)=x^3-4x^2$ وكانت f تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عند $c=\frac{2}{3}$ جد قيمة b .

2

2014 تمهيدي خارج
2016 دور (1)

Sol :

∵ الدالة تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة فانها مستمرة وقابلة للاشتقاق

وتحقق $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

2018 دور (1) احيائي

$f(a)=f(0)=0$

$f(b)=b^3-4b^2$

$f'(x)=3x^2-8x$

2017 تمهيدي احيائي

$f'(c)=3c^2-8c$

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$3c^2-8c=\frac{b^3-4b^2-0}{b-0}$$

$$3(\frac{2}{3})^2-8(\frac{2}{3})=\frac{b(b^2-4b)}{b}$$

$$\frac{4}{3}-\frac{16}{3}=b^2-4b$$

$$\frac{-12}{3}=b^2-4b$$

$b^2-4b=-4$

$b^2-4b+4=0$

$(b-2)(b-2)=0$

$b=2$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اذا كانت $f(x)=x^2-2x$ وكانت الدالة $f:[0,n]\Rightarrow R$ وتحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عند $c=5$ جد قيمة n .

3

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

∵ الدالة تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة فانها مستمرة وقابلة للاشتقاق

وتحقق $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$f(a)=f(0)=0$

$f(b)=f(n)=n^2-2n$

$f'(x)=2x-2$

$f'(c)=2c-2$

$f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$2c-2=\dfrac{n^2-2n-0}{n-0}$

$2(5)-2=\dfrac{n(n-2)}{n}$

$8=n-2$

$n=10$

اختبر امكانية تطبيق مبرهنة القيمة المتوسطة للدالة على الفترة المعطاة للدالة وان تحقق فجد قيم c الممكنة حيث :

$f(x)=\dfrac{4}{x+2}\ ,\ x\in[-1,2]$

4

1) الاستمرارية : $x+2=0\Rightarrow$

$x=-2\notin[-1,2]$ ∴ الدالة مستمرة على الفترة

2019 تمهيدي احيائي

2) قابلة للاشتقاق :

$f'(x)=\dfrac{-4}{(x+2)^2}\Rightarrow(x+2)^2=0$

$x+2=0\Rightarrow x=-2\notin(-1,2)$

الدالة قابلة للاشتقاق

3) $f(a)=\dfrac{4}{-1+2}=\dfrac{4}{1}=4$

$f(b)=\dfrac{4}{2+2}=\dfrac{4}{4}=1\Rightarrow f'(c)=\dfrac{-4}{(c+2)^2}$

$f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}\Rightarrow\dfrac{-4}{(c+2)^2}=\dfrac{1-4}{2-(-1)}$

$\dfrac{\not4}{(c+2)^2}=\dfrac{\not3}{\not3}\Rightarrow(c+2)^2=4$ بالجذر

$c+2=\mp2$

اما $c+2=-2\Rightarrow c=-4\notin(-1,2)$

او $c+2=2\Rightarrow c=0\in(-1,2)$

ابحث تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة للدالة

$f(x)=\sqrt[3]{(x+1)^2}\ ,\ x\in[-2\ ,\ 7]$

5

(1) الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-2\ ,\ 7]$

(2) قابلية الاشتقاق :

$f(x)=(x+1)^{\frac{2}{3}}$

$f'(x)=\dfrac{2}{3}(x+1)^{\frac{-1}{3}}=\dfrac{2}{3\sqrt[3]{(x+1)}}$

2022 دور 2 احيائي

$3\sqrt[3]{(x+1)}=0\ ]\div3$

$\sqrt[3]{(x+1)}=0$ بالتكعيب

$x+1=0\Rightarrow x=-1\in(-2\ ,\ 7)$

الدالة غير قابلة للاشتقاق

∴ لا تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة (التقريب)

جد باستحدام نتيجة مبر هنة القيمة المتوسطة تقريباً مناسباً للعدد $\sqrt[4]{80}$

1

1996 دور (2)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[4]{x}=x^{\frac{1}{4}}$$

$$a=81\ ,\ b=80$$

$$h=b-a=80-81=-1$$

$$f(a)=f(81)=\sqrt[4]{81}=3$$

$$f'(x)=\frac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}}=\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f(a)=\frac{1}{4\sqrt[4]{(81)^3}}=\frac{1}{4(3)^3}$$

$$=\frac{1}{4(27)}=\frac{1}{108}$$

$$=0.009$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=3+(-1)(0.009)$$

$$=3-0.009$$

$$=2.991$$

لتكن $f(x)=\sqrt[3]{2x+6}$ جد $f(1.02)$ بصورة تقريبية

2

1998 دور (2)

2015 دور (4) رصافة

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{2x+6}$$

$$f(x)=(2x+6)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{let}\ \ a=1\ ,\ b=1.02$$

$$h=b-a$$

$$h=1.02-1=0.02$$

$$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}(2x+6)^{\frac{-2}{3}}(2)$$

$$=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+6)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2a+6)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2(1)+6)^2}}=\frac{2}{3(4)}$$

$$=\frac{1}{6}=0.16$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$f(1.02)\simeq 2+(0.02)(0.16)$$

$$\simeq 2+(0.0032)$$

$$\simeq 2.0032$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية $\sqrt[3]{126}$

3

2001 دور (2)

2016 تمهيدي

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

let $a=125\ ,\ b=126$

$$h=b-a$$

$$h=126-125=1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{125}=5$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(125)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{(3)(25)}$$

$$f'(a)=\frac{1}{75}=0.013$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 5+(0.013)(1)$$

$$\simeq 5.013$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt{0.98}$

4

2008 دور (1)

Sol :

$$f(x)=\sqrt{x}$$

let $a=1\ ,\ b=0.98$

$$h=b-a\Rightarrow h=0.98-1=-0.02$$

$$f(a)=\sqrt{1}=1$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 1+(-0.2)(0.5)$$

$$\simeq 1-0.01$$

$$\simeq 0.99$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

جد القيمة التقريبية للمقدار $\sqrt[3]{0.12}$

5

2004 دور (2)

2022 تمهيدي احيائي

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

$$a=0.125\ ,\ b=0.120$$

$$h=b-a$$

$$=0.120-0.125$$

$$=-0.005$$

$$f(a)=\sqrt[3]{0.125}=0.5$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}$$

$$=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(0.125)^2}}$$

$$=\frac{1}{3(0.5)^2}=\frac{1}{(0.75)}$$

$$=1.333$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=0.5+(-0.005)(1.333)$$

$$=0.5-0.006665$$

$$=0.493335$$

لتكن $f(x)=\sqrt{3x+1}$ جد $f(1.001)$ بصورة تقريبية

6

2005 دور (2)

Sol :

$$f(x)=(3x+1)^{\frac{1}{2}}$$

let $a=1\ ,\ b=1.001$

$$h=b-a$$

$$h=1.001-1=0.001$$

$$f(a)=\sqrt{3x+1}=\sqrt{4}=2$$

$$f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$$

$$f'(a)=\frac{3}{2\sqrt{3a+1}}=\frac{3}{2\sqrt{3+1}}$$

$$=\frac{3}{4}=0.75$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 2+(1.001)(0.75)$$

$$\simeq 2.00075$$



حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد بصورة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{26}$ باستخدام التفاضلات

7

2016 تمهيدي
2006 دور (1)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

let $a=27\ ,\ b=26$

$$h=b-a\Rightarrow h=26-27=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{27}=3$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{27}$$

$$f'(a)=0.037$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$
$$\simeq 3+(-1)(0.037)$$
$$\simeq 2.963$$

باستخدام التفاضلات جد قيمة التقريبية للعدد $\sqrt[3]{-9}$

8

2006 دور (2)
2021 دور (1) احيائي

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}$$

let $a=-8\ ,\ b=-9$

$$h=b-a\Rightarrow h=-9+8=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{-8}=-2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(-8)^2}}=\frac{1}{12}=0.083$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$
$$\simeq -2+(-1)(0.083)\simeq -2.083$$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد القيمة التقريبية $\sqrt[3]{7.98}$

9

2007 دور (2)
2020 تمهيدي احيائي

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

$$a=8\ ,\ b=7.98$$

$$h=b-a=7.98-8$$

$$h=-0.02$$

$$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}}=\frac{1}{3(2)^2}$$

$$=\frac{1}{3(4)}=\frac{1}{12}=0.083$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$
$$=2+(-0.02)(0.83)$$
$$=2-0.00166$$
$$=1.99834$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt{15^{-1}}$

10

2009 تمهيدي

2017 دور (1) تطبيقي خارج

Sol :

$$f(x)=\sqrt{x^{-1}}=x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

let $a=16\ ,\ b=15$

$$h=b-a\Rightarrow h=15-16=-1$$

$$f(a)=\frac{1}{\sqrt{16}}=\frac{1}{4}=0.25$$

$$f'(x)=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}=\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$f'(a)=-\frac{1}{2}a^{-\frac{3}{2}}=\frac{-1}{2\sqrt{a^3}}$$

$$f'(a)=\frac{-1}{2\sqrt{(16)^3}}=\frac{-1}{128}\simeq -0.007$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.25+(-1)(-0.007)$$

$$\simeq 0.25+0.007\simeq 0.257$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[4]{0.008}$

11

2009 دور (1)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[4]{x}$$

$$f(x)=x^{\frac{1}{4}}\ ,\ \text{let}\ \ a=0.0081$$

$$b=0.0080$$

$$h=b-a\Rightarrow h=0.0080-0.0081$$

$$h=-0.0001$$

$$f(a)=\sqrt[4]{0.0081}=0.3$$

$$f'(x)=\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{4\sqrt[4]{a^3}}$$

$$f'(0.0081)=\frac{1}{4\sqrt[4]{(0.0081)^3}}=\frac{1}{4(0.027)}$$

$$f'(0.0081)=\frac{1}{0.108}\simeq 9$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.3+(-0.0001)(9)$$

$$\simeq 0.2991$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[3]{7.8}$

12

2011 دور (1)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

let $a=8\ ,\ b=7.8$

$$h=b-a\Rightarrow h=7.8-8=-0.2$$

$$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{64}}=\frac{1}{12}$$

$$f'(a)=0.083$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 2+(-0.2)(0.083)$$

$$\simeq 1.9834$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

13 جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

2011 خارج القطر
2014 تمهيدي

Sol :

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$$

let $a=8\ ,\ b=9$

$$h=b-a$$

$$h=9-8=1$$

$$f(a)=\frac{1}{\sqrt[3]{8}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$f'(x)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}}\Rightarrow f'(a)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{a^4}}$$

$$f'(8)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{(8)^4}}=\frac{-1}{3(16)}$$

$$f'(8)=\frac{-1}{48}=-0.0208$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.5+(1)(-0.0208)$$

$$\simeq 0.4792$$

14 باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية $\sqrt{\frac{1}{2}}$

2012 دور (2)
2014 دور (2)

Sol :

$$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$$

let $a=0.49\ ,\ b=0.50$

$$h=b-a\Rightarrow h=0.50-0.49$$

$$h=0.01$$

$$f(a)=\sqrt{0.49}=0.7$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(0.49)=\frac{1}{2\sqrt{0.49}}=\frac{1}{1.4}=0.7142$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.7+(0.01)(0.7142)$$

$$\simeq 0.7+0.0071$$

$$\simeq 0.7071$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد وإجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

جد القيمة التقريبية للمقدار $(15.6)^{-\frac{1}{4}}$

15

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$f(x)=x^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$$

let $a=16\ ,\ b=15.6$

$$h=b-a$$

$$h=15.6-16=-0.4$$

$$f(a)=\frac{1}{\sqrt[4]{16}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$f'(x)=-\frac{1}{4}x^{-\frac{5}{4}}=\frac{-1}{4\sqrt[4]{x^5}}$$

$$f'(a)=\frac{-1}{4\sqrt[4]{a^5}}=\frac{-1}{4\sqrt[4]{(16)^5}}=\frac{-1}{4(32)}$$

$$=\frac{-1}{128}=-0.008$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.5+(-0.4)(-0.008)$$

$$\simeq 0.5+0.0032$$

$$\simeq 0.5032$$

جد بصورة تقريبية حسب نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $\sqrt[5]{31^{-1}}$

16

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

$$f(x)=\sqrt[5]{x^{-1}}=x^{-\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$$

let $a=32\ ,\ b=31$

$$h=b-a\Rightarrow h=31-32=-1$$

$$f(a)=\frac{1}{\sqrt[5]{32}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$f'(x)=-\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}}=\frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$

$$f'(a)=\frac{-1}{5\sqrt[5]{a^6}}=\frac{-1}{5\sqrt[5]{(32)^6}}$$

$$=\frac{-1}{4(64)}=\frac{-1}{320}=-0.003125$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.5+(-1)(-0.003125)$$

$$\simeq 0.503125$$

اذا كان $f(x)=x^3+3x^2+4x+5$

جد بصورة تقريبية $f(1.003)$

17

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$f(x)=x^3+3x^2+4x+5$$

let $a=1\ ,\ b=1.003$

$$h=b-a\Rightarrow h=1.003-1=0.003$$

$$f(a)=1+3+4+5=13$$

$$f'(x)=3x^2+6x+4$$

$$f'(a)=3a^2+6a+4$$

$$=3+6+4=13$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$f(a+h)\simeq 13+(0.003)(13)$$

$$\simeq 13+0.039$$

$$\simeq 13.039$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة
جد بصورة تقريبية ومقرباً لثلاث مراتب عشرية
$\sqrt[5]{(0.98)^3+(0.98)^4+3}$

18

تمهيدي تطبيقي 2017
تمهيدي تطبيقي 2018

Sol :

$$f(x)=\sqrt[5]{x^3}+x^4+3$$
$$=x^{\frac{3}{5}}+x^4+3$$
$$a=1\ ,\ b=0.98$$
$$h=b-a=0.98-1$$
$$h=-0.02$$
$$f(a)=\sqrt[5]{(1)^3}+(1)^4+3$$
$$=1+1+3=5$$
$$f'(x)=\frac{3}{5}x^{\frac{-2}{5}}+4x^3$$
$$=\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}+4x^3$$
$$f(a)=\frac{3}{5\sqrt[5]{(1)^2}}+4(1)^3$$
$$=\frac{3}{5}+4=\frac{3+20}{5}$$
$$=\frac{23}{5}=4.6$$
$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$
$$=5+(-0.02)(4.6)$$
$$=5-0.092$$
$$=4.908$$

اذا كانت $f(x)=\sqrt[5]{5x^2+12}$ جد
باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة
$f(1.97)$

19

دور (2) احيائي - داخل 2018

Sol :

$$f(x)=(5x^2+12)^{\frac{1}{5}}$$
let $a=2\ ,\ b=1.97$
$$h=b-a\Rightarrow h=1.97-2=-0.03$$
$$f(a)=\sqrt[5]{5(2)^2+12}=\sqrt[5]{32}=2$$
$$f'(x)=\frac{1}{5}(5x^2+12)^{-\frac{4}{5}}(10x)$$
$$=\frac{2x}{\sqrt[5]{(5x^2+12)^4}}$$
$$f'(a)=\frac{2a}{\sqrt[5]{(5a^2+12)^4}}=\frac{2(2)}{\sqrt[5]{(5(2)^2+12)^4}}$$
$$=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}=0.25$$
$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$
$$\simeq 2+(-0.03)(0.25)$$
$$\simeq 2-0.0075$$
$$\simeq 1.9925$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد القيمة التقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة للمقدار $\sqrt[3]{26}+2$

20

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}+2=x^{\frac{1}{3}}+2$$

let $a=27\ ,\ b=26$

$$h=b-a$$

$$h=26-27=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{27}+2=3+2=5$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}}=\frac{1}{27}=0.037$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 5+(-1)(0.037)$$

$$\simeq 4.963$$

باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية $\sqrt{17}+\sqrt[4]{17}$

21

2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$a=16\ ,\ b=17\ ,\ h=1$$

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}$$

$$f(x)=x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f(a)=\sqrt{16}+\sqrt[4]{16}=4+2$$

$$f(a)=6$$

$$f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{16}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{(16)^3}}$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{32}=\frac{5}{32}=0.156$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=6+(1)(0.156)$$

$$=6+0.156$$

$$=6.156$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مستطيل بعداه $\sqrt{143}$, $\sqrt[3]{28}$ جد مساحته بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

22

2019 دور (1) احيائي/خارج القطر

$\sqrt{143}$

Sol :

$b = 143 , a = 144 , h = -1$

$f(x) = \sqrt{x}$

$f(a) = \sqrt{144} = 12$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} =$

$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{144}} = \frac{1}{2(12)}$

$= \frac{1}{24} = 0.041$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 12 + (-1)(0.041)$

$= 12 - 0.041$

$= 11.959$

$\sqrt[3]{28}$

Sol :

$b = 28 , a = 27 , h = 1$

$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$f(a) = \sqrt[3]{27} = 3$

$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}} = \frac{1}{3(3)^2}$

$= \frac{1}{3(9)} = \frac{1}{27} = 0.037$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 3 + (1 * 0.037)$

$= 3 + 0.037$

$= 3.037$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب ابعاده

$3.037 * 11.959 =$

$36.319483 =$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

MATHEMATICS

جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة تقريباً مناسباً للعدد $\frac{1}{\sqrt{33}}$

23

2023 دور (1) تطبيقي

2023 دور 2 احيائي

Sol:

$$\begin{aligned} &a = 32 \\ &b = 33 \\ &h = 33 - 32 \\ &h = 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$$

$$f(x) = x^{\frac{-1}{5}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{5}\, x^{\frac{-6}{5}}$$

$$= \frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$f'(a) = \frac{-1}{5\sqrt[5]{(32)^6}} = \frac{-1}{5(2)^6}$$

$$= \frac{-1}{5(64)} = \frac{-1}{320} = -0.003$$

$$f(a+h) = fa + hf'(a)$$

$$= 0.5 + (1)(-0.003)$$

$$= 0.5 - 0.003$$

$$= 0.497$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

الاشكال الهندسية في مبرهنة القيمة المتوسطة

مربع مساحته $50cm^2$ جد طول ضلعه بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات

1

1997 دور (2)

Sol :

$$A = x^2 \Rightarrow 50 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{50}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

let $a = 49 , b = 50$

$$h = b - a$$

$$h = 50 - 49 = 1$$

$$f(a) = \sqrt{49} = 7$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{14} = 0.071$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 7 + (1)(0.071)$$

$$\simeq 7.071 \ cm$$

مكعب حجمه $124cm^3$ جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية طول ضلعه

2

2010 تمهيدي

Sol :

$$V(L) = L^3$$

$$124 = L^3 \Rightarrow L = \sqrt[3]{124}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

let $a = 125 , b = 124$

$$h = b - a$$

$$h = 124 - 125 = -1$$

$$f(a) = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(125)^2}}$$

$$= \frac{1}{75} = 0.013$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 5 + (-1)(0.013)$$

$$\simeq 4.987$$

Telegram : @SadsHelp

مخروط دائري قائم حجمه $210\pi\ cm^3$ جد قيمة التقريبية لنصف القطر قاعدته اذا كان ارتفاعه 10cm

3

2013 دور (2)
1999 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط (r)
نفرض ان ارتفاع المخروط (V)

$$V=\frac{\pi}{3}r^2h \Rightarrow 210\pi=\frac{\pi}{3}r^2(10)$$

$$r^2=\frac{630}{10}=63$$

$$r=\sqrt{63}$$

$$V(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$$

let $a=64\ ,\ b=63$

$$h=b-a$$

$$h=63-64=-1$$

$$V(a)=\sqrt{64}=8$$

$$V'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$V'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}=\frac{1}{2\sqrt{64}}=\frac{1}{16}$$
$$=0.0625$$

$$V(a+h)\simeq V(a)+h.V'(a)$$
$$\simeq 8+(-1)(0.0625)$$
$$\simeq 7.9375$$

جد حجم كرة طول نصف قطرها 3.001cm بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات

4

2006 تمهيدي
2016 دور (2)

Sol :

$$V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V'(r)=4\pi r^2$$

let $a=3\ ,\ b=3.001$

$$h=b-a$$

$$h=3.001-3=0.001$$

$$V(a)=\frac{4}{3}\pi a^3=\frac{4}{3}\pi(3)^3$$
$$=36\pi$$

$$V'(a)=4\pi a^2=4\pi(3)^2$$
$$=36\pi$$

$$V(a+h)\simeq V(a)+h.V'(a)$$
$$\simeq 36\pi+(0.001)(36\pi)$$
$$\simeq 36.036\pi\ cm^3$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

مربع مساحته $48cm^2$ جد بصورة تقريبية طول ضلعه

5

2013 دور (1)

Sol :

$$A = x^2$$

$$48 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{48}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

let $a = 49$, $b = 48$

$$h = b - a$$

$$h = 48 - 49 = -1 \Rightarrow h = -1$$

$$f(a) = \sqrt{49} = 7$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(49) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{14} = 0.071$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 7 + (-1)(0.071)$$

$$\simeq 7 - 0.071$$

$$\simeq 6.929 \text{ cm}$$

جد نصف قطر كرة حجمها $\frac{260\pi}{3}$ بصورة تقريبية وباستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

6

2016 دور (3)

2020 دور (1) احيائي

Sol :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{260\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$r^3 = 65 \Rightarrow r = \sqrt[3]{65}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$a = 64 \ , \ b = 65$$

$$h = b - a = 65 - 64$$

$$h = 1$$

$$f(a) = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(64)^2}} = \frac{1}{3(4)^2}$$

$$= \frac{1}{3(16)} = \frac{1}{48} = 0.020$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 4 + (1)(0.20)$$

$$= 4 + 0.20$$

$$= 4.020\text{cm}$$

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي طول قطر قاعدته فاذا كان ارتفاعه يساوي 2.96cm جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

7

2017 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2}$$

$$a = 3\ ,\ b = 2.96$$

$$h = b - a = 2.96 - 3$$

$$h = -0.04$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{\pi}{3}(\frac{h}{2})^2.h$$

$$V = \frac{\pi}{12}.h^3$$

$$V(x) = \frac{\pi}{12}.h^3$$

$$V(a) = \frac{\pi}{12}.(3)^3 = \frac{\pi}{12}.27$$

$$= \frac{9\pi}{4} = 2.25\pi$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{4}h^2$$

$$V(a) = \frac{\pi}{4}(3)^2 = \frac{\pi}{4}.9 = 2.25\pi$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 2.25\pi + (-0.04)(2.25\pi)$$

$$= 2.25\pi - 0.09\pi$$

$$= 2.16\pi\ cm^3$$

مكعب طول حرفه 9.98cm جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام معلوماتك بالتفاضل

8

2018 تمهيدي احيائي

Sol :

$$a = 10\ ,\ b = 9.98$$

$$h = b - a = 9.98 - 10$$

2020 تمهيدي تطبيقي

$$h = -0.02$$

$$V = x^3$$

2021 دور (2) تطبيقي

$$V(x) = x^3$$

$$V(a) = (10)^3 = 1000$$

2022 تمهيدي تطبيقي

$$V'(x) = 3x^2$$

2022 دور 2 احيائي

$$V'(a) = 3(10)^2 = 300$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 1000 + (-0.02)(300)$$

$$= 1000 - 6$$

$$= 994cm^3$$

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

MATHEMATICS

متوازي سطوح مستطيله قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاثة امثال طول قاعدته جد حجم التقريبي له عندما يكون طول قاعدته 2.97cm ؟

9

2018 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

نفرض ان طول القاعدة (x)

نفرض ان الارتفاع (h)

$$h = 3x$$

$$V = x^2 h \Rightarrow V(x) = x^2 .3x$$

$$= 3x^3$$

let $a = 3$, $b = 2.97$

$$h = b - a$$

$$h = 2.97 - 3 = -0.03$$

$$V(a) = 3(3)^3 = 3(27) = 81$$

$$V'(x) = 9x^2$$

$$V'(a) = 9a^2 = 9(3)^2 = 81$$

$$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$$

$$\simeq 81 + (-0.03)(81)$$

$$\simeq 81 - 2.43$$

$$\simeq 78.57$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اسطوانه دائرية قائمة ارتفاعها يساوي طول نصف قطر قاعدتها فأذا كان نصف القطر يساوي (2.97cm) جد الحجم بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبر هنة القيمة المتوسطة .

10 2019 دور(1) احيائي

Sol :

$b = 2.97 \ , \ a = 3 \ , \ h = -0.03$

$h = r$

$V = \pi r^2 h$

$V(r) = \pi r^2 . r$

$V(r) = \pi r^3$

$V(a) = \pi(3)^3$

$= 27\pi$

$V'(r) = 3\pi r^2$

$V'(a) = 3\pi(3)^2$

$= 27\pi$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 27\pi + (-0.03 * 27\pi)$

$= 27\pi - 0.81\pi$

$= 26.19\pi \ cm^3$

جد بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه 1.99cm

11 2019 دور(2) احيائي

Sol :

$T.A = 6x^2$

$A(x) = 6x^2$

$b = 1.99 \ , \ a = 2 \ , \ h = -0.01$

$A(a) = 6(2)^2 = 6(4)$

$A(a) = 24$

$A'(x) = 12x$

$A'(a) = 12(2)$

$A'(a) = 24$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 24 + (-0.01 * 24)$

$= 24 - 0.24$

$= 23.76 \ cm^2$

مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي طول قطر قاعدته فأذا كان ارتفاعه يساوي 2.98cm
جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبر هنة القيمة المتوسطة

12

Sol:

$h = 2r \Rightarrow \boxed{r = \frac{h}{2}}$

2023 دور(2) تطبيقي

2022 دور 1 تطبيقي

2022 دور 1 احيائي

$b = 2.98$

$a = 3$

$h = 2.98 - 3$

$= -0.02$

$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$v(h) = \frac{\pi}{3}(\frac{h}{2})^2 h$

$= \frac{\pi}{3} \cdot \frac{h^2}{4} h$

$v(h) = \frac{\pi}{12} h^3$ الدالة

$v'(h) = \frac{\pi}{4} h^2$ المشتقة

$v(a) = \frac{\pi}{12}(3)^3 = \frac{\pi}{12} . 27$

$= \frac{9}{4}\pi = 2.25\pi$

$v'(a) = \frac{\pi}{4}(3)^2 = \frac{\pi}{4}(9) = 2.25\pi$

$v(a+h) \simeq v(x) - hv'(x)$

$\simeq 2.25\pi + (-0.02)(2.25\pi)$

$= 2.25\pi - 0.045\pi$

$= 2.205\pi \ cm^3$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

التغير التقريبي للدالة

كرة نصف قطرها 6cm طليت بطلاء سمكه 0.1cm جد كمية الطلاء بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة

1

2014 دور (1)

Sol :

let $a = 6 , b = 6 + 0.1 = 6.1$ cm

$h = b - a$

$h = 6.1 - 6 = 0.1$

$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V'(r) = 4\pi r^2$

$V'(a) = 4\pi a^2 = 4\pi(6)^2$

$= 144\pi$

$h.V'(a) = (0.1)(144\pi)$

$= 14.4\pi$ cm^3

حجم كمية الطلاء

اذا كان $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ جد مقدار التغير التقريبي للدالة اذا تغيرت x من 4 الى 4.01

2

2015 دور (2)

Sol :

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$

let $a = 4 , b = 4.01$

$h = b - a$

$h = 4.01 - 4 = 0.01$

$f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$

$f'(a) = \frac{-1}{2\sqrt{a^3}} = \frac{-1}{2\sqrt{64}}$

$= \frac{-1}{16} = -0.06$

$h.f'(a) \simeq (0.01).(-0.06)$

$\simeq -0.0006$

كرة نصف قطرها 8 طليت بطلاء سمكه 0.1cm جد حجم الطلاء بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

3

2017 دور (1) احيائي/خارج

Sol :

$a = 8 , b = 8.1$

$h = b - a = 8.1 - 8$

$h = 0.1$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V'(r) = 4\pi r^2$

$V'(a) = 4(\pi)(8)^2$

$= 4(\pi)(64)$

$= 256\pi$

التغير التقريبي $= h.f'(a)$

$= (0.1)(256)\pi$

$= 25.6\pi$cm^3

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية مساحة حلقة دائرية نصف قطرها الداخلي 20cm ونصف قطرها الخارجي 20.3cm

4

2017 دور (3) احيائي- موصل

Sol :

$a = 20 \ , \ b = 20.3$

$h = b - a = 20.3 - 20$

$h = 0.3$

$A = \pi r^2$

$A(r) = \pi r^2$

$A'(r) = 2r\pi$

$A'(a) = 2(20)\pi$

$A'(a) = 40\pi$

التغير التقريبي $= h.f'(a)$

$= (0.3)(40)\pi$

$= 12\pi \ cm^2$

لتكن $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ فاذا تغيرت x من 8 الى 8.06 ما مقدار التغير التقريبي للدالة ؟

5

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$b = 8.06 \ , \ a = 8 \ , \ h = 0.06$

$f(x) = \sqrt[3]{x^2} = (x)^{\frac{3}{2}}$

$f'(x) = \frac{2}{3}.x^{\frac{-1}{3}}$

$= \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

$f'(a) = \frac{2}{3\sqrt[3]{8}}$

$= \frac{2}{3(2)} = \frac{1}{3}$

$f'(a) = 0.333$

التغير التقريبي $= h.f'(a)$

$= 0.06 * 0.333$

$= 0.01998$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

إذا تغيرت x من (32) إلى (32.06) جد مقدار التغير التقريبي للدالة $f(x) = \sqrt[5]{x}$

6

2022 د1 تطبيقي

$a = 32 \ , \ b = 32.06$

$h = 32.06 - 32$

$h = 0.06$

$f(x) = x^{\frac{1}{5}}$

$f'(x) = \frac{1}{5} x^{\frac{-4}{5}}$

$= \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$

$f'(a) = \frac{1}{5\sqrt[5]{(32)^4}} = \frac{1}{5\,(2)^4}$

$= \frac{1}{5\,(16)} = \frac{1}{80} = 0.012$

التغير التقريبي $= h\, f'(x)$

$= (0.06)(0.012)$

$= 0.00072$

اذا كانت $f(x) = \frac{1}{x}$ دالة ، جد مقدار التغير التقريبي اذا تغيرت x من (4) الى (4.01)

7

Sol:

2023 تمهيدي/احيائي

"
$a = 4$

$b = 4.01$

$h = b - a$

$= 4.01 - 4$

$= 0.01$
"

$f(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = x^{-1}$

$f'(x) = -x^{-2}$

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{-1}{(4)^2} = \frac{-1}{16} = -0.06$

التغير التقريبي $= h \ . \ f'(a)$

$= (0.01)(-0.06)$

$= -0.0006$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

ايجاد قيم الثوابت

1 اذا كانت $f(x)=3+ax+bx^2$ تمتلك نقطة حرجة $(1,4)$ جد قيمتي a,b الحقيقيتان ثم بين نوع النقطة الحرجة

1997 دور (1)
2007 تمهيدي

Sol :

$f(1)=4$

$f(x)=3+ax+bx^2$

$4=3+a+b\Rightarrow a+b=1.....(1)$

$f'(1)=0$

$f'(x)=a+2bx\Rightarrow 0=a+2b(1)$

$a=-2b.....(2)$

نعوض (2) في (1)

$-2b+b=1$

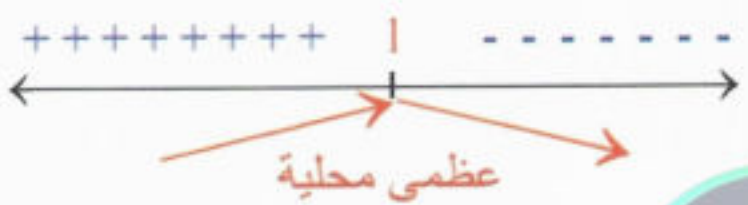
$-b=1\Rightarrow b=-1$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a-1=1\Rightarrow a=2$

$f'(x)=2-2x\Rightarrow 2-2x=0$

$x=1$



2 اذا كانت $(1,6)$ نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة $f(x)=ax^2+(x-b)^2$ جد قيمتي a,b

1998 دور (1)

Sol :

نعوض $(1,6)$ في المعادلة

$f(x)=ax^2+(x-b)^2$

$6=a+(1-b)^2$

$6=a+1-2b+b^2$

$a-2b+b^2=5.....(1)$

$f'(x)=2ax+2(x-b)$ عند $x=1$

$[0=2a+2(1-b)]\div 2$

$0=a+(1-b)$

$a=b-1.....(2)$

نعوض (2) في (1)

$b-1-2b+b^2=5$

$b^2-b-6=0\Rightarrow (b-3)(b+2)=0$

أما $b-3=0\Rightarrow b=3$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a=3-1=2$

أو $b+2=0\Rightarrow b=-2$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a=-2-1=-3$

$f''(x)=2a+2\ ,\ a=2\Rightarrow f''(x)=6>0$

$a=-3\Rightarrow f''(x)=-4<0$ يهمل

$\{a=2,b=3\}$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كانت $f(x)=x^3-bx^2+cx$ يمر بالنقطة $(-2,-2)$ وكان للدالة نقطة انقلاب عند $x=1$ جد قيمتي $b,c\in R$ ثم جد نقطة النهاية العظمى المحلية له .

3

1999 دور (2)

Sol :

$\because (-2,-2)\in f(x)\Rightarrow f(-2)=-2$

$-8-4b-2c=-2.....(1)$

$f'(x)=3x^2-2bx+c$

$f''(x)=6x-2b$

$\because f''(1)=0\Rightarrow 6-2b=0$

$2b=6\Rightarrow b=3$

نعوض قيمة (b)

$-8-12-2c=-2$

$-2c=18\Rightarrow c=-9$

$f(x)=x^3-3x^2-9x$

$f'(x)=3x^2-6x-9$

$\left[3x^2-6x-9=0\right]\div 3$

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

أما $x-3=0\Rightarrow x=3$

$f(3)=27-27-27=-27$

أو $x+1=0\Rightarrow x=-1$

$f(-1)=-1-3+9=5$

$f''(x)=6x-6\Rightarrow f''(3)=18-6$

$=12>0$

$f''(-1)=6-6=-12<0$

$(-1,5)$ نقطة نهاية عظمى محلية , $(3,-27)$ نقطة نهاية صغرى محلية

لتكن $f(x)=x^3+3x^2-9x-6$

جد معادلة المماس للمنحني عند نقطة انقلابه

4

2003 دور (1)

Sol :

$f(x)=x^3+3x^2-9x-6$

$f'(x)=3x^2+6x-9$

$f''(x)=6x+6\Rightarrow 6x+6=0$

$6x=-6\Rightarrow x=-1$

$f(-1)=(-1)^3+3(-1)^2-9(-1)-6$

$f(-1)=-1+3+9-6=5$

$(-1,5)$ نقطة انقلاب

$m=f'(-1)=3-6-9=-12$

$(y-y_1)=m(x-x_1)$

$(y-5)=-12(x+1)$

$y-5=-12x-12$

$12x+y+7=0$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان المستقيم $3x - y = 7$ يمس المنحني $f(x)=ax^2+bx+c$ عند النقطة $(2,-1)$ وكانت له نهاية صغرى محلية عند $x=\frac{1}{2}$ جد قيم $a,b,c \in R$

5

2003 دور (2)
2014 دور (4) الانبار
2015 دور (1) خارج
2021 دور (1) تطبيقي
2022 د1 تطبيقي

Sol :

$$m=\frac{\text{معامل } -x}{\text{معامل } y}=\frac{-3}{-1}=3$$

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

نعوض $(2,-1)$

$$a(2)^2+b(2)+c=-1$$

$$4a+2b+c=-1 \ldots\ldots(1)$$

$$f'(x)=2ax+b \quad , \because f'(2)=m$$

$$f'(2)=4a+b \Rightarrow 4a+b=3 \ldots\ldots(2)$$

$$\because f'(\frac{1}{2})=0 \Rightarrow a+b=0$$

$$a=-b \ldots\ldots(3)$$

نعوض (3) في (2)

$$-4b+b=3$$

$$-3b=3 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow a=1$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$4-2+c=-1 \Rightarrow c=-1-2$$

$$c=-3$$

2015 دور (4) رصافة
2016 دور (1)
2017 دور (3) احيائي - داخل
2017 دور (2) تطبيقي - داخل

اذا كان منحني الدالة $f(x)=2ax^2+b$ وكانت $a \in \{-1,0,1,3\}$ تمتلك نهاية عظمى محلية جد قيمة a

6

2004 دور (1)

Sol :

$$f(x)=2ax^2+b$$

$$f'(x)=4ax \Rightarrow f''(x)=4a$$

$$a=-1 \Rightarrow f''(x)=4(-1)=-4<0$$

تمتلك نهاية عظمى محلية

جد نقطة انقلاب الدالة $f(x)=(x-1)^5$

7

2004 دور (1)

Sol :

$$f'(x)=5(x-1)^4$$

$$f''(x)=20(x-1)^3$$

$$20(x-1)^3=0] \div 20$$

$$(x-1)^3=0$$ بالجذر التكعيبي

$$x-1=0$$

$$x=1$$

$$f(x)=(1-1)^5$$

$$=0$$

نقطة انقلاب $(1,0)$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

8 جد معادلة المنحني $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$ حيث ان النقطة $(-1,4)$ نقطة انقلاب له وميل المماس عندها يساوي (1)

2004 دور (2) — 2014 دور (3) — 2016 دور (2) خارج — 2019 دور (1) احيائي/خارج

Sol :

$m = 1$

$f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$

نعوض $(-1,4)$

$-a - b - c = 4 \ldots\ldots\ldots(1)$

$f'(x) = 3ax^2 - 2bx + c$

$\because\ f'(-1) = m$

$f'(-1) = 3a + 2b + c$

$3a + 2b + c = 1 \ldots\ldots\ldots(2)$

$-a - b - c = 4 \ldots\ldots\ldots(1)$

بالجمع

$2a + b = 5 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$

$f''(x) = 6ax - 2b \Rightarrow -6a - 2b = 0$

$2b = -6a \Rightarrow b = -3a \ldots\ldots\ldots(4)$

نعوض (4) في (3)

$2a - 3a = 5 \Rightarrow -a = 5 \Rightarrow a = -5$

$b = -3(-5) \Rightarrow b = 15$

نعوض قيم a,b في (1)

$5 - 15 - c = 4$

$-c = 14 \Rightarrow c = -14$

$f(x) = -5x^3 - 15x^2 - 14x$

9 لتكن $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$ وكانت $(-1,2)$ نهاية عظمى محلية للدالة جد قيمتي $c,d \in R$ هل توجد نقطة انقلاب للدالة

2005 دور (1)

Sol :

$f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$

نعوض $(-1,2)$

$2 = -1 + b - c + 1$

$b - c = 2 \ldots\ldots\ldots(1)$

$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$

$3(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0$

$3 - 2b + c = 0 \Rightarrow c = 2b - 3 \ldots..(2)$

نعوض (2) في (1)

$b - (2b - 3) = 2 \Rightarrow b - 2b + 3 = 2$

$-b + 3 = 2$

$b = 1$ نعوض في معادلة (1)

$c = 2(1) - 3 \Rightarrow c = 2 - 3 = -1$

$f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$

$f''(x) = 6x + 2 \Rightarrow 6x + 2 = 0$

$6x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

نعوض قيمة x في معادلة الرئيسية

$f(x) = (\frac{-1}{3})^3 + (\frac{-1}{3})^2 - (\frac{-1}{3}) + 1$

$= \frac{-1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{-1+3+9+27}{27}$

$= \frac{38}{27} \Rightarrow \left(\frac{-1}{3}, \frac{38}{27}\right)$ نقطة انقلاب

اشارة المشتقة الثانية

$(-\frac{1}{3}, \frac{38}{27})$

$-\frac{1}{3}$

نقطة انقلاب ← - - - - - - - $-\frac{1}{3}$ + + + + + + + →

Telegram : @SadsHelp

اذا علمت ان الدالة $f(x)=x^3+ax^2+bx$ نهاية صغرى محلية عند $x=4$ ونقطة انقلاب عند $x=1$ جد قيمتي $a,b\in R$

10

2006 تمهيدي
2008 دور (2)

Sol :

$f(x)=x^3+ax^2+bx$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

عند $x=4$ ، $3(4)^2+a(2)(4)+b=0$

$48+8a+b=0$.....(1)

عند $x=1$ ، $f''(x)=6x+2a$

$6+2a=0\Rightarrow 2a=-6$

$a=-3$

نعوض قيمة (a) في (1)

$48+8(-3)+b=0$

$48-24+b=0\Rightarrow b=-24$

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وبؤرته نقطة انقلاب الدالة $f(x)=(x-1)^3$

11

2007 خارج القطر

Sol :

$f(x)=(x-1)^3\Rightarrow f'(x)=3(x-1)^2$

$f''(x)=6(x-1)\Rightarrow 6(x-1)=0$

$x-1=0\Rightarrow x=1\Rightarrow f(1)=0$

نقطة انقلاب وهي بؤرة القطع المكافئ $(1,0)$

$p=1\Rightarrow y^2=4px$

معادلة القطع المكافئ $y^2=4x$

جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته تمثل نهاية عظمى محلية للدالة $y=x^3-3x^2+2$

12

2007 دور (2)

Sol :

$f'(x)=3x^2-6x+0$

$3x^2-6x=0]\div 3$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x=0$

$x-2=0\Rightarrow x=2$

+ + + + (0) - - - - (2) + + + +

عظمى ، صغرى

$f(x)=(0)^3-3(0)^2+2$

$f(0)=2$

$(0,2)$

بؤرة القطع المكافئ

$P=2$

$x^2=4Py$

$x^2=4(2)y$

$x^2=8y$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

13

اذا كانت $f(x)=x^2-\frac{a}{x}$ حيث $a, x \neq 0$

بين ان الدالة لا تمتلك نهاية عظمى محلية مهما كانت قيمة a . $a \in R$

2013 دور (1) — 2018 دور (1) تطبيقي- داخل — 2019 دور (3) احيائي — 2021 دور (1) احيائي

نفس حل السؤال السابق الفرق اشارة $x^2-\frac{a}{x}$

14

اذا كانت $f(x)=x^2+\frac{a}{x}$ حيث

بين ان الدالة لا تمتلك $a \in R, a, x \neq 0$

نهاية عظمى محلية مهما كانت قيمة a .

2008 دور (1) — 2015 دور (3)

Sol :

$$f'(x)=2x-ax^{-2}$$

$$2x-\frac{a}{x^2}=0 \Rightarrow \left[2x=\frac{a}{x^2}\right].x^2$$

$$2x^3=a \Rightarrow x^3=\frac{a}{2}$$ بالجذر التكعيبي

$$x=\sqrt[3]{\frac{a}{2}}$$

$$f''(x)=2+2ax^{-3}$$

$$=2+\frac{2a}{x^3}$$

$$f''(\sqrt[3]{\frac{a}{2}})=2+\frac{2a}{(\sqrt[3]{\frac{a}{2}})^3}$$

$$=2+\frac{2a}{\frac{a}{2}}$$

$$=2+4=6>0$$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية

ولايمكن ان تمتلك نهاية عظمى محلية

15

اذا كان المستقيم $x-y+2=0$ يمس منحني القطع المكافئ $y^2=hx$ جد بؤرة القطع المكافئ

2008 دور (2)

Sol :

$$m=\frac{-x \text{ معامل}}{y \text{ معامل}}=\frac{-1}{-1}=1$$

$$y^2=hx \Rightarrow 2yy'=h$$

$$y'=\frac{h}{2y} \quad \because y'=m$$

$$\frac{h}{2y}=1 \Rightarrow h=2y$$

$$y=\frac{h}{2} \ldots\ldots\ldots (1)$$

نعوض قيمة y في المستقيم

$$x-\frac{h}{2}+2=0$$

$$x=\frac{h}{2}-2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض (1) و (2) معادلة القطع المكافئ

$$(\frac{h}{2})^2=h\left(\frac{h}{2}-2\right)$$

$$\left[\frac{h^2}{4}=\frac{h^2}{2}-2h\right].4 \Rightarrow h^2=2h^2-8h$$

$$h^2-8h=0 \Rightarrow h(h-8)=0$$

أما $h=0$ يهمل

أو $h-8=0 \Rightarrow h=8$

معادلة القطع المكافئ $y^2=8x$

$$y^2=4px$$

$$4p=8 \Rightarrow p=2 \Rightarrow (2,0)$$

بؤرة القطع المكافئ

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا علمت ان للدالة $f(x)=x^3+ax^2+bx$ نهاية عظمى محلية عند $x=-1$ ونهاية صغرى محلية عند $x=2$ جد قيمتي a,b ثم جد نقطة الانقلاب ان وجدت ؟

16

2020 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$f(x)=x^3+ax^2+bx$$

$$f'(x)=3x^2+2ax+b$$

عند $x=-1$

$$3(-1)^2+2a(-1)+b=0$$

$$3-2a+b=0.....(1)$$

عند $x=2$

$$3(2)^2+2a(2)+b=0$$

$$12+4a+b=0\Rightarrow b=-12-4a$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$3-2a-12-4a=0$$

$$-6a=9\Rightarrow a=\frac{-9}{6}$$

$$a=\frac{-3}{2}$$

2008 دور (1)
2012 دور (1)
2013 دور (2)
2015 دور (1) تازحين
2018 دور (3) تطبيقي- داخل
2019 دور (3) تطبيقي

$$b=-12-4(\frac{-3}{2})$$

$$b=-12+6\Rightarrow b=-6$$

$$f'(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x$$

$$f'(x)=3x^2-3x-6$$

$$f''(x)=6x-3\Rightarrow 6x-3=0$$

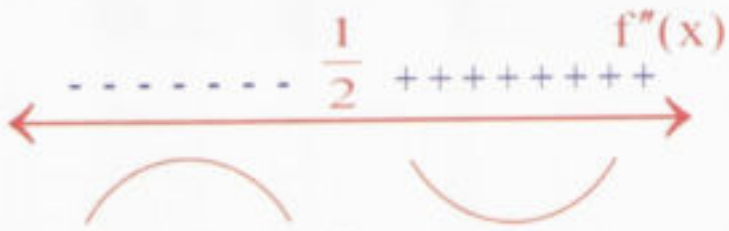
$$6x=3\Rightarrow x=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^3-\frac{3}{2}(\frac{1}{2})^2-6(\frac{1}{2})$$

$$f(\frac{1}{2})=\frac{1}{8}-\frac{3}{8}-3$$

$$=\frac{-26}{8}=-\frac{13}{4}$$

نقطة انقلاب $(\frac{1}{2}\ ,\ -\frac{13}{4})$



الدالة محدبة بالفترة $\{x:x\in R;x<\frac{1}{2}\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x:x\in R;x>\frac{1}{2}\}$

نقطة انقلاب $(\frac{1}{2},\frac{-13}{4})$

لتكن $f(x)=ax^2+bx+6$ حيث $b\in R$ وان $a\in\{-1,4\}$ جد قيمة a اذا علمت ان

1) الدالة f محدبة 2) الدالة f مقعرة

17

2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$f(x)=ax^2+bx+6$$

$$f'(x)=2ax+b$$

$$f''(x)=2a$$

عندما $a=-1$

$\therefore$ محدبة $f''(x)=2(-1)=-2<0$

عندما $a=4$

مقعرة $f''(x)=[2(4)]=8>0$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

18 اذا كانت $(1,-2)$ نقطة حرجة لمنحني الدالة $f(x)=ax^2-(x+b)^2$ جد قيمتي $a,b\in R^+$ ثم بين نوع النقطة الحرجة

2009 دور (1)

Sol :

$f(x)=ax^2-(x+b)^2$

نعوض $(1,-2)$

$-2=a-(1+b)^2$ مربع حدانية

$-2=a-(1+2b+b^2)$

2020 دور(1) احيائي

$-2=a-1-2b-b^2$

$a-2b-b^2=-1$.....(1)

$f'(x)=2ax-2(x+b)$ عند $x=1$

$[2a-2(1+b)=0]\div 2$

$a-1-b=0\Rightarrow a=b+1$.....(2)

نعوض (2) في (1)

$b+1-2b-b^2=-1$

$b^2+b-2=0\Rightarrow (b+2)(b-1)=0$

أما $b+2=0\Rightarrow b=-2$ يهمل

أو $b-1=0\Rightarrow b=1$

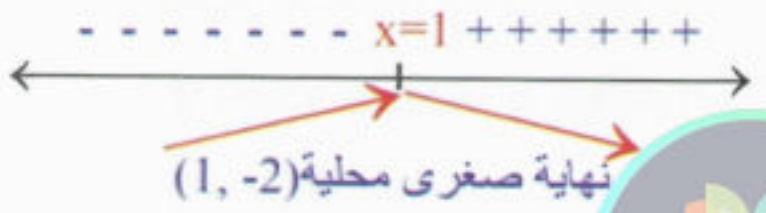
نعوض قيمة (b) في (2)

$a=1+1=\boxed{2}$

$f'(x)=4x-2(x+1)$

$4x-2x-2=0$

$2x-2=0\Rightarrow \boxed{x=1}$



19 اذا كانت $f(x)=ax^3+bx^2$ جد قيمتي $a,b\in R$ اذا علمت ان للمنحني نقطة انقلاب $(1,2)$

2007 دور (1)

Sol :

$f(x)=ax^3+bx^2$ نعوض $(1,2)$

$2=a+b$.....(1)

$f'(x)=3ax^2+2bx$

$f''(x)=6ax+2b$, عند $x=1$

$6a+2b=0$, $b=-3a$.....(2)

نعوض (2) في (1)

$2=a-3a\Rightarrow -2a=2$

$a=-1$

$b=-3(-1)\Rightarrow b=3$

20 لتكن $f(x)=ax^2-6x+b$ حيث ان $a\in\{-4,8\}$ جد قيمة a اذا كانت الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية .

2013 تمهيدي

Sol :

$f(x)=ax^2-6x+b$

$f'(x)=2ax-6$

$f''(x)=2a$

$a=8\Rightarrow f''(x)=16>0$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
حيـدر وليـد

اذا كانت (2,6) نقطة حرجة لمنحني الدالة $f(x)=a-(x-b)^4$ جد قيمتي a,b ثم بين نوع النقـطة الحـرجة

21

2011 خارج القطر

Sol :

$f(x)=a-(x-b)^4$

نعوض $(2,6)$

$6=a-(2-b)^4$.....(1)

$f'(x)=-4(2-b)^3$

$0=-4(2-b)^3 \Rightarrow (2-b)^3=0$

بالجذر التكعيبي

$2-b=0 \Rightarrow b=2$

نعوض قيمة (b) في (1)

$6=a-(2-2)^4 \Rightarrow 6=a$

$f(x)=6-(x-2)^4$

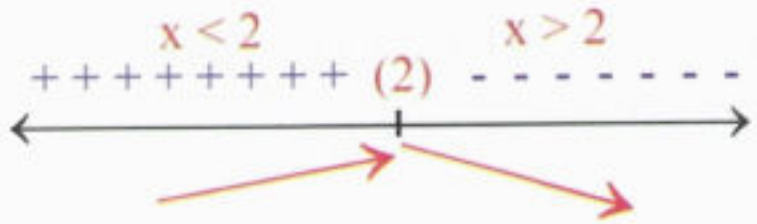
$f'(x)=-4(x-2)^3$

$-4(x-2)^3=0 \;]\div 4$

$(x-2)^3=0$

$x-2=0$

$x=2$



نقطة نهاية عظمى محلية(2,6)

اذا كانت $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ وكانت f مقعرة لكل $x>1$ ومحدبة لكل $x<1$ للدالة نقطة نهاية عظمى محلية(-1,5) فجد قيم الثوابت $a,b,c \in R$

22

2019 دور (1) تطبيقي
2012 دور (3)
2019 دور (2) احيائي
2015 دور (1)

Sol :

$f(x)=ax^3+bx^2+cx$

نعوض $(-1,5)$

$-a+b-c=5$.....(1)

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$3a(-1)^2+2b(-1)+c=0$

$3a-2b+c=0$.....(2)

نحل انياً

$-a+b-c=5$ .....(1)

بالجمع

$2a-b=5$.....(3)

$f''(x)=6ax+2b$

$6a+2b=0 \Rightarrow 2b=-6a$

$b=-3a$.....(4)

نعوض (4) في (3)

2016 دور (1) خارج
2017 دور (3) تطبيقي- داخل
2018 دور (1) احيائي - خارج
2022 دور 2 تطبيقي

$2a-(-3a)=5$

$5a=5 \Rightarrow a=1$

$b=-3(1) \Rightarrow b=-3$

نعوض قيمة a,b في (1)

$-1-3-c=5 \Rightarrow -c=9$

$c=-9$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

23

اذا كانت $f(x)=ax^3+bx^2+cx$,
$g(x)=1-12x$ وكان كل من g,f
متماسان عند نقطة الانقلاب وكانت
للدالة f نقطة انقلاب هي $(1,-11)$ فجد
قيم الثوابت $a,b,c\in R$

2014 دور (2)
2023 دور 2 احيائي
2017 دور (1) تطبيقي- داخل

Sol :

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx$$

$$f(1)=-11\Rightarrow a+b+c=-11.....(1)$$

$$m=g'(x)=-12$$

2017 دور (1) احيائي- موصل

$$f'(x)=3ax^2+2bx+c$$

$$f'(1)=m\Rightarrow 3a+2b+c=-12....(2)$$

$$\ominus a \overset{\ominus}{+} b \overset{\ominus}{+} c = \overset{\oplus}{-11}.....(1)$$

بالطرح

$$2a+b=-1.....(3)$$

$$f''(x)=6ax+2b$$

$$f''(1)=0\Rightarrow 6a+2b=0\Rightarrow 2b=-6a$$

$$b=-3a.....(4)$$

نعوض (4) في (3)

$$2a-3a=-1\Rightarrow -a=-1$$

$$a=1$$

$$b=-3(1)\Rightarrow b=-3$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$1-3+c=-11$$

$$c=-11+2\Rightarrow c=-9$$

2017 تمهيدي تطبيقي

2018 دور (2) تطبيقي- خارج

2017 دور (1) احيائي- خارج

24

اذا كان منحني الدالة $f(x)=ax^3+bx^2+c$
مقعر لكل $x<1$ ومحدب لكل $x>1$ ويمس
المستقيم $y+9x=28$ عند $x=3$ جد قيم
$a,b,c\in R$

Sol :

$$x=3$$

$$y+(3)9=28\Rightarrow y=28-27$$

$$y=1$$

نقطة التماس $(3,1)$

$$f(3)=1\Rightarrow a(3)^3+b(3)^2+c=1$$

$$27a+9b+c=1.....(1)$$

$$m=\frac{\text{معامل } -x}{\text{معامل } y}=\frac{-9}{1}=-9$$

$$f'(x)=3ax^2+2bx$$

$$f'(3)=27a+6b$$

$$f'(3)=m\Rightarrow 27a+6b=-9.....(2)$$

$$f''(x)=6ax+2b\Rightarrow f'(1)=0$$

$$6a+2b=0\Rightarrow 2b=-6a$$

$$b=-3a.....(3)$$

نعوض (3) في (2)

$$27a+6(-3a)=-9$$

2014 دور (1)
2017 دور (1) احيائي - داخل
2018 دور (2) احيائي - خارج

$$27a-18a=-9$$

$$9a=-9\Rightarrow a=-1$$

$$b=-3(-1)\Rightarrow b=+3$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$-27+27+c=1$$

$$c=1$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان للدالة $f(x)=ax^3+3x^2+c$ نهاية عظمى محلية تساوي (8) ونقطة انقلاب عند $x=1$ جد قيمتي $a,c \in R$

25

2015 دور (2) داخل
2015 دور (2) خارج
2019 دور (1) احيائي
2020 تمهيدي احيائي

Sol :

$y=8$

$f(x)=ax^3+3x^2+c$

$f'(x)=3ax^2+6x$

$3ax^2+6x=0 \ldots\ldots(1)$

عند $x=1$ ، $f''(x)=6ax+6$

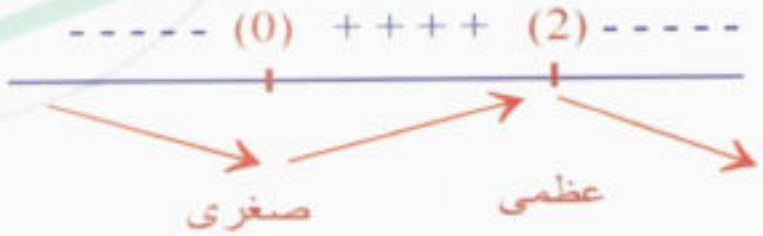
$6a+6=0 \Rightarrow 6a=-6 \Rightarrow a=-1$

نعوض (a) في (1)

$-3x^2+6x=0 \Rightarrow -3x(x-2)=0$

أما $-3x=0 \Rightarrow x=0$

أو $x-2=0 \Rightarrow x=2$



نقطة نهاية عظمى محلية $(2,8)$

$f(x)=-x^3+3x^2+c$

$-(2)^3+3(2)^2+c=8$

$-8+12+c=8$

$c=8-4$

$c=4$

اذا كان المستقيم $3x-y=7$ يمس المنحني $f(x)=ax^2+bx+c$ عند النقطة $(-1,2)$ وكانت له نهاية صغرى محلية عند $x=5$ جد قيم $a,b,c \in R$

26

Sol :

$y^2=ax+bx+c$

$-1=a(2)^2+b(2)+c$

$4a+2b+c=-1 \ldots\ldots(1)$

$f'(x)=2ax+b$

$2ax+b=0$ عند $x=5$

$2a(5)+b=0$

$10a+b=0 \ldots\ldots(2)$

المستقيم $m=f'(x)$

المستقيم $m=-(\frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y})$

$m=\frac{-3}{-1}=3$

$f'(x)=2ax+b=2a(2)+b$

$f'(x)=4a+b$

$4a+b=3 \ldots\ldots(3)$

$+10a+b=0$

بالطرح

$-6a=3 \Rightarrow a=\frac{-3}{6} \Rightarrow \boxed{a=\frac{-1}{2}}$ in (2)

$10(\frac{-1}{2})+b=0$

$-5+b=0 \Rightarrow \boxed{b=5}$ in (1)

$4(\frac{-1}{2})+2(5)+c=-1$

$-2+10+c=-1$

$8+c=-1$

$\boxed{c=-9}$

Telegram : @SadsHelp

27

اذا كانت $f(x)=x^2+\frac{a}{x}$ حيث $a\in R\ ;\ a,x\neq 0$ جد قيمة a اذا كانت الدالة تمتلك نقطة انقلاب عند $x=1$ ثم بين ان الدالة لا تمتلك نهاية عظمى محلية

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$$f(x)=x^2+ax^{-1}$$

$$f'(x)=2x-ax^{-2}$$

عند $x=1$

$$f''(x)=2+\frac{2a}{x^3}$$

$$2+\frac{2a}{(1)^3}=0\Rightarrow 2+2a=0$$

$$2a=-2\Rightarrow a=-1$$

$$f(x)=x^2-\frac{1}{x}=x^2-x^{-1}$$

$$f'(x)=2x+x^{-2}\Rightarrow 2x+x^{-2}=0$$

$$2x+\frac{1}{x^2}=0\Rightarrow\left[2x=\frac{-1}{x^2}\right]x^2$$

بالجذر التكعيبي

$$2x^3=-1\Rightarrow x^3=\frac{-1}{2}$$

$$x=\sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$$

$$f''(x)=2-2x^{-3}=2-\frac{2}{x^3}$$

$$f''\left(\sqrt[3]{\frac{-1}{2}}\right)=2-\frac{2}{\frac{-1}{2}}$$

$$=2+(2)(2)$$

$$=2+4=6>0$$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية ولا تمتلك نهاية عظمى

28

اذا كان منحني الدالة $f(x)=ax^3+bx^2+c$ مقعر لكل $x<1$ ومحدب لكل $x>1$ ويمس المستقيم $y+9x=28$ عند النقطة $(3,1)$ جد قيم $a,b,c\in R$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$f(x)=ax^3+bx^2+c$$

2020 دور(1) تطبيقي

$$f(3)=1$$

$$27a+9b+c=1.....(1)$$

$$m=\frac{\text{معامل } -x}{\text{معامل } y}=\frac{-9}{1}=-9$$

2022 تمهيدي تطبيقي

$$f'(x)=3ax^2+2bx$$

$$f'(3)=27a+6b$$

$$f'(3)=m\Rightarrow 27a+6b=-9.....(2)$$

$$f''(x)=6ax+2b\ ,\ f(1)=0$$

$$6a+2b=0\Rightarrow 2b=-6a$$

$$b=-3a.....(3)$$

نعوض (3) في (2)

$$27a+6(-3a)=-9$$

$$27a-18a=-9\Rightarrow 9a=-9$$

$$a=-1$$

$$b=(-3)(-1)=3$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$-27+27+c=1$$

$$c=1$$

2014 دور (1)

2019 دور (2) تطبيقي

2018 دور (2) احيائي/خارج

2017 تطبيقي موصل

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

29 جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه نقطة انقلاب الدالة $f(x)=(x+2)(x-1)^2$ وطول محوره الكبير يساوي(12) وحدة طول

2017 دور (3) احيائي

2022 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$f(x)=(x+2)(x-1)^2$$
$$=(x+2)(x^2-2x+1)$$
$$f'(x)=(x+2)(2x-2)+(x^2-2x+1)(1)$$
$$=2x^2-2x+4x-4+x^2-2x+1$$
$$=3x^2-3$$
$$f''(x)=6x \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$$
$$f(0)=2 \Rightarrow (0,2)$$ نقطة انقلاب



$\{x : x \in R; x > 0\}$ الدالة محدبة بالفترة

$\{x : x \in R; x < 0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$(0,2)$ نقطة انقلاب

$\Rightarrow c=2 \in$ محور الصادات $(0,\pm 2)$ بؤرتي القطع الناقص

$$2a=12 \Rightarrow a=6 \Rightarrow a^2=36$$
$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 36=b^2+4$$
$$b^2=32$$
$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{36}=1$$

30 جد النهايات وبين نوعها باستخدام المشتقة الثانية $f(x)=x-\frac{4}{x^2}\ ,\ x\neq 0$

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol :

$$f(x)=x-\frac{4}{x^2} \Rightarrow f(x)=x-4x^{-2}$$
$$f'(x)=1+8x^{-3} \Rightarrow \left[f'(x)=1+\frac{8}{x^3}\right].x^3$$
$$x^3+8=0 \Rightarrow x^3=-8$$ بالجذر التكعيبي
$$x=-2$$
$$f(-2)=-2-\frac{4}{4}=-2-1=-3$$
$(-2,-3)$ نقطة حرجة
$$f''(x)=-24x^{-4}=\frac{-24}{x^4}$$
$$f''(-2)=\frac{-24}{16}=\frac{-3}{2}<0$$
$(-2,-3)$ نقطة نهاية عظمى محلية

MATHEMATIC

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

اذا كانت $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ دالة لها نقطة حرجة عند $x = 4$ ونقطة انقلاب عند $(1, 22)$ فما قيمة كل من $a,b,c \in R$

31 2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$(1)^3 + a(1)^2 + b(1) + c = 22$$
$$1 + a + b + c = 22$$
$$a + b + c = 21 \ldots\ldots (1)$$
$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$
$$3x^2 + 2ax + b = 0 \quad x=4$$
$$3(4)^2 + 2a(8) + b$$
$$48 + 8a + b = 0$$
$$8a + b = -48 \ldots\ldots (2)$$
$$f''(x) = 6x + 2a$$
$$6x + 2a = 0$$
$$6(1) + 2a = 0$$
$$2a = -6 \,] \div 2$$
$$a = -3$$
$$8(-3) + b = -48$$
$$-24 + b = -48$$
$$b = -24 \quad \text{in } (1)$$
$$-3 - 24 + c = 21$$
$$-27 + c = 21$$
$$c = 48$$

اذا كان للدالة $f(x) = 3x - x^3 + c$ نقطة نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات جد قيمة c ثم جد معادلة المماس عند نقطة انقلابه

32 2018 دور (2) احيائي

Sol :

$$f'(x) = 3 - 3x^2$$
$$3 - 3x^2 = 0 \,] \div 3$$
$$1 - x^2 = 0$$
$$x = \mp 1$$

----- (-1) ++++ (1) -----

صغرى عظمى

$$x = 1$$

∵ تنتمي لمحور السينات

$$y = 0 \quad \therefore$$
$$(1, 0)$$
$$3(1) - (1)^3 + c = 0$$
$$c = -2$$
$$f(x) = 3x - x^3 - 2$$
$$f'(x) = 3 - 3x^2$$
$$f''(x) = -6x$$
$$-6x = 0$$
$$x = 0$$
$$f(0) = (0) - 0 - 2$$
$$= -2$$
$$(0, -2)$$

نقطة انقلاب f

$$m = f'(x)$$
$$f'(x) = 3 - 3x^2$$
$$f'(0) = 3 - 0$$
$$m = 3$$
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (-2) = 3(x - 0)$$
$$y + 2 = 3x$$
$$3x - y - 2 = 0$$

Telegram : @SadsHelp

33 2018 دور (2) احيائي - داخل

اذا كان للمنحني $f(x)=3x - x^3 + c$ نقطة نهاية عظمى محلية تنتمي الى محور السينات جد قيمة c ثم جد معادلة المماس للمنحني عند نقطة انقلابه ؟

Sol : اي نقطة تقع على محور السينات يكون فيها $y=0$

$f'(x)=3-3x^2 \Rightarrow 3-3x^2=0$

$3x^2=3 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

نهاية عظمى $f''(x)=-6x \Rightarrow f''(1)=-6<0$

تهمل $f''(-1)=6>0$

نقطة النهاية العظمى المحلية $(1,0)\in f(x)$

$f(x)=3x-x^3-2$

$f'(x)=3-3x^2$

$f''(x)=-6x=0$

$x=0 \Rightarrow f(0)=-2$

نقطة انقلاب وتماس $(0,-2)$

ميل المماس للمنحني $m=f'(0)=3$

$(y-y_1)=m(x-x_1)$

$(y+2)=m(x-0)$

$3x-y-2=0$

معادلة المماس

$(1,0)\in f(x)$

$3(1)-(1)^3+c=0$

$3-1+c=0$

$2+c=0 \Rightarrow \boxed{c=-2}$

34 2019 تطبيقي خارج القطر

اذا كانت $f(x)=x^3-3x^2+4$ والمستقيم $2x+ay=5+3b$ متماسان في نقطة انقلاب المنحني $f(x)$ جد $a,b\in R$

Sol :

$f(x)=x^3-3x^2+4$

$f'(x)=3x^2-6x$

$f''(x)=6x-6$

$6x-6=0 \;]\div 6$

$x=1$

$f(1)=(1)^3-3(1)^2+4$

$1-3+4=2$

نقطة انقلاب $(1,2)$

∵ تمس المستقيم ∴ تحقق معادلته

$2(1)+a(2)=5+3b$

$2+2a=5+3b$

$2a-3b=5-2$

$2a-3b=3 \ldots\ldots (1)$

ميل المستقيم $f'(x)=$

$f'(x)=3x^2-6x \qquad x=1$

$=3(1)^2-6(1)$

$=3-6=-3$

ميل المستقيم $=m=\dfrac{\text{معامل } x-}{\text{معامل } y}=\dfrac{-2}{a}$

$-3=\dfrac{-2}{a} \Rightarrow a=\dfrac{2}{3}$ in (1)

$2(\dfrac{2}{3})-3b=3 \Rightarrow 3b=\dfrac{4}{3}-3$

$b=\dfrac{-5}{9}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف اذا كانت بؤرته هي نقطة انقلاب الدالة :
$f(x) = x^3 + 6x^2 - 16$ ورأسه نقطة الاصل

35 2019 دور (2) احيائي

Sol :

$f'(x) = 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 6x + 12 \Rightarrow 6x + 12 = 0 \;]\div 6$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$f(3) = (-2)^3 + 6(-6)^2 - 16 = -8 + 24 - 16$

$= -24 + 24 = 0$

$(-2,0)$ نقطة انقلاب

$f(-2,0)\ ,\ x = 2$

$L_1 = L_2$

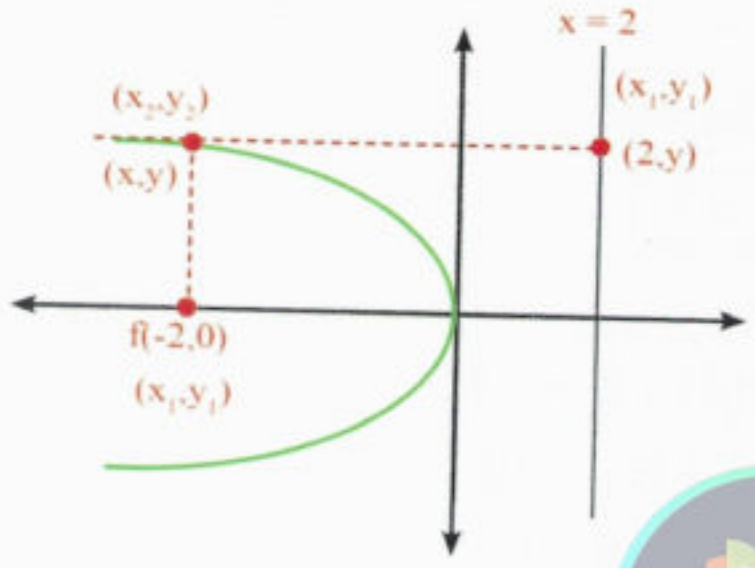
$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\sqrt{(x+2)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-y)^2}$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 = x^2 - 4x + 4 + 0$

$y^2 = -4x - 4x$

$y^2 = -8x$



إذا كان $f(x) = ax^2 - bx^3 + cx$
وكانت $g(x) = 3x + 5$ وكان كلاً
من f , g متماسان عند نقطة إنقلاب f
وهي $(1\ ,\ 8)$, جد قيم $a\ ,\ b\ ,\ c \in R$

36 2022 د1 احيائي

$8 = a(1)^2 - b(1)^3 + c(1)$

$a - b + c = 8 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

$f'(x) = 2ax - 3bx^2 + c$

$g'(x) = 3$

$f'(x) = g'(x)$

عند $x = 1$

$2ax - 3bx^2 + c = 3$

$2a(1) - 3b(1)^2 + c = 3$

$2a - 3b + c = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

$f''(x) = 2a - 6bx$

عند $x = 1$

$2a - 6bx = 0$

$2a - 6b(1) = 0$

$2a - 6b = 0 \;]\div 2$

$a - 3b = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$

$a - b + c = 8$

$\mp 2a \pm 3b \mp c = \mp 3$

بالطرح

$-a + 2b = 5 \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$

$a - 3b = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$

$-b = 5$

$b = -5$ in 3

$a - 3(-5) = 0 \Rightarrow a + 15 = 0$

$a = -15$ in 1

$-15 - (-5) + c = 0 \Rightarrow -15 + 5 + c = 0$

$-10 + c = 0 \Rightarrow c = 10$

Telegram : @SadsHelp

إذا كانت (6) تمثل نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$ جد $c \in R$ ثم جد معادلة مماس المنحني في نقطة أنقلابه

2004 تمهيدي — 2022 دور 2 احيائي — **37**

$f'(x) = 6x - 3x^2$

$6x - 3x^2 = 0 \quad] \div 3$

$2x - x^2 = 0$

$x(2 - x) = 0$

اما : $x = 0$

او : $(2 - x) = 0 \Longrightarrow x = 2$



$x = 0 \ \therefore$

$y = 6 \Longrightarrow (0 , 6)$

$6 = 3(0) - (0) + c \Longrightarrow \boxed{c = 6}$

$f'(x) = 6 - 6x$

$6 - 6x = 0 \quad] \div 6$

$1 - x = 0 \Longrightarrow x = 1$

$f(1) = 3(1)^2 - (1)^3 + 6$

$= 3 - 1 + 6 = 8$

نقطة انقلاب $(1 , 8)$

$f'(x) = f'(1) = 6(1) - 3(1)^2$

$= 6 - 3 = 3$

معادلة المماس

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 8 = 3(x - 1)$

$y - 8 = 3x - 3$

$3x - y - 5 = 0$

معادلة المماس

لتكن $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ اذا علمت ان للدالة نهاية عظمى محلية عند $x = -4$ ونهاية صغرى محلية عند $x = 2$ جد قيمة $a , b \in R$

38 — 2023 دور(1) تطبيقي

Sol:

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$= 3x^2 + 2ax + b = 0$

عند $x = -4$

$3(-4)^2 + 2a(-4) + b = 0$

$48 - 8a + b = 0$

$8a - b = 48 \ \ldots\ldots (1)$

عند $x = 2$

$3(2)^2 + 2a(2) + b = 0$

$12 + 4a + b = 0$

$4a + b = -12 \ \ldots\ldots (2)$

$8a - b = 48 \quad \ldots\ldots (1)$

$12a = 36 \quad] \div 12$

$\boxed{a = 3}$

$4(3) + b = -12$

$12 + b = -12$

$b = -12 - 12$

$\boxed{b = -24}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

MATHEMATICS

اذا كان $f(x)=ax^3+bx^2-9x$ وكان $f(-1)=5\ ,\ f'(3)=0$ جد قيمتي $a,b\in R$

39

2023 دور(2) تطبيقي

Sol:

$$f(-1)=a(-1)^3+b(-1)^2-9(-1)$$

$$5=-a+b+9$$

$$a-b=9-5$$

$$\boxed{a-b=4}\ldots\ldots(1)\ ].2$$

$$f'(x)=3ax^2+2bx-9$$

$$f'(3)=3a(3)^2+2b(3)-9$$

$$0=27a+6b-9$$

$$27a+6b=9\ ]\div 3$$

$$9a+2b=3\ldots\ldots(2)$$

$$2a+2b=8\ldots\ldots(3)$$

$$11a=11$$

$$\boxed{a=1}\qquad \text{in}\ (1)$$

$$a-b=4$$

$$1-b=4$$

$$b=1-4$$

$$\boxed{b=-3}$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

رسم الدوال

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^3-3x$

1999 دور (1)
2006 تمهيدي
2007 دور (1)

Sol :

① اوسع مجال للدالة R

② المحاذيات:

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

③ نقاط التقاطع

مع محور الصادات

$$x=0\Rightarrow y=0$$

مع محور السينات

$$y=0\Rightarrow x^3-3x=0$$

$$x(x^2-3)=0$$

$$x=0$$

$$x^2-3=0\Rightarrow x^2=3\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

$(0,0)\ ,\ (\sqrt{3},0)\ ,\ (-\sqrt{3},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين

④ التناظر

$$f(x)=x^3-3x$$

$$f(-x)=(-x)^3-3(-x)$$

$$=-x^3+3x=-(x^3-3x)$$

$$f(-x)=-f(x)$$

المنحني متناظر حول نقطة الاصل

⑤ النهايات الصغرى والعظمى

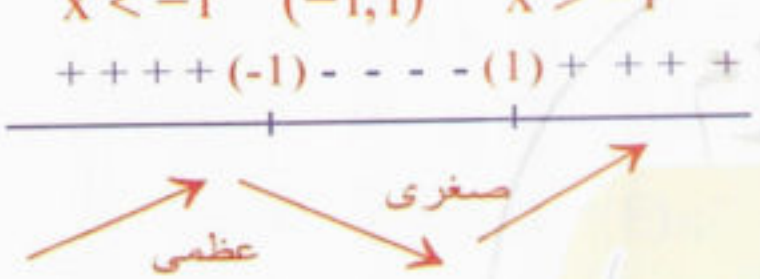
$$f(x)=x^3-3x$$

$$f'(x)=3x^2-3\Rightarrow 3x^2-3=0$$

$$3x^2=3\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1$$

$$x=1\Rightarrow f(1)=1-3=-2$$

$$x=-1\Rightarrow f(-1)=-1+3=2$$



$\{x:x\in R;x>1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x:x\in R;x<-1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

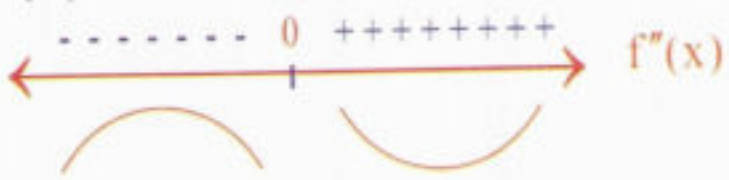
$\{x:x\in R;x\in(-1,1)\}$ الدالة متناقصة بالفترة

نهاية عظمى $(1,-2)$, نهاية صغرى $(-1,2)$

⑥ الانقلاب

$$f''(x)=6x\Rightarrow 6x=0\Rightarrow x=0$$

$f(0)=0\Rightarrow(0,0)$ نقطة انقلاب



$\{x:x\in R;x<0\}$ الدالة محدبة بالفترة

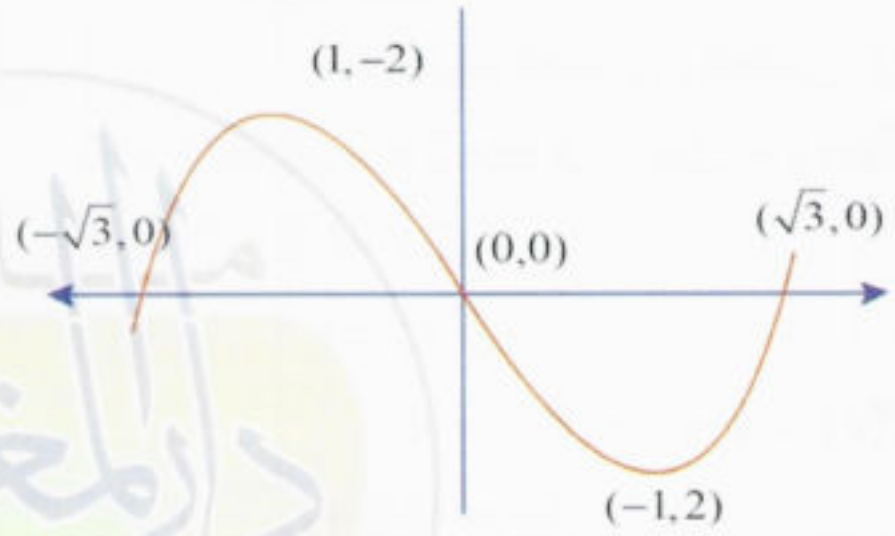
$\{x:x\in R;x>0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

نقطة الانقلاب $(0,0)$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

الجدول والرسم (7)

x	y	(x,y)
0	0	(0,0)
$\sqrt{3}$	0	$(\sqrt{3},0)$
$-\sqrt{3}$	0	$(-\sqrt{3},0)$
1	-2	$(1,-2)$
-1	2	$(-1,2)$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^5$

Sol :

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات:

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع محور الصادات

$x=0 \Rightarrow y=0$

$(0,0)$

مع محور السينات

$y=0 \Rightarrow x=0$

$(0,0)$

4) التناظر

$f(x)=x^5$

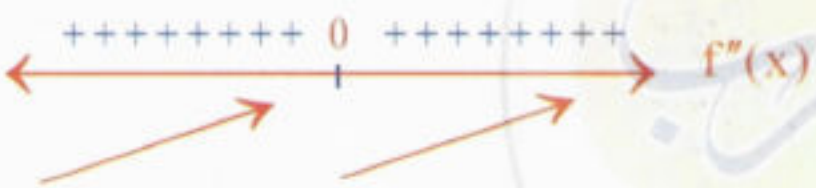
$f'(-x)=(-x)^5=-(x)^5=-f(x)$

التناظر حول نقطة الاصل

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x)=5x^4 \Rightarrow 5x^4=0 \Rightarrow x=0$

$f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$ نقطة حرجة



$\{x : x \in R; x>0\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x : x \in R; x<0\}$ الدالة متزايدة بالفترة

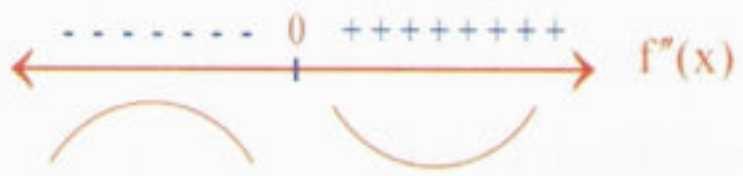
$(0,0)$ نقطة حرجة

6) الانقلاب

$f''(x)=20x^3 \Rightarrow 20x^3=0$

$x^3=0 \Rightarrow x=0$

$f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$ نقطة الانقلاب



2000	دور (1)
2006	دور (2)
2007	خارج القطر
2008	تمهيدي
2013	دور (3)
2014	تمهيدي
2014	نازحين
2003	دور (1)
2005	دور (2)

Telegram : @SadsHelp

$\Rightarrow x = 3 \quad or \quad x = -1$

$(0,-3),(3,0),(-1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين

4) التناظر

$f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) - 3$

$= x^2 + 2x - 3 \neq -f(x)$

لايوجد تناظر

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow 2x - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

$f(1) = 1 - 2 - 3 = -4$

$(1,-4)$ نقطة حرجة ،

$x < 1$ $\quad$ $x > 1$

$- - - - - - - (1) + + + + + + + +$

صغرى

$\{x : x \in R; x > 1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x : x \in R; x < 1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$(1,-4)$

6) الانقلاب

$f''(x) = 2 > 0$

الدالة مقعرة في كل مجالها

ولايوجد نقاط انقلاب

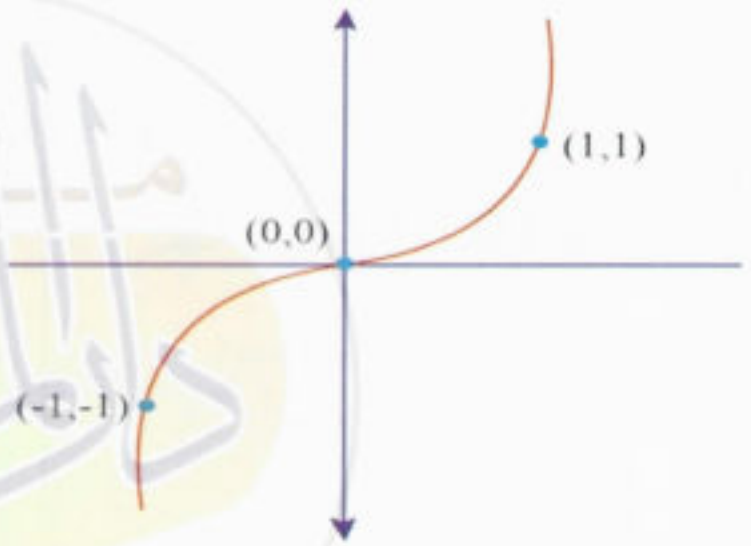
$\{x : x \in R; x < 0\}$ الدالة محدبة بالفترة

$\{x : x \in R; x > 0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$(0,0)$ نقطة الانقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0,0)
1	1	(1,1)
-1	-1	(-1,-1)
2	32	(2,32)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = x^2 - 2x - 3$

2002 دور (1)

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع محور الصادات

$x = 0 \Rightarrow y = -3$

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

Telegram : @SadsHelp

4) التناظر

$$f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2$$

$$=-x^3+3x^2=-(x^3-3x^2)$$

$\neq -f(x)$ لايوجد تناظر

5) النهايات الصغرى والعظمى

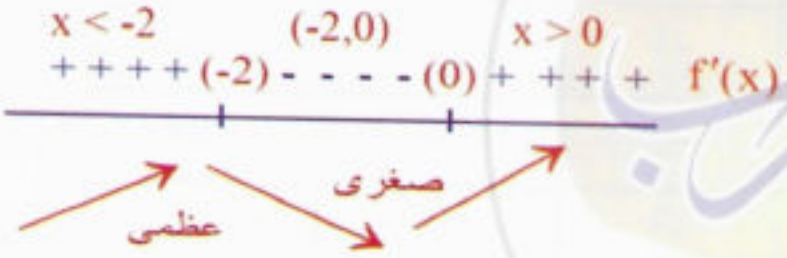
$$f'(x)=3x^2+6x \Rightarrow 3x^2+6x=0$$

$3x(x+2)=0$, أما $3x=0 \Rightarrow x=0$

أو $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$$f(-2)=-8+12=4$$

$(0,0)\ ,\ (-2,+4)$ نقاط حرجة



الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > 0\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x < -2\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (-2,0)\}$

نهاية صغرى $(0,0)$, نهاية عظمى $(-2,4)$

6) الانقلاب

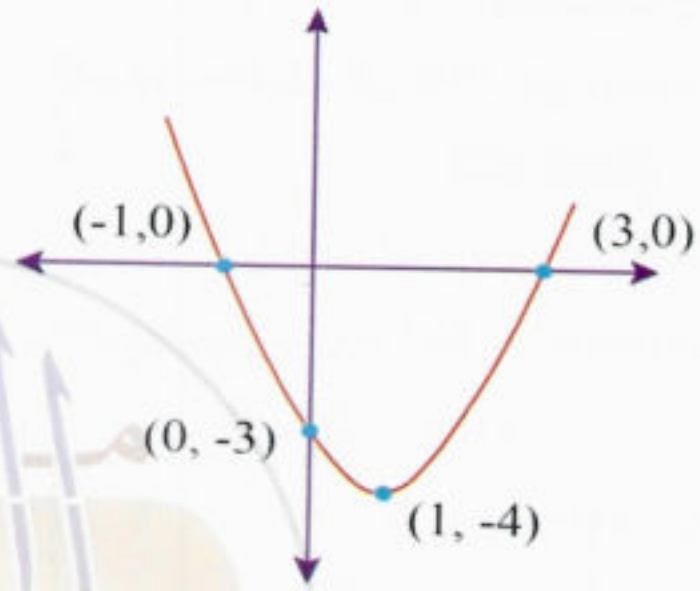
$$f''(x)=6x+6 \Rightarrow 6x+6=0$$

$$6x=-6 \Rightarrow x=-1$$

$f(-1)=2 \Rightarrow (-1,2)$ نقطة الانقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-3	(0 , -3)
0	3	(0,3)
-1	0	(-1,0)
1	-4	(1 , -4)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحنى الدالة $f(x)=x^3+3x^2$

2001 دور (2)

Sol :

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=0$

مع السينات $y=0 \Rightarrow x^3+3x^2=0$

$$x^2(x+3)=0$$

$x^2=0 \Rightarrow x=0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين $(0,0)\ ,\ (-3,0)$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحنى الدالة $f(x)=x^4-2x^2$

2005 تمهيدي

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=0$

مع السينات $y=0\Rightarrow x^4-2x^2=0$

$$x^2(x^2-2)=0$$

أما $x^2=0\Rightarrow x=0$

أو $x^2=2\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

$(0,0),(-\sqrt{2},0),(\sqrt{2},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2=x^4-2x^2=f(x)$

المنحني متناظر حول محور الصادلت

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x)=4x^3-4x\Rightarrow 4x^3-4x=0$

$4x(x^2-1)=0$

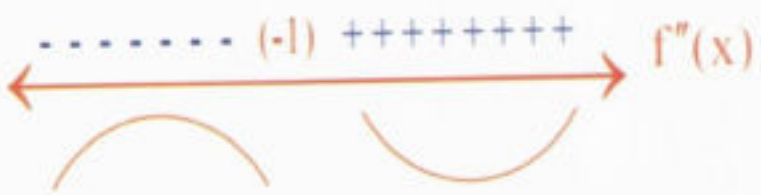
أما $4x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow f(0)=0$

أو $x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1$

$x=1\Rightarrow f(1)=-1$

or $x=-1\Rightarrow f(-1)=-1$

نقاط حرجة $(0,0),(1,-1),(-1,-1)$

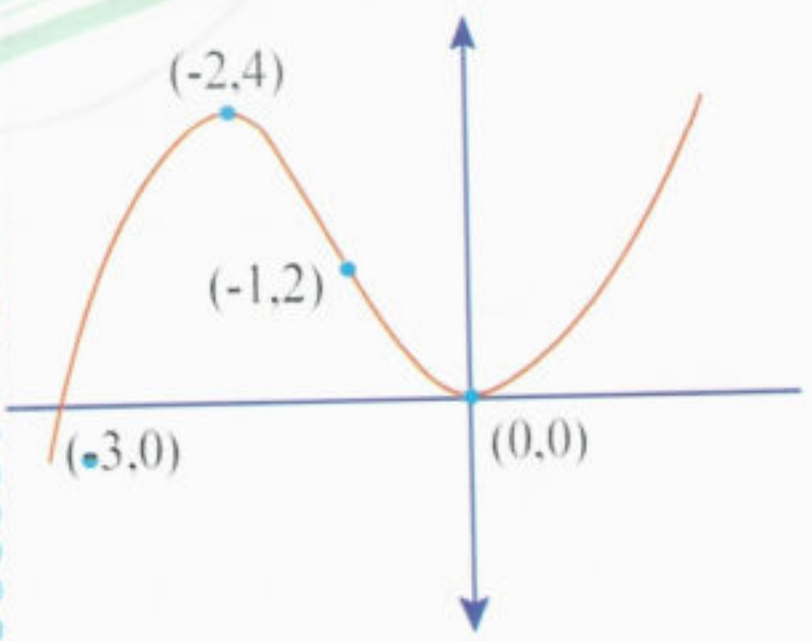


الدالة محدبة بالفترة $\{x:x\in R;x<-1\}$

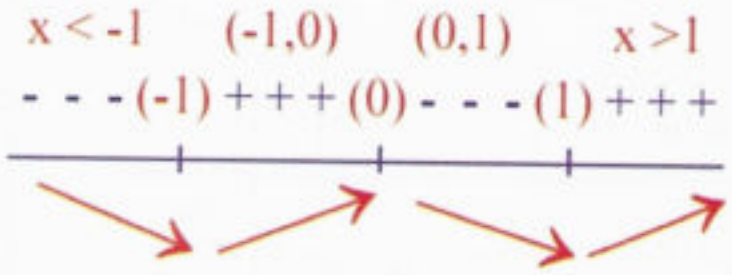
الدالة مقعرة بالفترة $\{x:x\in R;x>-1\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0 , 0)
-1	2	(-1,2)
-2	4	(-2,4)
-3	0	(-3,0)



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب



الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > 1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (-1,0)\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (0,1)\}$

نهاية صغرى $(1,-1)$, نهاية صغرى $(-1,-1)$

نهاية عظمى $(0,0)$

6) الانقلاب

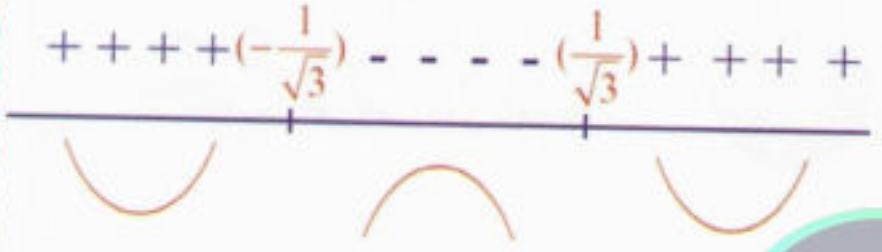
$$f''(x) = 12x^2 - 4$$

$$12x^2 - 4 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} = \frac{-5}{9}$$

$$f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} = \frac{-5}{9}$$



الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x > \frac{1}{\sqrt{3}}\}$

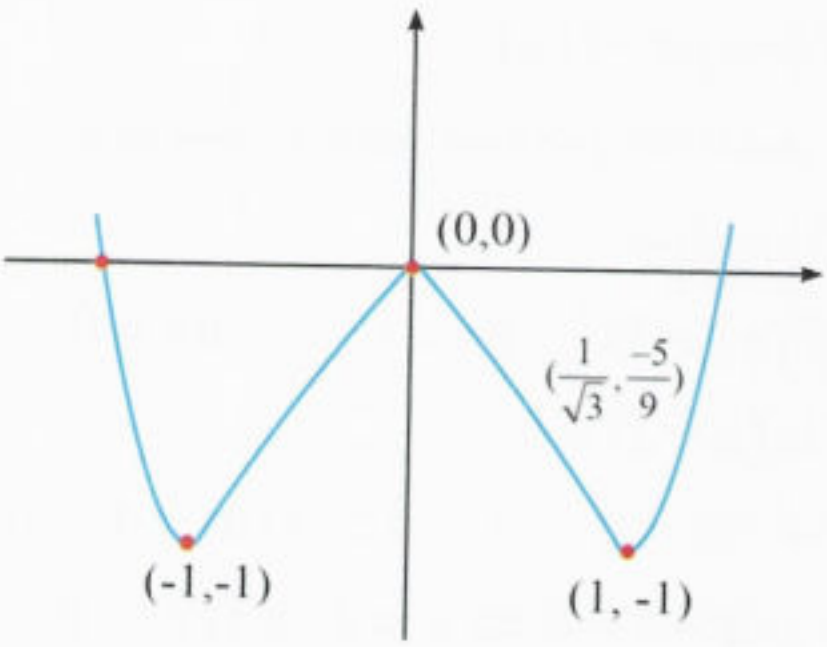
الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x < \frac{-1}{\sqrt{3}}\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})\}$

نقاط الانقلاب $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-5}{9})$, $(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-5}{9})$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0, 0)
1	-1	(1, -1)
-1	-1	(-1,-1)
$(\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{-5}{9}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-5}{9})$
$(-\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{-5}{9}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-5}{9})$



Telegram : @SadsHelp

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^3-3x^2+4$

2015 تمهيدي

2019 دور (3) تطبيقي

Sol :

1) اوسع مجال للدالة **R**

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

2023 تمهيدي- احيائي

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=4$

مع السينات $y=0\Rightarrow x^3-3x^2+4=0$

$(0,4)$

نقطة التقاطع مع المحورين الاحداثيين

2023 تمهيدي- تطبيقي

4) التناظر

$$f'(x)=(-x)^3-3(-x)^2+4$$
$$=-x^3-3x^2+4$$
$$=-(x^3+3x^2-4)$$

$f(-x)\neq -f(x)$

لايوجد تناظرمع محور الصادات ونقطة الاصل

5) النهايات

$f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow 3x^2-6x=0$

$3x(x-2)=0$

أما $3x=0\Rightarrow x\doteq 0\Rightarrow f(0)=4$

أو $x-2=0\Rightarrow x=2\Rightarrow f(2)=0$

$x<0$	$(0,2)$	$x>2$
++++ (0)	- - - - (2)	++++

الدالة متزايدة بالفترة $\{x:x\in R;x>2\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x:x\in R;x<0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x:x\in R;x\in(0,2)\}$

نهاية صغرى $(0,2)$, نهاية عظمى $(0,4)$

6) الانقلاب

$f''(x)=6x-6\Rightarrow 6x-6=0$

$6x=6\Rightarrow x=1\Rightarrow f(1)=2$

$x<1$	$x>1$
- - - - - - - (1)	+++++++

$f''(x)$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x:x\in R;x>1\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x:x\in R;x<1\}$

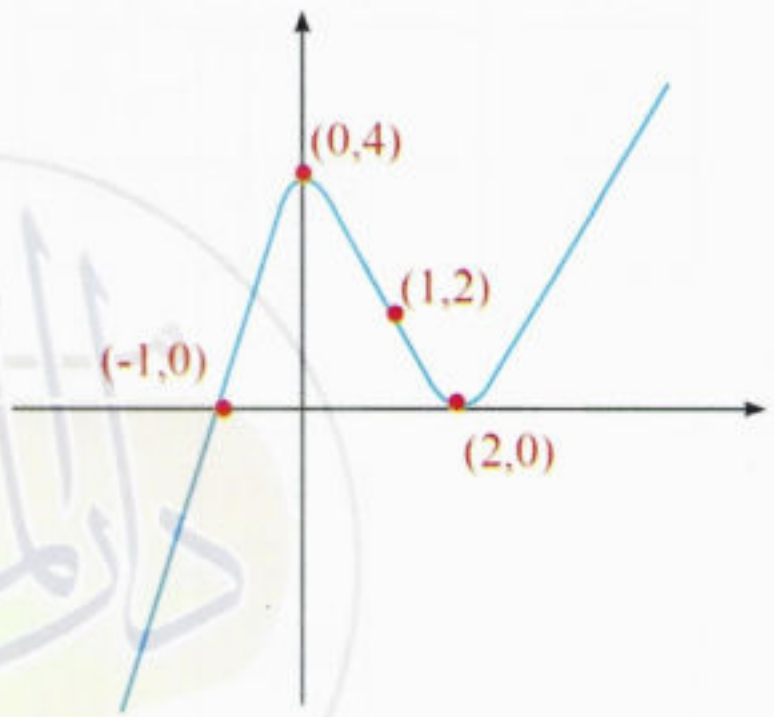
نقطة انقلاب $(1,2)$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	4	(0, 4)
1	2	(1,2)
2	0	(2,0)
-1	0	(-1,0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحنى الدالة $f(x)=(x^2-1)^2$

2000 دور (1)

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=1$

مع السينات $y=0$

$(x^2-1)^2=0\Rightarrow x^2-1=0$

$(0,1),(-1,0),(1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2+1$

$=x^4-2x^2+1$

$f(x)=f(-x)$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات الصغرى والعظمى

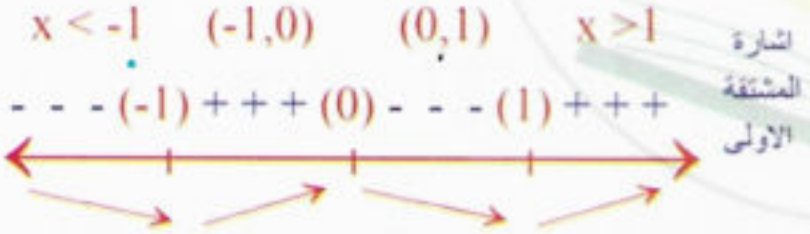
$f'(x)=4x^3-4x\Rightarrow 4x^3-4x=0$

$4x(x^2-1)=0$

أما $4x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow f(0)=1$

أو $x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$

$\Rightarrow f(1)=0$ OR $\Rightarrow f(-1)=0$



الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x>1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x<-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(-1,0)\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(0,1)\}$

نهاية صغرى $(1,0)$, نهاية صغرى $(-1,0)$

نهاية عظمى $(0,1)$

Telegram : @SadsHelp

6) الانقلاب

$$f''(x)=12x^2-4=0\Rightarrow 12x^2=4$$

$$x^2=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{1}{9}-\frac{2}{3}+1=\frac{4}{9}$$

$$f(\frac{-1}{\sqrt{3}})=\frac{1}{9}-\frac{2}{3}+1=\frac{4}{9}$$

$(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9}),(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9})$ نقطة انقلاب

اشارة المشتقة الثانية: $+ + + + \ (-\frac{1}{\sqrt{3}})\ - - - - \ (\frac{1}{\sqrt{3}})\ + + + +$

$\{x : x\in R; x>\frac{1}{\sqrt{3}}\}$ الدالة مقعرة بالفترة

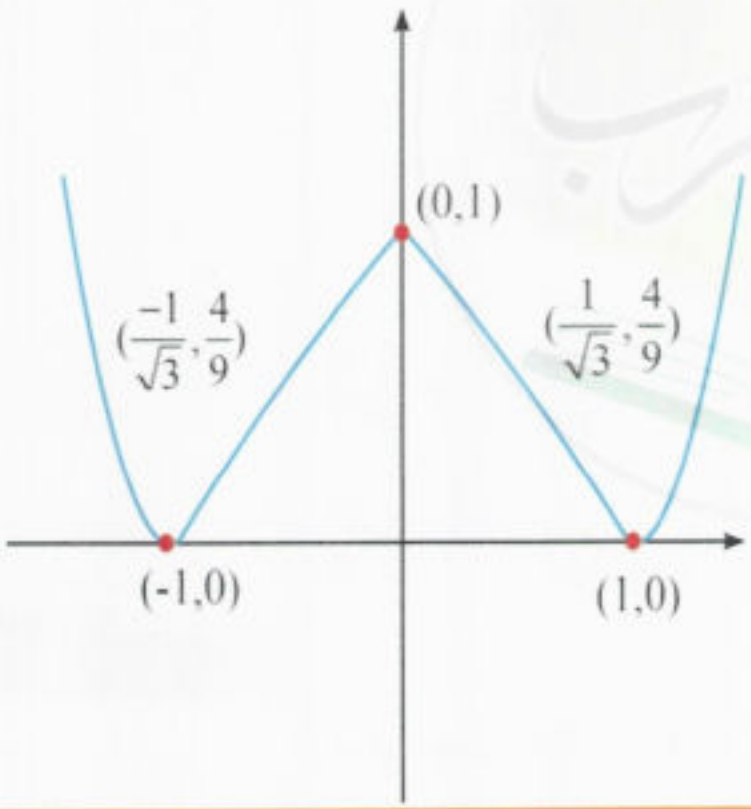
$\{x : x\in R; x<-\frac{1}{\sqrt{3}}\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x : x\in R; x\in(\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})\}$ الدالة محدبة بالفترة

$(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9}),(\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9})$ نقطة الانقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	1	(0 , 1)
1	0	(1 , 0)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{9}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9})$
$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{9}$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{4}{9})$
-1	0	(-1,0)



تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشـر قانونية مثبتة لدى وزارة الصـناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشـرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي علـى طباعتنا وجهدنا وفق القانون العـراقـي المرقم ٢١ لسـنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصـادرة المنتجات المخالفة والبضـائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد وإجتهاد شخصـي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=(x+2)(x-1)^2$

2005 دور (1)

2008 دور (1)

Sol :

1) **R** اوسع مجال للدالة

2) **المحاذيات :**

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) **نقاط التقاطع**

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=2$

مع السينات $y=0\Rightarrow (x+2)(x-1)^2=0$

$(x+2)=0\Rightarrow x=-2$

$(x-1)^2=0\Rightarrow x-1=0\Rightarrow x=1$

$(0,2),(-2,0),(1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) **التناظر**

$f(-x)=(-x+2)(-x-1)^2=0$

$=-(x-2)(-x-1)^2$

$f(-x)\neq -f(x)$

2010 دور (1)

1996 دور (1)

لايوجد تناظر

5) **النهايات**

$f(x)=(x+2)(x-1)^2=0$

$=(x+2)(x^2-2x+1)$ حاصل ضرب دالتين

$f'(x)=(x+2)(2x-2)+(x^2-2x+1)(1)$

$=2x^2-2x+4x-4+x^2-2x+1$

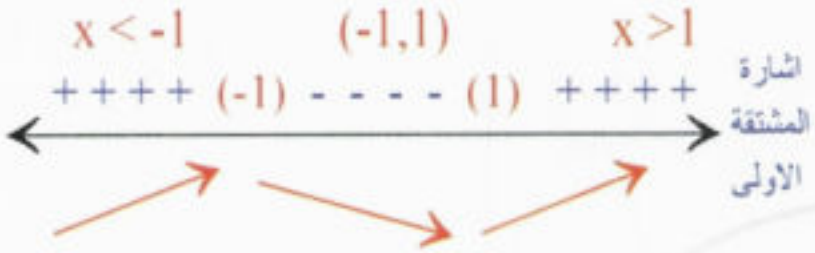
$=3x^2-3$

$3x^2-3=0\Rightarrow 3x^2=3\Rightarrow x^2=1$

$x=\pm 1$

$x=1\Rightarrow f(1)=0$

or $x=-1\Rightarrow f(-1)=4$



$\{x: x\in R; x>1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x: x\in R; x<-1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

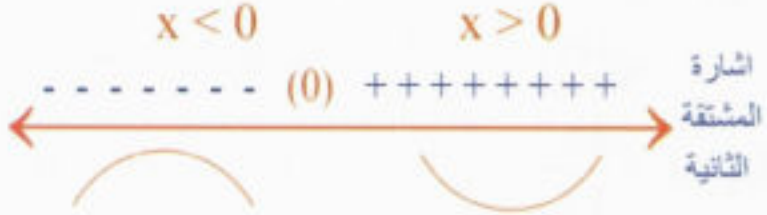
$\{x: x\in R; x\in(-1,1)\}$ الدالة متناقصة بالفترة

$(-1,4)$ نهاية عظمى , $(1,0)$ نهاية صغرى

6) **الانقلاب**

$f''(x)=6x\Rightarrow 6x=0\Rightarrow x=0$

$f(0)=2\Rightarrow (0,2)$ نقطة انقلاب



$\{x: x\in R; x>0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x: x\in R; x<0\}$ الدالة محدبة بالفترة

$(0,2)$ نقطة انقلاب

Telegram : @SadsHelp

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(-x)=\frac{(-x)^2-1}{(-x)^2+1}=\frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$f(-x)=f(x)$$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x^2+1)(2x)-(x^2-1)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

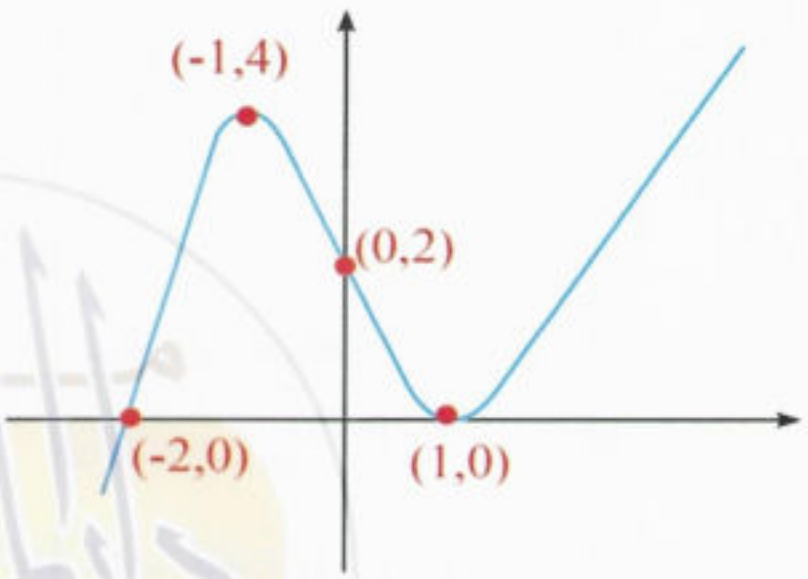
$$=\frac{2x^3+2x-2x^3+2x}{(x^2+1)^2}$$

$$=\frac{4x}{(x^2+1)^2}=0\Rightarrow 4x=0$$

$$x=0\Rightarrow f(0)=-1$$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	2	(0 , 2)
1	0	(1 , 0)
-1	4	(-1 , 4)
-2	0	(-2,0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة $x^2+1=0$ يهمل $\notin R$

2): المحاذيات

1. الشاقولي لايوجد $(x^2+1)\neq 0$

2. الافقي $f(x)=\frac{1x^2-1}{1x^2+1}$

$$y=\frac{1}{1}\Rightarrow y=1$$

1997 دور (1)

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=-1$

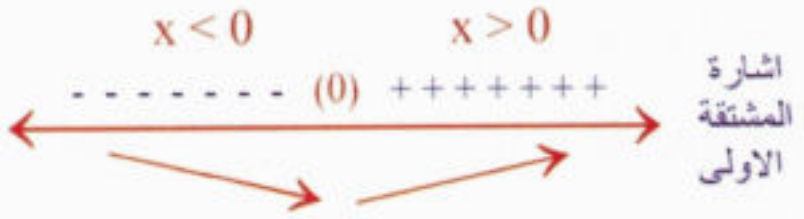
$$y=0\Rightarrow x^2-1=0\Rightarrow x=\pm 1$$

$$(0,-1),(1,0),(-1,0)$$

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب



الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > 0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x < 0\}$

نقطة نهاية صغرى محلية $(0,-1)$

6) الانقلاب

$$f''(x) = \frac{(x^2+1)^2(4) - 4x.2(x^2+1)2x}{(x^2+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{4(x^2+1)^2 - 16x^2(x^2+1)}{(x^2+1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{(x^2+1)\left[4(x^2+1) - 16x^2\right]}{(x^2+1)^4}$$

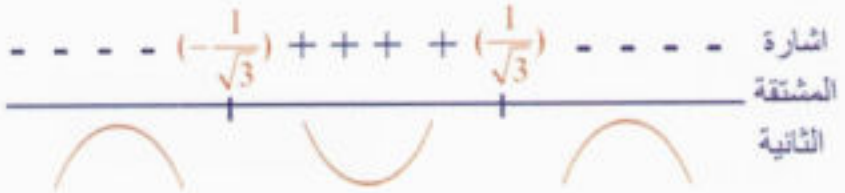
$$f''(x) = \frac{4x^2+4-16x^2}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x) = \frac{4-12x^2}{(x^2+1)^3} = 0$$

$$4-12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}+1} = \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$f(\frac{-1}{\sqrt{3}}) = \frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}+1} = \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$



الدالة محدبة $\left\{x : x \in R; x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

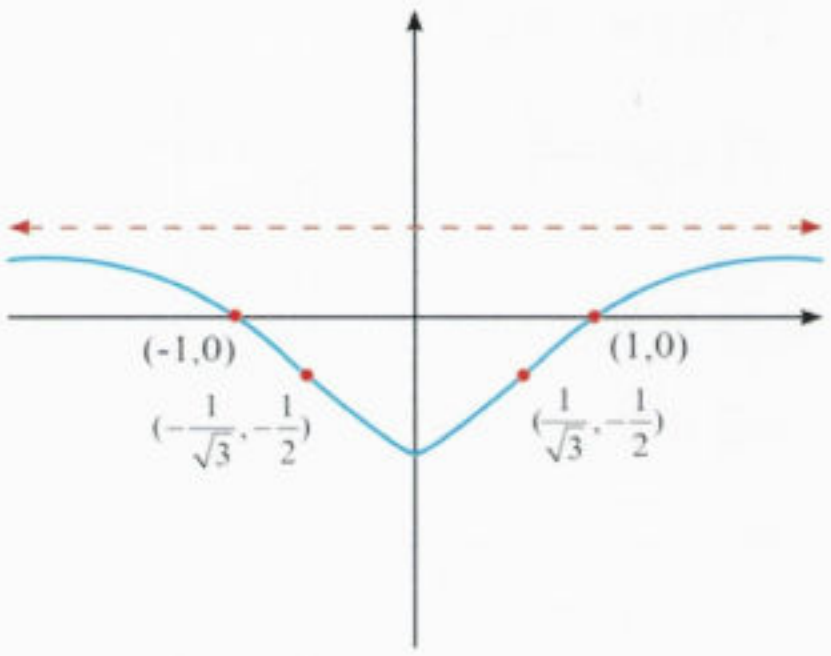
الدالة محدبة $\left\{x : x \in R; x < \frac{-1}{\sqrt{3}}\right\}$

الدالة مقعرة $\left\{x : x \in R; x \in (-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})\right\}$

نقاط انقلاب $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{2}), (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{2})$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , - 1)
1	0	(1 , 0)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{2}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{2})$
-1	0	(-1 , 0)
$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{2})$



Telegram : @SadsHelp

باستخدام التفاضل ارسم منحنى الدالة

$yx^2 = 1$

2018 دور (2) تطبيقي

Sol :

$y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2}$

1) اوسع مجال للدالة هي $R / \{0\}$

2) نقاط التقاطع مع المحورين

أ) مع السينات $y = 0$

$\frac{1}{x^2} = 0$ لايوجد

ب) مع الصادات $x = 0$

$f(0) = \frac{1}{0}$ لايوجد

3) التناظر

$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$

التناظر حول الصادات

4) المحاذيات

الافقي $y = 0$ الشاقولي $x = 0$

5) النهايات

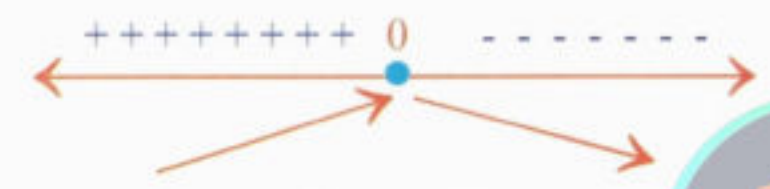
$f(x) = x^{-2}$

$f'(x) = -2x^{-3}$

$f'(x) = \frac{-2}{x^3}$

$\frac{-2}{x^3} = 0$

$-2 \neq 0$ لايمكن



مناطق التناقص $\{x : x > 0\}$

مناطق التزايد $\{x : x < 0\}$

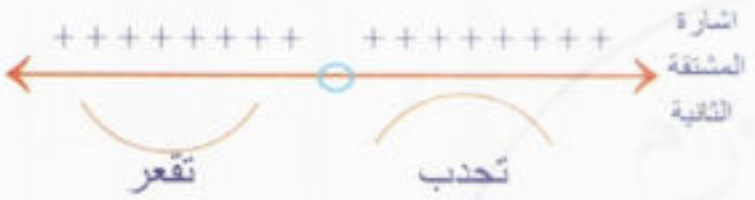
6) الانقلاب والتقعر والتحدب

$f'(x) = -2x^{-3}$

$f''(x) = 6x^{-4}$

$\frac{6}{x^4} = 0$

$6 \neq 0$ لايمكن

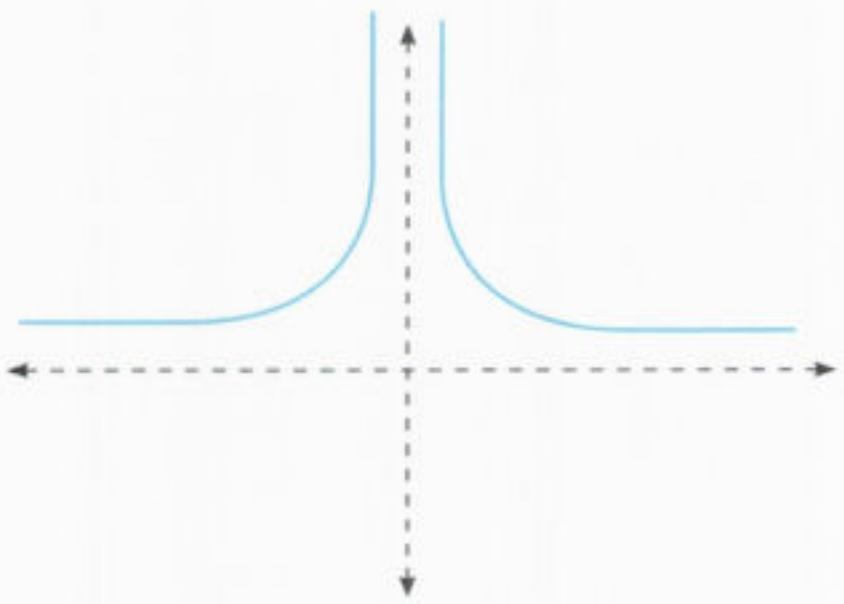


الدالة محدبة $\{x : x > 0\}$

الدالة مقعرة $\{x : x < 0\}$

7) الجدول والرسم

(x,y)	x	y
	1	1
	-1	1
	2	$\frac{1}{4}$
	-2	$\frac{1}{4}$



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحنى الدالة $f(x)=\frac{1}{x+1}$

2009 تمهيدي
2014 خارج القطر

Sol :

1) $x+1=0$

$x=-1 \Rightarrow R/\{-1\}$ اوسع مجال للدالة

2) $y=0$ المحاذي الافقي

$x=-1$ المحاذي العمودي

3) نقاط التقاطع

$x=0 \Rightarrow y=1$ مع الصادات

$y=0$ مع السينات غير ممكن

$(0,1)$ نقطة التقاطع مع محور الصادات

4) التناظر

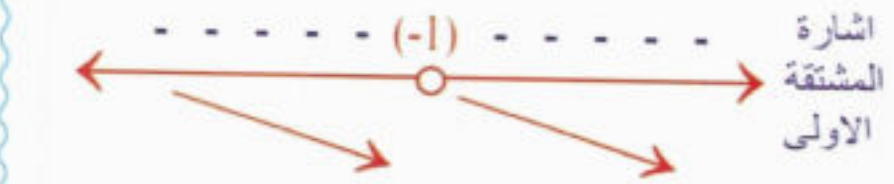
$$f(-x)=\frac{1}{-x+1}$$

$$=\frac{-1}{-x+1}$$

$f(-x)\neq -f(x)$ لايوجد تناظر

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{-1}{(x+1)^2}\neq 0$$



$\{x: x\in R; x>-1\}$ الدالة متناقصة

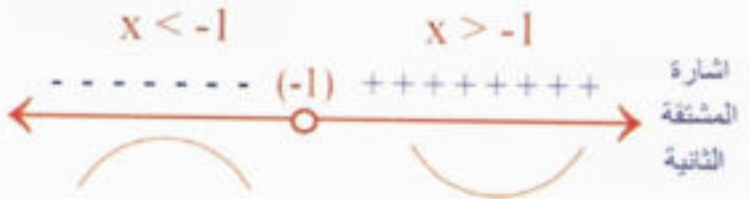
$\{x: x\in R; x<-1\}$ الدالة متناقصة

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{(x+1)^2.(0)+1[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2}{(x+1)^3}\neq 0$$

اي انه لايوجد نقاط انقلاب



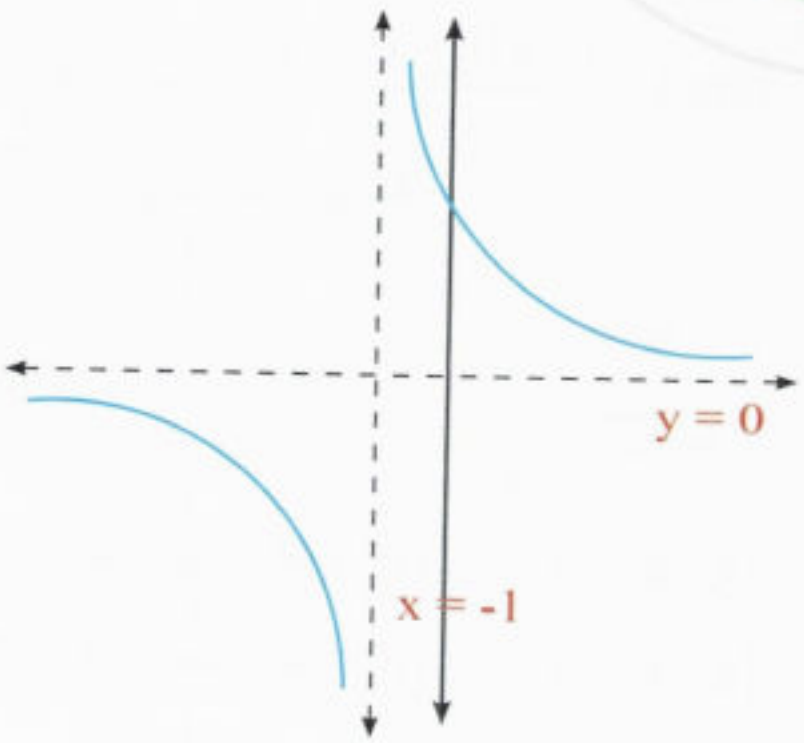
$\{x: x\in R; x>-1\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x: x\in R; x<-1\}$ الدالة محدبة بالفترة

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	1	(0 , 1)
2	$\frac{1}{3}$	$(2,\frac{1}{3})$
3	$\frac{1}{4}$	$(2,\frac{1}{4})$

نعوض النقاط بالمعادلة الاصلية



Telegram : @SadsHelp

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$

2012 تمهيدي

1) اوسع مجال للدالة

$R/\{0\}$

2) المحاذي الافقي $y=0$

المحاذي العمودي $x=0$

3) نقاط التقاطع

$x=0\Rightarrow y=$ كمية غير معرفة

$y=0\Rightarrow x=$ غير معرف

$x\neq 0, y\neq 0$ لاتوجد نقاط تقاطع

4) التناظر

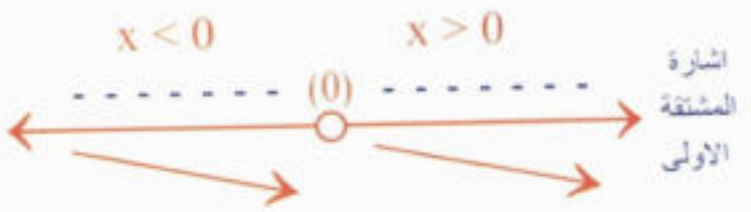
$$f(-x)=\frac{1}{(-x)}=-(\frac{1}{x})=-f(x)$$

المنحني متناظر حول نقطة الاصل

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x)(0)-(1)(1)}{x^2}=\frac{-1}{x^2}\neq 0$$

لاتوجد نقاط حرجة



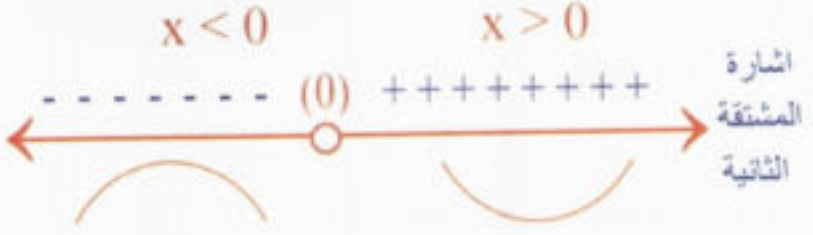
الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{x^2.(0)-(-1)(2x)}{x^4}=\frac{2}{x^3}\neq 0$$

لايوجد نقاط انقلاب

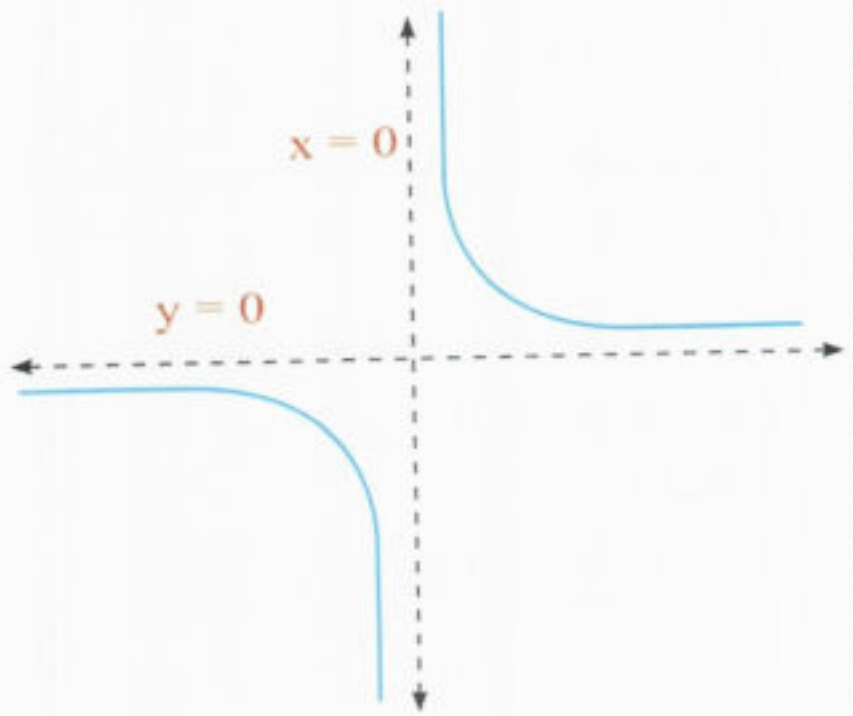


الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
1	1	(1 , 1)
2	$\frac{1}{2}$	$(2,\frac{1}{2})$
3	$\frac{1}{3}$	$(3,\frac{1}{3})$



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{6}{x^2+3}$

2015 دور (2) خارج القطر

Sol :

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذي العمودي لايوجد

المحاذي الافقي $y=0$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=2$

$y\neq 0$

نقطة التقاطع مع المحور الصادي $(0,2)$

4) التناظر

$$f(-x)=\frac{6}{(-x)^2+3}=\frac{6}{x^2+3}$$

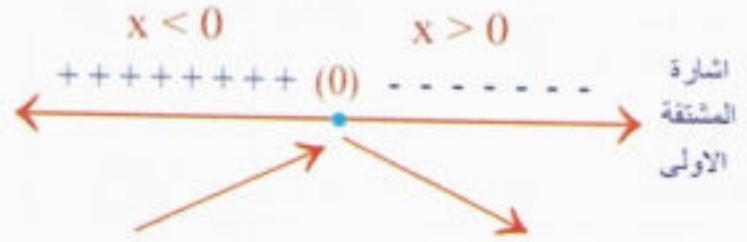
$$f(x)=f(-x)$$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x^2+3)(0)-6(2x)}{(x^2+3)^2}=\frac{-12x}{(x^2+3)^2}=0$$

$$-12x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow f(0)=2$$



$\{x: x\in R; x<0\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x: x\in R; x>0\}$ الدالة متناقصة بالفترة

$(0,2)$ نقطة نهاية عظمى محلية

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{(x^2+3)^2.(-12)-(-12x).2(x^2+3).2x}{(x^2+3)^4}$$

$$=\frac{-12(x^2+3)^2+48x^2(x^2+3)}{(x^2+3)^4}$$

$$=\frac{36x^2-36}{(x^2+3)^4}=0$$

$$36x^2=36\Rightarrow x=\pm 1$$

$$x=1\Rightarrow f(1)=\frac{6}{1+3}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$x=-1\Rightarrow f(-1)=\frac{6}{1+3}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$



$\{x: x\in R; x>1\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x: x\in R; x<-1\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x: x\in R; x\in(-1,1)\}$ الدالة محدبة بالفترة

$(1,\frac{3}{2})$, $(-1,\frac{3}{2})$ نقاط انقلاب

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

4) التناظر

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

$$f(-x)=\frac{-x-1}{-x+1}$$

$$\frac{-(x+1)}{-x+1}$$

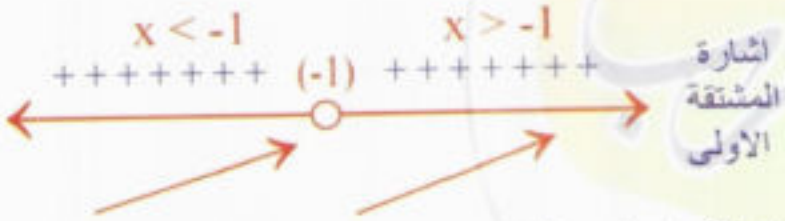
$f(-x)\neq -f(-x)$ لايوجد تناظر

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x+1)(1)-(x-1)(1)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}\neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط حرجة



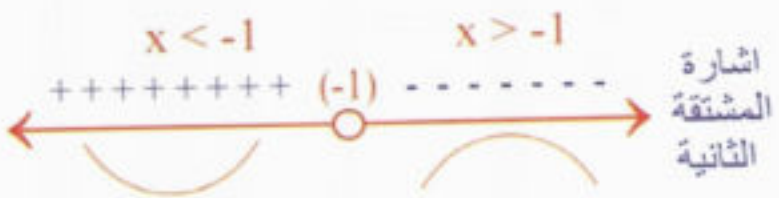
الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x\in R; x>-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x\in R; x<-1\}$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{(x+1)^2(0)-2[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{-4}{(x+1)^3}\neq 0$$ لاتوجد نقاط انقلاب

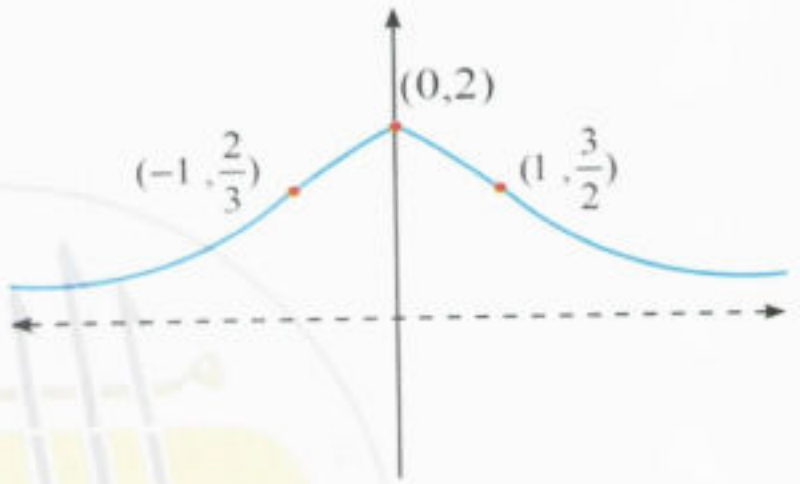


الدالة محدبة بالفترة $\{x : x\in R; x>-1\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x\in R; x<-1\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	2	(0 , 2)
1	$\frac{3}{2}$	$(1 , \frac{3}{2})$
-1	$\frac{3}{2}$	$(-1 , \frac{3}{2})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحنى الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$

2016 دور (2)

2023 د١ - احيائي

2018 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

1) $x+1=0\Rightarrow x=-1$

اوسع مجال للدالة $R/\{-1\}$

2) المحاذي العمودي $x=-1$

المحاذي الافقي $y=1$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0\Rightarrow y=-1$

مع السينات $y=0\Rightarrow x-1=0\Rightarrow x=1$

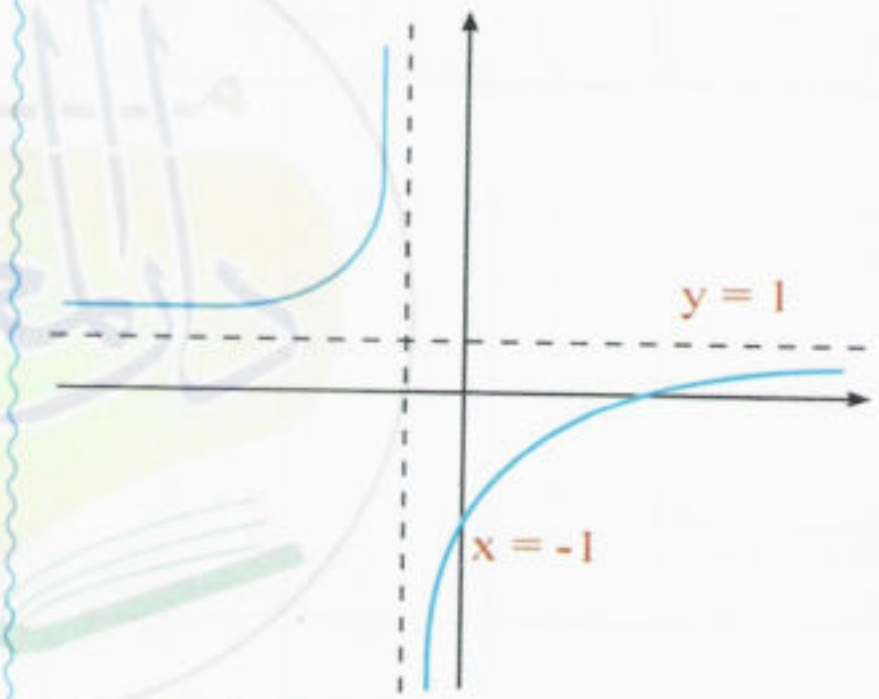
نقطتي التقاطع $(0,-1),(1,0)$

مع المحورين الاحداثيين

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , -1)
1	0	(0 , 1)
2	$\frac{1}{3}$	$(2 , \frac{1}{3})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$

2018 احيائي تمهيدي
2021 دور (2) احيائي

Sol :

1) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

اوسع مجال للدالة $R/\{-1\}$

2) المحاذي العمودي $x=-1$

المحاذي الافقي $y=3$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=-1$

مع السينات $y=0 \Rightarrow 3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

نقطتي التقاطع $(0,-1)$, $(\frac{1}{3},0)$

مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$$

$$f(-x)=\frac{-3x-1}{-x+1}$$

$$=\frac{-(3x+1)}{-x+1}$$

$f(-x) \neq -f(x)$ لايوجد تناظر

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x+1)(3)-(3x-1)(1)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{3x+3-3x+1}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{4}{(x+1)^2} \neq 0$$

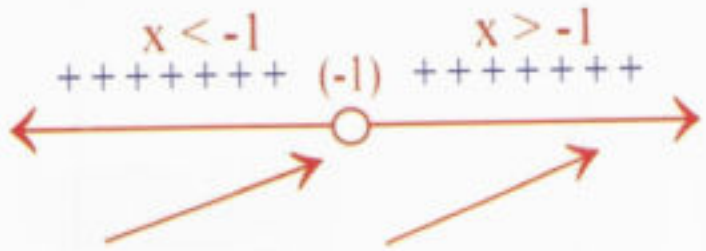
اي انه لاتوجد نقاط حرجة

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اشارة المشتقة الاولى



الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > -1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

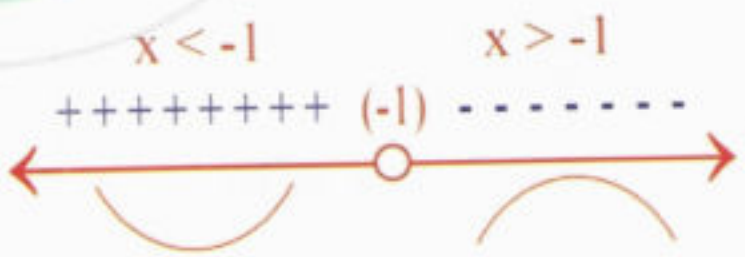
6) الانقلاب

$$f''(x) = \frac{(x+1)^2(0) - 4[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{-8}{(x+1)^3} \neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط انقلاب

اشارة المشتقة الثانية

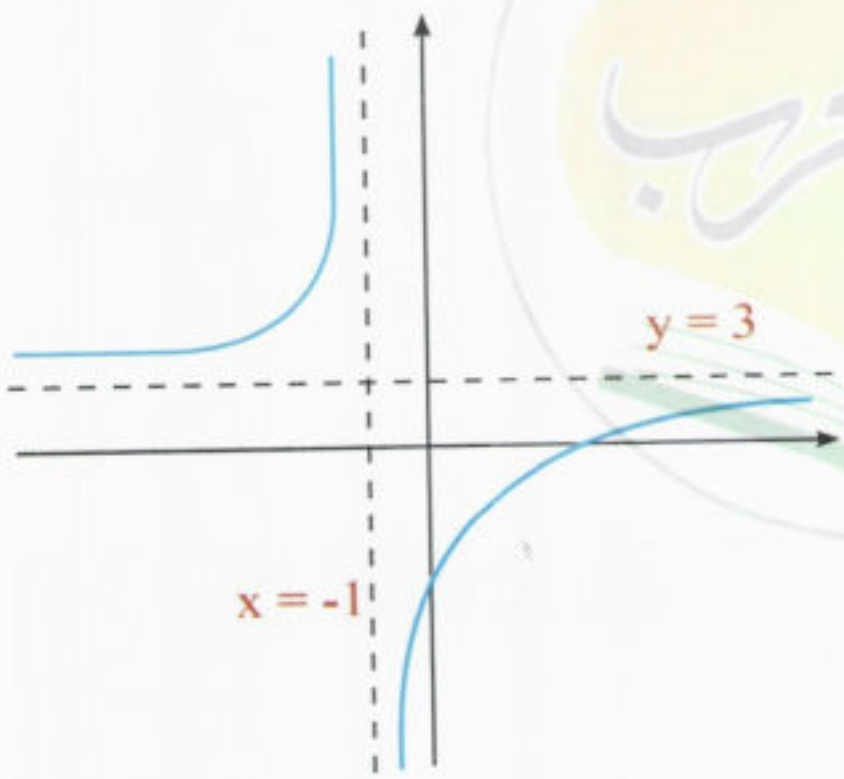


الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x > -1\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , -1)
$\frac{1}{3}$	0	$(\frac{1}{3}, 0)$
1	1	(1 , 1)
2	$\frac{5}{3}$	$(2, \frac{5}{3})$



حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

الاسئلة الوزارية الخاصة بالتطبيقات العملية

1 برهن ان اكبر مستطيل محيطه 40cm يكون مربعاً

Sol :

نفرض بعدي المستطيل

x, y

$A = (x.y)$..... ① القاعدة

$P = 2(x + y) \Rightarrow 40 = 2(x + y)$

$20 = x + y \Rightarrow x = 20 - y$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (20 - y)y$

2005 تمهيدي

$A = 20y - y^2$

$A' = 20 - 2y \Rightarrow 20 - 2y = 0$

$2y = 20 \Rightarrow y = 10$ cm

$x = 20 - 10 \Rightarrow x = 10$ cm

2 جد ابعاد مستطيل محيطه 100cm ومساحته اكبر ما يمكن

2010 تمهيدي

Sol :

نفرض بعدي المستطيل

x, y

$A = x.y$..... ① القاعدة

$P = 2(x + y) \Rightarrow 100 = 2(x + y)$

$50 = x + y \Rightarrow x = 50 - y$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (50 - y)y$

$A = 50y - y^2$

$A' = 50 - 2y$

$50 - 2y = 0$

$2y = 50y = 25$ cm

$x = 50 - 25$

3 جد اقل محيط ممكن لمستطيل مساحته $16cm^2$

Sol :

نفرض ان طول المستطيل $= x$

نفرض ان عرض المستطيل $= y$

$P = 2(x + y)$..... ① القاعدة

$A = x.y$

$16 = x.y \Rightarrow y = \frac{16}{x}$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$P = 2(x + \frac{16}{x})$

$P' = 2(1 - 16x^{-2})$

$2(1 - 16x^{-2}) = 0$

$1 - 16x^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{16}{x^2} = 1$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ cm

$y = \frac{16}{x} \Rightarrow y = \frac{16}{4} = 4$ cm

$P = 2(4 + 4)$

$P = 2(8)$

$P = 16$ cm

2005 دور (1)
2006 دور (2)
2011 تمهيدي
2014 تمهيدي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

4 2019 تمهيدي تطبيقي

علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الاعلى سعتها $64\pi\ cm^3$ جد ابعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن

نفرض الارتفاع h

نفرض نصف القطر r

Sol :

القاعدة ① $A = 2\pi rh + \pi r^2$

$V = \pi r^2 h \Rightarrow 64\pi = \pi r^2 h$

العلاقة ② $h = \frac{64}{r^2}$

نعوض ② في ①

$A = 2\pi r \frac{64}{r^2} + \pi r^2$

$A = 128\pi r^{-1} + \pi r^2$

$A' = -128\pi r^{-2} + 2\pi r$

$\frac{-128\pi}{r^2} + 2\pi r = 0 \Big].r^2$

$-128\pi + 2\pi r^3 = 0$

$2\pi r^3 = 128\pi \Big] \div 2\pi$

$r^3 = 64$

$r = 4cm$ in ②

$h = \frac{64}{r^2} = \frac{64}{16}$

$h = 4cm$

5 2019 دور (1) احيائي

جد اقل محيط ممكن للمستطيل الذي مساحته ($36cm^2$)

نفرض الطول x

نفرض العرض y

القاعدة ① $P = 2(x + y)$

$A = xy \Rightarrow 36 = xy$

العلاقة ② $y = \frac{36}{x}$

نعوض ② في ①

$P = 2(x + \frac{36}{x})$

$P = 2(x + 36x^{-1})$

$P' = 2\Big[1 - 36x^{-2}\Big]$

$= 2\Big[1 - \frac{36}{x^2}\Big]$

$2\Big[1 - \frac{36}{x^2}\Big] = 0 \Big] \div 2$

$1 - \frac{36}{x^2} = 0 \Big].x^2$

$x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 36$

$x = 6$ in ②

$y = \frac{36}{x} = \frac{36}{6} \Rightarrow y = 6$

$P = 2(6 + 6) = 24$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حاوية على هيئة اسطوانية دائرية قائمة حجمها $216\pi\ cm^3$ جد ابعادها اذا كانت مساحة المعدن المستخدم في صناعتها اقل ما يمكن مع العلم ان الحاوية مفتوحة من الاعلى.

6

نفرض نصف قطرقاعدة الاسطوانة $= r$

نفرض ارتـفاع الاســـطوانة $= h$

المساحة السطحية (بدون غطاء) = مساحة القاعدة + (المساحة الجانبية) محيط القاعدة × الارتفاع

القاعدة ① $A = 2\pi rh + \pi r^2 \ldots\ldots\ldots$

$V = \pi r^2 h \Rightarrow 216\pi = \pi r^2 h$

العلاقة ② $h = \dfrac{216}{r^2} \ldots\ldots\ldots$

نعوض ② في ①

$A = 2\pi r(\dfrac{216}{r^2}) + \pi r^2$

1998 دور (1)
2016 دور (2)
2018 تمهيدي

$A = \pi(432r^{-1} + r^2)$

$A' = \pi(-432r^{-2} + 2r)$

$\left[\dfrac{-432}{r^2} + 2r = 0\right].r^2$

$-432 + 2r^3 = 0 \Rightarrow 2r^3 = 432$

نصف القطر بالجذر التكعيبي $r^3 = 216 \Rightarrow r = 6\ cm$

ارتفاعها $h = \dfrac{216}{6} = 6\ cm$

جد بعدي علبة اسطوانية دائرية قائمة مسدودة من نهايتيها , مساحتها السطحية $24\pi\ cm^2$ عندما يكون حجمها اكبر ما يمكن

7

2001 دور (1)
2004 دور (2)

نفرض ان نصف قطر القاعدة $= r$

نفـرض ان الارتفـاع $= h$

القاعدة ① $V = \pi r^2 h \ldots\ldots$

المساحة السطحية للاسطوانة = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة × 2

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$[24\pi = 2\pi rh + 2\pi r^2] \div 2\pi$

$12 = rh + r^2 \Rightarrow rh = 12 - r^2$

العلاقة ② $h = \dfrac{12 - r^2}{r} \ldots\ldots$

نعوض ② في ①

$V = \pi r^2(\dfrac{12 - r^2}{r}) \Rightarrow V = \pi(12r - r^3)$

$V' = \pi(12 - 3r^2)$

$\pi(12 - 3r^2) = 0 \Rightarrow 3r^2 = 12$

$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2cm$

نعوض قيمة (r) في ②

$h = \dfrac{12 - r^2}{r} \Rightarrow h = \dfrac{12 - 4}{2} = 4\ cm$

علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الاعلى سعتها $(125\pi)cm^3$ جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها أقل ما يمكن

8

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

قاعدة $T.A = 2\pi rh + r^2\pi \ldots\ldots\ldots (1)$

$r = \pi r^2 h \Rightarrow 125\pi = \pi r^2 h \Rightarrow 125 = r^2 h$

علاقة $h = \dfrac{125}{r^2} \ldots\ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1) :

$T.A = 2\pi r(\frac{125}{r^2}) + \pi r^2 \Rightarrow \pi(250r^{-1} + r^2)$

2019 تمهيدي احيائي
2022 دور 2 تطبيقي

$A' = \pi(-250r^{-2} + 2r)$

$= \pi(-250r^{-2} + 2r = 0\ ] \div \pi$

$\frac{-250}{r^2} + 2r = 0\ ].r^2$

$-250 + 2r^3 = 0 \Rightarrow 2r^3 = 250$

$r^3 = 125 \Rightarrow \boxed{r = 5\ cm}$

$h = \dfrac{125}{25} \Rightarrow \boxed{h = 5\ cm}$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

مخروط دائري قائم مولده $9\sqrt{3}cm$ جد ارتفاع هذا المخروط لكي يكون حجمه اكبر ما يمكن

9

2006 دور (1)

2017 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط $= r$

نفرض ان ارتفاع المخروط $= h$

القاعدة $V = \frac{\pi}{3} r^2 h \ldots\ldots (1)$

$(9\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 243 = r^2 + h^2$

العلاقة $r^2 = 243 - h^2 \ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1)

$V = \frac{\pi}{3} h(243 - h^2)$

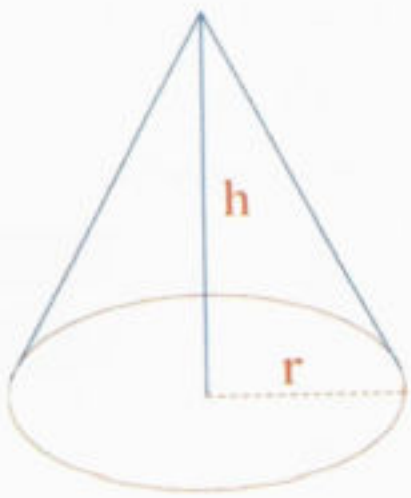
$V = \frac{\pi}{3}(243h - h^3)$

$V' = \frac{\pi}{3}(243 - 3h^2)$

$= \frac{\pi}{3}(243 - 3h^2) = 0$

$243 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 3h^2 = 243$

$h^2 = 81 \Rightarrow h = 9$



جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $8\sqrt{2}$ cm

10

2016 تمهيدي

Sol :

نفرض ان طول القاعدة $= 2x$

نفرض ان الارتـــفاع $= y$

القاعدة $A = \frac{1}{2} 2xy \ldots\ldots (1)$

$(8\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 128 = x^2 + y^2$

$x^2 = 128 - y^2$

العلاقة $x = \sqrt{128 - y^2} \ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1)

$A = \left(\sqrt{128 - y^2}\right) y$

2020 تمهيدي احيائي

$A = \sqrt{128y^2 - y^4}$

$A' = \frac{\left(256y - 4y^3\right)}{2\sqrt{128y^2 - y^4}} = 0$

$256y - 4y^3 = 0$

$4y(64 - y^2) = 0$

أما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

أو $64 - y^2 = 0$

$y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$

$x = \sqrt{128 - 64}$

$x = \sqrt{64} = 8$ cm

$2x = 16$ cm طول القاعدة

$y = 8$ cm الارتفاع



Telegram : @SadsHelp

11

مثلث قائم الزاوية طول وتره $6\sqrt{3}\text{cm}$ اديرحول احد ضلعيه القائمين فتكون مخروط دائري قائم، جد طولي الضلعين القائمين بحيث يكون حجم المخروط المتكون اكبر ما يمكن

2011 دور (1)
2014 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط $= r$

نفرض ان ارتفاع المخروط $= h$

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$..... (1) القاعدة

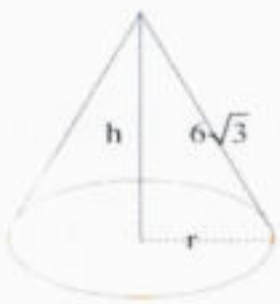
$(6\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 108 = r^2 + h^2$

$r^2 = 108 - h^2$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \frac{\pi}{3} h(108 - h^2)$

$V = \frac{\pi}{3}(108h - h^3)$



$V' = \frac{\pi}{3}(108 - 3h^2)$

$\left[\frac{\pi}{3}(108 - 3h^2) = 0\right] \div \frac{\pi}{3}$

$108 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 3h^2 = 108$

$h^2 = 36 \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$

$r^2 = 108 - 36 \Rightarrow r^2 = 72$

$r = 6\sqrt{2}$

$V = \frac{\pi}{3}(72)(6)$

$V = 144\pi \text{ cm}^3$

12

مثلث قائم الزاوية طول وتره $4\sqrt{3}\text{cm}$ اديرحول احد ضلعيه القائمين فتكون مخروط دائري قائم، جد طولي الضلعين القائمين بحيث يكون حجم المخروط المتكون اكبر ما يمكن

2009 دور (2)

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط $= r$

نفرض ان ارتفاع المخروط $= h$

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$..... (1) القاعدة

$(4\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 48 = r^2 + h^2$

$r^2 = 48 - h^2$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \frac{\pi}{3} h(48 - h^2)$

$V = \frac{\pi}{3}(48h - h^3)$

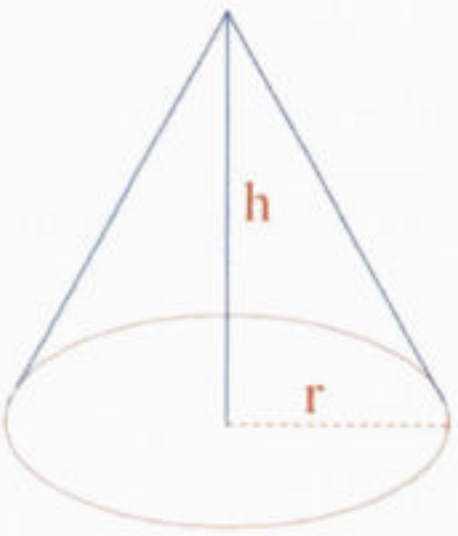
$V' = \frac{\pi}{3}(48 - 3h^2)$

$\frac{\pi}{3}(48 - 3h^2) = 0 \Rightarrow 48 - 3h^2 = 0$

$3h^2 = 48 \Rightarrow h^2 = 16 \Rightarrow h = 4 \text{ cm}$

$r^2 = 48 - 16 \Rightarrow r^2 = 32$

$r = 4\sqrt{2} \text{ cm}$



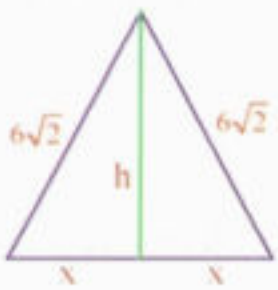
Telegram : @SadsHelp

جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $6\sqrt{2}$ cm

13 2019 دور (3) احيائي

Sol :

$$A=\frac{1}{2}(2x).h$$



$A=xh$.....① القاعدة

$(6\sqrt{2})^2=h^2+x^2$

$72=h^2+x^2 \Rightarrow x^2=72-h^2$

$x=\sqrt{72-h^2}$.....② العلاقة

نعوض ② في ①

$A=\sqrt{72-h^2}.h$

$A=\sqrt{h^2(72-h^2)}$

$A=\sqrt{72h^2-h^4}$

$A'=\frac{144h-4h^3}{2\sqrt{72h^2-h^4}}$

$144h-4h^3=0 \Rightarrow 4h(36-h^2)=0$

اما $4h=0$ يهمل

$36-h^2=0 \Rightarrow h=6$ in ②

$x=\sqrt{72-36} \Rightarrow x=\sqrt{36}$

$x=6$

$A=x.h$

$=(6)(6)=36$ cm

قطعة سلك طولها 8cm قطعت الى قطعتين صنع من الاولى دائرة ومن الثانية مستطيل طوله ضعف عرضه ، جد طول كل قطعة ليكون مجموع مساحتي المستطيل والدائرة اقل ما يمكن

14 2004 دور (1)

Sol :

نفرض ان طول المستطيل x وعرضه y

$x=2y$, ونفرض ان نصف قطر الدائرة r

$A=x.y+\pi r^2$..... ① القاعدة

$2(x+y)+2\pi r=8$

$2(2y+y)+2\pi r=8$

$[6y+2\pi r=8]\div 2$

$3y+\pi r=4 \Rightarrow 3y=4-\pi r$

$y=\frac{1}{3}(4-\pi r)$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A=2y(y)+\pi r^2$

$A=\frac{2}{9}(4-\pi r)^2+\pi r^2$

$A=\frac{2}{9}(16-8\pi r+\pi^2 r^2)+\pi r^2$

$A'=\frac{2}{9}(-8\pi+2\pi^2 r)+2\pi r$

$\left[\frac{2}{9}(-8\pi+2\pi^2 r)+2\pi r=0\right]\frac{9}{2\pi}$

$-8+2\pi r+9r=0$

$r(2\pi+9)=8$

$r=\frac{8}{2\pi+9}$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

$$y=\frac{1}{3}(4-\frac{8\pi}{2\pi+9})$$

$$y=\frac{1}{3}(\frac{8\pi+36-8\pi}{2\pi+9})$$

$$y=\frac{12}{2\pi+9}$$

محيط المستطيل والذي يمثل طول القطعة الاولى

$$6y=\frac{72}{2\pi+9}$$

محيط الدائرة والذي يمثل طول القطعة الثانية

$$2\pi r=\frac{16\pi}{2\pi+9}$$

جد بعدي اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 12cm ثم برهن ان نسبة مساحة مثلث الى مساحة دائرة كنسبه $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

15

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol :

نفس اسلوب الحل السؤال السابق

نفرض مساحة المثلث A

نفرض مساحة الدائرة D

$$\frac{A}{D}=\frac{\frac{1}{2}(12\sqrt{3})(18)}{\pi(12)^2}$$

$$\frac{A}{D}=\frac{108\sqrt{3}}{144\pi}$$

$$\frac{A}{D}=\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$$

مجموع محيطي دائرة مربع 60cm اثبت انه عندما يكون مجموع مساحتي الشكلين اصغر ما يمكن فان طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع .

16

2013 دور (3)
2015 دور (3)
2023 دور 2 تطبيقي

Sol :

نفرض ان طول ضلع المربع $x=$

نفرض ان طول نصف قطر الدائرة $r=$

$$A=x^2+\pi r^2 \ldots\ldots \text{①}$$ القاعدة

$$[4x+2\pi r=60]\div 2$$

$$2x+\pi r=30\Rightarrow 2x=30-\pi r$$

$$x=15-\frac{\pi r}{2} \ldots\ldots \text{②}$$ العلاقة

نعوض ② في ①

$$A=(15-\frac{\pi}{2}r)^2+\pi r^2$$

$$A=225-15\pi r+\frac{\pi^2}{4}r^2+\pi r^2$$

$$A'=-15\pi+\frac{\pi^2}{2}r+2\pi r$$

$$\left[-15\pi+\frac{\pi^2}{2}r+2\pi r=0\right].\frac{2}{\pi}$$

$$-30+\pi r+4r=0$$

$$r(4+\pi)=30\Rightarrow r=\frac{30}{4+\pi}$$

$$2r=x=\frac{60}{4+\pi}$$

Telegram : @SadsHelp

اذا كان نصف قطر كرة يساوي نصف قطر قاعدة اسطوانة دائرية وكان مجموع حجمي الكرة والاسطوانة يساوي $90\pi\ cm^3$
جد طول نصف القطر الكرة عندما يكون مجموع مساحتيهما الكلية اصغر ما يمكن .

17 — 1999 دور (2)

نفرض ان نصف قطر قاعدة الاسطوانة يساوي نصف قطر الكرة ويساوي r
نفرض ارتـفاع الاســـطوانة h

$$V_{\text{للكرة}} = \frac{4\pi}{3}r^3 \quad , \quad V_{\text{للاسطوانة}} = \pi r^2 h$$

$$A_{2\ \text{للكرة}} = 4\pi r^2 \quad , \quad A_{1\ \text{للاسطوانة}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = (2\pi rh + 2\pi r^2) + 4\pi r^2$$

$$A = 2\pi rh + 6\pi r^2$$

$$A = 2\pi(rh + 3r^2) \ldots\ldots (1) \quad \text{القاعدة}$$

$$\left[90\pi = \pi r^2 h + \frac{4\pi}{3}r^3\right].\frac{3}{\pi}$$

$$270 = 3r^2 h + 4r^3$$

$$3r^2 h = 270 - 4r^3$$

$$h = \frac{270 - 4r^3}{3r^2}$$

$$h = 90r^{-2} - \frac{4}{3}r \ \ldots\ldots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$A = 2\pi\left[r(90r^{-2} - \frac{4}{3}r) + 3r^2\right]$$

$$A = 2\pi\left[90r^{-1} - \frac{4}{3}r^2 + 3r^2\right]$$

$$A' = 2\pi\left[-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r\right]$$

$$\left[2\pi\left[-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r\right] = 0\right] \div 2\pi$$

$$-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r = 0$$

$$\left[\frac{-90}{r^2} - \frac{8}{3}r + 6r = 0\right].3r^2$$

$$-270 - 8r^3 + 18r^3 = 0$$

$$10r^3 = 270 \Rightarrow r^3 = 27$$

$$r = 3\ cm$$

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

18 جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل نصف دائرة نصف قطرها $4\sqrt{2}\text{cm}$

2012 دور (1) — 2013 تمهيدي — 2017 دور (1) تطبيقي- موصل

Sol :

نفرض ان الطول $2x =$

نفرض ان العرض $y =$

القاعدة $A = 2x.y \ldots\ldots (1)$

$(4\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 32 = x^2 + y^2$

$x^2 = 32 - y^2$

العلاقة $x = \sqrt{32 - y^2} \ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{32 - y^2})$

$A = 2\sqrt{32y^2 - y^4}$

$A' = \dfrac{2(64y - 4y^3)}{2\sqrt{32y^2 - y^4}} = 0$

$\left[2(64y - 4y^3) = 0\right] \div 2$

$64y - 4y^3 = 0$

$4y(16 - y^2) = 0$

يهمل أما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$

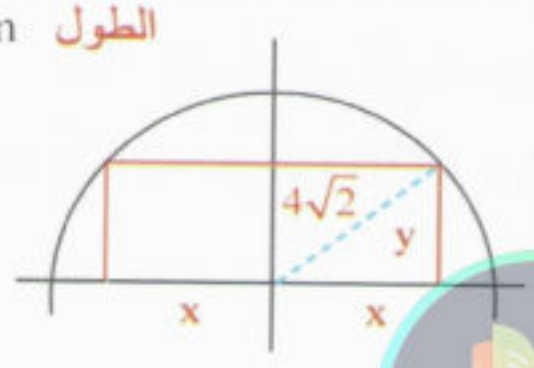
العرض أو $16 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 16$

$y = 4 \text{ cm}$

$x = \sqrt{32 - 16}$

$x = \sqrt{16} \Rightarrow x = 4$

الطول $2x = 8 \text{ cm}$



19 جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل نصف دائرة نصف قطرها 6cm

2009 دور (1) — 2015 دور (4) رصفة — 2017 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol :

نفرض ان الطول $2x =$

نفرض ان العرض $y =$

القاعدة $A = 2x.y \ldots\ldots (1)$

$(6)^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 36 = x^2 + y^2$

$x^2 = 36 - y^2$

العلاقة $x = \sqrt{36 - y^2} \ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{36 - y^2})$

$A = 2\sqrt{36y^2 - y^4}$

2010 دور (1)

$A' = \dfrac{2(72y - 4y^3)}{2\sqrt{36y^2 - y^4}} = 0$

$2(72y - 4y^3) = 0$

$72y - 4y^3 = 0 \Rightarrow 4y(18 - y^2) = 0$

يهمل أما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$

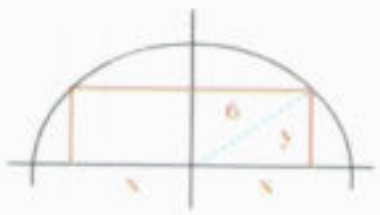
أو $18 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 18$

العرض $y = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

$x = \sqrt{36 - 18}$

$x = \sqrt{18} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

الطول $2x = 6\sqrt{2} \text{ cm}$



$A = (3\sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 18 \text{ cm}^2$

Telegram : @SadsHelp

جد اكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كرة مجوفة نصف قطرها 3cm

20

2008 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط r

نفرض ان ارتفاع المخروط h

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$..... (1) القاعدة

$9 = r^2 + (h-3)^2$

$9 = r^2 + h^2 - 6h + 9$

$r^2 = 6h - h^2$ ..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \frac{\pi}{3}(6h - h^2)h$

2017 دور (1) تطبيقي - خارج

$V = \frac{\pi}{3}(6h^2 - h^3)$

$V' = \frac{\pi}{3}(12h - 3h^2)$

$\left[\frac{\pi}{3}(12h - 3h^2) = 0\right] \div \frac{\pi}{3}$

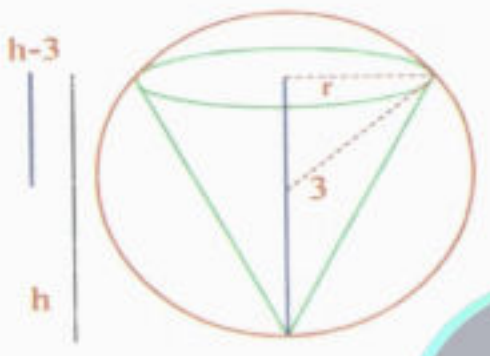
$12h - 3h^2 = 0 \Rightarrow 3h(4-h) = 0$

أما $3h = 0 \Rightarrow h = 0$ يهمل

او $4 - h = 0 \Rightarrow h = 4$

$r^2 = 24 - 16 \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r = 2\sqrt{2}$

$V = \frac{\pi}{3}(8)(4) = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$



جد مساحة اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 6cm

21

Sol :

نفرض ان طول قاعدة المثلث $2x$ =

نفرض ان ارتفاع المثلث y =

$A = \frac{1}{2}(2x)h$..... (1) القاعدة

2003 دور (1)

2006 تمهيدي

2010 دور (2)

$(6)^2 = x^2 + (h-6)^2$

$36 = x^2 + h^2 - 12h + 36$

$x^2 = 12h - h^2$

$x = \sqrt{12h - h^2}$ ..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = h\sqrt{12h - h^2}$

$A = \sqrt{12h^3 - h^4}$

$A' = \frac{36h^2 - 4h^3}{2\sqrt{12h^3 - h^4}} \Rightarrow \frac{36h^2 - 4h^3}{2\sqrt{12h^3 - h^4}} = 0$

$36h^2 - 4h^3 = 0 \Rightarrow 4h^2(9-h) = 0$

أما $4h^2 = 0 \Rightarrow h = 0$ يهمل

او $9 - h = 0 \Rightarrow h = 9$ cm



$x = \sqrt{108 - 81}$

$x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm

$2x = 6\sqrt{3}$ cm طول القاعدة

$A = 3\sqrt{3}(9) \Rightarrow A = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد بعدي اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن وضعه داخل الدائرة نصف قطرها 12cm

22

2012 خارج القطر

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

نفرض ان طول قاعدة المثلث $2x =$

نفرض ان ارتـفاع المثـلث $h =$

القاعدة $A=\frac{1}{2}(2x)h \Rightarrow A=xh$..... (1)

$(12)^2=x^2+(h-12)^2$

$144=x^2+h^2-24h+144$

$x^2=24h-h^2$

العلاقة $x=\sqrt{24h-h^2}$ ..... (2)

نعوض (2) في (1)

$A=(\sqrt{24h-h^2})h \Rightarrow A=\sqrt{24h^3-h^4}$

$A'=\frac{72h^2-4h^3}{2\sqrt{24h^3-h^4}}$

$\frac{72h^2-4h^3}{2\sqrt{24h^3-h^4}}=0 \Rightarrow 72h^2-4h^3=0$

يهمل $4h^2(18-h)=0$

أما $4h^2=0 \Rightarrow h=0$

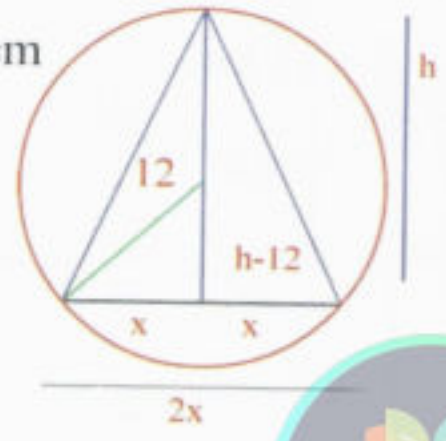
أو $18-h=0 \Rightarrow h=18$

$x=\sqrt{432-324}$

$x=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ cm

$2x=12\sqrt{3}$ cm

2018 دور (1) تطبيقي - خارج



abc مثلث فيه $ad \perp bc, ab = ac$

جد بعدي $ad = 20cm, bc = 12cm$ اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل هذا المثلث

2000 دور (1)

جد اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 12cm وارتفاعه 20cm.

23

2007 دور (1)

Sol :

نفرض ان بعد المستطيل x,y

القاعدة $A=2x.y$..... (1)

من تشابه المثلثين abc ، aei

$\frac{20-y}{20}=\frac{2x}{12}$

2018 دور (3) تطبيقي

$[40x=12(20-y)]\div 4$

$10x=3(20-y)$

العلاقة $x=\frac{3}{10}(20-y)$..... (2)

نعوض (2) في (1)

$A=\frac{3}{5}(20-y)y \Rightarrow A=\frac{3}{5}(20y-y^2)$

$A'=\frac{3}{5}(20-2y)$

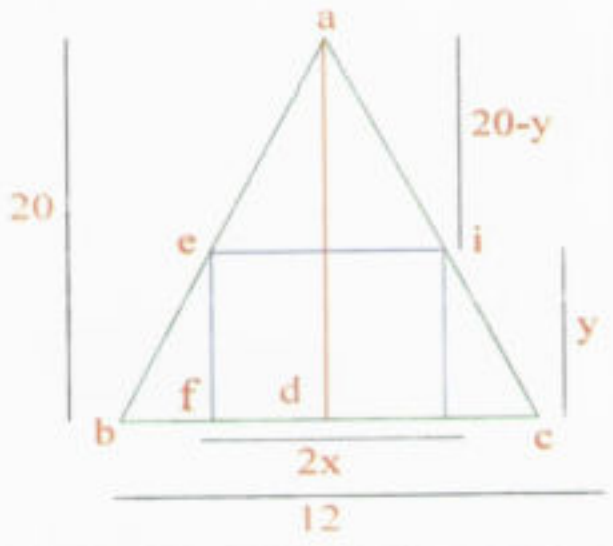
$\frac{3}{5}(20-2y)=0 \Rightarrow 2y=20$

$y=10$ cm $\Rightarrow x=\frac{3}{10}(20-10)$

$x=3$ cm $\Rightarrow 2x=6$ cm

$A=2xy \Rightarrow A=(6)(10)=60cm^2$

Telegram : @SadsHelp



جد العدد الذي اذا اضيف الى مربعه يكون الناتج اصغر ما يكون

24

2017 دور (1) موصل

Sol :

نفرض العدد x

مربع العدد x^2

$$m = x + x^2$$

$$m' = 1 + 2x$$

$$1 + 2x = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{2}$$

جد بعدي اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث طول قاعدته 24cm وارتفاعه 18cm بحيث رأسين متجاورين من رؤوسه على القاعدة والرأسان الاخران يقعان على ساقيه

25

Sol : نفرض طول المستطيل x

نفرض عرض المستطيل y

$A = x.y$..... (1) القاعدة

abc , aef

$$\frac{18-y}{18} = \frac{x}{24}$$

$$[18x = 24(18-y)] \div 6$$

$$3x = 4(18-y)$$

$$x = \frac{4}{3}(18-y) \quad \text{..... (2) العلاقة}$$

نعوض (2) في (1)

$$A = \frac{4}{3}(18-y)y$$

$$A = \frac{4}{3}(18y - y^2)$$

2018 دور (3) احيائي

$$A' = \frac{4}{3}(18-2y)$$

2017 تمهيدي احيائي

$$\left[\frac{4}{3}(18-2y) = 0\right].\frac{3}{4}$$

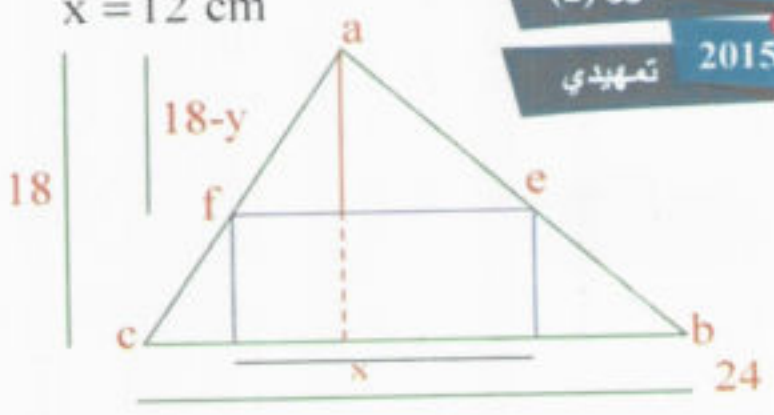
$$18-2y \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 9 \text{ cm}$$

$$x = \frac{4}{3}(18-9)$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

2013 دور (2)

2015 تمهيدي



حيدر وليد
شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 20cm وارتفاعه 12cm

26

2007 دور (1)

Sol :

$A = x.y$..... (1) القاعدة

2018 دور (3) تطبيقي

$$\frac{x}{20} = \frac{12-y}{12}$$

$$12x = 240 - 20y \;]\div 12$$

$x = 20 - \frac{5}{3}y$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = y(20 - \frac{5}{3}y)$$

$$A = 20y - \frac{5}{3}y^2$$

$$A' = 20 - \frac{10}{3}y$$

$$20 - \frac{10}{3}y = 0$$

$$\frac{10}{3}y = 20$$

$$10y = 60$$

$$y = 6 \quad \text{in (2)}$$

$$x = 20 - \frac{5}{3}(6)$$

$$x = 20 - \frac{\cancel{30}}{\cancel{3}}$$

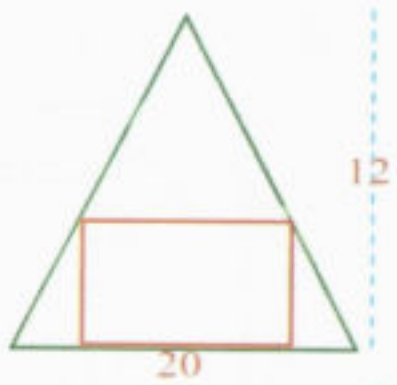
$$x = 20 - 10$$

$$x = 10$$

$$A = x.y$$

$$= (6)(10)$$

$$= 60cm^2$$



جد حجم اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 12سم ونصف قاعدته 9 سم

27

1997 دور (1)

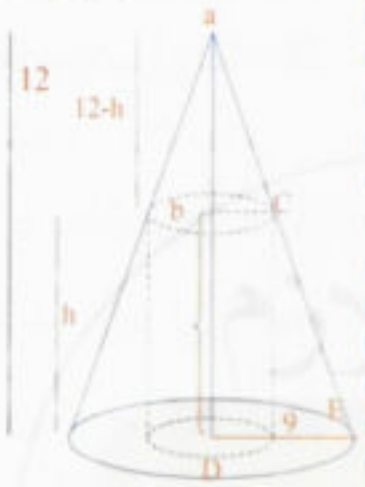
2018 دور (1) تطبيقي

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h$..... (1) القاعدة



من تشابه المثلثين

$$\frac{r}{9} = \frac{12-h}{12}$$

$$12r = 9(12-h)$$

$$12r = 108 - 9h$$

$$[9h = 108 - 12r] \div 9$$

$h = \frac{1}{9}(108 - 12r)$.... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$V = \pi r^2 \frac{1}{9}(108 - 12r)$$

$$V = \frac{\pi}{9}(108r^2 - 12r^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{9}(216r - 36r^2)$$

$$\left[\frac{\pi}{9}(216r - 36r^2) = 0\right].\frac{9}{\pi}$$

$$216r - 36r^2 = 0$$

$$36r(6 - r) = 0$$

أما $36r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $6 - r = 0 \Rightarrow r = 6$ cm

$$h = \frac{1}{9}(108 - 72) \Rightarrow h = \frac{36}{9} = 4 \text{ cm}$$

$$V = \pi(36)(4) \Rightarrow V = 144\pi \text{ cm}^3$$

Telegram : @SadsHelp

28 جد ابعاد اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية اكبر ما يمكن موضوعة داخل كرة مجوفة نصف قطرها $6\sqrt{2}$ cm

1999 دور (1)
2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان نصف ارتفاع الاسطوانة 2h

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

القاعدة ① $A = 2\pi r(2h) = 4\pi rh$.....

$(6\sqrt{2})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 72 = r^2 + h^2$

العلاقة ② $r^2 = 72 - h^2 \Rightarrow r = \sqrt{72 - h^2}$.....

نعوض ② في ①

$A = 4\pi h\sqrt{72 - h^2}$

$A = 4\pi\sqrt{72h^2 - h^4}$

$A' = 4\pi \dfrac{144h - 4h^3}{2\sqrt{72h^2 - h^4}}$

$4\pi \dfrac{144h - 4h^3}{2\sqrt{72h^2 - h^4}} = 0$

$144h - 4h^3 = 0$

$4h(36 - h^2) = 0$

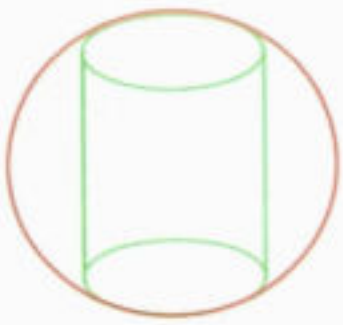
$4h = 0 \Rightarrow h = 0$ يهمل

$36 - h^2 = 0 \Rightarrow h^2 = 36$

$h = 6$

$r = \sqrt{72 - 36}$

$r = \sqrt{36} \Rightarrow r = 6$



29 جد بعدي اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل كرة مجوفة طول نصف قطرها $2\sqrt{3}$ cm

2001 دور (2)

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة 2h

القاعدة ① $V = \pi r^2(2h) = 2\pi r^2 h$.....

$(2\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2$

$12 = r^2 + h^2$

العلاقة ② $r^2 = 12 - h^2$.....

نعوض ② في ①

$V = 2\pi h(12 - h^2)$

2020 دور (1) تطبيقي

$V = 2\pi(12h - h^3)$

$V' = 2\pi(12 - 3h^2)$

$\left[2\pi(12 - 3h^2) = 0\right] \div 2\pi$

$12 - 3h^2 = 0$

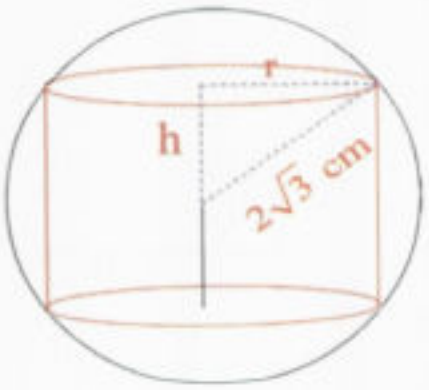
$3h^2 = 12 \Rightarrow h^2 = 4$

$h = 2$

$r^2 = 12 - 4 \Rightarrow r^2 = 8$

$r = 2\sqrt{2}$

ارتفاع الاسطوانة $2h = 4$



Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد مساحة اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 24cm وطول نصف قطر قاعدته يساوي 12cm

30

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h$..... (1) القاعدة

من تشابه المثلثين ABC , ADE

$$\frac{r}{12} = \frac{24-h}{24}$$

$$[24r = 12(24-h)] \div 12$$

$$2r = 24 - h$$

$h = 24 - 2r$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$V = \pi r^2 (24 - 2r)$$

$$V = \pi(24r^2 - 2r^3)$$

$$V' = \pi(48r - 6r^2)$$

$$\pi(48r - 6r^2) = 0$$

$$6r(8 - r) = 0$$

أما $6r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $8 - r = 0 \Rightarrow r = 8$ cm

$h = 24 - 16 \Rightarrow h = 8$ cm

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$A = 2(8)(8)\pi + (2)(64)\pi$$

$$A = 128\pi + 128\pi$$

$A = 256\pi$ cm^2

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه (15cm) وطول قطر قاعدته (12cm)

31

2019 دور (2) احيائي

$V = \pi r^2 h$..... (1) قاعدة

$$\frac{6}{r} = \frac{15}{15-h} \Rightarrow 15r = 90 - 6h$$

$$6h = 90 - 15r \Rightarrow h = \frac{15}{6}(6 - r)$$ ...(2) علاقة

$$V = \pi r^2 \frac{15}{6}(6 - r)$$

$$V = \frac{15\pi}{6}(6r^2 - r^3)$$

$$V' = \frac{15\pi}{6}(12r - 3r^2)$$

$$\frac{15\pi}{6}(12r - 3r^2) = 0] \frac{6}{15\pi}$$

$$12r - 3r^2 = 0] \div 3$$

$$4r - r^2 = 0 \Rightarrow r(4 - r) = 0$$

أما $r = 0$ يهمل in (2)

أو $4 - r = 0 \Rightarrow r = 4$cm

$$h = \frac{15}{6}(6 - r) \Rightarrow h = \frac{15}{6}(6 - 4)$$

$$h = \frac{15}{6}(2) \Rightarrow h = \frac{15}{3}$$

Telegram : @SadsHelp

مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته 4cm وارتفاعه 12cm يراد قطع مخروط دائري منه يرتكز رأسه في مركز قاعدة المخروط الاصلي وقاعدته توازي قاعدة المخروط الاصلي ، جد ابعاد المخروط المقطوع بحيث يكون حجمه اكبر ما يمكن

32

2003 دور (2)

Sol :

نفرض ان نصف القطر r

نفرض الارتفاع h

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$..... (1) القاعدة

2010 دور (1)

$\frac{r}{4} = \frac{12-h}{12}$

$12r = 4(12-h)$

$3r = 12-h$

$h = 12-3r$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \frac{\pi}{3} r^2 (12-3r)$

$V = \frac{\pi}{3} (12r^2 - 3r^3)$

$V' = \frac{\pi}{3} (24r - 9r^2)$

$24r - 9r^2 = 0$

$3r(8-3r) = 0$

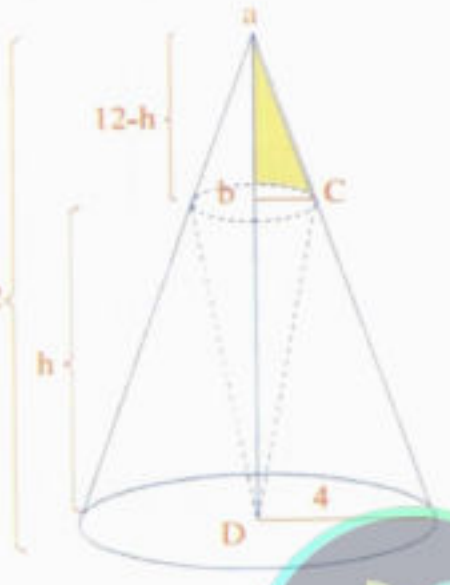
أما $r = 0$

أو $8-3r = 0$

$r = \frac{8}{3}$ cm

$h = (12-8)$

$h = 4$ cm



ليكن $y = \sqrt{x^2-3}$ جد نقطة تنتمي الى المنحني وتكون اقرب ما يكون للنقطة (4,0)

33

1996 دور (1)

Sol :

$y^2 = x^2 - 3$

$S = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$S = \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2}$

$S = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + y^2}$

$S = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + x^2 - 3}$

$S = \sqrt{2x^2 - 8x + 13}$

$S' = \frac{4x-8}{2\sqrt{2x^2-8x+13}}$

$4x - 8 = 0] \div 4$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

$y = \sqrt{x^2-3}$

$y = \sqrt{4-3}$

$y = \sqrt{1} = 1$

$(2,1)$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

نقطة او اكثر تنتمي الى القطع الزائد $y^2 - x^2 = 3$ بحيث تكون اقرب ما يمكن الى النقطة $(0,4)$

34

2019 دور (3) تطبيقي
2020 تمهيدي تطبيقي
2022 تمهيدي تطبيقي

Sol :

نفرض $P(x,y)$

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$S = \sqrt{(x-0)^2 + (y-4)^2}$$

القاعدة (1) $S = \sqrt{x^2 + y^2 - 8y + 16}$.....

$y^2 - x^2 = 3$

العلاقة (2) $x^2 = y^2 - 3$.....

نعوض (2) في (1)

$$S = \sqrt{y^2 - 3 + y^2 - 8y + 16}$$

$$S = \sqrt{2y^2 - 8y + 13}$$

2011 دور (2)
2012 تمهيدي
2013 دور (1)
2015 دور (2) خارج
2016 دور (2) خارج

$$S' = \frac{4y - 8}{2\sqrt{2y^2 - 8y + 13}}$$

$$\frac{4y - 8}{2\sqrt{2y^2 - 8y + 13}} = 0$$

$4y - 8 = 0 \Rightarrow 4y = 8$

$y = 2$

نعوض (y) في (1)

$x^2 = y^2 - 3$

$x^2 = 4 - 3 \Rightarrow x^2 = 1$ بالجذر

$x = \pm 1$

$P_1(1,2), P_2(-1,2)$

اذا كان $y + 4x = 24$ فجد قيمتي x,y التي تجعل yx^2 اكبر ما يمكن

35

2008 تمهيدي

Sol :

$A = yx^2$..... (1) القاعدة

$y + 4x = 24$

$y = 24 - 4x$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = (24 - 4x)(x^2)$

$A = 24x^2 - 4x^3 \Rightarrow A' = 48x - 12x^2$

$48x - 12x^2 = 0$

$12x(4 - x) = 0$

اما $12x = 0 \Rightarrow x = 0$ يهمل

او $4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$

$y = 24 - 4(4)$

$y = 24 - 16 = 8$

جد العدد الذي اذا اضيف الى نظيره الضربي يكون الناتج اكبر ما يكون

36

2013 خارج القطر
2014 دور (3)

نفرض العدد x

نظيره الضربي $\frac{1}{x}$

$$A = x + \frac{1}{x} \Rightarrow A = x + x^{-1}$$

$$A' = 1 - x^{-2} \Rightarrow \left[1 - \frac{1}{x^2} = 0\right].x^2$$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

Telegram : @SadsHelp

جد بعدي اكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحدودة بمنحني الدالة $f(x)=12-x^2$ ومحور السينات بحيث ان رأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الاخران على محور السينات ثم جد محيطه

37

2007 خارج القطر
2012 دور (2)
2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

نفرض ان العرض $2x =$

نفرض ان الطـول $y =$

القاعدة $A = 2x.y \ldots\ldots (1)$

العلاقة $y = 12 - x^2 \ldots\ldots (2)$

نعوض (2) في (1)

$$A = 2x(12 - x^2)$$

$$A = 24x - 2x^3$$

$$A' = 24 - 6x^2$$

الطول $24 - 6x^2 = 0$

العرض $6x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 4$

وحدة طول $x = 2$

$$y = 12 - 4 \Rightarrow y = 8$$

$$2x = 4 \quad , \quad y = 8$$

$$P = 2(y + 2x)$$

2019 دور (3) تطبيقي

$$P = 2(8 + 4)$$

$$P = 24$$

جد العدد الذي زيادته على مربعة اكبر ما يمكن

38

2007 تمهيدي

Sol :

نفرض العدد x

ومربعه x^2

$$A = x - x^2 \Rightarrow A' = 1 - 2x$$

$$1 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

عددان موجبان حاصل ضربهما 16 ومجموعهما اصغر ما يكون فما العددان؟

39

2007 دور (2)

نفرض العدد الاول x

نفرض العدد الثاني y

قاعدة $m = x + y \ldots\ldots .1$

علاقة $x.y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x} \ldots\ldots .2$

نعوض (2) في (1)

$$m = x + \frac{16}{x}$$

$$m = x + 16x^{-1}$$

$$m' = 1 + (-1)16x^{-2}$$

$$1 - \frac{16}{x^2} = 0 \Big] .x^2$$

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16$$

$x = 4$ in (2)

$$y = \frac{16}{x} = \frac{16}{4}$$

$y = 4$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (3,4) والذي يصنع مع المحورين في الربع الاول اصغر مثلث؟

40

2018 دور (1) احيائي - داخل
2021 دور (2) تطبيقي

Sol :

القاعدة $A = \frac{1}{2}x.y..... ①$

$x_1\ y_1\ \ x_2\ y_2$
$(0,y),(3,4)$

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_1 = \frac{4-y}{3-0} = \frac{4-y}{3}$$

$x_2\ y_2\ \ x_1\ y_1$
$(3,4),(x,0)$

$$m_2 = \frac{4-0}{3-x} = \frac{4}{3-x}$$

$$\frac{4-y}{3} = \frac{4}{3-x} \quad , m_1 = m_2$$

$$(4-y)(3-x) = 12$$

$$12 - 4x - 3y + xy = 12$$

العلاقة $xy = 4x + 3y..... ②$

نعوض ② في ①

$$A = \frac{1}{2}(4x + 3y)$$

$$A' = \frac{1}{2}(4 + 3y')$$

$$\frac{1}{2}(4 + 3y') = 0$$

$$4 + 3y' = 0 \Rightarrow 3y' = -4$$

$$y' = \frac{-4}{3}$$

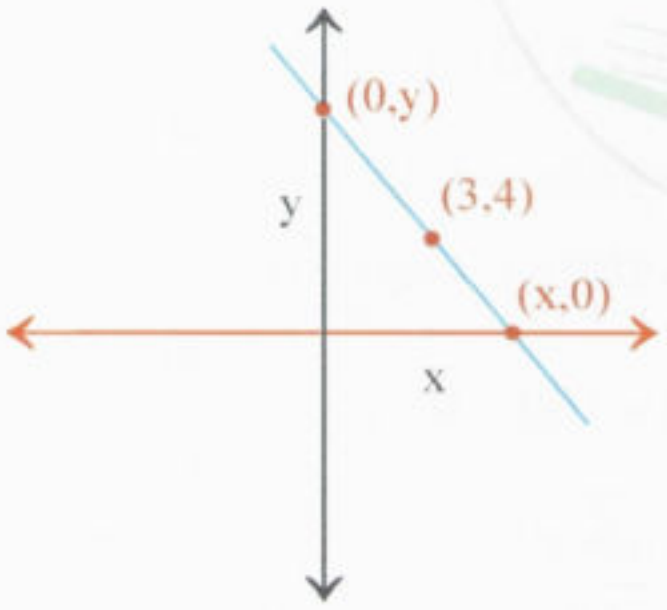
$$\therefore m = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\left[y - 4 = \frac{-4}{3}(x-3) \right].3$$

$$3y - 12 = -4x + 12$$

$$4x + 3y - 24 = 0$$



حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

صفيحة مستوية معدنية مستطيلة الشكل بعديها 80cm,50cm قطعت من اركانها الاربعة مربعات متساوية المساحة ثم ثنيت الاجزاء البارزة لتكون علبة بدون غطاء احسب طول ضلع المربع المقطوع لكي يكون حجم العلبة اكبر ما يمكن

41

2009 تمهيدي

Sol :

نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع x

طول ضلع القاعدة 80-2x

وعرضها 50-2x وارتفاعها x

$$V=(80-2x)(50-2x)(x)$$

$$V=(4000-160x-100x+4x^2)(x)$$

$$V=(4000x-260x^2+4x^3)$$

$$V'=4000-520x+12x^2$$

$$\left[4000-520x+12x^2=0\right]\div 4$$

$$3x^2-130x+1000=0$$

$$(3x-100)(x-10)=0$$

أما $3x-100=0\Rightarrow x=\frac{100}{3}$

يهمل لانه اكبر من نصف العرض

أو $x-10=0\Rightarrow x=10\ cm$

طول ضلع المربع المقطوع



اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية $400\pi cm^2$ وحجمها $2000\pi cm^3$

جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها

42

2019 دور (3) تطبيقي

Sol :

$$A=400\pi\ ,\ V=2000\pi$$

$$A=2\pi rh$$

$$400\pi=2\pi rh\]\div 2\pi$$

$$200=rh\Rightarrow h=\frac{200}{r}.....(1)$$ قاعدة

$$V=\pi r^2h$$

$$2000\pi=\pi r^2h\]\div\pi$$

$$2000=r^2h.....(2)$$ علاقة

نعوض (2) في (1)

$$2000=\not{r}^2.\frac{200}{\not{r}}$$

$$2000=200r\]\div 200$$

$$r=10\quad \text{in } (2)$$

$$h=\frac{200}{r}=\frac{20\not{0}}{1\not{0}}$$

$$h=20$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد ابعاد اكبر علبة على شكل متوازي سطوح مستطيلة بدون غطاء يمكن صنعها من صفيحة معدنية الشكل طول ضلعها(48cm) وذلك بقص اربعة مربعات متساوية الابعاد من اركانها الاربعة ثم ثنيت الاجزاء البارزة ؟

43

2018 دور (2) تطبيقي- داخل

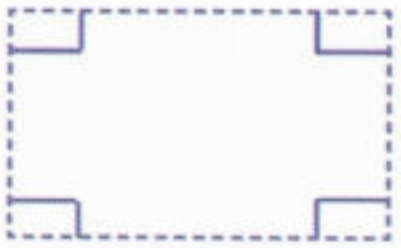
نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع x
بعد ثني الاجزاء البارزة تكونت علبة على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة
طول ضلع القاعدة = 48-2x
وارتفاعها = x

$$V=(48-2x)^2.x$$
$$V=(2304-192x+4x^2)x$$
$$V=2304x-192x^2+4x^3$$
$$V'=2304-384x+12x^2$$
$$\left[2304-384x+12x^2=0\right]\div 6$$
$$2x^2-64x+384=0$$
$$(2x-48)(x-8)$$

اما $2x-48=0\Rightarrow 2x=48$

$$x=24\ \text{cm}$$

او $x-8=0\Rightarrow x=8\ \text{cm}$



جد ابعاد اكبر خزان على شكل متوازي سكوح مستطيلة بدون غطاء يمكن صنعه من صحيفة مستطيلة ابعادها 10cm و 16cm وذلك يقطع مربعات متساوية المسافة عند الرؤوس وثني الاطراف

44

2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

نفرض الطول هو $(16-2x)$
نفرض العرض هو $(10-2x)$
الارتفاع x

$$V=(16-2x)(10-2x)x$$
$$V=(160-32x-20x+4x^2)x$$
$$V=(160-52x+4x^2)x$$
$$V=160x-52x^2+4x^3$$
$$V'=160-104x+12x^2$$
$$\left[160-104x+12x^2=0\right]\div 4$$
$$40-26x+3x^2=0$$
$$3x^2-26x+40=0$$
$$(3x-20)(x-2)=0$$

اما $3x-20=0$ يهمل

$$x-2=0$$

الارتفاع $\boxed{x=2}\ \text{cm}$

الطول $16-2(2)=16-4=12\ \text{cm}$
العرض $10-2(2)=10-4=6\ \text{cm}$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

صنع صندوق مفتـــوح من قطعـــة من النـــحاس مربعـــة الشـــكل طـــول ضلعها 12cm وذلك بقص أربعة مربعات متساوية الأبعاد من أركـــانها الأربعة , ثم ثنيت الاجزاء البارزة منها , ما الحجم الأعظم لهذا الصندوق ؟

45

أبعاد الصندوق هي $12-2x$ ، $12-2x$

الأرتفاع $= x$

$$V=(12-2x)^2\,x$$
$$V=(144-48x+4x^2)\,x$$
$$V=(144x-48x^2+4x^3)$$
$$V=144-96x+12x^2$$
$$144-96x+12x^2=0 \;]\div 12$$
$$\Longrightarrow 12-8x-x^2=0$$
$$(6-x)(2-x)=0$$

أما : $6-x=0$

$x=6$ يهمل

أو : $2-x=0$

$x=2$

$$V=(12-2x)^2\,(x)$$
$$V=(12-2(2))^2\,(2)$$
$$V=(12-4)^2\,(2)$$
$$V=(8)^2\,(2)$$
$$V=(64)\,(2)$$
$$V=128\ cm^3$$

صمم عامل بناء مبدع نموذجاً لصندوق بضاعة على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل ومن غير غطاء فاذا كان حجمه $\frac{1}{16}m^3$ جد ابعاد الصندوق لتكوين مساحة المادة المستخدمة فى صناعته اقل ما يمكن

46

1997 دور (2)

نفرض ان طول ضلع القاعدة $= x$

نفـرض ان الارتفـــاع $= h$

المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

((ولان صندوق بدون غطاء سوف نحذف مساحة قاعدة واحدة)) وعليه يكون

المساحة السطحية للصندوق = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= محيط القاعدة × الارتفاع + مساحة القاعدة

$A=4xh+x^2$ ..... ① القاعدة

$$V=x^2h\Rightarrow\frac{1}{16}=x^2h\Rightarrow 16x^2h=1$$

$h=\frac{1}{16x^2}$ ..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$$A=4x\frac{1}{16x^2}+x^2$$
$$A=\frac{1}{4}x^{-1}+x^2$$



$$A'=\frac{-1}{4}x^{-2}+2x$$
$$\frac{-1}{4}x^{-2}+2x=0$$
$$\left[-\frac{1}{4x^2}+2x=0\right].4x^2$$
$$-1+8x^3=0\Rightarrow 8x^3=1$$

بالجذر التكعيبي $x^3=\frac{1}{8}\Rightarrow x=\frac{1}{2}m$

نعوض قيمة (x) في ②

$$h=\frac{1}{16(\frac{1}{2})^2}$$
$$h=\frac{1}{16(\frac{1}{4})}\Rightarrow h=\frac{1}{4}m$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

47

خزان من الحديد ذو غطاء كامل على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة وحجمه $216m^3$ جد ابعاده لتكون مساحه الصفائح المستخدمة في صنعه اقل ما يمكن

2000 دور (2)

Sol : نفرض ان طول ضلع القاعدة $= x$

نفرض ان الارتفاع $= h$

المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

المساحة السطحية للخزان = محيط القاعدة × الارتفاع + 2 × مساحة القاعدة

$$A = 4xh + 2x^2 \ldots\ldots (1)$$ القاعدة

$$V = x^2h \Rightarrow 216 = x^2h \Rightarrow h = \frac{216}{x^2} \ldots (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = 4x\frac{216}{x^2} + 2x^2$$

2020 دور (1) احيائي

$$A = 4x\frac{216}{x^2} + 2x^2$$

$$A = 864x^{-1} + 2x^2$$

$$A' = -864x^{-2} + 4x$$

$$\left[\frac{-864}{x^2} + 4x = 0\right].x^2$$

$$-864 + 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 864$$

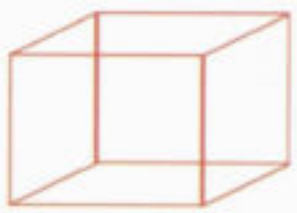
$$x^3 = 216 \overset{\text{بالجذر التكعيبي}}{\Rightarrow} x = 6\ m$$

نعوض قيمة (x) في (2)

$$h = \frac{216}{x^2}$$

$$h = \frac{216}{36}$$

$$h = 6m$$



48

خزان على شكل متوازي سطوح مستطيلة مربعة الشكل وله غطاء كامل ، جد ابعاد الخزان لتكون مساحة المادة المستعملة في صناعته اقل ما يمكن علماً ان سعة الخزان $27m^3$

2015 دور (1) خارج

2002 دور (2)

Sol : نفرض طول ضلع القاعدة $= x$

نفرض الارتفاع $= h$

المساحة الكلية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية (محيط لقاعدة × الارتفاع) + مساحة القاعدتين

$$A = 4xh + 2x^2 \ldots\ldots (1)$$ القاعدة

$$V = x^2h$$

$$27 = x^2h \Rightarrow h = \frac{27}{x^2} \ldots\ldots (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = 4x\frac{27}{x^2} + 2x^2$$



$$A = 108x^{-1} + 2x^2$$

$$A' = -108x^{-2} + 4x$$

$$\left[\frac{-108}{x^2} + 4x = 0\right].x^2$$

$$-108 + 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 108$$

$$x^3 = 27 \Rightarrow x = 3m$$

نعوض قيمة (x) في (2)

$$h = \frac{7}{x^2} = \frac{27}{9} = 3m$$

Telegram : @SadsHelp
حيـدر وليـد

49 2017 دور (2) تطبيقي/خارج

جد مساحتها اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 6cm بحيث يكون رأسه في مركز الدائرة وقاعدته توازي قطرها

Sol :



نفرض القاعدة $2x$

نفرض الارتفاع y

$$A=\frac{1}{2}(2x)y$$

$$A=xy.....(1)$$ قاعدة

$$x^2+y^2=(6)^2$$

$$x^2+y^2=36$$

$$x^2=36-y^2$$

$$x=\sqrt{36-y^2}.....(2)$$ علاقة

نعوض (2) في (1)

$$A=y\sqrt{36-y^2}$$

$$A=\sqrt{y^2(36-y^2)}$$

$$A=\sqrt{36y^2-y^4}$$

$$A'=\frac{72y-4y^3}{2\sqrt{36y^2-y^4}}$$

$$72y-4y^3=0]\div 4$$

$$18y-y^3=0$$

$$y(18-y^2)=0$$

$y=\sqrt{18}$ او $y=0$ يهمل

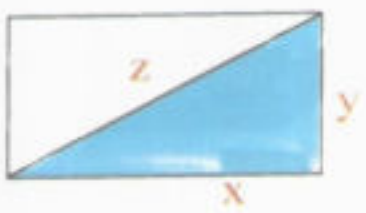
$$x=\sqrt{36-18}\Rightarrow x=\sqrt{18}$$

$$A=x.y$$

$$A=\sqrt{18}.\sqrt{18}=18\ cm^2$$

50 2017 دور (2) احيائي/موصل

مستطيل مساحتها $4cm^2$ جد ابعاده عندما يكون قطره اصغر مايمكن



$$Z^2=x^2+y^2$$

$$Z=\sqrt{x^2+y^2}.....(1)$$ قاعدة

$$x.y=4\Rightarrow y=\frac{4}{x}$$

$$y^2=\frac{16}{x^2}.....(2)$$ علاقة

نعوض (2) في (1)

$$Z=\sqrt{x^2+16x^{-2}}$$

$$Z'=\frac{2x-32x^{-3}}{2\sqrt{x^2+16x^{-2}}}$$

$$2x-32x^{-3}=0]\div 2$$

$$x-\frac{16}{x^3}=0]\ .x^3$$ in (2)

$$x^4-16=0\Rightarrow x^4=16$$

$$\boxed{x=2}$$

$$y=\frac{4}{x}=\frac{4}{2}$$

$$\boxed{y=2}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (6,8) والذي يصنع مع المحور ين الاحداثيين في الربع الاول اصغر مثلث.

51

2023 دور(1) تطبيقي

2011 خارج القطر

Sol:

القاعدة $A=\frac{1}{2}x.y$

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2$

$(0,4),(6,8)$

$$m_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m_1=\frac{8-y}{6-0}=\frac{8-y}{6}$$

$x_2\ y_2 \quad x_1\ y_1$

$(6,8),(x,0)$

$$m_2=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m_2=\frac{8-0}{6-x}=\frac{8}{6-x}$$

$m_1=m_2$

$$\frac{8-y}{6}=\frac{8}{6-x}$$

$$(8-y)(6-x)=48$$

$$\cancel{48}-8x-6y+xy=\cancel{48}$$

$$x.y=8x+6y \quad \ldots\ldots (2)$$

$$A=\frac{1}{2}(x.y)$$

$$A=\frac{1}{2}(8x+6y)$$

$$A=4x+3y$$

$$A'=4+3y^2$$

$$4+3y^{-}=0\left[3y^{-}=-4\right]\div 3$$

$$\boxed{y'=\frac{-y}{3}} \quad \therefore m=\frac{-4}{3}$$

$x_1\ y_1$

$(6,8)$ $\quad m=\frac{-4}{3}$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$\left[y-8=\frac{-4}{3}(x-6)\right]\times 3$$

$$3y-24=-4x+24$$

$$4x+3y-48=0$$

Telegram : @SadsHelp



الرياضيات

الاستاذ حيدر وليد
07701780364

حلول الاسئلة الوزارية

التكامل 4

1 الدالة المقابلة
2 تكامل الدوال الجبرية
3 التكامل المحدد
4 تكامل الدوال المثلثية
5 تكامل من نمط اخر
6 تكامل الدالة التي تحوي مطلق
7 تكامل الدالة الشطرية
8 اللوغارتم الطبيعي
9 المساحات
10 المسافة
11 الحجوم الدورانية

077 100 55555
Mob: 6561

ملازم دار المغرب





Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

1 الدالة المقابلة

اثبت ان $F(x)=1-\cos x$ هي دالة مقابلة للدالة $f(x)=\sin x$ حيث $F:\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\to R$: جد حسب المبرهنة الاساسية للتكامل $\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\,dx$

1

Sol :

الدالة f(x) مستمرة وقابلة للاشتقاق على R

$F(x)=1-\cos x$

$f'(x)=\sin x=f(x)$

$\therefore F$ هي دالة المقابلة

2017 دور (1) احيائي - داخل

$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x\,dx$

2020 دور (1) احيائي

$=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x\,dx$

$=-\left[\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{6}}$

$=-\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right]$

اذا كانت الدالة $f(x)$ دالة مستمرة على الفترة $[1,4]$ بحيث ان $F(x)=2x^3$ مقابلة لها جد $\int_1^4 f(x)\,dx$

2

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$\int_1^4 f(x)\,dx=\left[f(x)\right]_1^4=\left[2x^3\right]_1^4$

$=(128)-(2)=126$

اذا كانت f دالة مستمرة على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ بحيث ان $F:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow R\ ,F(x)=\sin x$ هي دالة مقابلة للدالة f جد $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)$

3

2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)=\left[F(x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=\left[(\sin x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0$

$=1-0=1$

اذا كانت الدالة $F(x)=2\sin 4x$ دالة مقابلة للدالة $f(x)$ المستمرة على الفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ جد $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$

4

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=\left[2\sin 4x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=2\sin 2\pi-2\sin 0$

$=0$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

5

اذا كانت $F(x)=\sqrt{7+x^2}$ اثبت انها دالة مقابلة للدالة $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{7+x^2}}$ ثم جد $\int_1^3 f(x)\,dx$ علما انهما مستمرتين على الفترة $[1\,3]$

2019 دور (1) تطبيقي - خارج

$$F(x)=\sqrt{7+x^2}=(7+x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$F'(x)=\frac{1}{2}(7+x^2)^{-\frac{1}{2}}.2x$$

$$F'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{7+x^2}}$$

$$F(x)=\frac{x}{\sqrt{7+x^2}}=f(x)$$

$$\int_1^3 f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_1^3$$

$$\left[\sqrt{7+x^2}\right]_1^3=\left[\sqrt{7+(3)^2}-\sqrt{7+(1)^2}\right]$$

$$\left[\sqrt{7+9}-\sqrt{8}\right]$$

$$\sqrt{16}-\sqrt{8}=4-2\sqrt{2}$$

6

اذا كانت $\int_c^b f(x)\,dx=3\ ,\ \int_a^b f(x)\,dx=5$

وكانت $c\in[a,b]$ جد قيمة $\int_a^c f(x)\,dx$

2008 دور (1)

Sol :

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx$$

$$5=\int_a^c f(x)\,dx+3$$

$$\int_a^c f(x)\,dx=2$$

7

جد قيمة التكامل $\int_{-1}^{4}[8-2f(x)]\,dx$ اذا كان $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx=2$

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$$\int_{-1}^{4}[8-2f(x)]\,dx\Rightarrow$$

$$=\int_{-1}^{4}8\,dx-\int_{-1}^{4}[2f(x)]\,dx$$

$$=[8x]_{-1}^{4}-2\int_{-1}^{4} f(x)\,dx$$

$$=[(32)-(-8)-2(2)]$$

$$=40-4=36$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

8

2016 دور (1)

2019 دور (2) احيائي

$f(x)$ دالة مستمرة على الفترة $[-2,6]$

فاذا كان $\int_1^6 f(x)\,dx = 6$ وكان

$\int_{-2}^{5}[f(x)+3]\,dx = 32$ جد $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$

Sol :

$$\int_{-2}^{6}[f(x)+3]\,dx = 32$$

$$\int_{-2}^{6}[f(x)]\,dx + \int_{-2}^{6}[3]\,dx = 32$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{6}[f(x)]\,dx + [3x]_{-2}^{6} = 32$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{6}[f(x)]\,dx + (18) - (-6) = 32$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{6}[f(x)]\,dx + 24 = 32$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{6}[f(x)]\,dx = 8$$

$$\int_{-2}^{6} f(x) = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{6} f(x)\,dx$$

$$8 = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + 6$$

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = 2$$

9

2020 تمهيدي احيائي

اثبت ان $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ حيث $F:R \to R$

هي دالة مقابلة للدالة $f(x) = \cos 2x$

ثم جد $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x\,dx$ حيث $f:R \to R$

Sol :

① $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ مستمرة على R

$\therefore$ مستمرة بالفترة $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

② $F'(x) = \cos 2x = f(x)$

$\therefore F(x)$ هي دالة مقابلة للدالة $f(x)$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x\,dx = \left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}\sin 2\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\sin 0$$

$$= \frac{1}{2}(1) - 0$$

$$= \frac{1}{2}$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

2 تكامل الدوال الجبرية

1 جد $\int (4x+6)\sqrt{2x+3}\ dx$

2010 تمهيدي
2016 دور (3)

Sol :

$$\int (4x+6)\sqrt{2x+3}\ dx$$

$$= \int 2(2x+3)(2x+3)^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$= 2\int (2x+3)^{\frac{3}{2}}\ dx$$

$$= \frac{2}{5}(2x+3)^{\frac{5}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{5}\sqrt{(2x+3)^5} + c$$

2 جد $\int \frac{dx}{\sqrt{2x}\sqrt{3+\sqrt{x}}}$

2012 دور (2)
2023 د١ - تطبيقي

Sol : $\int \frac{dx}{\sqrt{2x}\sqrt{3+\sqrt{x}}}$

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{2}\sqrt{x}\sqrt{3+\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\int \left(3+x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{-1}{2}} \underbrace{x^{\frac{-1}{2}}\ dx}_{\text{يهمل}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}\int \left(3+x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{-1}{2}} \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}}dx$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}(2)\left(3+x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + c$$

$$= 2\sqrt{2}\sqrt{3+\sqrt{x}} + c$$

3 جد التكامل التالي $\int \frac{3x-6}{\sqrt[3]{x-2}}\ dx$

2015 دور (2)

Sol:

$$\int \frac{3x-6}{\sqrt[3]{x-2}}\ dx$$

$$= \int \frac{3(x-2)}{(x-2)^{\frac{1}{3}}}\ dx$$

$$= 3\int (x-2)^{\frac{2}{3}}\ dx$$

$$= 3\left(\frac{3}{5}\right)(x-2)^{\frac{5}{3}} + c$$

$$= \frac{9}{5}\sqrt[3]{(x-2)^5} + c$$

4 جد $\int \frac{x}{(3x^2+7)^4}$

2017 دور (1) تطبيقي موصل

Sol :

$$\frac{1}{6}\int 6x(3x^2+7)^{-4}dx$$

$$\frac{1}{6}\frac{(3x^2+7)^{-3}}{-3} + c$$

$$\frac{-1}{18(3x^2+7)^3} + c$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 جد $\int \sqrt[3]{x^5 - x^3}\,dx$

2018 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$\int \sqrt[3]{x^3(x^2-1)}dx$

$\int x\sqrt[3]{x^2-1}dx$

$\frac{1}{2}\int 2x(x^2-1)^{\frac{1}{3}}dx$

$\frac{1}{2}(x^2-1)^{\frac{1}{3}}.\frac{3}{4}+c$

$\frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2-1)^4}+c$

6 جد $\int \frac{(3-\sqrt{5x})^7}{\sqrt{7x}}dx$

2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

$\int \frac{(3-\sqrt{5}\sqrt{x})^7}{\sqrt{7}\sqrt{x}}dx$

$\frac{1}{\sqrt{7}}\frac{-2}{\sqrt{5}}\int \frac{-\sqrt{5}}{2}\frac{(3-\sqrt{5}\sqrt{x})^7}{\sqrt{x}}$ مشتقة داخل القوس

$\frac{-2}{\sqrt{35}}.\frac{(3-\sqrt{5x})^8}{8}+c$

$\frac{-1}{4\sqrt{35}}(3-\sqrt{5x})^8+c$

7 جد $\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\,dx$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$\int \sqrt[3]{x^3(3-5x^2)}dx \Rightarrow$

$\int x\sqrt[3]{3-5x^2}dx \Rightarrow$

$\frac{-1}{10}\int -10x(3-5x^2)^{\frac{1}{3}}dx$

$\frac{-1}{10}.\frac{3}{4}(3-5x^2)^{\frac{4}{3}}+c$

$\frac{-3}{40}(\sqrt[3]{(3-5x^2)^4})+c$

8 جد $\int \frac{\sqrt{\sqrt{x}-x}}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

2019 دور (2) احيائي

Sol :

$\int \frac{\sqrt{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

$\int \frac{\sqrt[4]{x}\sqrt{(1-\sqrt{x})}}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

$\int -2\frac{1(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{-2\sqrt{x}}dx$

$-2.\frac{2}{3}(1-\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}+c$

$\frac{-4}{3}\sqrt{(1-\sqrt{x})^3}+c$

MATHEMATIC

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

9 $\int \frac{(3x^2-4)^2-16}{x^2}\,dx$

2017 دور (3) تطبيقي

Sol:

$$\int \frac{(3x^2-4)^2-16}{x^2}\,dx$$

$$=\int \frac{9x^4-24x^2+16-16}{x^2}\,dx$$

$$=\int \frac{9x^4-24x^2}{x^2}\,dx$$

$$=\int \frac{x^2(9x^2-24)}{x^2}\,dx$$

$$=\int (9x^2-24)\,dx$$

$$=3x^3-24x+c$$

10 جد $\int x(x^2+3)^3dx$

2003 دور (1)

Sol :

$$\int x(x^2+3)^3dx=\frac{1}{2}\int (x^2+3)^3 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{8}(x^2+3)^4+c$$

11 جد $\int x(x^2+1)^{\frac{3}{4}}dx$

2007 دور (1)

Sol : $\int x(x^2+1)^{\frac{3}{4}}dx$

$$=\frac{1}{2}\int 2x(x^2+1)^{\frac{3}{4}}dx$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}(x^2+1)^{\frac{7}{4}}+c$$

$$=\frac{2}{7}\sqrt[4]{(x^2+1)^7}+c$$

12 $\int x\sqrt[5]{\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^5}}\,dx$

2021 دور (1) احيائي

Sol:

$$=\int x\sqrt[5]{\frac{x-2}{x^5}}\,dx$$

$$=\int x\frac{\sqrt[5]{x-2}}{x}\,dx \qquad =\int (x-2)^{\frac{1}{5}}\,dx$$

$$=\frac{(x-2)^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}}+c \qquad =\frac{5}{6}(x-2)^{\frac{6}{5}}+c$$

13 $\int (6x+15)\sqrt{2x+5}\,dx$

2022 دور 2 احيائي

$$\int 3(2x+5)\,(2x+5)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$\frac{3}{2}\int 2(2x+5)^{\frac{3}{2}}\,dx$$

$$\frac{2}{2}\,(2x+5)^{\frac{5}{2}}\cdot\frac{2}{5}+c$$

$$\frac{3}{5}\sqrt{(2x+5)^5}+c$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

3 التكامل المحدد

1 جد $\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}\,dx$

2000 دور (2)
2002 دور (1)
2005 دور (2)

Sol :

$$\int_0^4 x(x^2+9)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^4 2x(x^2+9)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$=\left[(\frac{1}{2})(\frac{2}{3})(x^2+9)^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$$

$$=\frac{1}{3}\left[\sqrt{(x^2+9)^3}\right]_0^4$$

$$=\frac{1}{3}\left[\sqrt{(x^2+9)^3}\right]_0^4$$

$$=\frac{1}{3}\left[\sqrt{(16+9)^3}-\sqrt{(0+9)^3}\right]$$

$$=\frac{1}{3}(125-27)=\frac{98}{3}$$

2 جد قيمة $\int_0^4 \sqrt{x^2+5x}\,(2x+5)\,dx$

2001 دور (1)

Sol :

$$\int_0^4 \sqrt{x^2+5x}\,(2x+5)\,dx$$

$$=\int_0^4 (x^2+5x)^{\frac{1}{2}}(2x+5)\,dx$$

$$=\frac{2}{3}\left[(x^2+5x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$$

$$=\frac{2}{3}\left[\sqrt{(x^2+5x)^3}\right]_0^4$$

$$=\frac{2}{3}\left(\sqrt{(36)^3}-\sqrt{(0)^3}\right)=\frac{2}{3}(216)$$

$$=144$$

3 جد $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx$

2009 دور (1)

Sol : $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2}$

$$=\int_0^1 x(x^2+1)^{-2}\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1 2x(x^2+1)^{-2}dx$$

$$=-\frac{1}{2}\left[(x^2+1)^{-1}\right]_0^1$$

$$=-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x^2+1}\right]_0^1$$

$$=-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}-1\right]$$

$$=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=+\frac{1}{4}$$

4 جد قيمة $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x^3+x^2}}\,dx$

2009 دور (2)
2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x^3+x^2}}\,dx$$

$$\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x^2(x+1)}}\,dx=\int_3^8 \frac{x}{x\sqrt{(x+1)}}\,dx$$

$$=\int_3^8 \frac{x}{x\sqrt{(x+1)}}\,dx=\int_3^8 (x+1)^{\frac{-1}{2}}\,dx$$

$$=2\left[(x+1)^{\frac{1}{2}}\right]_3^8=2\left[\sqrt{x+1}\right]_3^8$$

$$=2(3-2)=2$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

5 $\int_{-1}^{+1} \sqrt[3]{3x^3-2x^5}\,dx$ جد

2001 دور (2) — 2001 خارج — 2004 دور (2)

Sol :

$$\int_{-1}^{+1} \sqrt[3]{x^3(3-2x^2)}\,dx$$

$$= \int_{-1}^{1} x(3-2x^2)^{\frac{1}{3}}\,dx$$

$$= \frac{-1}{4}\int_{-1}^{1}(-4)(x)(3-2x^2)^{\frac{1}{3}}\,dx$$

$$= \frac{-1}{4}\frac{3}{4}\left[(3-2x^2)^{\frac{4}{3}}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \frac{-3}{16}(1-1) = 0$$

6 $\int_{0}^{4} \sqrt{x}\,(x+6)\,dx$ جد قيمة

2002 دور (2)

Sol:

$$\int_{0}^{4}(x)^{\frac{1}{2}}\,(x+6)\,dx = \int_{0}^{4}\left(x^{\frac{3}{2}}+6x^{\frac{1}{2}}\right)dx$$

$$= \left[\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+(6)\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{4}$$

$$= \left[\frac{2}{5}\sqrt{x^5}+4\sqrt{x^3}\right]_{0}^{4}$$

$$= \left(\frac{2}{5}\sqrt{(4)^5}+4\sqrt{(4)^3}-0\right)$$

$$= \frac{64}{5}+32$$

$$= \frac{224}{5}$$

7 $\int_{0}^{1} \frac{dx}{9-12x+4x^2}$ جد

2003 دور (2)

Sol :

$$\int_{0}^{+1} \frac{dx}{9-12x+4x^2}$$

$$= \int_{0}^{+1} \frac{dx}{(3-2x)^2} = \int_{0}^{+1}(3-2x)^{-2}dx$$

$$= -\frac{1}{2}\int_{0}^{+1}(-2)(3-2x)^{-2}dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[(3-2x)^{-1}\right]_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3-2x}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3-2}-\frac{1}{3}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

8 $\int_{1}^{2} \frac{1}{(5-2x)^2}\,dx$ جد

2006 دور (1)

Sol : $\int_{1}^{2} \frac{dx}{(5-2x)^2} = \int_{1}^{2}(5-2x)^{-2}dx$

$$= -\frac{1}{2}\int_{1}^{2}(5-2x)^{-2}(-2)\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[(5-2x)^{-1}\right]_{1}^{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{5-2x}\right]_{1}^{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5-4}-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

9 جد $\int_3^2 \frac{x^3-1}{x-1}\,dx$

2015 دور (4) رصافة
2017 تمهيدي - احيائي

Sol :

$$\int_3^2 \frac{x^3-1}{x-1}\,dx = -\int_2^3 \frac{x^3-1}{x-1}\,dx$$

$$= -\int_2^3 \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)}\,dx$$

$$= -\int_2^3 (x^2+x+1)\,dx$$

$$= -\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_2^3$$

$$= -\left[\left(9+\frac{9}{2}+3\right)-\left(\frac{8}{3}+2+2\right)\right]$$

$$= -\left[12+\frac{9}{2}-\frac{8}{3}-4\right]$$

$$= -8-\frac{9}{2}+\frac{8}{3}$$

$$= \frac{-48-27+16}{6}$$

$$= \frac{-59}{6}$$

2023 تمهيدي/احيائي

10 اثبت ان $\int_1^8 \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x}-1}}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = 2$

2015 دور (2) خارج
2019 دور (1) احيائي
2022 دور (1) احيائي

Sol:

$$\int_1^8 \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x}-1}}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$$

$$= \int_1^8 (x^{\frac{1}{3}}-1)^{\frac{1}{2}} x^{\frac{-2}{3}}\,dx$$

$$= 3\int_1^8 (x^{\frac{1}{3}}-1)^{\frac{1}{2}} \underbrace{\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}}\,dx$$

مشتقة داخل القوس

$$= \left[3\left(\frac{2}{3}\right)(x^{\frac{1}{3}}-1)^{\frac{3}{2}}\right]_1^8$$

$$= \left[2\sqrt{(\sqrt[3]{x}-1)^3}\right]_1^8$$

$$= \left(2\sqrt{(\sqrt[3]{8}-1)^3}\right)-\left(2\sqrt{(\sqrt[3]{1}-1)^3}\right)$$

$$= \left(2\sqrt{(1)^3}\right)-\left(2\sqrt{(0)^3}\right)$$

$$= 2$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

11 جد $\int_0^1 \sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^2 dx$

2017 دور (1) أحيائي ـ متواصل
1996 دور (2)

Sol :

$$\int_0^1 \sqrt{x}(x+4\sqrt{x}+4)dx$$

$$\int_0^1 (x^{\frac{3}{2}}+4x+4x^{\frac{1}{2}})dx$$

$$=\left[\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+2x^2+\frac{8}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^1$$

$$=\left[\frac{2}{5}+2+\frac{8}{3}\right]-[0]$$

$$=\frac{6+30+40}{15}=\frac{76}{15}$$

12 جد $\int_4^0 x(x-1)(x-2)\,dx$

2018 دور (1) تطبيقي ـ داخل

Sol:

$$\int_4^0 x(x-1)(x-2)\,dx$$

$$=-\int_0^4 x(x^2-3x+2)\,dx$$

$$=-\int_0^4 (x^3-3x^2+2x)\,dx$$

$$=-\left[\frac{x^4}{4}-x^3+x^2\right]_0^4$$

$$=-[(64-64+16)-(0)]$$

$$=-16$$

13 جد $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx$

1996 دور (1)

Sol : $\int_0^3 (x+1)^{-\frac{1}{2}}\,dx$

$$=2\left[(x+1)^{\frac{1}{2}}\right]_0^3$$

$$=2\left[\sqrt{x+1}\right]_0^3=2(2-1)$$

$$=2$$

14 $\int_1^3 \frac{2x^3-4x^2+5}{x^2}\,dx$

$$\int_1^3 \left(\frac{2x^3}{x^2}-\frac{4x^2}{x^2}+\frac{5}{x^2}\right)dx$$

2020 تمهيدي تطبيقي

$$\int_1^3 (2x-4+5x^{-2})\,dx$$

2023 د١ ـ تطبيقي

$$=\left[x^2-4x-5x^{-1}\right]_1^3$$

$$=\left[x^2-4x-\frac{5}{x}\right]_1^3$$

$$=\left[(3)^2-4(3)-\frac{5}{3}\right]-[1-4-5]$$

$$=\left[9-12-\frac{5}{3}\right]-[1-9]$$

$$=\left[-3-\frac{5}{3}\right]-8$$

$$5-\frac{5}{3}=\frac{15-5}{3}=\frac{10}{3}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

15 $\int_4^1 \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)\,dx$

$$= -\int_1^4 \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)\,dx$$

$$= -\int_1^4 x+\sqrt{x}\,dx$$

$$= -\int_1^4 x+x^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$= -\left[\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4$$

$$= -\left[\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right]_1^4$$

$$= -\left[\left[\frac{16}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{(4)^3}\right]-\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{1}\right]\right]$$

$$= -\left[\left[8+\frac{2}{3}(2)^3\right]-\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right]\right]$$

$$= -\left[\left[8+\frac{2}{3}(8)\right]-\left[\frac{3+4}{6}\right]\right]$$

$$= -\left[\left[8+\frac{16}{3}\right]-\left[\frac{7}{6}\right]\right]$$

$$= -\left[\left[(8+\frac{16}{3}-\frac{7}{6})\right]\right.$$

$$= -\left[\frac{48+32-7}{6}\right] = -\left[\frac{73}{6}\right]$$

16 $\int \frac{\sqrt{x-3}}{2x-6}\,dx$

2021 دور (2) احيائي

$$\int \frac{(x-3)^{\frac{1}{2}}}{2(x-3)}dx$$

$$\frac{1}{2}\int (x-3)^{\frac{1}{2}}.(x-3)^{-1}$$

$$\frac{1}{2}\int (x-3)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{1}{2}\left[2(x-3)^{\frac{1}{2}}\right]+c$$

$$\sqrt{x-3}+c$$

17 جد : $\int \frac{x^4-8x}{x-2}\,dx$

2022 تمهيدي احيائي

$$\int \frac{x(x^3-8)}{x-2}\,dx$$

$$\int \frac{x(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}\,dx$$

$$\int (x^3+2x^2+4x)dx$$

$$= \frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+2x^2+c$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

4 تكامل الدوال المثلثية

جد التكامل التالي

1 $\int(\sin x - 3\sec^2 x)\,dx$

1996 دور (1)

Sol :

$$\int(\sin x - 3\sec^2 x)\,dx$$
$$= -\cos x - 3\tan x + c$$

2 جد $\int \cos 6x \cos 3x\ dx$

1996 دور (1)

Sol :

$$\int(1-2\sin^2 3x)\cos 3x\,dx$$
$$=\int \cos 3x\ dx - 2\int \sin^2 3x \cos 3x\ dx$$
$$=\frac{1}{3}\left(\int \cos 3x(3)\,dx - 2.\frac{1}{3}\int \sin^2 3x 3\cos 3x\ dx\right)$$
$$=\frac{1}{3}\sin 3x - \frac{2}{9}\sin^3 3x + c$$

$\int(\sec x - \sin x)(\sec x + \sin x)\,dx$
جد التكامل

3

1996 دور (2)

Sol:

$$=\int(\sec^2 x - \sin^2 x)\,dx$$
$$=\int \sec^2 x - (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x)dx$$
$$=\int\left[\sec^2 x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x\right]dx$$
$$= \tan x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

4 جد $\int \cos 2x \sin^2 x\ dx$

1997 دور (1)

Sol:

$$\int \cos 2x \sin^2 x\ dx$$
$$=\int \cos 2x.\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x\right)dx$$
$$=\int\left(\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\cos^2 2x\right)dx$$
$$=\int\left[\frac{1}{2}\cos 2x - (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(1+\cos 4x)\right]dx$$
$$=\int\left[\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos 4x\right]dx$$
$$=\frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{16}\sin 4x + c$$

5 $\int(1+\cos 3x)^2\,dx$

1997 دور (2)
2013 دور (2)

Sol : $\int(1+\cos 3x)^2\,dx$

$$=\int(1+2\cos 3x+\cos^2 3x)\,dx$$
$$=\int\left[1+2\cos 3x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 6x\right]dx$$
$$=\int\left[\frac{3}{2}+2\cos 3x+\frac{1}{2}\cos 6x\right]dx$$
$$=\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}\sin 3x+\frac{1}{12}\sin 6x+c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

6 جد $\int(\cos x-\sin 2x)^2\,dx$

1998 دور (1)

Sol:

$$\int(\cos x-\sin 2x)^2\,dx$$

$$=\int(\cos^2 x-2\sin 2x\cos x+\sin^2 2x)\,dx$$

$$=\int\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x-(2)2\sin x\cos x.\cos x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4x\right]dx$$

$$=\int\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x-4\cos^2 x\sin x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4x\,\,dx$$

$$=\int\left(1+\frac{1}{2}\cos 2x-4\cos^2 x\sin x-\frac{1}{2}\cos 4x\right)dx$$

$$=x+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{4}{3}\cos^3 x-\frac{1}{8}\sin 4x+c$$

7 جد $\int(\sin^2 x+\cos^4 x)\,dx$

Sol :

1999 دور (2)

$$\int\sin^2 x+\cos^2 x\cos^2 x\,\,dx$$

$$\int\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x)(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x)dx$$

$$\int\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}\cos^2 2xdx$$

$$\int\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cancel{\cos 2x}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cancel{\cos 2x}+\frac{1}{4}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x)$$

$$\int\frac{3}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cos 4xdx$$

$$\int\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\cos 4xdx$$

$$\int\frac{7}{8}+\frac{1}{32}\sin 4x+c$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

8 جد $\int \sin^4 x\, dx$

2000 دور (1)

Sol:

$$= \int \sin^2 x \ \sin^2 x \ dx$$

$$= \int (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x)(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x)dx$$

$$= \int (\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos 2x - \frac{1}{4}\cos 2x + \frac{1}{4}\cos^2 2x)dx$$

$$= \int (\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{4}\cos^2 2x)dx$$

$$= \int \frac{1}{4}\, dx - \int \frac{1}{2}\cos 2x \ dx + \int \frac{1}{4}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x)dx$$

$$= \int \frac{1}{4}\, dx - \int \frac{1}{2}\cos 2x \ dx + \int (\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\cos 4x)dx$$

$$= \int \frac{1}{4}\, dx - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\int 2dx \cos 2x dx + \int \frac{1}{8}dx + \frac{1}{8}.\frac{1}{4}\int 4\cos 4x dx$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

$$= \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

9 جد $\int \sin^2 x.\cos^2 x \ dx$

2001 دور (1)

Sol:

$$= \int (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x)(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x)dx$$

$$= \int (\frac{1}{4} + \cancel{\frac{1}{4}\cos 2x} - \cancel{\frac{1}{4}\cos 2x} - \frac{1}{4}\cos^2 2x)dx$$

$$= \int (\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos^2 2x)\ dx$$

$$= \int \left[(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x)\right] dx$$

$$= \int (\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{8}\cos 4x)\ dx$$

$$= \int \frac{1}{8}\ dx - \frac{1}{8}.\frac{1}{4}\int 4\cos 4x\ dx$$

$$= \frac{1}{8}x - \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

10 $\int(\sin^2 x+1)\,dx$ جد

2006 تمهيدي

Sol:

$$\int(\sin^2 x+1)\,dx$$

$$=\int\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+1\right]dx$$

$$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+x+c$$

$$=\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+c$$

11 $\int \sin 2x\cos^2 x\,dx$

2007 دور (2)

Sol :

$$\int 2\cos x\sin x.\cos^2 x\,dx$$

$$-2\int-\sin x\cos^3 x\,dx$$

$$=-\cancel{2}\frac{\cos^4 x}{\cancel{4}}+c$$

$$=\frac{-1}{2}\cos^4 x+c$$

12 $\int \tan 2x\sec^3 2x\,dx$ جد

2008 خارج القطر

Sol :

$$\int \tan 2x\sec^3 2x\,dx$$

$$\int \sec^2 2x\,.\,\sec 2x\tan 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\int \sec^2 x(2)\sec 2x\tan 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{6}\sec^3 2x+c$$

13 $\int \cos^3 x\,dx$ جد

2008 خارج القطر

Sol :

$$\int \cos^3 x\,dx=\int \cos x.\cos^2 x\,dx$$

$$=\int \cos x\left(1-\sin^2 x\right)dx$$

$$=\int\left(\cos x-\sin^2 x\cos x\right)dx$$

$$=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x+c$$

2019 دور (3) احيائي

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

14 جد $\int \cos^2 2x \sin x \, dx$

2008 دور (2)

Sol:

$$\int \cos^2 2x \sin x \, dx$$

$$= \int (\cos 2x)^2 \sin x \, dx$$

$$= \int (2\cos^2 x - 1)^2 \sin x \, dx$$

$$= \int (4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1) \sin x \, dx$$

$$= 4\int \cos^4 x \sin x \, dx - 4\int \cos^2 x \sin x \, dx + \int \sin x \, dx$$

$$= -4\int \cos^4 x(-1)\sin x \, dx + 4\int \cos^2 x(-1)\sin x \, dx + \int \sin x \, dx$$

$$= \frac{-4}{5}\cos^5 x + \frac{4}{3}\cos^3 x - \cos x + c$$

15 جد $\int \tan 3x \sec^5 3x \, dx$

2010 تمهيدي

Sol:

$$\int \tan 3x \sec^5 3x \, dx$$

$$= \int \sec^4 3x \sec 3x \tan 3x \, dx$$

$$= \frac{1}{3}\int \sec^4 3x \underbrace{(3)\sec 3x \tan 3x \, dx}_{\text{مشتقة داخل القوس (تهمل)}}$$

$$= \frac{1}{15}\sec^5 3x + c$$

16 جد $\int \frac{\cos^3 x}{1-\sin x} dx$

2010 تمهيدي
2014 خارج القطر
2021 دور (2) احيائي

Sol:

$$\int \frac{\cos^3 x}{1-\sin x} dx = \int \frac{\cos x . \cos^2 x}{1-\sin x} dx$$

2022 دور (1) احيائي

$$= \int \frac{\cos x.(1-\sin^2 x)}{1-\sin x} dx$$

$$= \int \frac{\cos x \cancel{(1-\sin x)}(1+\sin x)}{\cancel{1-\sin x}} dx$$

$$= \int (1+\sin x)\cos x$$

$$= \int (\cos x + \cos x . \sin x) \, dx$$

$$= \sin x - \frac{\cos^2 x}{2} c$$

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

17 $\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^3 x} dx$

2010 دور (2) احيائي - خارج
2017 دور (3) احيائي - داخل
2023 تطبيقي تمهيدي

Sol:

$$\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^3 x} dx$$

$$= \int \tan^{-3} x \sec^2 x \, dx$$

$$= -\frac{1}{2}\tan^{-2} x + c = \frac{-1}{2\tan^2 x} + c$$

2018 دور (2) احيائي

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

18 $\int \cot x \csc^3 x \, dx$

2012 دور (2)
2019 تمهيدي احيائي

Sol:

$$\int \cot x \csc^3 x \, dx$$
$$= \int \csc^2 x \left(\csc x \cot x\right) dx$$
$$= -\int \csc^2 x \left(-\csc x \cot x\right) dx$$
$$= -\frac{1}{3}\csc^3 x + c$$

19 $\int \sqrt{1-\sin 2x} \, dx$

2013 خارج القطر
2014 دور (4) الانبار
2019 دور (2) تطبيقي
2017 دور (1) احيائي - موصل

Sol:

$$\int \sqrt{1-\sin 2x} \, dx$$
$$= \int \sqrt{\left(\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right)} \, dx$$
$$= \int \sqrt{\left(\sin x - \cos x\right)^2} \, dx$$

2022 دور 2 احيائي

$$= \pm \int \left(\sin x - \cos x\right) dx$$
$$= \pm\left(-\cos x - \sin x\right) + c$$

20 $\int \csc^2 x . \cos x \, dx$

2013 دور (1)
2017 دور (1) تطبيقي - موصل

Sol :

$$\int \sin^{-2} x \underbrace{\cos x}_{\text{يهمل}} \, dx$$
$$= \frac{\sin^{-1} x}{-1} + c$$
$$= \frac{-1}{\sin x} + c$$
$$= -\csc x + c$$

21 $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} \, dx$

2014 دور (1)
2015 دور (1)
2017 دور (2) تطبيقي - داخل
2017 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol:

$$\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} \, dx$$
$$= \int \frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\cos 2x - \sin 2x} \, dx$$
$$= \int \frac{\left(\cos 2x - \sin 2x\right)\left(\cos 2x + \sin 2x\right)}{\cos 2x - \sin 2x} \, dx$$
$$= \int \left(\cos 2x + \sin 2x\right) dx$$
$$= \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x + c$$

2017 دور (2) احيائي - موصل
2019 دور (1) تطبيقي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

22 $\int \sin 6x \cos^2 3x \, dx$

2014 دور (3)

2016 دور (1)

Sol:

$$\int \sin 6x \cos^2 3x \, dx$$

$$= \int 2\sin 3x \cos 3x . \cos^2 3x \, dx$$

$$= 2\int \cos^3 x \sin 3x \, dx$$

$$= 2\left(\frac{-1}{3}\right)\int \cos^3 3x(-3) \sin 3x \, dx$$

$$= \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{4}\cos^4 3x + c$$

2020 دور (1) احيائي

$$= \frac{-1}{6}\cos^4 3x + c$$

23 $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} \, dx$

2015 دور (1) نازحين

Sol:

$$\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} \, dx$$

$$= \int (\sin x)^{\frac{-1}{3}} \cos x \, dx$$

$$= \frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{2}{3}} + c$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt[3]{\sin^2 x} + c$$

24 جد التكاملات التالية $\int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1-\cos^2 2x} \, dx$

2016 دور (1)

Sol:

$$= \int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1-\cos^2 2x} \, dx \Rightarrow = \int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{\sin^2 2x} \, dx$$

$$= \int (\cot 2x)^{\frac{1}{2}} \csc^2 2x \, dx$$

$$= \frac{-1}{2}\int (\cot 2x)^{\frac{1}{2}}(-2)\csc^2 2x \, dx$$

2016 دور (3) خارج

2017 تمهيدي تطبيقي

$$= \frac{-1}{2}.\frac{2}{3}\cot^{\frac{3}{2}} 2x + c$$

$$= -\frac{1}{3}\sqrt{\cot^3 2x} + c$$

25 $\int 9x^2 \sin x^3 \, dx$

2017 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$3\int \underbrace{3x^2}_{\text{يهمل}} \sin x^3$$

$$= 3(-\cos x^3) + c$$

$$= -3\cos x^3 + c$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

26 $\int(\cos^4 x - \sin^4 x)\,dx$

2017 دور (1) احيائي/خارج

Sol :

$\int(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)\,dx$

قانون ذهبي = 1

$\int(\cos^2 x - \sin^2 x)\,dx$

2022 دور 2 تطبيقي

قانون = cos2x

$\frac{1}{2}\int 2\cos 2x\,dx$

$= \frac{1}{2}\sin 2x + c$

27 $\int x^2 \sin x^3 dx$

2017 دور (3) احيائي

Sol :

2022 دور (1) تطبيقي

$\frac{1}{3}\int 3x^2 \sin x^3 dx$

$\frac{1}{3}(-\cos x^3) + c$

$\frac{-1}{3}\cos x^3 + c$

28 $\int(\tan x + \tan^3 x)\,dx$

2018 دور (2) احيائي - خارج

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$\int(\tan x + \tan^3 x)\,dx$

$= \int \underbrace{\tan x}_{\text{عامل مشترك}}(1 + \tan^2 x)\,dx$

$= \int \tan x.\sec^2 x = \frac{1}{2}\tan^2 x + c$

29 $\int \sin^2 9x\,dx$

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol:

$\int \sin^2 9x\,dx$

$= \int \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 18x$

$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{36}\sin 18x + c$

30 $\int \frac{\sin^3 x}{1-\cos x}\,dx$ جد

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol:

$\int \frac{\sin^3 x}{1-\cos x}\,dx = \int \frac{\sin x.\sin^2 x}{1-\cos x}\,dx$

$= \int \frac{\sin x(1-\cos^2 x)}{1-\cos x}\,dx$

$= \int \frac{\sin x(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x}\,dx$

$\int \sin x + \sin x \underbrace{\cos x}_{\text{يهمل}}\,dx$

$= \cos x + \frac{\sin^2 x}{2} + c$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

31 $\int \cos^4 3x\ dx$

2018 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol:

$$\int \cos^4 3x dx = \int \cos^2 3x.\cos^2 3x dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 6x\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 6x\right) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{4}\cos 6x+\frac{1}{4}\cos 6x}_{\text{جمع}}+\frac{1}{4}\cos^2 6x\right) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cos 6x+\frac{1}{4}\cos^2 6x\right) dx$$

مباشر جدول مشكلة

$$= \int \frac{1}{4} dx + \int \frac{1}{2}\cos 6x + \frac{1}{4}\int \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 12x\right) dx$$

قانون (حل المشكلة)

$$= \int \frac{1}{4} dx + \frac{1}{2}.\frac{1}{6}\int 6\cos 6x dx + \int \frac{1}{8} dx + \frac{1}{8}.\frac{1}{12}\int 12\cos 12x dx$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}\sin 6x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{96}\sin 12x + c$$

$$= \frac{3}{8}x + \frac{1}{12}\sin 6x + \frac{1}{96}\sin 12x + c$$

32 $\int (3-\sin x)^2\ dx$

2020 دور (1) تطبيقي

$$\int (9 - 6\sin x + \sin^2 x)\ dx$$

$$\int \left(9 - 6\sin x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x\right) dx$$

$$= 9x + 6\cos x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

$$\frac{19}{2}x + 6\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

33 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x.\sin^2 x\ dx$

2018 دور (1) احيائي - خارج

2023 دور(2) احيائي

Sol:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 2x.\sin^2 x\ dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2\sin x\cos x.\sin^2 x\ dx$$

$$= 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x\cos x\ dx$$

$$= \frac{2}{4}\left[\sin^4 x\right]_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^4 - (\sin 0)^4\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{32}$$

34 $\int \frac{\cos 6x}{\cos 3x - \sin 3x}\ dx$

2019 دور (2) احيائي

Sol :

$$\int \frac{\cos^2 3x - \sin^2 3x}{\cos 3x - \sin 3x}\ dx$$

$$\int \frac{(\cos 3x + \sin 3x)(\cancel{\cos 3x - \sin 3x})}{\cancel{(\cos 3x - \sin 3x)}}\ dx$$

$$\int (\cos 3x + \sin 3x)\ dx$$

$$\frac{1}{3}\sin x - \frac{1}{3}\cos 3x + c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

35 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$

1996 دور (2)

Sol :

$$\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[-\cos\frac{\pi}{2} + \cos 0\right]$$
$$= 0 + 1 = 1$$

36 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)^2 dx$ جد

2010 دور (1) — 2019 دور(1) تطبيقي

Sol:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)^2 dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x)\, dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin 2x)\, dx \quad = \left[x - \frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\cos\pi\right) - \left(0 - \frac{1}{2}\cos 0\right)$$
$$= \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + 1$$

37 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$ جد

Sol:

2013 دور (3)
2014 دور (2)
2018 دور (3) احيائي - داخل
2022 تمهيدي احيائي

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x . \sec^2 x \, dx$$
$$= \frac{1}{2}\left[\tan^2 x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$
$$= \frac{1}{2}(\tan\frac{\pi}{4})^2 - (\tan 0)^2 = \frac{1}{2}$$

38 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$ جد

Sol:

2015 تمهيدي

2023 دور(2) تطبيقي

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$$
$$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{-1}{2}} \cos x \, dx$$
$$= 2\left[(\sin x)^{\frac{1}{2}}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \left[2\sqrt{\sin x}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= 2\sqrt{\sin\frac{\pi}{2}} - 2\sqrt{\sin\frac{\pi}{6}}$$
$$= 2\sqrt{1} - 2\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = 2 - \frac{2}{\sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$$

39 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \text{Sec x tan x dx}$: جد

Sol:

2022 تمهيدي/تطبيقي

$$\left[\sec x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$
$$\sec\frac{\pi}{3} - \sec 0$$
$$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}} - \frac{1}{\cos 0}$$
$$\frac{1}{\frac{1}{2}} - 1 = 2 - 1 = 1$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

40 $\int \sin^2 8x\,dx$

2023 تمهيدي/احيائي

Sol: $\int (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 16x)\,dx$

$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{32}\sin 16x + c$

41 $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0} (x + \cos x)\,dx$

2023 دور(1) احيائي

Sol: $\left[\frac{x^2}{2} + \sin x\right]_{\frac{-\pi}{2}}^{0}$

$[0-0] - \left[\frac{(-\frac{\pi}{2})^2}{2} + \sin\frac{-\pi}{2}\right]$

$-\left[\frac{\pi 2}{\frac{4}{2}} - 1\right]$

$1 - \frac{\pi 2}{2}$

42 $\int (\cos 2x - \sec x)(\cos 2x + \sec x)dx$

2023 دور(1) تطبيقي

Sol:

$\int (\cos^2 2x - \sec^2 x)\,dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^4 x - \sec^2 x$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x - \tan x + c$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 تكامل من نمط اخر

1 اذا كان $\int_a^b (2x+3)\,dx = 12$ وكان $a+2b=3$ جد قيمتي $a, b \in R$

Sol:

1998 دور (2)

$$\int_a^b (2x+3) = 12 \Rightarrow$$

$$\left[x^2+3x\right]_a^b = 12$$

$$b^2+3b-a^2+3a = 12 \quad .....(1$$

$$a = 3-2b \quad .....(2$$

نعوض قيمة (2) في (1)

$$b^2+3b-(3-2b)^2-3(3-2b) = 12$$

$$b^2+3b-(9-12b+4b^2)-9-6b = 12$$

$$b^2+3b-9+12b-4b^2-9+6b-12 = 0$$

$$\left[-3b^2+21b-30=0\right] \div -3$$

$$b^2-7b+10 = 0$$

$$(b-2)(b-5) = 0$$

$$b-2 = 0$$

$$b = 2$$

$$a = 3-4$$

$$a = -1$$

$$b-5 = 0$$

$$b = 5$$

$$a = 3-10$$

2 اذا كان $\int_a^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx = 2$ جد قيمة $a \in R$

Sol:

2004 دور (1)

$$\int_a^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx = 2 \Rightarrow$$

$$\int_a^4 x\left(x^2+9\right)^{\frac{-1}{2}}\,dx = 2$$

$$= \frac{1}{2}\int_a^4 2x\left(x^2+9\right)^{\frac{-1}{2}}\,dx = 2$$

$$= \left[\left(\frac{1}{2}\right)(2)(x^2+9)^{\frac{1}{2}}\right]_a^4 = 2$$

$$= \left[\sqrt{x^2+9}\right]_a^4 = 2$$

$$= \sqrt{16+9} - \sqrt{a^2+9} = 2$$

$$= \sqrt{25} - \sqrt{a^2+9} = 2$$

$$= 5 - \sqrt{a^2+9} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+9} = 3$$ بتربيع الطرفين

$$a^2+9 = 9$$

$$a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

Telegram : @SadsHelp

جد قيمة $a \in R$ اذا علمت ان

$$\int_1^a \left(x+\frac{1}{2}\right) dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x \, dx$$

3

2014 تمهيدي

Sol :

$$\int_1^a \left(x+\frac{1}{2}\right) dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x \, dx$$

$$2[\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}} = \int_1^a \left(x+\frac{1}{2}\right) dx$$

$$2\left[\tan\frac{\pi}{4} - \tan 0\right] = \left[\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x\right]_1^a$$

$$2(1-0) = \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a\right) - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$\left[\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a - 1 = 2\right] \times 2$$

$$a^2 + a - 2 = 4$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a+3)(a-2) = 0$$

اما $a = -3$

او $a = 2$

2019 دور (3) احيائي

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

2015 دور (1)

اذا كان المنحني $f(x) = (x-3)^3 + 1$ يمتلك نقطة انقلاب (a,b) جد القيمة العددية للمقدار

$$\int_0^b f'(x)\,dx - \int_0^a f''(x)\,dx ,$$

4

2023 دور 2 احيائي

2017 دور (1) احيائي - داخل

2015 دور (4) رصافة

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$$f'(x) = 3(x-3)^2$$

$$f''(x) = 6(x-3)$$

$$6(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3$$

نقطة انقلاب $f(3) = (3-3)^3 + 1 = 1 , (3,1)$

$$(3,1) = (a,b) \Rightarrow a = 3 , b = 1$$

$$\int_0^b f'(x)\,dx - \int_0^a f''(x)\,dx$$

$$= \int_0^1 3(x-3)^2\,dx - \int_0^3 6(x-3)\,dx$$

$$= \left[(x-3)^3\right]_0^1 - \left[3(x-3)^2\right]_0^3$$

$$= \left[(1-3)^3 - (0-3)^3\right] - \left[3(3-3)^2 - 3(0-3)^2\right]$$

$$= [-8+27] - [0-27]$$

$$= 19 + 27 = 46$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

لتكن $f(x) = x^2 + 2x + k$ حيث $k \in R$ دالة نهايتها الصغرى (-5) جد

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$$

5

2016 تمهيدي

Sol :

$f'(x) = 2x + 2 \Rightarrow 2x + 2 = 0$

$2x = -2 \Rightarrow x = -1$

$f''(x) = 2 > 0$ دالة تمتلك نهاية صغرى محلية

$\therefore (-1, -5)$ نقطة النهاية الصغرى المحلية تنتمي $f(x)$

$-5 = 1 - 2 + k \Rightarrow k = -4$

$f(x) = x^2 + 2x - 4$

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} (x^2 + 2x + 4)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4x\right]_{,}$$

$$= \left(\frac{1}{3}(2)^3 + (2)^2 - 4(2)\right) - \left(\frac{1}{3}(-1)^3 + (-1)^2 - 4(-1)\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3} + 4 - 8\right) - \left(-\frac{1}{3} + 1 + 4\right)$$

$$= \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} - 5 = 3 - 9 = -6$$

جد قيمة (b) إذا علمت أن :

$$\int_{0}^{b} 3x\sqrt{x^2 + 16}\,dx = 61$$

6

2021 دور (2) احتياطي

Sol :

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\int_{0}^{b} 2x\,(x^2+16)^{\frac{1}{2}}\,dx = 61$$

$$\left[\frac{3}{2} \cdot \frac{(x^2 + 16)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{b} = 61$$

$(b^2 + 16)^{\frac{3}{2}} - (2^4)^{\frac{3}{2}} = 61$

$(b^2 + 16)^{\frac{3}{2}} - 64 = 61$

$(b^2 + 16)^{\frac{3}{2}} = 125$ يأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$(b^2 + 16)^{\frac{1}{2}} = 5$ بتربيع الطرفين

$b^2 + 16 = 25 \Rightarrow b^2 = 9$

$b = \mp 3$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

MATHEMATIC

لتكن $f(x) = x^2 - 4x + k$ دالة
حيث $k \in R$ نهايتها الصغرى
$\int_{-1}^{2} f(x)dx$ جد (-1)

7

2022 د1 احيائي

Sol :

$f'(x) = 2x - 4$

$2x - 4 = 0$] $\div 2$

$x - 2 = 0 \Longrightarrow x = 2$

$y = -1$

$(2 , -1)$ نقطة نعوض بالدال الأصلية

$-1 = 4 - 8 + k$

$k = -1 + 4 \Longrightarrow \boxed{k = 3}$

$f(x) = x^2 - 4x + 3$

$\int_{-1}^{2} (x^2 - 4x + 3)\, dx$

$= [\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x]_{-1}^{2}$

$= [(\frac{8}{3} - 8 + 6) - (\frac{-1}{3} - 2 - 3)]$

$= [(\frac{8}{3} - 2) - (\frac{-1}{3} - 5)]$

$= \frac{8}{3} - 2 + \frac{1}{3} + 5$

$= \frac{9}{3} + 3$

$= 3 + 3 = 6$

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

6 الدالة المطلقة

1 جد قيمة $\int_{-3}^{4} |x|\, dx$

2011 دور (1)

Sol:

$$f(x)=|x|=\begin{cases}-x & , x<0\\ x & , x\geq 0\end{cases}$$

$f(0)=0$

$\lim_{x\to 0^{+}} f(x)=0 \quad L_1$, $\lim_{x\to 0^{-}} f(x)=0 \quad L_2$

$\because L_1=L_2=0 \Rightarrow f(0)=\lim_{x\to 0} f(x)=0$

الدالة مستمرة — الغاية موجودة

$$\int_{-3}^{4} f(x)\, dx=\int_{-3}^{0} f(x)\, dx+\int_{0}^{4} f(x)\, dx$$

$$=\int_{-3}^{0}(-x)\, dx+\int_{0}^{4} x\, dx$$

$$=\left[-\frac{1}{2}x^2\right]_{-3}^{0}+\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{4}$$

$$=\left[0-\left(-\frac{9}{2}\right)\right]+[8-0]$$

$$=\frac{9}{2}+8=\frac{25}{2}=12.5$$

2 لتكن $f(x)=|2x-4|$ جد $\int_{-3}^{4} f(x)\, dx$

2020 دور (1) تطبيقي

Sol :

$2x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

$$f(x)=\begin{cases}2x-4 & x\geq 2\\ -2x+4 & x<2\end{cases}$$



$$\int_{-3}^{4} f(x)=\int_{-3}^{2}(-2x+4)dx+\int_{2}^{4}(2x-4)\, dx$$

$$=\left[\frac{-2x^2}{2}+4x\right]_{-3}^{2}+\left[\frac{2x^2}{2}-4x\right]_{2}^{4}$$

$$=[(-4+8)-(-9-12)]+[(16-16)-(4-8)]$$

$$=(21+4)+(0+4)$$

$$=25+4$$

$$=29$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

3 جـ $\int_0^2 |x-1|\,dx$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$$



$$\int_0^2 |x-1| = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= \left[x - \frac{1}{2}x^2\right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^2$$

$$= \left[1 - \frac{(1)^2}{2}\right] - [0-0] + \left[\frac{(2)^2}{2} - 2\right] - \left[\frac{1}{2} - 1\right]$$

$$= \frac{1}{2} + 0 + [2-2] - \left[\frac{-1}{2}\right]$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{1}$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

7 الدالة الشطرية

1 اذا كان $f(x)=\begin{cases}3x^2, \forall\ x\geq 0\\ 2x\ , \forall\ x<0\end{cases}$

جد $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

2014 دور (1)

Sol :

2020 تمهيدي احيائي

$f(0)=0$

$\lim_{x\to 0^{+1}} f(0)=0\ L_1\ ,\lim_{x\to 0^{-1}} f(0)=0\ L_2$

$\because L_1=L_2=0$ الغاية موجودة

$\because f(0)=\lim_{x\to 0} f(x)=0$ الدالة مستمرة

لانها كثيرة الحدود

$$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{3} f(x)\,dx$$

$$=\int_{}^{0} 2x\,dx+\int_{}^{3}(3x^2)\,dx$$

$$=\left[x^2\right]_{-1}^{0}+\left[x^3\right]_{0}^{3}=-1+27=26$$

2 اذا كانت $f(x)\begin{cases}2x+1 & \forall x\geq 1\\ 3 & \forall x<1\end{cases}$

جد $\int_{0}^{5} f(x)\,dx$

2021 دور (1) احيائي — 2019 دور (1) احيائي

Sol :

$\lim_{x\to 1^{+}} 2x+1=2(1)+1=3\ \ L_1$

2023 تمهيدي- احيائي

$\lim_{x\to 1^{-}} 3=3\ L_2$

$L_1=L_2$ الغاية موجودة

$f(1)=2(1)+1=3$

$\therefore f(1)=\lim_{x\to 1}$ الدالة مستمرة

$$\int_{0}^{5} f(x)=\int_{0}^{1} f(x)\,dx+\int_{1}^{5} f(x)\,dx$$

$$=\int_{0}^{1} 3\,dx+\int_{1}^{5} 2x+1\,dx$$

$$\left[3x\right]_{0}^{1}+\left[x^2+x\right]_{1}^{5}$$

$$\left[3(1)-0\right]+\left[(5)^2+5-(1+1)\right]$$

$$3+\left[25+5-2\right]$$

$$=31$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

8 اللوغارتم الطبيعي

1 اذا كانت $y = e^{x^2}\ \mathrm{Ln}|2x|$ جد $\frac{dy}{dx}$

2018 دور (3) تطبيقي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x^2}\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}x}\right) + \mathrm{Ln}|2x|\left[e^{x^2}(2x)\right]$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}e^{x^2} + 2x\,\mathrm{Ln}|2x|e^{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = e^{x^2}\left(\frac{1}{x} + 2x\,\mathrm{Ln}|2x|\right)$$

2 اذا كانت $y = x^2\mathrm{Ln}|x|$ جد $\frac{dy}{dx}$

2019 دور (3) تطبيقي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \cancel{x^2}\cdot\frac{1}{\cancel{x}} + \mathrm{Ln}|x|.2x$$

$$\frac{dy}{dx} = x + 2x\ \mathrm{Ln}|x|$$

$$\frac{dy}{dx} = x + x\ \mathrm{Ln}|x^2|$$

3 $\int_0^1 \frac{3x^2+4}{x^3+4x+1}\,dx$ جد

2011 دور (2)
2013 دور (1)
2018 دور (3) احيائي - خارج
2022 دور 2 تطبيقي

Sol:

$$\int_0^1 \frac{3x^2+4}{x^3+4x+1}\,dx = \left[\ln|x^3+4x+1|\right]_0^1$$

$$= \ln 6 - \ln 1$$

$$= \ln 6$$

4 $\int_0^4 \frac{2x}{x^2+9}\,dx$ جد

2012 تمهيدي
2015 تمهيدي
2020 دور (1) تطبيقي
2022 تمهيدي تطبيقي
2022 دور 2 احيائي

Sol:

$$\int_0^4 \frac{2x}{x^2+9}\,dx = \left[\ln|x^2+9|\right]_0^4$$

$$= \ln 25 - \ln 9 = \ln\frac{25}{9}$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 جد $\int (\tan x - \sec^2 x)\, dx$

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$$\int (\tan x - \sec^2 x)\, dx$$

$$= -\int \frac{-\sin x}{\cos x}\, dx - \int \sec^2 x\, dx$$

$$= -\ln|\cos x| - \tan x + c$$

6 جد $\int \cot^3 5x\, dx$

2018 دور (3) تطبيقي - داخل

2020 تمهيدي تطبيقي

Sol:

$$\int \cot^3 5x\, dx = \int \cot^2 5x.\cot 5x\, dx$$

$$= \int (\csc^2 5x - 1)\cot 5x\, dx$$

$$= \int (\cot 5x.\csc^2 5x - \cot 5x)\, dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{5}\cot 5x(5\csc^2 5x) - \frac{1}{5}\frac{5\cos 5x}{\sin 5x}\right) dx$$

$$= -\frac{1}{10}\cot^2 5x - \frac{1}{5}\ln|\sin 5x| + c$$

7 جد $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{(2+\tan x)}\, dx$

2011 دور (1)

2018 دور (1) تطبيقي - خارج

2019 دور (3) تطبيقي

2021 دور 1 احيائي

Sol:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{(2+\tan x)}\, dx$$

$$= \left[\ln(2+\tan x)\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left[\ln(2+\tan\frac{\pi}{4}) - \ln(2+\tan-\frac{\pi}{4})\right]$$

$$= \left[\ln(2+\tan\frac{\pi}{4}) - \ln(2-\tan\frac{\pi}{4})\right]$$

$$= \ln 3 - \ln 1$$

$$= \ln 3$$

2018 دور (3) احيائي

8 جد $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x.\sin x\, dx$

2012 تمهيدي

Sol :

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x.\sin x\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x}\, dx$$

$$= \left[-\ln|\cos x|\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= -\left[(\ln\left|\cos\frac{\pi}{3}\right|) - (\ln|\cos 0|)\right]$$

$$= -\left[\ln\left|\frac{1}{2}\right| - \ln|1|\right]$$

$$= -\ln\frac{1}{2}$$

2023 د١- احيائي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

9 جد $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \, dx$

2016 دور (1) خارج

Sol :

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x} \, dx = \left[\operatorname{Ln} \sin x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \operatorname{Ln} \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{Ln} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \operatorname{Ln} 1 - \operatorname{Ln} \frac{1}{2} = \cancel{\operatorname{Ln}} - \cancel{\operatorname{Ln} 1} + \operatorname{Ln} 2$$

$$= \operatorname{Ln} 2$$

10 جد $\int x e^{x^2} \, dx$

2013 دور (3)

2021 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$\int x e^{x^2} \, dx = \frac{1}{2} \int 2x . e^{x^2} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2} + c$$

11 جد $\int_{2}^{5} x e^{-\ln x} \, dx$

2015 دور (1) نازحين

Sol :

$$\int_{2}^{5} x e^{-\ln x} \, dx = \int_{2}^{5} x (e^{\ln x})^{-1} \, dx$$

$$= \int_{2}^{5} x . x^{-1} dx = \int_{2}^{5} dx$$

$$= [x]_{2}^{5} = 5 - 2 = 3$$

12 جد $\int_{0}^{1} (1 + e^x)^2 e^x \, dx$

2011 دور (1)

2013 دور (2)

2016 تمهيدي

2023 تمهيدي- تطبيقي

Sol :

$$\int_{0}^{1} (1 + e^x)^2 e^x \, dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(1 + e^x)^3\right]_{0}^{1}$$

$$= \frac{1}{3}\left[(1 + e^1)^3 - (1 + e^0)^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[(1 + e)^3 - (1 + 1)^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[(1 + e)^3 - 8\right]$$

13 جد $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} \, dx$

2012 دور (1)

2014 دور (2)

2016 دور (2)

Sol :

$$\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} \, dx = \left[\frac{1}{2} e^{2x}\right]_{\ln 3}^{\ln 5}$$

$$= \frac{1}{2}(e^{2 \ln 5} - e^{2 \ln 3})$$

$$= \frac{1}{2}\left[(e^{\ln 5})^2 - (e^{\ln 3})^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[(5)^2 - (3)^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}[25 - 9] = \frac{1}{2}(16) = 8$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

14 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$ جد

2012 دور (2)
2015 خارج
2015 دور (2)
2015 تمهيدي تطبيقي
2015 تمهيدي احيائي
2021 دور (2) احيائي

Sol :

$$\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$$

$$=\left[e^{\sqrt{x}}\right]_1^4 = (e^{\sqrt{4}}) - (e^{\sqrt{1}})$$

$$= e^2 - e$$

15 $\int \sqrt{e^{2x-4}}\,dx$ جد

2014 دور (3)

Sol :

$$\int \sqrt{e^{2x-4}}\,dx = \int \sqrt{e^{2(x-2)}}\,dx$$

$$= \int e^{x-2}dx$$

$$= e^{x-2} + c$$

16 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x\,dx$ جد

2011 خارج القطر

Sol:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x\,dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}(-\sin x)\,dx$$

$$= \left[-e^{\cos x}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= (-e^{\cos\frac{\pi}{2}}) - (-e^{\cos 0})$$

$$= -e^0 + e^1 = -1 + e$$

2020 دور (1) احيائي
2021 دور (2) تطبيقي

17 $\int \sec^2 3x\, e^{\tan 3x}\,dx$

2018 تمهيدي احيائي
2018 دور (1) احيائي - خارج
2019 دور (1) احيائي

Sol :

$$\int \sec^2 3x\, e^{\tan 3x}\,dx$$

$$=\frac{1}{3}\int 3\sec^2 3x\, e^{\tan 3x}\,dx$$

$$=\frac{1}{3}e^{\tan 3x} + c$$

18 $\int x\, e^{\cos x^2} \sin x^2\,dx$ جد

2018 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$\int x\, e^{\cos x^2} \sin x^2\,dx$$

$$=\frac{-1}{2}\int e^{\cos x^2}(-2x)\sin x^2\,dx$$

$$=\frac{-1}{2}e^{\cos x^2} + c$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

19 $\int \frac{5x^2}{3x^3+7}\,dx$

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

$$\int \frac{5x^2}{3x^3+7}\,dx$$

$$=\frac{5}{9}\int(\frac{9}{5})\frac{5x^2}{3x^3+7}\,dx$$

$$=\frac{5}{9}\ln\left|3x^3+7\right|+c$$

20 $\int_1^3 xe^{-\ln x}\,dx$

2019 تمهيدي احيائي

Sol:

$$\int_1^3 x\,e^{-\ln x^{-1}}\,dx$$

$$\int_1^3 x.x^{-1}\,dx \Rightarrow \int_1^3 dx$$

$$[x]_1^0 = 3-1=2$$

21 $\int_0^{\ln 2} e^{-x}\,dx$

2017 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol:

$$\int_0^{\ln 2} e^{-x}\,dx = \left[-e^{-x}\right]_0^{\ln 2}$$ 2022 تمهيدي احيائي

$$=-(e^{-\ln 2}-e^0)$$

$$=-\left[(e^{\ln 2})^{-1}-1)\right]$$

$$=-(\frac{1}{2}-1)=\frac{1}{2}$$

22 $\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2+\tan x}\,dx$

2019 دور (3) تطبيقي

2021 دور (1) احيائي

Sol:

$$\left[\ln\left|2+\tan x\right|\right]_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$\ln\left|2+\tan\frac{\pi}{4}\right| - \ln\left|2+\tan\frac{-\pi}{4}\right|$$

$$\left[\ln\left|2+1\right|\right]-\left[\ln 2-1\right]$$

$$\ln 3-\ln 1$$

$$=\ln 3$$

23 $\int xe^{3\ln x}\,dx$

2020 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$\int x\,e^{\ln x^3}\,dx$$

$$\int x.x^3\,dx$$

$$\int x^4\,dx$$

$$=\frac{x^5}{5}+c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

24 $y = e^{-5x^2+3x+5}$ جد $\frac{dy}{dx}$

2020 تمهيدي احيائي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = e^{-5x^2+3x+5} \cdot -10x+3$$

$$\frac{dy}{dx} = (-10x+3)e^{-5x^2+3x+5}$$

25 $y = 7^{\sqrt{x}}$ جد $\frac{dy}{dx}$

2020 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = 7^{\sqrt{x}}.\text{Ln}7.\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{7^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}.\text{Ln}7$$

26 $y = x^3e^x$ جد $\frac{dy}{dx}$

Sol :

2020 تمهيدي تطبيقي

$$\frac{dy}{dx} = x^3.e^x + e^x.3x^2$$

$$= x^3e^x + 3x^2.e^x$$

$$= x^2e^x(x+3)$$

27 $y = \text{Ln}(\tan^2 x)$ جد $\frac{dy}{dx}$

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan^2 x}.2\tan x.\sec^2 x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\sec^2 x}{\tan x}$$

28 جد $\int xe^{4\text{Ln}x}dx$

2023 تمهيدي- احيائي

Sol:

$$= \int x e^{\text{Ln}\,x^4} dx$$

$$= \int x \cdot x^4 \, dx$$

$$= \int x \cdot x^5 \, dx$$

$$= \frac{x^6}{6} + c$$

29 جد $\int \frac{\cos \text{Ln}(x)}{x} dx$

2023 دور(2) تطبيقي

Sol:

$$\int \cos \text{Ln}(x) \frac{1}{x} dx$$

مشتقة الزاوية

$$= \sin \text{Ln}x + c$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

29 $y = \text{Ln}(\frac{1}{x})^3$ جد $\frac{dy}{dx}$

2023 دور(2) احيائي

Sol:

$$y = \text{Ln}\frac{1}{x^3} \Rightarrow y = \text{Ln}x^{-3}$$

$$y' = \frac{-3x^{-4}}{x^{-3}} \Rightarrow$$

$$y' = \frac{-3}{x}$$

---

30 $y = x^2 e^x$ جد $\frac{dy}{dx}$

2023 دور(2) احيائي

Sol:

$$y' = x^2 . e^x + e^x(2x)$$

$$y' = x^2 . e^x + 2xe^x$$

---

31 $y = 3^{\sin\sqrt{x}}$ جد $\frac{dy}{dx}$

2023 دور(2) احيائي

Sol:

$$y = 3^{\sin\sqrt{x}} . \text{Ln}3 . \cos\sqrt{x}(\frac{1}{2\sqrt{x}})$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

9 المساحات

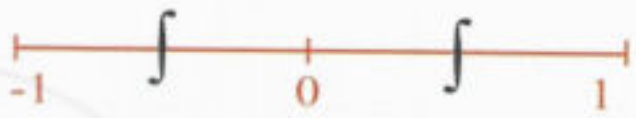
1 جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $y = x^4 - x^2$ ومحور السينات بالفترة $[-1,1]$

Sol :

$x^4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2-1) = 0$

اما $x = 0 \in [-1,1]$

او $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \mp 1 \in [-1,1]$



$A_1 = \int_{-1}^{0} (x^4 - x^2)\, dx$

$= \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0}$

$= [0] - \left[\frac{-1}{5} + \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{-2}{15}$

$A_2 = \int_{0}^{+1} (x^4 - x^2)\, dx$

$A_2 = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3}\right]_{0}^{+1} = \left[\frac{-1}{5} - \frac{1}{3}\right] - [0]$

$= \frac{-2}{15}$

$A = |A_1| + |A_2|$

$= \left|\frac{-2}{15}\right| + \left|\frac{-2}{15}\right|$

$= \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}\,\text{unit}^2$

1996 دور (1)
2003 دور (1)
2022 تمهيدي تطبيقي

2 جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ ومحور السينات

Sol :

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ محور السينات

2020 تمهيدي احيائي

$x(x^2 - 3x + 2) = 0$

$x(x-2)(x-1) = 0$

اما $x = 0$, او $x = 2$, او $x = 1$

$A_1 = \int_{0}^{1} (x^3 - 3x^2 + 2x)\, dx$

$A_1 = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2\right]_{0}^{1}$

$A_1 = \left[\left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) - (0)\right] = \frac{1}{4}$

$A_2 = \int_{1}^{2} (x^3 - 3x^2 + 2x)\, dx$

$A_2 = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2\right]_{1}^{2}$

$A_2 = \left[(4 - 8 + 4) - \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right)\right]$

$A_2 = -\frac{1}{4}$

$A = |A_1| + |A_2|$

$A = \left|\frac{1}{4}\right| + \left|-\frac{1}{4}\right|$

$A = \frac{1}{2}\,\text{unit}^2$

2006 تمهيدي
2013 دور (1)
1996 دور (2)

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

3 جد المساحة المحددة بالمنحني $f(x)=x^3-9x$ ومحور السينات $[-3,3]$

2001 دور (1)

Sol :

محور السينات $f(x)=x^3-9x$

$x^3-9x=0 \Rightarrow x(x^2-9)=0$

$x=0 \in [-3,3]$

$x^2-9=0 \Rightarrow x=\pm 3 \in [-3,3]$ لايجزأ

$$A_1=\int_{-3}^{0}(x^3-9x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2\right]_{-3}^{0}$$

$$A_1=\left[0-\left(\frac{81}{4}-\frac{81}{2}\right)\right]=\boxed{\frac{81}{4}}$$

$$A_2=\int_{0}^{3}(x^3-9x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2\right]_{0}^{3}$$

$$A_2=\left[\left(\frac{81}{4}-\frac{81}{2}\right)-(0)\right]=\boxed{\frac{-81}{4}}$$

$$A=|A_1|+|A_2| \Rightarrow A=\left|\frac{81}{4}\right|+\left|\frac{-81}{4}\right|$$

$$A=\frac{81}{2}\text{unit}^2$$

2015 دور (2)

4 جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $f(x)=1-2\sin^2 x$ ومحور السينات بالفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

Sol :

محور السينات $f(x)=1-2\sin^2 x$

$1-2\sin^2 x=0$

$\cos 2x=0 \Rightarrow \left[2x=\frac{\pi}{2}\right] \div 2$

$x=\frac{\pi}{4} \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$2x=\frac{3\pi}{2} \Rightarrow x=\frac{3\pi}{4} \notin \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$$A_1=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2x)\,dx=\left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_{0}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$A_1=\frac{1}{2}\left[\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0\right]=\frac{1}{2}$$

$$A_2=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\cos 2x)\,dx=\left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_2=\frac{1}{2}\left[\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2}\right]=-\frac{1}{2}$$

$A=|A_1|+|A_2|$

$A=\left|\frac{1}{2}\right|+\left|-\frac{1}{2}\right|$

$A=1\ \text{unit}^2$

2001 دور (2)

2016 دور (2)

نفس الحل $f(x)=\cos 2x$

2003 دور (2)

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

5 جد المساحة المحددة بالمنحني $f(x)=x^2$ ومحور السينات والمستقيمين $x=1\ ,\ x=3$

2013 دور (3)

Sol : محور السينات

$f(x)=x^2 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0 \notin [1,3]$

$$A=\left|\int_1^3 x^2\ dx\right|=\left|\left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^3\right|$$

$$A=\left|9-\frac{1}{3}\right|=\left|\frac{26}{3}\right|$$

$$A=\frac{26}{3}\ unit^2$$

2023 د ١ - تطبيقي

6 جد المســـاحة المحددة بمنحني الدالة $f(x)=x^2-4$ ومحور السينات بالفترة $[-2,3]$

Sol : محور السينات

2014 تمهيدي

$f(x)=x^2-4 \Rightarrow x^2-4=0$

$x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

$x=2 \in [-2,3]$ يجزا

$x=-2 \in [-2,3]$ لايجزا

$$A_1=\int_{-2}^{2}(x^2-4)\ dx=\left[\frac{1}{3}x^3-4x\right]_{-2}^{2}$$

$$A_1=\left[\left(\frac{8}{3}-8\right)-\left(-\frac{8}{3}+8\right)\right]$$

$$A_1=\frac{-16}{3}-\frac{16}{3}=\frac{-32}{3}$$

$$A_2=\int_2^3(x^2-4)\ dx=\left[\frac{1}{3}x^3-4x\right]_2^3$$

$$A_2=\left[\left(9-12\right)-\left(\frac{8}{3}-8\right)\right]$$

$$A_2=\left[-3+\frac{16}{3}\right]=\frac{7}{3}$$

$$A=|A_1|+|A_2|$$

$$A=\left|\frac{-32}{3}\right|+\left|\frac{7}{3}\right|$$

$$A=\frac{39}{3}$$

$$A=13\ unit^2$$

7 جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $f(x)=(x-1)^3$ ومحور السينات بالفترة $[-1,3]$

Sol :

2012 دور (1)

$f(x)=(x-1)^3 \Rightarrow (x-1)^3=0$

$x-1=0 \Rightarrow x=1 \in [-1,3]$

$$A_1=\int_{-1}^{1}(x-1)^3dx=\left[\frac{1}{4}(x-1)^4\right]_{-1}^{1}$$

$$A_1=[0-4]=-4$$

$$A_2=\int_1^3(x-1)^3dx=\left[\frac{1}{4}(x-1)^4\right]_1^3$$

$$A_2=[4-0]=4$$

$$A=|A_1|+|A_2| \Rightarrow A=|-4|+|4|$$

$$A=8unit^2$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

9 جد المســـاحة المحددة بمنحني الدالة $f(x)=\sin 4x$ ومحور السينات بالفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

2007 دور (1)

Sol :

$f(x)=\sin 4x \Rightarrow \sin 4x=0$

$4x=0 \Rightarrow x=0 \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ لايجزا

$4x=\pi \Rightarrow x=\frac{\pi}{4} \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ يجزا

$4x=2\pi \Rightarrow x=\frac{\pi}{2} \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ لايجزا

$A_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin 4x)\,dx=\left[-\frac{1}{4}\cos 4x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$A_1=-\frac{1}{4}[\cos\pi-\cos 0]$

2018 دور (1) احيائي - داخل

$A_1=-\frac{1}{4}[-2] \Rightarrow A_1=\frac{1}{2}$

$A_2=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin 4x)\,dx$

$A_2=\left[-\frac{1}{4}\cos 4x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$A_2=-\frac{1}{4}[\cos 2\pi-\cos\pi]$

$A_2=-\frac{1}{4}(2) \Rightarrow A_2=\frac{-1}{2}$

$A=|A_1|+|A_2|$

$A=\left|\frac{1}{2}\right|+\left|-\frac{1}{2}\right|$

$A=1 \text{ unit}^2$

تحذير هام جدا!
أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشـر قانونية مثبتة لدى وزارة الصـناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشـرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي علـى طباعتنا وجهدنا وفق القانون العـراقـي المرقم ٢١ لسـنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصـادرة المنتجات المخالفة والبضـائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصـي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.
لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

10 جد المساحة المحصورة بين المنحنين

$y = x^3 \ , \ y = x$

2015 تمهيدي

Sol :

$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$

$x(x-1)(x+1) = 0$

$x = 0$ أو $x = 1$ أو $x = -1$ أما

$$A_1 = \int_{-1}^{0} (x^3 - x)\, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{0}$$

$$A_1 = \left[(0) - (\frac{1}{4} - \frac{1}{2})\right] = \frac{1}{4}$$

$$A_2 = \int_{0}^{1} (x^3 - x)\, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{1}$$

$$A_2 = \left[(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}) - (0)\right]$$

$$A_2 = -\frac{1}{4}$$

$$A = |A_1| + |A_2|$$

$$A = \left|\frac{1}{4}\right| + \left|-\frac{1}{4}\right|$$

$$A = \frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

2017 دور (1) احيائي

2017 دور (3) احيائي - داخل

2018 دور (1) احيائي - داخل

2019 دور (3) تطبيقي

11 جد المساحة المحددة بمنحنى الدالة $y = \sin 3x$ ومحور السينات بالفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Sol :

$\sin 3x = 0$

$3x = 0 \Rightarrow x = 0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$2\pi \quad x = \frac{2\pi}{3} \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$



$$A_1 = \frac{1}{3}\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} 3\sin 3x\, dx$$

$$= \left[\frac{-1}{3}\cos 3x\right]_{0}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \left[\frac{-1}{3}\cos \not{3}\frac{\pi}{\not{3}}\right] - \left[\frac{-1}{3}\cos 0\right]$$

$$= \frac{1}{3} - \left[\frac{-1}{3}\right] = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$A_2 = \frac{1}{3}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 3\sin 3x\, dx$$

$$= \left[\frac{-1}{3}\cos 3x\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left[\frac{-1}{3}\cos 3\frac{\pi}{2}\right] - \left[\frac{-1}{3}\cos \frac{3\pi}{3}\right]$$

$$= 0 - \left[+\frac{1}{3}\right] = -\frac{1}{3}$$

$$A = |A_1| + |A_2|$$

$$= \left|\frac{2}{3}\right| + \left|\frac{-1}{3}\right|$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{1} = 1 \text{ unit}^2$$

2016 دور (2)

2017 دور (1) احيائي - خارج

2018 تمهيدي احيائي

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $y = \cos x$ و محور السينات بالفترة $[-\pi, \pi]$

12

2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$$y = \cos x \Rightarrow \cos x = 0$$

$x = \frac{\pi}{2} \in [-\pi, \pi]$ يجزأ

$x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi, \pi]$ يجزأ

$$A_1 = \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = [\sin x]_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_1 = \left[\sin(-\frac{\pi}{2}) - \sin(-\pi)\right]$$

$$A_1 = -1$$

$$A_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_2 = \left[\sin\frac{\pi}{2} - \sin(-\frac{\pi}{2})\right]$$

$$A_2 = [1 - (-1)]$$

$$A_2 = 2$$

$$A_3 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx = [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$A_3 = \left[\sin\pi - \sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$A_3 = -1$$

$$A = |A_1| + |A_2| + |A_3|$$

$$A = |-1| + |2| + |-1|$$

$$A = 4 \text{ unit}^2$$

جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x) = x^2$, $g(x) = x^4 - 12$

13

Sol :

1997 دور (2)
2008 دور (1)
2008 خارج

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = x^4 - 12$$

$$x^4 - x^2 - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$$

يهمل

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$A = \int_{-2}^{2} (x^4 - x^2 - 12) \, dx$$

$$A = \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 - 12x\right]_{-2}^{2}$$

$$A = \left[(\frac{32}{5} - \frac{8}{3} - 24) - (\frac{-32}{5} + \frac{8}{3} + 24)\right]$$

$$A = \left[\frac{64}{5} - \frac{16}{3} - 48\right]$$

$$A = \frac{192 - 80 - 720}{15}$$

$$A = \frac{-608}{15}$$

$$A = \left|\frac{-608}{15}\right| = \frac{608}{15} \text{ unit}^2$$

2015 دور (2) خارج
2015 دور (3)
2016 دور (2) خارج

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

14 جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x)=x, g(x)=\sqrt[3]{x}$ بالفترة $[-1,1]$

1999 دور (1)
2005 تمهيدي

Sol :

$f(x)=g(x)$

$x=\sqrt[3]{x}$ بالتكعيب

$x^3=x \Rightarrow x-x^3=0 \Rightarrow x(1-x^2)=0$

$x=0 \in [-1,0]$ يجزأ

$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \in [-1,0]$ لايجزأ

$A_1=\int_{-1}^{0}(x^{\frac{1}{3}}-x)\,dx=\left[\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}-\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{0}$

$=\left[(0)-(\frac{3}{4}-\frac{1}{2})\right]=-\frac{1}{4}$

$A_2=\int_{0}^{1}(\frac{1}{3}-x)\,dx=\left[\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}-\frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{1}$

$A_2=\left[(\frac{3}{4}-\frac{1}{2})-(0)\right]=\frac{1}{4}$

$A=|A_1|+|A_2|$

$A=\left|\frac{-1}{4}\right|+\left|\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{2}\ \text{unit}^2$

15 جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x)=2-x^2, g(x)=x$ بالفترة $[-2,2]$

1999 دور (2)

Sol :

$f(x)=g(x)$

$2-x^2=x \Rightarrow x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

اما لايجزا $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \in [-2,2]$

او يجزأ $x-1=0 \Rightarrow x=1 \in [-2,2]$

$A_1=\int_{-2}^{1}(x^2+x-2)\,dx$

$A_1=\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x\right]_{-2}^{1}$

$A_1=\left[(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2)-(\frac{-8}{3}+2+4)\right]$

$A_1=\left[(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2+\frac{8}{3}-6)\right]$

$A_1=\left[(3-8+\frac{1}{2})\right]=-\frac{9}{2}$

$A_2=\int_{1}^{2}(x^2+x-2)\,dx$

$A_2=\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x\right]_{1}^{2}$

$A_2=\left[(\frac{8}{3}+2-4)-(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2)\right]$

$A_2=(\frac{8}{3}-2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2)$

$A_2=(\frac{7}{3}-\frac{1}{2})=\frac{14-3}{6}$

$A_2=\frac{11}{6}$

$A=|A_1|+|A_2|$

$A=\left|\frac{-9}{2}\right|+\left|\frac{11}{6}\right|$

$A=\frac{19}{3}\ \text{unit}^2$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

16 جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين

$f(x)=x^2, g(x)=2x$

بالفترة $[1,3]$

2002 دور (1)

Sol:

$f(x)=g(x)$

$x^2=2x \Rightarrow x^2-2x=0$

$x(x-2)=0 \Rightarrow$ اما $x=0 \notin [1,3]$

يجزأ أو $x-2=0 \Rightarrow x=2 \in [1,3]$

$A_1=\int_1^2 (x^2-2x)\,dx$

$A_1=\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_1^2=\left[(\frac{8}{3}-4)-(\frac{1}{3}-1)\right]$

$A_1=(-\frac{4}{3}+\frac{2}{3})=-\frac{2}{3}$

$A_2=\int_2^3 (x^2-2x)\,dx=\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_2^3$

$A_2=\left[(9-9)-(\frac{8}{3}-4)\right]$

$A_2=-\frac{4}{3}$

$A=|A_1|+|A_2|$

$A=\left|\frac{-2}{3}\right|+\left|\frac{-4}{3}\right|$

$A=2 \text{ unit}^2$

17 جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين

$f(x)=3x^2,\ g(x)=x^4-4$

2002 دور (2)

2020 دور(1) تطبيقي

Sol:

$f(x)=g(x)$

$3x^2=x^4-4 \Rightarrow x^4-3x^2-4$

$(x^2-4)(x^2+1)=0$

يهمل

$x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

$A_1=\int_{-2}^{2} (x^4-3x^2-4)\,dx$

$A=\left[\frac{1}{5}x^5-x^3-4x\right]_{-2}^{2}$

$A=\left[(\frac{32}{5}-8-8)-(\frac{-32}{5}+8+8)\right]$

$A=\left[\frac{64}{5}-32\right]$

$A=\frac{64-160}{5}$

$A=\left|\frac{-96}{5}\right|$

$A=\frac{96}{5} \text{ unit}^2$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

18 جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين

$f(x)=\frac{1}{2}x, g(x)=\sqrt{x-1}$ وعلى الفترة $[2,5]$

2018 دور (3) تطبيقي- داخل

2017 دور (1) تطبيقي- خارج

2022 دور 2 احيائي

Sol :

$f(x)=g(x)$

$\left[\frac{1}{2}x=\sqrt{x-1}\right]$ بتربيع الطرفين

$\left[\frac{1}{4}x^2=x-1\right].4$

$x^2=4x-4\Rightarrow x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0\Rightarrow x-2=0$

$x=2\in[2,5]$ لايجزأ

$A=\int_2^5\left(\frac{1}{2}x-(x-1)^{\frac{1}{2}}\right)dx$

$A=\left[\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5$

$A=\left[(\frac{25}{4}-\frac{2}{3}\sqrt{(4)^3})-(1-\frac{2}{3}\sqrt{(1)^3})\right]$

$A=\left[(\frac{25}{4}-\frac{16}{3})-(1-\frac{2}{3})\right]$

$A=\left[\frac{25}{4}-\frac{16}{3}-1+\frac{2}{3}\right]$

$A=\left[\frac{75-64-12+8}{12}\right]$

$A=\left|\frac{7}{12}\right|\Rightarrow A=\frac{7}{12}$ unit^2

19 جد المساحة المحددة بالمنحنين

$y=\sin^2x$, $y=\sin x$ وعلى الفترة $[0,\frac{\pi}{2}]$

Sol :

2012 خارج القطر

$\sin^2x=\sin x$

$\sin^2x-\sin x=0$

$\sin x(\sin x-1)=0$

أما $\sin x=0\Rightarrow x=0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ لايجزأ

أو $x=\pi\notin\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ لايجزأ

أو $\sin x-1=0\Rightarrow\sin x=1$

$x=\frac{\pi}{2}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ لايجزأ

$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin^2x-\sin x)\,dx$

$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x-\sin x\right]dx$

$A=\left[\frac{1}{2}(x-\frac{1}{2}\sin 2x)+\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$A=\left[\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\sin\pi)+\cos\frac{\pi}{2}\right]-\left[\frac{1}{2}(0-\frac{1}{2}\sin 0)+\cos 0\right]$

$A=\left|\frac{\pi}{4}-1\right|\Rightarrow A=1-\frac{\pi}{4}$ unit^2

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

20 جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $f(x)=y=x^2+5x-4$ والمستقيم الذي معادلته $y=6x+2$

2018 دور (1) احيائي ـ خارج

Sol :

$$(x^2+5x-4)-(6x+2)=0$$

$$x^2+5x-4-6x-2=0$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

اما $x-3=0\Rightarrow x=3$

او $x+2=0\Rightarrow x=-2$

$$A=\int_{-2}^{3}(x^2-x-6)\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x\right]_{-2}^{3}$$

$$=\left[9-\frac{9}{2}-18\right]-\left[\frac{-8}{3}-2+12\right]$$

$$=(\frac{-9}{2}-9)-(\frac{-8}{3}+10)$$

$$=(\frac{-9-18}{2})-(\frac{-8+30}{3})$$

$$=\frac{-27}{2}-\frac{22}{3}=\frac{-81-44}{6}$$

$$=\frac{-125}{6}$$

$$|A|=\left|\frac{-125}{6}\right|=\frac{125}{6}\,\text{unit}^2$$

21 جد المساحة المحددة بالمنحنين $y=\sin x$, $y=\sin x.\cos x$ وعلى الفترة $[0,2\pi]$

Sol :

$$\sin x=\sin x.\cos x$$

$$\sin x.\cos x-\sin x=0$$

$$\sin x(\cos x-1)=0$$

اما $\sin x=0\Rightarrow x=0\in[0,2\pi]$ لايجزا

او $x=\pi\in[0,2\pi]$ يجزا

او $x=2\pi\in[0,2\pi]$ لايجزا

او $\cos x-1=0\Rightarrow\cos x=1$

$\Rightarrow x=0$

$$A_1=\int_{0}^{\pi}(\sin x\cos x-\sin x)\,dx$$

$$A_1=\left[\frac{\sin^2 x}{2}+\cos x\right]_{0}^{\pi}$$

$$A_1=(\frac{(\sin\pi)^2}{2}+\cos\pi)-(\frac{(\sin 0)^2}{2}+\cos 0)$$

$$A_1=(0-1)-(0+1)$$

$$A_1=-1-1$$

$$A_1=-2$$

$$A_2=\int_{\pi}^{2\pi}(\sin x\cos x-\sin x)\,dx$$

Telegram : @SadsHelp

جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين
$y = 1 + \cos x, y = -\cos x$
وعلى الفترة $[0, \frac{\pi}{2}]$

22

2004 دور (2)

Sol :

$1 + \cos x = -\cos x$

$1 + \cos x + \cos x = 1 + 2\cos x$

$1 + 2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{3} =$ زاوية الاسناد

اما $x = \frac{2\pi}{3} \notin [0, \frac{\pi}{2}]$ لايجزأ

او $x = \frac{4\pi}{3} \notin [0, \frac{\pi}{2}]$ لايجزأ

$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2\cos x)\, dx$

$A = [x + 2\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$A = \left[(\frac{\pi}{2} + 2\sin\frac{\pi}{2}) - (0) \right]$

$A = \left| \frac{\pi}{2} + 2 \right|$

$A = \frac{\pi}{2} + 2 \text{ unit}^2$

$A_2 = \left[\frac{\sin^2 x}{2} + \cos x \right]_{\pi}^{2\pi}$

$A_2 = (\frac{\sin^2 2\pi}{2} + \cos 2\pi) - (\frac{\sin^2 \pi}{2} + \cos \pi)$

$A_2 = 0 + 1 - [0 - 1]$

$A_2 = 1 + 1$

$A_2 = 2$

$A = |A_1| + |A_2|$

$A = 2 + 2$

$A = 4 \text{ unit}^2$

1998 دور (2)
2004 دور (1)
2009 تمهيدي
2014 دور (1)
2015 دور (1) خارج
2021 دور (2) احيائي

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد المساحة المحددة بالمنحنين

$f(x)=\sin 2x\ ,\ g(x)=\sin x$

وعلى الفترة $[0,\frac{\pi}{2}]$

23

2005 دور (2)

2006 دور (1)

Sol :

$f(x)=g(x)$

$\sin 2x=\sin x \Rightarrow \sin 2x-\sin x \Rightarrow$

$2\sin x\cos x-\sin x=0$

$\sin x(2\cos x-1)=0$

لايجزا أما $\sin x=0\Rightarrow x=0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

أو $x=\pi\notin\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

أما $2\cos x-1=0\Rightarrow \cos x=\frac{1}{2}$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

الربع الاول أو $x=\frac{\pi}{3}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

الربع الرابع $x=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}\notin\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

$$A_1=\int_0^{\frac{\pi}{3}}(2\sin x\cos x-\sin x)\,dx$$

$$A_1=\left[\frac{\not{2}\sin^2 x}{\not{2}}+\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$A_1=\left[\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}\right]-\left[\sin^2 0+\cos 0\right]$$

$$A_1=\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\right]-[0+1]$$

$$A_1=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-1$$

$$A_1=\frac{3+2-4}{4}=\frac{5-4}{4}=\frac{1}{4}$$

$$A_2=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}(2\sin x\cos x-\sin x)\,dx$$

$$A_2=\left[\sin^2 x+\cos x\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_2=\left[\sin^2\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}\right]-\left[\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}\right]$$

$$A_2=[1+0]-\left[\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right]$$

$$A_2=1-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{4-3-2}{4}=\frac{5-4}{4}$$

$$A_2=\frac{-1}{4}$$

$$A=|A_1|+|A_2|$$

$$A=\left|\frac{1}{4}\right|+\left|\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{2}\ \text{unit}^2$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد المساحة المحددة بالمنحنين

$f(x)=\cos^2 x\ ,\ g(x)=\sin^2 x$

ومحور السينات بالفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

24

2009 دور (2)

Sol :

$$f(x)=g(x)$$

$$\cos^2 x=\sin^2 x$$

$$\cos^2 x-\sin^2 x=0$$

$$\cos 2x=0$$

$$2x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$$ يجزأ

$$2x=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{3\pi}{4}\notin\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$$ لايجزأ

$$A_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\ dx$$

$$A_1=\left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$A_1=\frac{1}{2}\left[(\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0)\right]$$

$$A_1=\frac{1}{2}(1)=\frac{1}{2}$$

$$A_2=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cos 2x\ dx$$

$$A_2=\left[\frac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_2=\frac{1}{2}\left[\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$A_2=\frac{1}{2}(-1)=-\frac{1}{2}$$

$$A=|A_1|+|A_2|$$

$$A=\left|\frac{1}{2}\right|+\left|-\frac{1}{2}\right|$$

$$A=1\ \text{unit}^2$$

جد المساحة المحددة بالمنحنين

$f(x)=2\cos^2 x-1$

ومحور السينات بالفترة $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

خطوات الحل نفس السؤال السابق

2001 دور (2)
2003 دور (2)
2006 دور (2)
2009 دور (2)
2016 دور (2)
2022 دور 2 تطبيقي

2016 دور (1) خارج
2017 دور (1) احيائي - خارج
2018 احيائي تمهيدي
2018 دور (2) احيائي - داخل
2020 دور (1) احيائي

Telegram : @SadsHelp

جد المساحة المحددة بالمنحني $f(x)=\cos x$ والمنحني $g(x)=\sin x$ وعلى الفترة $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

25

2014 تمهيدي خارج

2019 دور (1) تطبيقي

2022 د1 تطبيقي

2021 د2 تطبيقي

2023 تمهيدي- تطبيقي

Sol:

$f(x)=g(x)$

$[\cos x=\sin x]\div\cos x$

$\tan x=1\Rightarrow\frac{\pi}{4}$ زاوية الاسناد

اما $x=\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

او $x=\frac{5\pi}{4}\notin\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

$$A_1=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)\,dx$$

$$A_1=\left[\sin x+\cos x\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$A_1=\left[(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4})-(\sin(-\frac{\pi}{2})+\cos(-\frac{\pi}{2}))\right]$$

$$A_1=(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}})-(-1+0)$$

$$A_1=\frac{2}{\sqrt{2}}+1$$

$$A_1=\sqrt{2}+1$$

$$A_2=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\cos x-\sin x)\,dx$$

$$A_2=\left[\sin x+\cos x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A_2=\left[(\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2})-(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4})\right]$$

$$A_2=(1+0)-(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$A_2=1-\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$A_2=1-\sqrt{2}$$

$$A=|A_1|+|A_2|$$

$$A=|\sqrt{2}+1|+|1-\sqrt{2}|$$

$$A=2\sqrt{2}\ \text{unit}^2$$

2017 دور (2) احيائي - داخل

2017 دور (2) احيائي - خارج

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

26

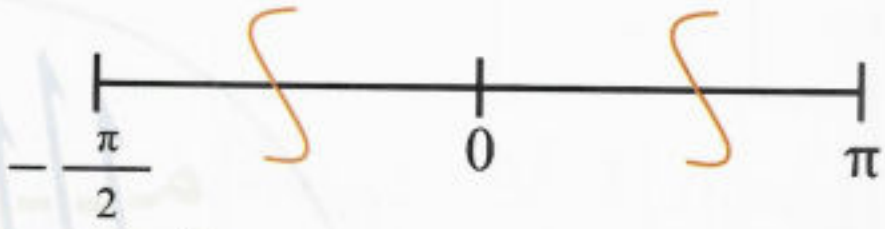
جد المساحة المحددة بمنحني الدالة $y = \sin x$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-\frac{\pi}{2} , \pi]$.

2022 تمهيدي احيائي

$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0 \in [-\frac{\pi}{2} , \pi]$

$x = \pi \in [-\frac{\pi}{2} , \pi]$

$x = 2\pi \notin [-\frac{\pi}{2} , \pi]$



$A_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sin x \, dx$

$A_1 = [-\cos x]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}$

$A_1 = [-\cos 0] - [-\cos \frac{-\pi}{2}]$

$A_1 = [-1] - [0] = -1$

$A_2 = \int_{0}^{\pi} \sin x \, dx$

$A_2 = [-\cos 0]_{0}^{\pi}$

$A_2 = [-\cos \pi] - [-\cos 0]$

$A_2 = [+1] - [-1]$

$A_2 = 1 + 1 = 2$

$A = |A_1| + |A_2|$

$A = |-1| + |2|$

$A = 1 + 2$

$A = 3 \text{ unit}^2$

27

جد المساحة المحددة بمنحني الدالتين $f(x) = \sin 2x$, $g(x) = \sin x$ ومحور السينات وعلى الفترة $[0 , \frac{\pi}{2}]$.

2022 د1 احيائي

$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \sin 2x - \sin x = 0$

$2 \sin x \cos x - \sin x = 0$

$\sin x (2 \cos x - 1) = 0$

أما : $\sin x = 0 \Rightarrow x = 0 \in [0 , \frac{\pi}{2}]$

$x = \pi \notin [0 , \frac{\pi}{2}]$

$x = 2\pi \notin [0 , \frac{\pi}{2}]$

او : $2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos x = 1$

$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \in$ ربع أول

$x = \frac{5\pi}{3} \notin [0 , \frac{\pi}{2}]$ ربع رابع

$A_1 = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x - \sin x \, dx$

$A_1 = [\frac{-1}{2} \cos 2x - \cos x]_{0}^{\frac{\pi}{3}}$

$A_1 = [(\frac{-1}{2} \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3}) - (\frac{-1}{2} \cos 0 + \cos 0)]$

$A_1 = (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) - (\frac{-1}{2} + 1)$

$A_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$A_2 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x + \sin x \, dx$

$A_2 = [\frac{-1}{2} \cos 2x + \cos x]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$

$A_2 = (\frac{-1}{2} \cos \pi + \cos \frac{\pi}{2}) - (\frac{-1}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3})$

$A_2 = (\frac{1}{2} - 0) - (\frac{-1}{4} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$

$A = |A_1| + |A_2|$

$A = |\frac{1}{4}| + |\frac{1}{4}| \Rightarrow A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \text{ unit}^2$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اذا كان منحني الدالة $y = ax^3 + bx$ نهاية عظمى محلية هي $(-1,2)$ جد $a, b \in R$ ثم احسب المساحة المحدودة بين هذا المنحني ومحور السينات

28

Sol:

$$2 = a(-1)^3 + b(-1)$$
$$2 = -a - b \quad]\times -1$$
$$a + b = -2 \ldots\ldots (1)$$

$$P'(x) = 3ax^2 + b$$
$$= 3ax^2 + b = 0$$

عند $x = -1$

$$= 3a(-1)^2 + b = 0$$
$$3a + b = 0 \ldots\ldots (2)$$
$$\mp \quad a \mp b = \pm 2 \ldots\ldots (1)$$

بالطرح

$$2a = 2$$
$$a = 1 \quad \text{in } (2)$$

$$3a + b = 0$$
$$3(1) \pm b = 0$$
$$b = -3$$

$$y = x^3 - 3x$$

المساحة

$$y = x^3 - 3x$$
$$x^3 - 3x = 0$$
$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$x = 0$$
$$x^2 - 3 = 0$$
$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \mp\sqrt{3}$$



$$A_1 = \int_{-\sqrt{3}}^{0} x^3 - 3x\,dx$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2}\right]_{-\sqrt{3}}^{0}$$

$$[0 - 0] - \left[\frac{(\sqrt{3})^4}{4} - \frac{3}{2}(\sqrt{3})^2\right]$$

$$\left[\frac{9}{4} - \frac{9}{2}\right] = -\left[\frac{-9}{4}\right] = \frac{9}{4}$$

$$A_2 = \int_{0}^{\sqrt{3}} x^3 - 3x\,dx$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2}\right]_{0}^{\sqrt{3}}$$

$$\left[\frac{(\sqrt{3})^4}{4} - \frac{3}{2}(\sqrt{3})^2\right] - [0 - 0]$$

$$\frac{9}{4} - \frac{9}{2} = \frac{-9}{4}$$

$$A = |A_1| + |A_2|$$
$$= \left|\frac{9}{4}\right| + \left|\frac{-9}{4}\right|$$
$$= \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \text{ unit}^2$$

Telegram : @SadsHelp

10 المسافة

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره $(18)m/sec^2$ فاذا كانت سرعته قد اصبحت $(82)m/sec$ بعد مرور $(4)sec$ من بدء الحركة جد :

a) المسافة خلال الثانية الرابعة

b)بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور 10ثواني

1997 دور (1)

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

1

Sol :

$$v(t)=\int a(t)\Rightarrow v(t)=\int 18\ dt$$

$$v(t)=18t+c\ ,\ v(t)=82$$

عندما $t=4$

$$82=18(4)+c$$

$$82=72+c\Rightarrow c=10$$

$$v(t)=18t+10$$

a) $$d=\int_3^4 v(t)\ dt=\int_3^4 (18t+10)\ dt$$

$$d=\left[9t^2+10t\right]_3^4$$

$$d=[(144+40)-(81+30)]$$

$$d=[184-111]=|73|$$

$$d=73m$$

b) $$s=\int_0^{10} v(t)\ dt$$

$$s=\int_0^{10}(18t+10)\ dt$$

$$s=\left[9t^2+10t\right]_0^{10}$$

$$s=(900+100)-(0-0)$$

$$s=1000m$$

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة $v(t)=(2t-4)m/s$ جد المسافة المقطوعة بالفترة $[1,6]$ ثم جد بعد الجسم بعد مضي 4 ثواني من بدء الحركة

2000 دور (2)

2017 دور (2) احيائي - موصل

2

Sol :

a) المسافة المقطوعة بالفترة $[1,6]$

$$v(t)=0\Rightarrow 2t-4=0\Rightarrow 2t=4$$

$$t=2\in[1,6]$$

2022 تمهيدي احيائي

$$d_1=\int_1^2(2t-4)\ dt=\left[t^2-4t\right]_1^2$$

$$d_1=[(4-8)-(1-4)]$$

$$d_1=-4+3=-1$$

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

$$d_1=|-1|\Rightarrow d_1=1m$$

$$d_2=\int_2^6(2t-4)\ dt=\left[t^2-4t\right]_2^6$$

$$d_2=[(36-24)-(4-8)]$$

$$d_2=12+4\Rightarrow d_2=16m$$

$$d=|d_1|+|d_2|$$

2018 دور (2) احيائي - خارج

$$d=1+16\Rightarrow d=17m$$

$$S=\int_0^4 2t-4\ dt=[t^2-4t]_0^4$$

$$S=[(4)^2-4(4)]-[0]$$

$$S=16-16=0$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جسم يتحرك على خط مستقيم وكانت $v(t)=\frac{3}{2}\sqrt{t}+\frac{3}{\sqrt{t}}\ m/sec$ وكان بعد ه بعد مرور 4 ثواني من بده الحركة يساوي 20m جد ازاحته عند كل t

3

2003 دور (1)

Sol :

$$s(t)=\int(\frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}+3t^{\frac{-1}{2}})\ dt$$

$$s(t)=\frac{3}{2}.\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+(3)(2)t^{\frac{1}{2}}+c$$

$$s(t)=\sqrt{t^3}+6\sqrt{t}+c$$

$$20=\sqrt{(4)^3}+6\sqrt{4}+c$$

$$20=8+12+c\Rightarrow c=0$$

$$s(t)=\sqrt{t^3}+6\sqrt{t}$$

2010 تمهيدي

اذا كانت سرعة جسم يتحرك على خط مستقيم هي $v(t)=(3t^2+6t+3)m/s$ احسب

1) المسافة المقطوعة بالفترة $[2,4]$

2) الازاحة المقطوعة بالفترة $[2,4]$

3) الزمن اللازم ليصبح التعجيل $18m/sec^2$

4

2003 دور (2)

Sol :

$$v(t)=0\Rightarrow 3t^2+6t+3=0$$

$$3(t^2+2t+1)=0\Rightarrow 3(t+1)^2=0$$

$$t+1=0\Rightarrow t=-1\notin[2,4]$$

$$d=\int_2^4(3t^2+6t+3)\ dt$$

2020 دور(1) تطبيقي

$$d=\left[t^3+3t^2+3t\right]_2^4$$

$$d=\left[(64+48+12)-(8+12+6)\right]$$

$$d=|124-26|$$

$$d=|98|\Rightarrow d=98\ m$$

$$s=\int_2^4(3t^2+6t+3)\ dt$$

$$s=\left[t^3+3t^2+3t\right]_2^4$$

$$s=(64+48+12)-(8+12+6)$$

$$s=124-26$$

$$s=98m$$

$$a(t)=v(t)=6t+6$$

$$18=6t+6$$

$$6t=12\Rightarrow t=2\ sec$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

تتحرك نقطة مادية من السكون وبعد t ثانية من بدء الحركة اصبحت سرعتها $(100t - 6t^2)\,m/s$ جد الزمن اللازم لعودة النقطة الى موضعها الاول الذي بدأت منه ثم احسب التعجيل عندها

5

2007 تمهيدي
2014 خارج القطر
2014 دور (2)
2016 دور (2)
2019 دور (1)

Sol :

$$v(t) = 100t - 6t^2$$

$$s = \int (100t - 6t^2)\,dt$$

$$s = 50t^2 - 2t^3 + c$$ من السكون

$$, t = 0 , s = 0$$

$$s = 50(0)^2 - 2(0)^3 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\therefore \quad s = 50t^2 - 2t^3$$ الازاحة

2019 تمهيدي تطبيقي

$$\left[50t^2 - 2t^3 = 0\right] \div 2$$

عودة النقطة الى موضع الانطلاق يعني الازاحة تساوي صفر فيزيائيا

$$25t^2 - t^3 = 0$$

$$t^2(25 - t) = 0$$

$$t^2 = 0 \Rightarrow t = 0$$ يهمل

$$25 - t = 0 \Rightarrow t = 25$$

التعجيل = مشتقة السرعة

$$a(t) = 100 - 12t$$

$$a(t) = 100 - 12(25)$$

$$a(t) = 100 - 300$$

$$= -200\ m/s^2$$

2018 دور (1) احيائي - داخل

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره $10\,m/s^2$ وبعد2 ثانية من بدء الحركة اصبحت سرعته $24\,m/s$

جد المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة ثم بعده بعد مضي 4 ثواني من بدء الحركة .

6

2007 دور (1)
2015 دور (2)
2017 دور (1) تطبيقي- خارج
2020 دور (1) احيائي
2023 د١- احيائي

Sol :

$$v(t) = \int a(t)\,dt$$

$$v(t) = \int 10\,dt$$

$$v(t) = 10t + c$$

$$v(t) = 24$$ عندما $t = 2$

$$24 = 20 + c \Rightarrow c = 4$$

$$v(t) = 10t + 4$$

$$d = \int_4^5 (10t + 4)\,dt$$

$$d = \left[5t^2 + 4t\right]_4^5$$

$$d = \left[(125 + 20) - (80 + 16)\right]$$

$$d = |49| \Rightarrow d = 49\ m$$

$$s = \int_0^4 (10t + 4)\,dt = \left[5t^2 + 4t\right]_0^4$$

$$s = (80 + 16) - (0 - 0)$$

$$s = 96\ m$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة

$v(t)=(3t^2-12t+9)\ m/min$

احسب المسافة المقطوعة بالفترة $[0,2]$

ثم احسب الزمن الذي يصبح فيه التعجيل $18m/min^2$

7

2009 دور (1)

Sol :

$v(t)=0\Rightarrow 3t^2-12t+9=0$

$3(t^2-4t+3)=0$

$3(t-3)(t-1)=0$

بجزا $t=1\in[0,2]$ اما

او $t=3\notin[0,2]$

$d_1=\int_0^1(3t^2-12t+9)\,dt$

$d_1=\left[t^3-6t^2+9t\right]_0^1$

$d_1=(1-6+9)-(0)\Rightarrow d=|4|$

$d_1=4\ m$

$d_2=\int_1^2(3t^2-12t+9)\,dt$

$d_2=\left[t^3-6t^2+9t\right]_1^2$

$d_2=[(8-24+18)-(1-6+9)]$

$d_2=|-2|\Rightarrow d_2=2\ m$

$d=|d_1|+|d_2|\Rightarrow d=6m$

$a(t)=6t-12\Rightarrow 18=6t-12$

$30=6t\Rightarrow t=5min$

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة

$v(t)=(3t^2+4t+7)m/s$

جد المسافة التي يقطعها الجسم بعد مضي 4 ثواني من بدء الحركة ثم جد التعجيل عندها.

8

2010 دور (2)

Sol :

$v(t)=0\Rightarrow 3t^2+4t+7\neq 0$

$d=\int_0^4 v(t)\,dt$

$d=\int_0^4(3t^2+4t+7)\,dt$

$d=\left[t^3+2t^2+7t\right]_0^4$

$d=[(64+32+28)-(0)]$

$d=|124|\Rightarrow d=124m$

$a(t)=v'(t)$

$a(t)=6t+4$

$a(4)=24+4$

$a(4)=28\ m/sec^2$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

9 جسم يتحرك على خط مستقيم بحيث ان $v(t)=3t^2-6t$ فجد

1) المسافة المقطوعة بالفترة $[1,3]$

2016 تمهيدي

Sol :

$v(t)=0 \Rightarrow 3t^2-6t=0$

$3t(t-2)=0$

اما $3t=0 \Rightarrow t=0 \notin [1,3]$

او $t-2=0 \Rightarrow t=2 \in [1,3]$ يجزا

$d_1=\int_1^2 (3t^2-6t)\,dt$

2023 دور 2 تطبيقي

$d_1=\left[t^3-3t^2\right]_1^2$

$d_1=[(8-12)-(1-3)]$

$=[-4+2]$

$d_1=|-2| \Rightarrow d_1=2m$

$d_2=\int_2^3 (3t^2-6t)\,dt$

$d_2=\left[t^3-3t^2\right]_2^3$

$d_2=[(27-27)-(8-12)]$

$d_2=|4| \Rightarrow d_2=4m$

$d=|d_1|+|d_2|$

$d=2+4=6m$

2) الازاحة المقطوعة بالفترة $[1,3]$

$s=\int_1^3 (3t^2-6t)\,dt$

$s=\left[t^3-2t^3\right]_1^3$

$s=(27-27)-(1-3)$

$s=2m$

10 سفينة شحن تتحرك بخط مستقيم بسرعة $v(t)=(3t^2-6t+3)m/min$ احسب

1) المسافة المقطوعة ضمن الفترة االزمنية $[2,4]$

2) الازاحة المقطوعة بعد مرور خمس دقائق من بدء الحركة

2013 خارج القطر

2014 دور (4) انبار

2022 د٢- احيائي

2023 تمهيدي- احيائي

Sol :

$v(t)=0$

$3t^2-6t+3=0$

$3(t^2-2t+1)=0$

$3(t-1)^2=0$

$t=1 \notin [2,4]$

$d=\int_2^4 (3t^2-6t+3)\,dt$

$d=\left[t^3-3t^2+3t\right]_2^4$

$d=[(64-48+12)-(8-12+6)]$

$d=28-2=26$

$d=|26| \Rightarrow d=26\ m$

$s=\int_0^5 (3t^2-6t+3)\,dt$

$s=\left[t^3-3t^2+3t\right]_0^5$

$s=[(125-75+15)-(0)]$

$s=65\ m$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره $4t+12 m/s^2$ وكانت سرعته بعد مرور (4) ثواني تساوي (90m/s) احسب

11

1. السرعة عند $t=2$
2. المسافة خلال الفترة $[1,2]$
3. الازاحة بعد (10) ثواني من بدء الحركة

1. السرعة عند $t=2$

$$V(t)=\int a(t)\,dt=\int 4t+12$$

$$V=2t^2+12t+c \qquad t=4\ ,\ V(t)=90$$

$$90=2(4)^2+12(4)$$

$$90=32+48+c$$

$$c=10$$

2019 دور (1) احيائي

2021 دور (2) تطبيقي

$$V(t)=2t^2+12t+10$$

عند $t=2$

$$V(t)=2(2)^2+12(2)+10$$

$$=8+24+10$$

$$=42$$

2. المسافة خلال الفترة $[1,2]$

$$d=\int V(t)\,dt$$

$$d=\int_1^2 2t^2+12t+10\,dt$$

$$\left[\frac{2t^3}{3}+6t^2+10t\right]_1^2$$

$$\left[\frac{16}{3}+24+20\right]-\left[\frac{2}{3}+6+10\right]$$

$$\frac{16}{3}+44-\frac{2}{3}-16$$

$$\frac{14}{3}+28$$

$$=\frac{14+84}{3}=\frac{98}{3}\ cm$$

3. الازاحة بعد (10) ثواني من بدء الحركة

$$st=\int V(t)\,dt$$

$$=\int_0^{10}\left(2t^2+12t+10\right)dt$$

$$s=\left[\frac{2t^3}{3}+6t^2+10t\right]_0^{10}$$

$$=\frac{2(10)^3}{3}+6(10)^2+10(10)-0$$

$$=\frac{2000}{3}+600+100$$

$$=\frac{2000}{3}+700$$

$$=\frac{2000+2100}{3}$$

$$=\frac{4100}{3}cm$$

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة
$v(t) = 3t - 6 m/s$ جد:
1. المسافة المقطوعة في [1,3]
2. الازاحة المقطوعة في الثانية الخامسة
3. بعده بعد مضي(4) ثواني من بدء الحركة

12

1. المسافة المقطوعة في [1,3]

$3t - 6 = 0 \Rightarrow 3t - 6] \div 3$

$t = 2 \in [1,3]$

2019 دور (2) تطبيقي

$$d_1 = \int_1^2 3t - 6\ dt$$

$$= \left[3\frac{t^2}{2} - 6t\right]_1^2$$

$$= \left[\frac{3}{2}(2)^2 - 6(2)\right] - \left[\frac{3(1)^2}{2} - 6(1)\right]$$

$$\left[\frac{12}{2} - 12\right] - \left[\frac{3}{2} - 6\right]$$

$$\cancel{-6} - \frac{3}{2} + \cancel{6} = \left|\frac{-3}{2}\right| = \frac{3}{2}$$

$$d_2 = \int_2^3 3t - 6\ dt$$

$$= \left[\frac{3t^2}{2} - 6x\right]_2^3$$

$$= \left[\frac{27}{2} - 18\right] - \left[\frac{12}{2} - 12\right]$$

$$\frac{27}{2} - 18 - 6 + 12 = \frac{27}{2} - 12$$

$$\frac{27 - 24}{2} = \frac{3}{2}$$

$$d = |d_1| + |d_2| = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

2. الازاحة المقطوعة في الثانية الخامسة

$$\int_4^5 (3t - 6)\ dt = \left[\frac{3t^2}{2} - 6t\right]_4^5$$

$$= \left[\frac{75}{2} - 30\right] - \left[\frac{48}{2} - 24\right]$$

$$\left[\frac{75}{2} - 30 - \frac{48}{2} + 24\right]$$

$$= \frac{75}{2} - \frac{48}{2} - 6 = \frac{27}{2} - 6 = \frac{27 - 12}{2} = \frac{15}{2}$$

3. بعده بعد مضي(4) ثواني من بدء الحركة

$$\int_0^4 (3t - 6)\ dt = \left[\frac{3t^2}{2} - 6t\right]_0^4$$

$$\left[\frac{48}{2} - 6(4)\right] - [0]$$

$$24 - 24 = 0$$

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره $(4)m/s^2$ فاذا كانت سرعته اصبحت $10\ /\ ms$ بعد مضي ثانيتين

13 جد :

اولاً: جد المسافة خلال الثانية الخامسة

Sol :

2013 تمهيدي

$$V(t) = \int d(t)\ dt$$

$$V(t) = \int 4\ dt$$

$$V(t) = 4t + c$$

عند $V(t) = 10$

$$t = 2$$

$$10 = 4(2) + c$$

$$10 = 8 + c \Rightarrow \boxed{c = 2}$$

$$V(t) = 4t + 2$$

$$d = \int V(t)\ dt$$

$$d = \int_4^5 4t + 2dt$$

$$d = \left[2t^2 + 2t\right]_4^5$$

$$d = [2(25) + 10] - [2(16) + 2]$$

$$d = [50 + 10] - [32 + 2]$$

$$d = 60 - 40$$

$$d = 20m$$

ثانياً: جد بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور 5s

$$S = \int_0^5 (4t + 2)dt$$

$$S = \left[2t^2 + 2t\right]_0^5$$

$$S = [2(25) + 2(5)] - [0]$$

$$S = 50 + 10$$

$$S = 60m$$

تحذير هام جداً

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد وإجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

11 الحجوم الدورانية

1 المنطقة المحددة بالمنحني $0 \le x \le 4$ $y = \sqrt{x}$ ومحور السينات دارت حول محور السينات جد حجمها .

2011 خارج القطر
2013 دور (3)
2018 دور (2) خارج

Sol :

$$v = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$

$$\left[y = \sqrt{x} \right]$$

$$y^2 = x$$

$$v = \pi \int_0^4 x \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^4 = 8\pi \text{ unit}^3$$

تم تغير الفترة الى (0, 6)

2 جد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالقطع المكافئ $y^2 = 8x$ والمستقيمين $x = 0 \, , \, x = 2$ حول محور السينات

2011 دور (2)
2014 تمهيدي
2017 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol :

$$v = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$

$$v = \pi \int_0^2 8x \, dx = \pi \left[4x^2 \right]_0^2$$

$$v = \pi [16 - 0] = 16\pi \text{ unit}^3$$

3 جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y = x^2 + 1$ والمستقيمين $y = 1 \, , \, y = 2$ حول محور الصادات

2012 دور (1)

Sol :

$$y = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = y - 1$$

$$v = \pi \int_a^b x^2 \, dy = \pi \int_1^2 (y - 1) \, dy$$

$$v = \pi \left[\frac{1}{2} y^2 - y \right]_1^2$$

$$= \pi \left[(2 - 2) - (\frac{1}{2} - 1) \right]$$

$$v = \frac{1}{2} \pi \text{ unit}^3$$

4 جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y = \sqrt{5}x^2$ والمستقيمين $x = 1 \, , \, x = 2$ حول محور السيني

2012 دور (2)

Sol :

$$\left[y = \sqrt{5}x^2 \right]$$ بتربيع الطرفين

$$y^2 = 5x^4$$

$$v = \pi \int_a^b y^2 \, dx = \pi \int_1^2 5x^4 \, dx$$

$$v = \pi \left[x^5 \right]_1^2 = \pi (32 - 1)$$

$$v = 31\pi \text{ unit}^3$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

5 جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بين المنحني $y = 4x^2$ والمستقيمين $y = 0 \ , \ y = 16$ حول المحور الصادي

2012 خارج القطر
2015 تمهيدي
2018 دور (3) احيائي - داخل
2019 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$$\left[y = 4x^2\right] \div 4$$

$$x^2 = \frac{1}{4}y$$

$$v = \pi\int_a^b x^2 \ dy = \pi\int_0^{16} \frac{y}{4} \ dy$$

$$v = \pi\left[\frac{y^2}{8}\right]_0^{16} = \pi(32 - 0)$$

$$v = 32\pi \text{ unit}^3$$

2020 تمهيدي تطبيقي

6 جد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالقطع المكافئ $y = 2x^2$ والمستقيمين $x = 0 \ , \ x = 5$ حول محور السينات

2012 تمهيدي
2019 تمهيدي احيائي

Sol :

$$\left[y = 2x^2\right]$$ بتربيع الطرفين

$$y^2 = 4x^4$$

$$v = \pi\int_a^b y^2 \ dx$$

$$= \pi\int_0^5 4x^4 \ dx$$

$$= \pi\left[\frac{4}{5}x^5\right]_0^5 = 2500\pi \text{ unit}^3$$

7 اوجد الحجم الدوراني المتولد من دوران المساحة المحددة بالمنحني $y = x\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0, x = 2$ حول المحور السيني

2013 تمهيدي

Sol :

$$V = \pi\int_0^1 y^2 \ dx \qquad y^2 = (x\sqrt{x})^2$$

$$y^2 = x^3$$

$$= \pi\int_0^2 x^3 \ dx = \pi\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2$$

$$= \pi\left[\frac{16}{4}\right] - 0$$

$$= 4\pi \text{ unit}^3$$

8 جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y = x^2 + 1$ والمستقيم $y = 4$ حول محور الصادي

2013 دور (1)
2015 دور (1) خارج
2016 دور (1) خارج

Sol :

$$y = x^2 + 1$$

$$x^2 = y - 1 \qquad \text{if } x = 0$$

$$0 = y - 1 \Rightarrow y = 1$$

$$v = \pi\int_a^b x^2 \ dy = \pi\int_1^4 (y - 1) \ dy$$

$$= \pi\left[\frac{1}{2}y^2 - y\right]_1^4 = \pi\left[(8 - 4) - (\frac{1}{2} - 1)\right]$$

$$= \frac{9}{2}\pi \text{ unit}^3$$

Telegram : @SadsHelp

جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y=\frac{1}{x}$ والمستقيمين $y=1$, $y=2$ حول محور الصادي

9

2013 دور (2)

Sol :

$y=\frac{1}{x}\Rightarrow\left[x=\frac{1}{y}\right]$ بتربيع الطرفين

$$x^2=\frac{1}{y^2}$$

$$v=\pi\int_a^b x^2\ dy=\pi\int_1^2\frac{1}{y^2}\ dy$$

$$=\pi\int_1^2 y^{-2}dy=\pi\left[-\frac{1}{y}\right]_1^2$$

$$=\pi\left(-\frac{1}{2}+1\right)=\frac{1}{2}\pi\ unit^3$$

جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y=\frac{1}{\sqrt{y}}$ والمستقيمين $y=1$, $y=4$ حول المحور الصادي

11

2014 دور (3)

2018 احيائي تمهيدي

Sol :

$\left[x=\frac{1}{\sqrt{y}}\right]$ بتربيع الطرفين

$$x^2=\frac{1}{y}$$

$$v=\pi\int_a^b x^2\ dy=\pi\int_1^4\frac{1}{y}\ dy$$

$$v=\pi\int_1^4\frac{1}{y}\ dy=\pi[\ln y]_1^4$$

$$v=\pi[\ln 4-\ln 1]$$

$$v=\pi\ln(2)^2$$

$$v=2\pi\ln 2$$

جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y^2=x^3$ والمستقيمين $x=0$, $x=2$ حول محور السينات.

10

2014 دور (2)

Sol :

$$v=\pi\int_a^b y^2\ dx=\pi\int_0^2 x^3\ dx$$

$$v=\pi\left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^2=\pi(4-0)$$

$$v=4\pi\ unit^3$$

2017 دور (1) احيائي - موصل

جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y=4x^2$ والمستقيمين $y=0$, $y=1$ حول محور الصادات

12

2014 نازحين

Sol :

$$\left[y=4x^2\right]\div 4$$

$$x^2=\frac{y}{4}$$

$$v=\pi\int_a^b x^2dy=\pi\int_0^1\frac{1}{4}y\ dy$$

$$v=\pi\left[\frac{1}{8}y^2\right]_0^1$$

$$v=\pi\left[\frac{1}{8}-0\right]=\frac{1}{8}\pi\ unit^3$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

13 جد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحني $y=\frac{1}{x}$ والمستقيمين $x=2\frac{1}{2}$, $x=1$ دورة كاملة حول المحور الصادي .

2015 دور (3)

2015 دور (4) رصافة

Sol :

$$y=\frac{1}{x}$$

$$x=1\Rightarrow y=\frac{1}{1}=1$$

$$x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{1}{\frac{1}{2}}\Rightarrow y=2$$

$$v=\pi\int_a^b x^2\ dy$$

$$y=\frac{1}{x}\Rightarrow\left[x=\frac{1}{y}\right]$$ بتربيع الطرفين

$$x^2=\frac{1}{y^2}$$

$$v=\pi\int_1^2 (y^{-2})\ dy$$

$$v=\pi\left[-\frac{1}{y}\right]_1^2$$

$$v=\pi\left[-\frac{1}{2}+1\right]$$

$$v=\frac{1}{2}\pi\ unit^3$$

14 اوجد الحجم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين محور الصادات ومنحني الدالة $y=\frac{3}{x}$ حيث $1\le y\le 3$ دورة كاملة حول محور الصادات .

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$$y=\frac{3}{x}$$

$$x=\frac{3}{y}$$ بالتربيع

$$x^2=\frac{9}{y^2}$$

$$v=\pi\int_a^b x^2\ dy=\pi\int_1^3\frac{9}{y^2}\ dy$$

$$v=\pi\int_1^3 9y^{-2}\ dy=\pi\left[\frac{-9}{y}\right]_1^3$$

$$v=\pi\left[\frac{-9}{3}+9\right]=\pi\left(\frac{-9+27}{3}\right)$$

$$v=6\pi\ unit^3$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $x^2+y^2=81$ حول محور الصادات علما ان المنحني يقطع محور الصادات

15

2017 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

$$x^2+y^2=81$$

$$x=0$$

حدود التكامل

$$y^2=81\Rightarrow y=\pm 9$$

$$x^2=81-y^2$$

$$v=\pi\int_a^b x^2\,dy=\pi\int_{-9}^{9}(81-y^2)\,dy$$

$$v=\pi\left[81y-\frac{1}{3}y^3\right]_{-9}^{9}$$

$$v=\pi\left[(729-243)-(-729+243)\right]$$

$$v=\pi\left[486+486\right]$$

$$v=972\pi\ \text{unit}^3$$

جد الحجم الناتج من دوران الدائرة $y^2+x^2=9$ حول محور السينات ومركزها نقطة الاصل

16

2017 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$y=0\Rightarrow 0+x^2=9$$

$$x^2=9\Rightarrow x=\mp 3$$

$$V=\pi\int_a^b y^2\,dx$$

$$V=\pi\int_{-3}^{3}(9-x^2)\,dx$$

$$V=\pi\left[9x-\frac{x^3}{3}\right]_{-3}^{3}$$

$$V=\pi\left[(27-9)(-27+9)\right]$$

$$V=\pi\left[18+18\right]$$

$$V=36\pi\ \text{unit}^3$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y^2 = 1 - x$ والمستقيم $x = 0$ حول المحور الصادي

17

2017 دور (2) تطبيقي/موصل

2018 دور (2) احيائي

Sol :

$$y^2 = 1 - 0 \Rightarrow y^2 = 1$$

$$y = \mp 1$$

$$x = 1 - y^2$$

$$x^2 = (1 - y^2)^2$$

$$V = \pi \int_a^b x^2 \, dy$$

$$V = \pi \int_{-1}^{1} (1 - y^2)^2 \, dy$$

$$V = \pi \int_{-1}^{1} \left[1 - 2y^2 + y^4\right] dy$$

$$V = \pi \left[y - \frac{2}{3} y^3 - \frac{y^5}{5} \right]_{-1}^{1}$$

$$V = \frac{16}{15} \text{ unit}^3$$

جد حجم المنطقة المتولدة من دوران الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ والمستمرة على الفترة $[0,6]$ حول محور السينات

18

2018 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

$$V = \pi \int_a^b y^2 \, dx = \pi \int_0^6 x \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^6 = \pi \left[\left(\frac{1}{2} (6)^2 \right) - 0 \right]$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} (36) \right) = 18\pi \text{ unit}^3$$

احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y = \sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0 , x = 2$ حول محور السينات

19

2019

Sol :

$$y = \sqrt{x^3}$$

$$y^2 = x^3$$

$$V = \pi \int_0^2 y^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 x^3 \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^2$$

$$= \pi \left[\frac{(2)^4}{4} \right] - 0$$

$$= 4\pi \text{ unit}^3$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

لتكن $F:[2,5]\to R, f(x)=2x-3$

جد $\int_2^5 f(x)\,dx$ بصورة تقريبية وتحقق من ذلك هندسياً حيث $\sigma=(2,3,5)$

$f'(x)=2x-3$

الدالة متزايدة دائماً على $f'(x)=2\in[2,5]$

التغيرات الجزئية [a,b]	طول الفترة h=b-a	mi	Mi	hmi	hMi
[2,3]	1	1	3	1	3
[3,5]	2	3	7	6	14
				7	17

$$\int_2^5 (2x-3)\,dx=\frac{L(\sigma,f)+U(\sigma,f)}{2}$$

$$=\frac{7+17}{2}=12\text{unit}^2$$

التحقق هندسياً

نعوض طرفي الفترة $[2,5]$ في الدالة

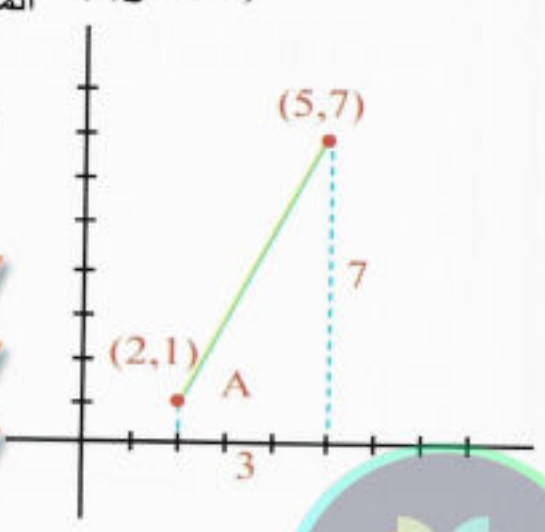
$f(2)=1\to(2,1)$

$f(5)=1\to(5,7)$

$A=\frac{1}{2}$ (مجموع الضلعين المتوازيين)(الارتفاع)

$=\frac{1}{2}(1+7)(13)$

$=12\text{unit}^2$



2016 دور(3) خارج

2017 دور(2)

2018 دور(2) خارج

جد $L(\sigma,f)$, $U(\sigma,f)$ اذا علمت ان

$F:[-2,1]\to R, f(x)=3-x$

$\sigma=(-2,0,1)$

2012 دور(1) خارج

$f'(x)=-1$

الدالة متناقصة دائماً

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[-2,0]	2	3	5	6	10
[0,1]	1	2	3	2	3
				8	13

$L(\sigma,f)=0$

$U(\sigma,f)=13$

لتكن $f:[1,5]\to R, f(x)=3x-2$

جد القيمة التقريبية للتكامل $\int_1^5 f(x)\,dx$

باستخدام التجزئة $\sigma=(1,2,3,5)$

2019 دور(3)

$f'(x)=3$

الدالة متزايدة دائماً

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	1	4	1	4
[2,3]	1	4	7	4	7
[3,5]	2	7	13	14	26
				19	37

$$\int_1^5 (3x-2)\,dx=\frac{19+17}{2}=28\text{unit}^2$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

لتكن $F:[1,4]\to R, f(x)=3x-3$
جد قيمة التكامل $\int_1^4 f(x)\,dx$ بأستخدام التجزئة $\sigma=(1,2,3,4)$ ثم تحقق هندسياً بحساب مساحة المنطقة تحت المنحني f

الدالة متزايدة دائماً $f'(x)=3$

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	0	3	0	3
[2,3]	1	3	6	3	6
[3,4]	1	6	9	6	9
				9	18

$L(\sigma,f)=9\ ,\ U(\sigma,f)=18$

$$\int_1^4 (3x-3)\,dx=\frac{9+18}{2}=13.5\ \text{unit}^2$$

الطريقة الهندسية

$[1,4]$

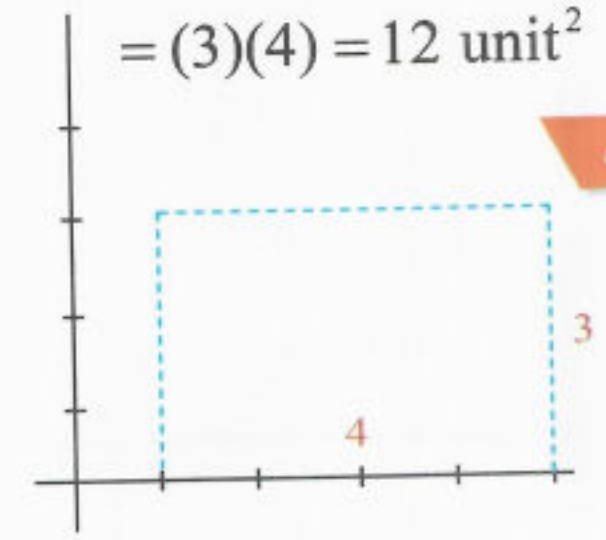
$f(1)=0$ $(1,0)$

$f(4)=9$ $(4,9)$

$A=\frac{1}{2}$(الارتفاع)(القاعدة)

$=\frac{1}{2}(3)(9)$

$=13.5\ \text{unit}^2$



2018 دور (1)

لتكن $F:[1,5]\to R, f(x)=3$
جد $\int_1^5 f(x)\,dx$ بتجزئتين منتظمتين وبالطريقة الهندسية.

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{5-1}{2}=2$$

$\sigma=(1,3,5)$

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,3]	2	3	3	6	6
[3,5]	2	3	3	6	6
				12	12

$L(\sigma,f)=12\ ,\ U(\sigma,f)=12$

$$\int_1^5 (3)\,dx=\frac{12+12}{2}=12\ \text{unit}^2$$

الطريقة الهندسية

$f(1)=3$ $(1,3)$

$f(5)=3$ $(5,3)$

A = (العرض)(الطول)

$=(3)(4)=12\ \text{unit}^2$

2017 تمهيدي

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

لتكن $F:[1,3]\to R$ حيث $f(x)=2x^2$ اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_1^3 f(x)\,dx$ اذا جزئت الفترة $[1,3]$ الى فترتين جزئيتين منتظمتين

2012 دور(1)

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{2}=1\Rightarrow \theta=(1,2,3)$$

$$f'(x)=4x\Rightarrow 4x=0\Rightarrow x=0\notin[1,3]$$

الدالة متزايدة في مجالها

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	2	8	2	8
[2,3]	1	8	18	8	18
				10	26

$$\int_1^3 2x^2\,dx=\frac{10+26}{2}=18\ \text{unit}^2$$

تحذير هام جدا

ان مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

لتكن $F:[1,3]\to R$ حيث $f(x)=x^2$ اوجد قيمة تقريبية للتكامل اذا جزئت الفترة $[1,3]$ الى فترتين جزئيتين منتظمتين

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{2}=1\Rightarrow \sigma=(1,2,3)$$

$$f'(x)=2x\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=0\notin[1,3]$$

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	1	4	1	4
[2,3]	1	4	9	4	9
				5	13

$$\int_1^3 x^2dx=\frac{5+13}{2}=9\ \text{unit}^2$$

خارج 2015 — دور(1) 2017 — دور(2) 2019

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_2^4 (3x^2-3)\,dx$ بأستخدام التجزئة $\sigma=(2,3,4)$

$$f'(x)=6x\Rightarrow 6x=0\Rightarrow x=0\notin[2,4]$$

الدالة متزايدة في مجالها

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[2,3]	1	9	24	9	24
[3,4]	1	24	45	24	45
				33	69

$$L(\sigma,f)=33\ ,\ U(\sigma,f)=69$$

$$\int_2^4 (3x^2-3)dx=\frac{33+69}{2}=\frac{102}{2}=51\ \text{unit}^2$$

دور(1) نازحين 2017 — دور(3) 2015

Telegram : @SadsHelp

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_1^5 x^3\ dx$ بأستخدام اربع تجزيئات منتظمة

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{5-1}{4}=1\ ,\ \sigma=(1,2,3,4,5)$$

$$f'(x)=3x^2\Rightarrow 3x^2=0\Rightarrow x=0\notin[1,5]$$

الدالة متزايدة في مجالها

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	1	8	1	8
[2,3]	1	8	27	8	27
[3,4]	1	27	64	27	64
[4,5]	1	64	125	64	125
				100	224

$$L(\sigma,f)=100$$

$$U(\sigma,f)=224$$

$$\int_1^5 x^3\ dx=\frac{L(\sigma,f)+U(\sigma,f)}{2}$$

$$=\frac{100+224}{2}$$

$$=162\quad unit^2$$

2013 دور(1) خارج — 2015 دور(3) — 2017 دور(2) موصل

لتكن $F:[0,4]\to R, f(x)=3x-x^2$ جد $U(\sigma,f)\ ,\ L(\sigma,f)$ مستخدماً اربع تجزيئات منتظمة

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{4-0}{4}=1\Rightarrow$$

$$\sigma=(0,1,2,3,4)$$

$$f'(x)=3-2x\Rightarrow 3-2x=0$$

$$x=\frac{3}{2}\in[1,2]$$



$f(\frac{3}{2})=\frac{9}{4}$ $\quad$ $(\frac{3}{2}\ ,\ \frac{9}{4})$ عظمى محلية

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[0,1]	1	0	2	0	2
[1,2]	1	2	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{9}{4}$
[2,3]	1	0	2	0	2
[3,4]	1	-4	0	-4	0
				-2	6.25

$$L(\sigma,f)=-2$$

$$U(\sigma,f)=6.25$$

2017 دور(2) خارج — 2017 دور(1) موصل — 2019 تمهيدي

Telegram : @SadsHelp

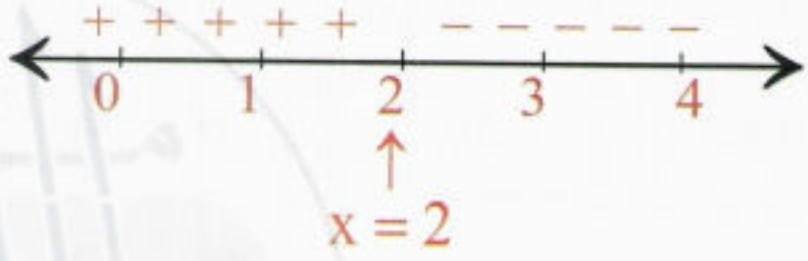
لتكن $F:[0,4]\to R, f(x)=4x-x^2$
جد $U(\sigma,f)\ ,\ L(\sigma,f)$ بأستخدام اربع تجزيئات متساوية

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{4-0}{4}=1$$

$$\sigma=(0,1,2,3,4)$$

$$f'(x)=4-2x\Rightarrow f'(x)=0$$

$$4-2x=0\Rightarrow x=2\in[0,4]$$



[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[0,1]	1	0	3	0	3
[1,2]	1	3	4	3	4
[2,3]	1	3	4	3	4
[3,4]	1	0	3	0	3
				6	14

$$L(\sigma,f)=6$$
$$U(\sigma,f)=14$$

2018 تمهيدي
2019 دور(1)

جد $U(\sigma,f)\ ,\ L(\sigma,f)$ اذا علمت ان
$F:[1,4]\to R, f(x)=3x^2+2x$
بأستخدام ثلاث تجزيئات متساوية

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{4-1}{3}=-1$$

$$f'(x)=6x+2\Rightarrow 6x+2=0$$

$$6x=-2\Rightarrow x=\frac{-1}{3}\notin[1,4]$$

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	5	16	5	16
[2,3]	1	16	13	16	13
[3,4]	1	33	56	33	56
				54	105

$$L(\sigma,f)=54$$
$$U(\sigma,f)=105$$

2012 دور(3)

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_1^3 \frac{3}{x}\,dx$ بأستخدام التجزئة $\sigma=(1,2,3)$

$f(x)=3x^{-1} \Rightarrow f'(x)=-3x^{-2}=\frac{-3}{x^2}$

$f'(x)\neq 0$

الدالة متناقصة في مجالها

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[1,2]	1	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	3
[2,3]	1	1	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
				$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{2}$

$L(\sigma,f)=54$

$U(\sigma,f)=105$

$$\int_1^3 \frac{3}{x}\,dx=\frac{\frac{5}{2}+\frac{9}{2}}{2}=\frac{7}{2}\,\text{unit}^2$$

2018 دور (2)

2011 دور (1) خارج

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_3^5 (2x^2-2)\,dx$ بأستخدام التجزئة $\sigma=(3,4,5)$

$f'(x)=4x \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0 \notin [3,5]$

الدالة متزايدة في مجالها

[a,b]	h	mi	Mi	hmi	hMi
[3,4]	1	16	30	16	30
[4,5]	1	30	48	30	48
				46	78

$L(\sigma,f)=46$

$U(\sigma,f)=78$

2016 دور (1)

$$\int_1^4 (3x^2-3)\,dx=\frac{L(\sigma,f)+U(\sigma,f)}{2}$$

$$=\frac{46+78}{2}$$

$$=62 \quad \text{unit}^2$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد وإجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp



الرياضيات

الاستاذ حيدر وليد
07701780364

حلول الاسئلة الوزارية

5

المعادلات التفاضلية

077 100 55555
Mob: 6561
شبكة المساعد
@SadsHelp
ملازم دار المغرب

Telegram : @SadsHelp

هل ان $y = x^3 - x - 2$ هو حلا للمعادلة التفاضلية $\frac{d^2y}{dx^2} - 6x = 0$

1

2011 دور (1)
2014 تمهيدي
2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

L.H.S

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} - 6x = 0$$

R.H.S

اذن هي حل للمعادلة التفاضلية

بين ان $y = ae^{-x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y' + y = 0$ حيث $a \in R$

2

2012 تمهيدي
2013 دور (2)

Sol :

$$y' = -ae^{-x}$$

L.H.S $y' + y = -a^{-x} + ae^{-x} = 0 = R.H.S$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

اذن هي حل للمعادلة التفاضلية

بين ان العلاقة $y = x^2 + 3x$ هي حلاً للمعادلة التفاضلية $x.y' = x^2 + y$

3

2013 دور (3)
2014 دور (1)
2022 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$[y' = 2x + 3].x$

$xy' = 2x^2 + 3x$ L.H.S

$$R.H.S : x^2 + y = x^2 + x^2 + 3x$$
$$= 2x^2 + 3x$$

L.H.S = R.H.S

اذن هي حلاً للمعادلة التفاضلية

بين ان $\ln|y| = x^2 + c$ حيث $c \in R$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' = 4x^2y + 2y$

4

2013 خارج القطر
2015 دور (2)

Sol :

$$\frac{1}{y}y' = 2x$$

$$y' = 2xy$$

$$y'' = 2xy' + 2y$$

$$y'' = 2x(2xy) + 2y$$

$$y'' = 4x^2y + 2y : L.H.S$$

$$4x^2y + 2y : R.H.S$$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

اذن هي تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

حيدر وليد

Telegram : @SadsHelp

5 اثبت ان $2x^2 + y^2 = 1$ هو حلاً للمعادلة $y^3 y'' = -2$

2015 دور (1) خارج

2016 دور (2)

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$2x^2 + y^2 = 1$$

$$4x + 2yy' = 0$$

$$2yy' = -4x$$

$$y' = \frac{-4x}{2y}$$

$$y' = -\frac{2x}{y}$$

$$y'' = \frac{(y)(-2) - (-2x)(y')}{y^2}$$

$$y'' = \frac{-2y + 2x(y')}{y^2}$$

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة

$$y'' = \frac{-2y + 2x(\frac{-2x}{y})}{y^2}$$

$$y'' = \frac{\frac{-2y^2 - 4x^2}{y}}{y^2}$$

$$y'' = \frac{-2y^2 - 4x^2}{y^3}$$

$$y'' = \frac{-2(y^2 + 2x^2)}{y^3}$$

$$y'' = \frac{-2}{y^3}$$

$$L.H.S : y^3 y'' = y^3(\frac{-2}{y^3}) = -2$$

$$L.H.S = R.H.S$$

اذن العلاقة هي تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

6 اثبت ان $y = x \ln x - x$ احد حلول للمعادلة $x\frac{dy}{dx} = x + y \ , \ x > 0$

2016 تمهيدي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = (x)(\frac{1}{x}) + \ln x(1) - 1$$

$$= \ln x$$

$$L.H.S$$

2021 دور (2) احيائي

2022 د1 تطبيقي

$$x\frac{dy}{dx} = x \ln x$$

$$R.H.S : x + y = x + x \ln x - x$$

$$= x \ln x$$

$$L.H.S = R.H.S$$

اذن هي تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

2018 دور (2) احيائي - داخل

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

2023 تمهيدي- تطبيقي

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

هل ان $y=\frac{1}{2}xe^x$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''-y=e^x$

7

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

$$y=\frac{1}{2}xe^x$$

$$y'=\frac{1}{2}xe^x+\frac{1}{2}e^x$$

$$y''=\frac{1}{2}xe^x+\frac{1}{2}e^x+\frac{1}{2}e^x$$

$$y''=\frac{1}{2}xe^x+e^x$$

L.H.S :

$$y''-y=\frac{1}{2}xe^x+e^x-\frac{1}{2}xe^x$$

$$=e^x=R.H.S$$

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

برهن ان $y=3\cos 2x+2\sin 2x$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+4y=0$

8

2012 دور (1)

2015 تمهيدي

2023 تمهيدي- احيائي

Sol :

$$y=3\cos 2x+2\sin 2x$$

$$y'=-6\sin 2x+4\cos 2x$$

$$y''=-12\cos 2x-8\sin 2x$$

نقوم بتعويضها بطرفي المعادلة الايسر

$$L.H.S: y''+4y \Rightarrow$$

$$(-12\cos 2x-8\sin 2x)+4(3\cos 2x+2\sin 2x)$$

$$=-12\cos 2x-8\sin 2x+12\cos 2x+8\sin 2x$$

$$=0=R.H.S$$

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

2016 دور (2) خارج

2017 دور (1) احيائي - داخل

2019 تمهيدي احيائي

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

برهن ان $y = \sin x$ هو حلاً للمعادلة $y'' + y = 0$

9

2012 خارج القطر

Sol :

$y = \sin x$

$y' = \cos x \Rightarrow y'' = -\sin x$

L.H.S :

$y'' + y = -\sin x + \sin x$

$= 0 = R.H.S$

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

هل ان $y = x + 2$ هو حلا للمعادلة $y'' + 3y' + y = x$

10

2017 دور (3) احيائي - داخل

2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$y = x + 2$

$y' = 1 \Rightarrow y'' = 0$

L.H.S :

$y'' + 3y' + y$

$\Rightarrow 0 + 3 + x + 2 = x + 5 \neq$ R.H.S

$\therefore$ L.H.S $\neq$ R.H.S

اذن العلاقة هي ليست حلاً للمعادلة التفاضلية

حلاً للمعادلة $yx = \sin 5x$

$xy'' + 2y' + 25yx = 0$

11

2015 دور (2) خارج

2019 دور (1) احيائي

2018 تمهيدي 1.ج

Sol :

$yx = \sin 5x$

$y + xy' = 5\cos 5x$

$y' + xy'' + y' = -25\sin 5x$

$xy'' + 2y' + 25\sin 5x = 0$

$xy'' + 2y' + 25xy = 0$

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

2018 تمهيدي - احيائي

2016 دور (1) خارج

هل يمثل $y = \sin 6x$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' + 36y = 0$ ؟ بين ذلك

12

2018 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$y = \sin 6x \Rightarrow$

$y' = 6\cos 6x \Rightarrow y'' = -36\sin 6x$

L.H.S :

$y'' + 36y = -36\sin 6x + 36\sin 6x$

$= 0 :$ R.H.S

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

هل ان $y = \tan x$ هو حلاً للمعادلة $y'' = 2y(1+y^2)$

13

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

2022 دور 2 احيائي

Sol :

$y = \tan x$

$y' = \sec^2 x$

$y'' = 2\sec x.\sec x.\tan x$

$y'' = 2\tan x.\sec^2 x$

L.H.S :

$y'' = 2\tan x.\sec^2 x$

R.H.S : $2y(1+y^2) \Rightarrow$

$2\tan x(1+\tan^2 x) \Rightarrow$

$= 2\tan x\sec^2 x$

$L.H.S = R.H.S$

اذن العلاقة المعطاة هي حلاً للمعادلة التفاضلية

حيدر وليد

هل ان العلاقة $y^2 = 3x^2 + x^3$ تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

$yy'' + (y')^2 - 3x = 8$

14

2019 تمهيدي تطبيقي

2011 دور (2)

Sol :

$y^2 = 3x^2 + x^3$

$2yy' = 6x + 3x^2$

$2[y.y'' + y'.y'] = 6 + 6x] \div 2$

$y.y'' + (y')^2 = 3 + 3x$

$y.y'' + (y')^2 - 3x = 3 \neq 8$

اذن لا تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

هل تمثل $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$ حلاً للمعادلة التفاضلية $y'' + 4y = 2$ ؟ بين ذلك

15

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$

$y' = -6\sin 2x + 4\cos 2x$

$y'' = -12\cos 2x - 8\sin 2x$

$-12\cos 2x - 8\sin 2x + 4(3\cos 2x + 2\sin 2x)$

$-12\cos 2x - 8\sin 2x + 12\cos 2x + 8\sin 2x = 0$

$0 \neq 2$ لا تمثل حلاً

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

هل ان $y=\frac{\sin x}{1+\cos x}$ تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{1+\cos x}$ بين ذلك

16

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$$y=\frac{\sin x}{1+\cos x}$$

$$y'=\frac{(1+\cos x)\cos -[\sin x(-\sin x)]}{(1+\cos x)^2}$$

$$y'=\frac{\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}{(1+\cos x)^2}$$ قاعدة ذهبية

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cancel{\cos x}+1}{\cancel{(1+\cos x)}(1+\cos x)}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{1+\cos x}$$

اذن تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

هل يمثل $y=\tan x$ حلاً للمعادلة التفاضلية $2yy'-y''=0$ بين ذلك

17

2019 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol :

$$y=\tan x$$

$$y'=\sec^2 x$$

$$y''=2\sec x.\sec x.\tan x$$

$$=2\sec^2 x.\tan x$$

$$2\tan x.\sec^2 x-2\sec^2 x.\tan x=0$$

اذن تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

برهن ان العلاقة $s=8\cos 3t+6\sin 3t$ هي حلاً للمعادلة $\frac{d^2s}{dt^2}+9s=0$

18

2021 دور (1) احيائي

$$S=8\cos 3t+6\sin 3t$$

$$\frac{ds}{dt}=-24\sin 3t+18\cos 3t$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}=-72\cos 3t+54\sin 3t$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}=-9(8\cos 3t+6\sin 3t)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}=-9s\Longrightarrow\frac{d^2s}{dt^2}+9s=-9s+9s=0$$

العلاقة s تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

بين ان : $y=e^{2x}+e^{-3x}$ هو حلاً للمعادلة التفاضلية $y''+y'-6y=0$

19

2021 دور (2) تطبيقي

2023 د١ - احيائي

$$y=e^{2x}+e^{-3x}$$

$$y'=2e^{2x}-3e^{-3x}$$

$$y''=4e^{2x}+9e^{-3x}$$

$$\text{L.H.S}\quad y''+y'-6y$$

$$=4e^{2x}+9e^{-3}+2e^{2x}-3e^{-3x}-6(e^{2x}+e^{-3x})$$

$$=\cancel{6e^{2x}}+\cancel{6e^{-3x}}-\cancel{6e^{2x}}-\cancel{6e^{-3x}}$$

$$=0\qquad=\text{R.H.S}$$

$\therefore$ العلاقة $y=e^{2x}+e^{-3x}$

تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية $y+y-6y=0$

بين أن $\text{Ln}\,y^2=x+a$ حيث $a\in R$ حلاً للمعادلة $2y'-y=0$

20

2014 دور 2

2020 تمهيدي احيائي

$$\frac{1}{y^2}.2y\,(y')=1\Longrightarrow\frac{2y'}{y^2}=1$$

$$2y'=y\Longrightarrow 2y'-y=0$$

$\therefore$ هي تمثلك حلاً للمعادلة التفاضلية .

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

MATHEMATICS

هل ان $y^2 = 3x^2 + x^3$ حل للمعادلة التفاضلية $yy'' + (y')^2 - 3x = 3$ ؟

21

2023 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$y^2 = 3x^2 + x^3$$

$$2yy' = 6x + 3x^2$$

$$2yy' + y' \cdot 2y' = 6 + 6x \quad] \div 2$$

$$yy' + (y')^2 = 3 + 3x$$

$$yy' + (y')^2 - 3x = 3$$

∴ تمثل حل للمعادلة التفاضلية

هل ان $2x^2 - y^2 = 1$ حلاً للمعادلة التفاضلية $yy'' + (y')^2 = 2$ ؟ بين ذلك

22

2023 دور (2) تطبيقي

Sol:

$$2x^2 - y^2 = 1$$

$$4x - 2yy' = 0] \div 2$$

$$2x - yy' = 0$$

$$2 - [yy'' + y'y'] = 0$$

$$2 - [yy'' + (y')^2] = 0$$

$$yy'' + (y')^2 = 2$$

∴ تمثل حلاً للمعادلة التفاضلية

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التفاضلية

① فصل المتغيرات

1 جد حل المعادلة التفاضلية $y' = 2e^x y^3$ حيث $x = 0 \ , \ y = \frac{1}{2}$

2019 دور (3) احيائي
2021 دور (1) احيائي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = 2e^x y^3$$

$$dy = 2e^x y^3 \ dx \ ] \div y^3$$

$$\frac{dy}{y^3} = 2e^x \ dx$$

$$\int y^{-3} \ dy = \int 2e^x \ dx$$

$$\frac{y^{-2}}{-2} = 2e^x + c$$

$$\frac{-1}{2y^2} = 2e^x + c \qquad \text{عندما } x = 0$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2(\frac{1}{2})^2} = 2e^0 + c$$

$$\frac{-1}{2(\frac{1}{4})} = 2(1) + c$$

$$-2 = 2 + c$$

$$c = -4$$

$$\frac{-1}{2y^2} = 2e^x - 4$$

2 حل للمعادلة التفاضلية $e^x dx - y^3 dy = 0$

2011 دور (2)
2023 دور(2) تطبيقي

Sol :

$$y^3 \ dy = e^x \ dx$$

$$\int y^3 \ dy = \int e^x \ dx$$

$$\frac{1}{4} y^4 = e^x + c$$

3 حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$

2011 دور (1)
2014 نازحين
2018 دور (2) تطبيقي - داخل
2023 د١ - تطبيقي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$$

$$(3y^2 + e^y) \ dy = \cos x \ dx$$

$$\int (3y^2 + e^y) \ dy = \int \cos x \ dx$$

$$y^3 + e^y = \sin x + c$$

2019 دور (2) تطبيقي
2022 دور 2 تطبيقي
2023 د١ - تطبيقي

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

4 حل للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=(x+1)(y-1)$ حيث $x=2\ ,\ y=2$

2012 دور (2)

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$$\frac{dy}{dx}=(x+1)(y-1)$$

$$\frac{dy}{(y-1)}=(x+1)\,dx$$

$$\int\frac{dy}{(y-1)}=\int(x+1)\,dx$$

$$\ln|y-1|=\frac{1}{2}x^2+x+c$$

$$\ln|2-1|=\frac{1}{2}(4)+2+c$$

$$0=4+c\Rightarrow c=-4$$

$$\ln|y-1|=\frac{1}{2}x^2+x-4$$

5 حل للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}+xy=3x$ حيث $x=1\ ,\ y=2$

2013 دور (2)

2014 دور (3)

Sol:

$$\frac{dy}{dx}=3x-xy$$

$$\frac{dy}{dx}=x(3-y)$$

$$\frac{dy}{3-y}=x\,dx$$

$$\int\frac{dy}{3-y}=\int x\,dx$$

$$-\ln|3-y|=\frac{1}{2}x^2+c$$

$$-\ln|3-2|=\frac{1}{2}+c$$

$$0=\frac{1}{2}+c\Rightarrow c=-\frac{1}{2}$$

$$-\ln|3-y|=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$$

حيدر وليد

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$\tan^2 y\, dy = \sin^3 x\, dx$$

6

2014 دور (4) الدار — 2023 تمهيدي- تطبيقي — 2021 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$\int \tan^2 y\, dy = \int \sin^3 x\, dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1)\, dy = \int \sin x . \sin^2 x\, dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1)\, dy = \int \sin x (1 - \cos^2 x)\, dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1)\, dy = \int (\sin x - \cos^2 x \sin x)\, dx$$

$$\tan y - y = -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + c$$

2017 دور (3) تطبيقي - داخل — 2017 دور (2) تطبيقي - خارج

حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2}$

7

2011 خارج القطر

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2}$$

$$3y^2\, dy = \cos x\, dx$$

$$\int 3y^2\, dy = \int \cos x\, dx$$

$$y^3 = \sin x + c$$

حل المعادلة التفاضلية

$$y' = \frac{\cos^2 y}{x} \quad , y = \frac{\pi}{4} \quad , x = 1$$

8

2014 تمهيدي — 2018 تمهيدي - احيائي — 2018 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 y} dy = \frac{1}{x} dx$$

$$\sec^2 y\, dy = \frac{1}{x}\, dx$$

$$\int \sec^2 y\, dy = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$\tan y = \ln|x| + c$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \ln 1 + c$$

$$1 = 0 + c \Rightarrow c = 1$$

$$\tan y = \ln|x| + 1$$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$dy = \sin x \cos^2 y\, dx$$

حيث $\cos y \neq 0$, $y \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$

9

2019 دور (3) تطبيقي

Sol :

$$dy = \sin x \cos^2 y\, dx \Big] \div \cos^2 y$$

$$\frac{dy}{\cos^2 y} = \sin x\, dx$$

2023 دور (2) احيائي

$$\int \sec^2 y\, dx = \int \sin x\, dx$$

$$\tan y = -\cos x + c$$

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=\frac{\sin x}{6y^2+e^y}$

10

2015 دور (3)

2017 دور (2) تطبيقي - موصل

Sol :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\sin x}{6y^2+e^y}$$

$$(6y^2+e^y)\,dy=\sin x\,dx$$

$$\int(6y^2+e^y)\,dy=\int\sin x\,dx$$

$$2y^3+e^y=-\cos x+c$$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية $(x+1)\frac{dy}{dx}=2y$

11

2015 دور (2)

2023 تمهيدي - احيائي

Sol :

$$(x+1)\frac{dy}{dx}=2y$$

$$(x+1)\,dy=2y\,dx$$

$$\frac{dy}{y}=\frac{2\,dx}{x+1}$$

$$\int\frac{dy}{y}\quad\int\frac{2\,dx}{x+1}$$

$$\ln|y|=2\ln(x+1)+c$$

$$\ln|y|=\ln(x+1)^2+c$$

$$\ln|y|=\ln(x+1)^2+\ln c_1$$

$$\ln|y|=\ln c_1(x+1)^2$$

$$|y|=c_1(x+1)^2$$

حل المعادلة التفاضلية $x\cos^2 y\,dx+\tan y\,dy=0$

12

2021 دور (2) احيائي

2021 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$x\cos^2 y\,dx+\tan y\,dy=0$$

$$\frac{\tan y\,dy}{\cos^2 y}=-x\frac{\cos^2 y\,dx}{\cos^2 y}dx$$

$$\int\frac{1}{\cos^2 y}.\tan y\,dy=\int-x\,dx$$

$$\int\tan y.\sec^2 y\,dy=\int-x\,dx$$

$$\frac{\tan^2 y}{2}=\frac{-x^2}{2}+c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$xy\frac{dy}{dx}+y^2=1-y^2$$

13

2016 دور (1) خارج

Sol :

$$xy\frac{dy}{dx}+y^2=1-y^2$$

$$xy\frac{dy}{dx}=1-y^2-y^2$$

$$xy\,dy=(1-2y^2)\,dx$$

$$\frac{y}{(1-2y^2)}\,dy=\frac{1}{x}\,dx$$

$$\int\frac{y}{(1-2y^2)}\,dy=\int\frac{1}{x}\,dx$$

$$-(\frac{1}{4})\int\frac{-4y}{1-2y^2}\,dy=\int\frac{1}{x}\,dx$$

$$-\frac{1}{4}\ln|1-2y^2|=\ln|x|+c$$

$$\ln\left|(1-2y^2)^{\frac{-1}{4}}\right|=\ln|x|+\ln c_1\ ,\ c_1>0$$

$$\ln\left|(1-2y^2)^{\frac{-1}{4}}\right|=\ln|c_1x|$$

$$\left|(1-2y^2)^{\frac{-1}{4}}\right|=|c_1x|$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{1-2y^2}}=c_1x$$

اوجد حل المعادلة التفاضلية

$y'-x\sqrt{y}=0$ عندما $x=2\ ,\ y=9$

14

2016 دور (1)

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol:

$$\frac{dy}{dx}-x\sqrt{y}=0$$

$$\frac{dy}{dx}=x\sqrt{y}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y}}=x\,dx$$

$$\int y^{-\frac{1}{2}}\,dy=\int x\,dx$$

$$2y^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}x^2+c$$

$$2\sqrt{y}=\frac{1}{2}x^2+c \qquad x=2\ ,y=9$$

$$2\sqrt{9}=\frac{1}{2}(2)^2+c$$

$$6=2+c$$

$$c=4$$

$$2\sqrt{y}=\frac{1}{2}x^2+4$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

15 حل للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = e^{2x.y}$ حيث $x = 0 , y = 0$

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x}.e^{y}$$

$$\frac{dy}{e^{y}} = e^{2x}\ dx \Rightarrow e^{-y}\ dy = e^{2x}\ dx$$

$$\int e^{-y}\ dy = \int e^{2x}\ dx$$

$$-e^{-y} = \frac{1}{2}e^{2x} + c \qquad x = 0 , y = 0$$

$$-e^{0} = \frac{1}{2}e^{0} + c \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} + c$$

$$c = -\frac{3}{2}$$

$$-e^{-y} = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}$$

$$\left[\frac{-1}{e^{y}} = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}\right].(2)$$

$$\frac{-2}{e^{y}} = e^{2x} - 3$$

16 حل المعادلة التفاضلية $yy' = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol:

$$y\frac{dy}{dx} = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$$

2022 دور 2 احيائي

$$\frac{y}{\sqrt{(1+y^2)^3}}\ dy = 4\ dx$$

$$(1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\ y\ dy = 4\ dx$$

$$\int (1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\ y\ dy = \int 4\ dx$$

$$\frac{1}{2}\int (1+y^2)^{\frac{-3}{2}}\ 2y\ dy = \int 4\ dx$$

$$-(1+y^2)^{\frac{-1}{2}} = 4x + c$$

$$\frac{-1}{\sqrt{1+y^2}} = 4x + c$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التفاضلية

$$e^{x+2y} + y' = 0$$

17

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

2019 دور (1) تطبيقي

Sol :

$$e^{x}.e^{2y} + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -e^{x}.e^{2y}$$

$$\frac{dy}{e^{2y}} = -(e^{x})\,dx$$

$$\int e^{-2y}\,dy = -\int e^{x}\,dx$$

$$-\frac{1}{2}e^{-2y} = -e^{x} + c$$

$$\frac{-1}{2e^{2y}} = -e^{x} + c$$

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية الاتية

$$\sin x \cos y \frac{dy}{dx} + \cos x \sin y = 0$$

18

2019 دور (1) احيائي

2023 تمهيدي- تطبيقي

Sol :

$$\sin x \cos y \frac{dy}{dx} = -\cos x \sin y$$

$$\sin x.\cos y\ dy = -\cos x \sin y\ dx \Big] \div \sin x \sin y$$

2023 د١ - احيائي

$$\frac{\cos y}{\sin y}\,dy = \frac{-\cos x}{\sin x}\,dx$$

$$\int \frac{\cos y}{\sin y}\,dy = \int \frac{-\cos x}{\sin x}\,dx$$

$$\text{Ln}\sin y = -\text{Ln}\sin x + c$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعاً وقانوناً استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية : $\frac{dy}{dx} = e^{2x+y}$
حيث أن $x = 0 , y = 0$

19

2022 د1 تطبيقي
2022 د1 احيائي
2017 د2 احيائي

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x} \cdot e^{y}$$
$$\frac{dy}{e^{y}} = e^{-2x}\, dx$$
$$e^{-y}\, dy = e^{2x}\, dx$$
$$\int e^{-y}\, dy = \int e^{2x}\, dx$$
$$-e^{-y} = \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

عندما $x = 0$ ، $y = 0$:

$$-e^{0} = \frac{1}{2} e^{0} + c$$
$$-1 = \frac{1}{2} + c \Rightarrow c = \frac{-3}{2}$$
$$-e^{-y} = \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{3}{2}$$
$$[\frac{-1}{e^{y}} = \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{3}{2}] \cdot 2$$
$$\frac{-2}{e^{y}} = e^{2x} - 3$$

حل المعادلة التفاضلية الآتية : $y' - x\sqrt{y} = 0$
عندما $x = 2 , y = 9$

20

2022 تمهيدي احيائي
2016

2016 د1 احيائي

$$\frac{dy}{dx} - x\sqrt{y} = 0$$
$$\frac{dy}{dx} = x\sqrt{y} \Rightarrow dy = x\sqrt{y}\, dx\ ] \div \sqrt{y}$$
$$\frac{dy}{\sqrt{y}} = x\, dx \Rightarrow \int \frac{dy}{\sqrt{y}} = \int x\, dx$$

2017 د1 تطبيقي

$$\int y^{-\frac{1}{2}}\, dy = \int x\, dx$$
$$2\, y^{\frac{1}{2}} = \frac{x^2}{2} + c$$

عندما $x = 2$ و $y = 9$:

$$2\sqrt{y} = \frac{x^2}{2} + c$$
$$2\sqrt{9} = \frac{(2)^2}{2} + c$$
$$2(3) = \frac{4}{2} + c$$
$$6 = 2 + c \Rightarrow c = 4$$
$$2\sqrt{y} = \frac{1}{2} x^2 + 4$$

تحذير هام جدا

أن مطبعة المغرب (ملازم دار المغرب) هي دار نشر قانونية مثبتة لدى وزارة الصناعة، وعليه نحذر من عملية التلاعب بطباعة مؤلفاتنا واستنساخها أو نشرها على الانترنت، فهناك عقوبات بحق هذا التجاوز والتعدي على طباعتنا وجهدنا وفق القانون العراقي المرقم ٢١ لسنة ١٩٥٧ والمعدل برقم ٨٠ في سنة ٢٠٠٤ وللمحكمة حق مصادرة المنتجات المخالفة والبضائع وعنوان المكتبة ووسائل التغليف والأوراق ، وتذكر أن كل ما بين يديك هو جهد واجتهاد شخصي من الاستاذ والمطبعة وفق الإتفاق المبرم، وعليه لا نخول شرعا وقانونا استنساخ أو نشر الملزمة أو أي جزء منها.

لذا اقتضى التنويه والتحذير

حيدر وليد

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

2 المعادلات المتجانسة

1 حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

2012 دور (2)
2013 دور (1)
2016 تمهيدي

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$$

$$v = \frac{y}{x}$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + e^{v} \ldots\ldots(1$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \ldots\ldots(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = v + e^{v} \ldots\ldots(3$$

$$x\frac{dv}{dx} = e^{v} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dv}{e^{v}}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int e^{-v}\, dv$$

$$\ln|x| = -e^{-v} + c$$

$$\ln|x| = -e^{\frac{-y}{x}} + c$$

$$\ln|x| = \frac{-1}{e^{\frac{y}{x}}} + c$$

2017 دور (2) تطبيقي - موصل
2018 دور (1) تطبيقي - خارج

2 حل المعادلة التفاضلية $x\left(\frac{dy}{dx} - \tan\frac{y}{x}\right) = y$

2012 خارج القطر
2014 دور (4) الانبار

Sol :

$$\left(\frac{dy}{dx} - \tan\frac{y}{x}\right) = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan\frac{y}{x} + \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan v + v \ldots\ldots(1$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \ldots\ldots(2$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \tan v + v \ldots\ldots(3$$

$$x\frac{dv}{dx} = \tan v \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{1}{\tan v}\, dv$$

$$\frac{dx}{x} = \cot v\, dv$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{\cos v}{\sin v}\, dv \Rightarrow$$

$$\ln|x| = \ln|\sin v| + \ln|c|, c > 0$$

$$\ln|x| = \ln|c(\sin v)|$$

$$|x| = |c(\sin v)|$$

$$x = \pm\, c(\sin v)$$

$$x = \pm\, c(\sin\frac{y}{x})$$

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية $2x^2\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$

2012 دور (1)
2012 تمهيدي
2015 دور (1)
2015 تمهيدي
2015 دور (1)
2017 دور (2) احيائي - خارج
2019 دور (2) احيائي
2019 دور (1) تطبيقي - خارج
2019 تمهيدي احيائي

3

Sol :

$$2x^2\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+y^2}{2x^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{x^2+y^2}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+(\frac{y}{x})^2}{2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+v^2}{2}.....(1$$

نفرض ان $\frac{y}{x}=v$ لينتج

$$\frac{y}{x}=v$$

$$\frac{dy}{dx}=v+x\frac{dv}{dx}.....(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v+x\frac{dv}{dx}=\frac{1+v^2}{2}$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1+v^2}{2}-v$$

$$x\frac{dv}{dx}=\left(\frac{1+v^2-2v}{2}\right)$$

2018 دور (2) تطبيقي - خارج
2018 دور (3) تطبيقي - داخل

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1}{2}(v^2-2v+1)$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1}{2}(v-1)^2$$

$$\frac{dx}{2x}=\frac{1}{(v-1)^2}\,dv$$

$$\int\frac{dx}{2x}=\int\frac{1}{(v-1)^2}\,dv$$

$$\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x}=\int(v-1)^{-2}\,dv$$

$$\frac{1}{2}\ln|x|=-(v-1)^{-1}+c$$

$$\frac{1}{2}\ln|x|=\frac{-1}{v-1}+c\Rightarrow\frac{-1}{v-1}=\frac{1}{2}\ln|x|-c$$

$$\frac{-1}{v-1}=\frac{\ln|x|-2c}{2}$$

$$\frac{v-1}{-1}=\frac{2}{\ln|x|-2c}\Rightarrow v-1=\frac{-2}{\ln|x|-2c}$$

$$v=1-\frac{2}{\ln|x|-2c}\Rightarrow\frac{y}{x}=1-\frac{2}{\ln|x|-2c}$$

$$y=x-\frac{2x}{\ln|x|-2c}\Rightarrow \text{let } 2c=c_1$$

$$y=x-\frac{2x}{\ln|x|-c_1}$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

MATHEMATICS

حل المعادلة التفاضلية $xy' = y - x$ حيث $x = 1 \ , y = 1$

4

2013 دور (3)

2015 دور (1) خارج

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - 1$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v - 1 \ldots\ldots(1$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \ldots\ldots(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = v - 1$$

$$x.\frac{dv}{dx} = -1 \Rightarrow \frac{dx}{x} = -dv$$

$$\int \frac{dx}{x} = -\int dv \Rightarrow \ln|x| = -v + c$$

$$\ln|x| = -\frac{y}{x} + c \Rightarrow \ln|1| = -1 + c$$

$$0 = -1 + c \Rightarrow c = 1$$

$$\ln|x| = -\frac{y}{x} + 1$$

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية

5 $(3x-y)y' = x+y$

2013 دور (2)

Sol :

$$(3x-y)y' = x+y$$

$$y' = \frac{x+y}{(3x-y)}$$

نقسم البسط و المقام على $x \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x+y}{x}}{\frac{3x-y}{x}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x}{x}+\frac{y}{x}}{\frac{3x}{x}-\frac{y}{x}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+\frac{y}{x}}{3-\frac{y}{x}}$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{y}{x} = v$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+v}{3-v} \quad .....(1$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad .....(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{1+v}{3-v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1+v}{3-v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{(1+v)-v(3-v)}{3-v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1+v-3v+v^2}{3-v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1-2v+v^2}{3-v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{(1-v)^2}{3-v} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{(3-v)}{(1-v)^2}\,dv$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{2+(1-v)}{(1-v)^2}\,dv$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{2}{(1-v)^2}\,dv + \frac{(1-v)}{(1-v)^2}\,dv$$

$$\int\frac{dx}{x} = \int\frac{2}{(1-v)^2}\,dv + \int\frac{1}{(1-v)}\,dv$$

$$\ln|x| = (-2)\left[-(1-v)^{-1}\right] - \ln|1-v| + c$$

$$\ln|x| + \ln|1-v| = \frac{2}{(1-v)} + c$$

$$\ln|x(1-v)| = \frac{2}{(1-v)} + c$$

$$\ln\left|x(1-\frac{y}{x})\right| = \frac{2}{(1-\frac{y}{x})} + c$$

$$\ln|x-y| = \frac{2}{(1-\frac{y}{x})} + c$$

$$\ln|x-y| = \frac{2}{(\frac{x-y}{x})} + c$$

$$\ln|x-y| = \frac{2x}{x-y} + c$$

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية

$$2xyy' - y^2 + x^2 = 0$$

6

2013 خارج القطر

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$2xyy' = y^2 - x^2$$

نقسم البسط و المقام على $x^2 \neq 0$ لينتج

$$y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y^2 - x^2}{x^2}}{\frac{2xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y^2}{x^2} - \frac{x^2}{x^2}}{\frac{2xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\frac{y}{x})^2 - 1}{2(\frac{y}{x})}$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(v)^2 - 1}{2(v)} \quad \ldots\ldots(1$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad \ldots\ldots(2$$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1}{2v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1 - 2v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{-v^2 - 1}{2v}$$

$$-(v^2 - 1)\,dx = 2xv\,dv$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{-2v\,dv}{v^2 + 1}$$

$$\int\frac{dx}{x} = -\int\frac{2v\,dv}{v^2 + 1}$$

$$\ln|x| = -\ln|v^2 + 1| + \ln c\,,\ c > 0$$

$$\ln|c| = \ln|x| + \ln|v^2 + 1|$$

$$\ln|c| = \ln|x(v^2 + 1)|$$

$$c = \pm x(v^2 + 1)$$

$$c = \pm x\left[(\frac{y}{x})^2 + 1\right]$$

$$c = \pm x\left(\frac{y^2}{x^2} + 1\right)$$

$$c = \pm x\left(\frac{y^2 + x^2}{x^2}\right)$$

$$c = \pm\left(\frac{y^2 + x}{x}\right)$$

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية

$(y^2 - x^2)\,dx + xy\,dy = 0$

7

2014 دور (2)

Sol:

$$xy\,dy = -(y^2 - x^2)\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{xy}$$

نقسم البسط والمقام على $x^2 \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{x^2}}{\frac{xy}{x^2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}}{\frac{xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - (\frac{y}{x})^2}{\frac{y}{x}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - v^2}{v} \quad \ldots\ldots(1$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad \ldots\ldots(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{1 - v^2}{v}$$

2017 دور (1) احيائي - داخل

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1 - v^2}{v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1 - v^2 - v^2}{v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1 - 2v^2}{v}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{v\,dv}{1 - 2v^2}$$

$$\int\frac{dx}{x} = \int\frac{v\,dv}{1 - 2v^2}$$

$$\int\frac{dx}{x} = -\frac{1}{4}\int\frac{-4v\,dv}{1 - 2v^2}$$

$$\ln|x| = -\frac{1}{4}\ln|1 - 2v^2| + \ln c\,,\ c > 0$$

$$\ln|x| = -\ln\left|(1 - 2v^2)^{\frac{1}{4}}\right| + \ln c$$

$$\ln|c| = \ln\left|(1 - 2v^2)^{\frac{1}{4}}\right| + \ln|x|$$

$$\ln|c| = \ln\left|x\sqrt[4]{1 - 2v^2}\right|$$

$$c = \pm x\sqrt[4]{1 - 2v^2}$$

$$c = \pm x\sqrt[4]{1 - 2(\frac{y}{x})^2}$$

2018 دور (3) احيائي - داخل

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التفاضلية

8 $(x+2y)\,dx+(2x+3y)\,dy=0$

2014 نازحين

Sol:

$$(2x+3y)\,dy=-(x+2y)\,dx$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{-x-2y}{x}}{\frac{2x+3y}{x}}$$

نقسم البسط والمقام على $x \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-1-2(\frac{y}{x})}{2+3(\frac{y}{x})}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-1-2v}{2+3v}.....(1$$

نفرض ان $\frac{y}{x}=v$ لينتج

نشتق العلاقة $y=vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx}=v+x\frac{dv}{dx}.....(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v+x\frac{dv}{dx}=\frac{-1-2v}{2+3v}$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{-1-2v}{2+3v}-v$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{-1-2v-v(2+3v)}{2+3v}$$

$$\left[x\frac{dv}{dx}=\frac{-1-2v-2v-3v^2}{2+3v}\right]\times -1$$

$$-x\frac{dv}{dx}=\frac{1+4v+3v^2}{2+3v}$$

$$-\int\frac{dx}{x}=\int\frac{2+3v}{1+4v+3v^2}\,dv$$

$$-\int\frac{dx}{x}=\frac{1}{2}\int\frac{2(2+3v)}{1+4v+3v^2}\,dv$$

$$-\ln|x|=\frac{1}{2}\ln|1+4v+3v^2|+c$$

$$-c=\ln\left|(1+4v+3v^2)^{\frac{1}{2}}\right|+\ln|x|$$

$$\ln c_1=\ln\left|x\sqrt{1+4v+3v^2}\right|\quad,c_1>0$$

$$c_1=\left|x.\sqrt{1+4v+3v^2}\right|$$

$$c_1=\left|\sqrt{x^2+4xy+3y^2}\right|$$

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية

9 $(y^2 - xy)\,dx = -x^2\,dy$

Sol:

$$x^2\,dy = -(y^2 - xy)\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{xy - y^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - (\frac{y}{x})^2$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v - v^2 \quad .....(1$$

$$\frac{y}{x} = v$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad .....(2$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = v - v^2$$

$$x\frac{dv}{dx} = -v^2$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{-dv}{v^2}$$

$$\frac{dx}{x} = -v^{-2}\,dv$$

$$\int\frac{dx}{x} = \int -v^{-2}\,dv$$

$$\ln|x| = v^{-1} + c$$

$$\ln|x| = \frac{1}{v} + c$$

$$\ln|x| = \frac{1}{\frac{y}{x}} + c$$

$$\ln|x| = \frac{x}{y} + c$$

$$\frac{x}{y} = \ln|x| - c$$

$$y = \frac{x}{\ln|x| - c}$$

2015 دور (2) خارج

2017 دور (3) احيائي - داخل

2019 دور (1) تطبيقي

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{y^2}{xy + x^2}$

10

2015 دور (4) رصـــافة

Sol :

$$y' = \frac{y^2}{xy + x^2}$$

نقسم البسط والمقام على $x^2 \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y^2}{x^2}}{\frac{xy + x^2}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\frac{y}{x})^2}{(\frac{y}{x}) + 1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v^2}{v+1} \ldots\ldots(1$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \ldots\ldots(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2}{v+1}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2}{v+1} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - v(v+1)}{v+1}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - v^2 - v}{v+1}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{-v}{v+1}$$

$$x(v+1)\,dv = -v\,dx$$

$$\int \frac{(v+1)}{v}\,dv = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{v}{v}\,dv + \int \frac{1}{v}\,dv = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\int dv + \int \frac{1}{v}\,dv = -\int \frac{dx}{x}$$

$$v + \ln|v| = -\ln|x| + c$$

$$\frac{y}{x} + \ln\left|\frac{y}{x}\right| = -\ln|x| + c$$

2018 دور (1) احيائي - داخل

شبكة المساعد @SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية

$$x^2y\,dx = (x^3+y^3)\,dy$$

11

2016 دور (1)

Sol:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2y}{(x^3+y^3)}$$

نقسم البسط و المقام على $x^3 \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x^2y}{x^3}}{\frac{x^3+y^3}{x^3}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(\frac{y}{x})}{1+(\frac{y}{x})^3}$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{1+v^3} \quad .....(1$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad .....(2$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

نعوض (2) في (1)

2019 دور (2) تطبيقي

2019 تمهيدي تطبيقي

2017 دور (2) احيائي موصل

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v}{1+v^3} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v-v(1+v^3)}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v-v-v^4}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{-v^4}{1+v^3} \Rightarrow -\frac{dx}{x} = \frac{1+v^3}{v^4}\,dv$$

$$-\int\frac{dx}{x} = \int\frac{1+v^3}{v^4}\,dv$$

$$-\int\frac{dx}{x} = \int\frac{1}{v^4}\,dv + \int\frac{v^3}{v^4}\,dv$$

$$-\int\frac{dx}{x} = \int v^{-4}\,dv + \int\frac{1}{v}\,dv$$

$$-\ln|x| = -\frac{1}{3}v^{-3} + \ln|v| + \ln|c| \quad , c>0$$

$$-\ln|x| = -\frac{1}{3v^3} + \ln|v| + \ln|c|$$

$$\frac{1}{3v^3} = \ln|x| + \ln|v| + \ln|c|$$

$$\frac{1}{3v^3} = \ln|cxv|$$

$$\frac{1}{3(\frac{y}{x})^3} = \ln\left|cx(\frac{y}{x})\right|$$

$$\frac{1}{\frac{3y^3}{x^3}} = \ln|cy| \Rightarrow \frac{x^3}{3y^3} = \ln|cy|$$

$$y^3 = \frac{x^3}{3\ln|cy|} \Rightarrow y = \frac{x}{\sqrt[3]{3\ln|cy|}}$$

Telegram : @SadsHelp
ملازم دار المغرب

حل المعادلة التفاضلية

$$(x^2+3y^2)\,dx - 2xy\,dy = 0$$

12 2016 دور (2)

Sol:

$$2xy\,dy = (x^2+3y^2)\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+3y^2}{2xy}$$

نقسم البسط والمقام على $x^2 \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x^2+3y^2}{x^2}}{\frac{2xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+3(\frac{y}{x})^2}{2(\frac{y}{x})}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+3v^2}{2v} \quad .....(1$$

نفرض ان $v = \frac{y}{x}$ لينتج

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad .....(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{1+3v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1+3v^2}{2v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1+3v^2-2v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1+v^2}{2v}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{2v\,dv}{1+v^2}$$

$$\int\frac{dx}{x} = \int\frac{2v\,dv}{1+v^2}$$

$$\ln|x| = \ln|1+v^2| + \ln c \;,\; c>0$$

$$\ln|x| = \ln|c(1+v^2)|$$

$$|x| = |c(1+v^2)|$$

$$x = \pm\, c(1+v^2)$$

$$x = \pm\, c\left(1+(\frac{y}{x})^2\right)$$

$$x = \pm\, c\left(1+\frac{y^2}{x^2}\right)$$

Telegram : @SadsHelp

حل المعادلة التفاضلية $y' = \frac{3y^2 - x^2}{2xy}$

13

Sol :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y^2 - x^2}{2xy}$$

نقسم البسط و المقام على $x^2 \neq 0$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{3y^2 - x^2}{x^2}}{\frac{2xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3(\frac{y}{x})^2 - 1}{2(\frac{y}{x})}$$

نفرض ان $\frac{y}{x} = v$ لينتج

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3v^2 - 1}{2v} \ldots\ldots(1$$

نشتق العلاقة $y = vx$ بالنسبة الى المتغير x لينتج

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \ldots\ldots(2$$

نعوض (2) في (1)

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{3v^2 - 1}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{3v^2 - 1}{2v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{3v^2 - 1 - 2v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1}{2v}$$

$$(v^2 - 1)\,dx = 2vx\,dv$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{2v\,dv}{(v^2 - 1)}$$

$$\int\frac{dx}{x} = \int\frac{2v\,dv}{(v^2 - 1)}$$

$$\ln|x| = \ln|v^2 - 1| + \ln c \;,\; c > 0$$

$$\ln|x| = \ln|c(v^2 - 1)|$$

$$x = \pm\, c(v^2 - 1)$$

$$c = \pm\frac{x}{(\frac{y}{x})^2 - 1} \Rightarrow c = \pm\frac{x}{\frac{y^2}{x^2} - 1}$$

$$c = \pm\frac{x^3}{y^2 - x^2}$$

2016 دور (1) خارج

2017 دور (3) احيائي - داخل

2018 دور (2) احيائي -خارج

شبكة المساعد
@SadsHelp

Telegram : @SadsHelp

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+y^2}{2xy}$$

14

Sol :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{y^2}{x^2}}{\frac{2xy}{x^2}}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+(\frac{y}{x})^2}{2\frac{y}{x}}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1+v^2}{2v}\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$v=\frac{y}{x}\Rightarrow y=xv$$

$$\frac{dy}{dt}=x\frac{dv}{dx}+v\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$x\frac{dv}{dx}+v=\frac{1+v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1+v^2}{2v}-v$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1+v^2-2v^2}{2v}$$

$$x\frac{dv}{dx}=\frac{1-v^2}{2v}$$

$$\frac{2v}{1-v^2}\,dv=\frac{dx}{x}$$

$$-\int\frac{-2v}{1-v^2}dv=\int\frac{dx}{x}$$

$$-\text{Ln}\left|1-v^2\right|=\text{Lnx}+\text{Lnc}$$

$$\text{Ln}\left|1-v^2\right|^{-1}=\text{Lnx}+\text{Lnc}$$

$$\frac{1}{1-v^2}=x+c$$

$$\Rightarrow\frac{1}{1-\frac{y^2}{x^2}}=x+c$$

$$\frac{1}{\frac{x^2-y^2}{x^2}}=x+c$$

$$\frac{x^2}{x^2-y^2}=x+c$$

2019 دور (3) تطبيقي

2019 دور (1) احيائي - خارج

شبكة المساعد @SadsHelp