انطلاقاً من المعادلة التفاضلية $(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$ برهن أن حركة نواس الفتل غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس.

(دورة 2017+2014)

الحل:

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \ldots\ldots\ldots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

وللتحقق من صحة الحل نشتق مرتين بالنسبة للزمن :

$$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\theta)''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\theta \ldots\ldots\ldots (2)$$

بموازنة العلاقتين (1) و (2) نجد:

$$-\omega_0^2\theta = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا ممكن لأن k, I_Δ موجبان والحركة جيبية دورانية.

وجدنا أن : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$

نعلم أن: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$