مختصر قوانين (١ث) ترم أول

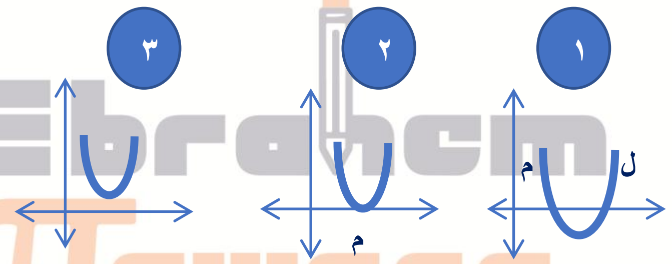
أولاً : قوانين الجبر

١ القانون العام لحل المعادلة التربيعية :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

==============================

٢ الحل البيانى لمعادلة الدرجة الثانية فى مجهول واحد هو نقاط التقاطع مع محور السينات وهو على صور ثلاث :-



∴ م . ح = {ل ، م}   ∴ م . ح = {م}   ∴ م . ح = ∅

==============================

٣ الأعداد المركبة والتخيلية :

أ ← $ت^2 = -١$

ب ← $ت^3 = ت^2 × ت = -ت$

جـ ← $ت^4 = ت^2 × ت^2 = -١×-١ = ١$

$ت^م$

نقسم م ÷ ٤

الباقى	الباقى	الباقى	الباقى
صفر	١	٢	٣
الناتج	الناتج	الناتج	الناتج
١	ت	-١	-ت

٤ عند تساوى عددان مركبان فإن :
الجزء الحقيقى يساوى الجزء الحقيقى
والجزء التخيلى يساوى الجزء التخيلى

مثلاً : ٥ + ٣ ت = ١٠ أ – ٦ ب ت

١٠ أ = ٥ ← $أ = \frac{١}{٢}$

-٦ ب = ٣ ← $ب = \frac{٣}{-٦} = -\frac{١}{٢}$

==============================

٥ تحديد نوع جذرى المعادلة :-

أولاً : المميز هو ($ب^2$ - ٤ أجـ)

هنحسبه وقدمنا ثلاث حالات :

١ المميز > صفر ← الجذران حقيقان مختلفان

٢ المميز = صفر ← الجذران حقيقان متساويان

٣ المميز < صفر ← الجذران مركبات وغير حقيقيان

==============================

٦ تذكر أن الجذران لو كان مركبان فإنهما دائما مترافقان فاذا كان أحد جذرى المعادلة (١ – ت) فإن الجذر الآخر يكون (١ + ت)

==============================

٧ إذا كانت المعاملات أ ، ب ، حـ فى المعادلة التربيعية :

$أ س^2 + ب س + حـ = صفر$

أعداداً نسبية وكان المميز مربعا كاملاً كان الجذران حقيقين نسبيين .

- بمعنى عشان يتحقق لازم المميز يبقى قوس فوقه أس (٢)

أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه
Mr Ebraheem Nawara

٨) مجموع جذرى المعادلة = $\frac{\text{- معامل س}}{\text{معامل س}^{2}}$

أي: ل + م = $\frac{\text{- ب}}{\text{أ}}$

- حاصل ضرب الجذران = $\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}^{2}}$

أي: ل + م = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

===================================

٩) إذا كان أحد الجذرين معكوس جمعى للآخر فإن:

ل + م = $\frac{\text{- ب}}{\text{أ}}$ = صفر

➢ إذا كان أحد الجذرين معكوس ضربى للآخر فإن:

ل م = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = ١

أى أن: جـ = أ

===================================

١٠) تكوين المعادلة متى علم جذرها :

س^{2} – (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = صفر

أى أن: س^{2} – (ل + م) س + ل م = صفر

===================================

١١) المتطابقات :

1) ل^{2} + م^{2} = (ل + م)^{2} – ٢ ل م

2) (ل - م)^{2} = (ل + م)^{2} – ٤ ل م

3) ل^{3} + م^{3} = (ل + م) [(ل + م)^{2} – ٣ ل م]

4) ل^{3} – م^{3} = (ل – م) [(ل + م)^{2} – ل م]

5) $\frac{\text{١}}{\text{م}}$ + $\frac{\text{١}}{\text{ل}}$ = $\frac{\text{م + ل}}{\text{ل م}}$

6) $\frac{\text{ل}}{\text{م}}$ + $\frac{\text{م}}{\text{ل}}$ = $\frac{\text{ل}^{2}\text{ + م}^{2}}{\text{م ل}}$

∴ $\frac{\text{ل}}{\text{م}}$ + $\frac{\text{م}}{\text{ل}}$ = $\frac{\text{(ل + م)}^{2}\text{ – ٢ ل م}}{\text{ل م}}$

===================================

١٢) بحث إشارة الدالة :

1) الدالة الثابتة :

على الصورة : د(س) = جـ

➢ لو جـ موجبة الدالة اشارتها موجبة لجميع قيم س ∈ ح

➢ لو جـ سالبة الدالة اشارتها سالبة لجميع قيم س ∈ ح

2) الدالة الخطية :

على الصورة : د(س) = ب س + جـ

أول حاجه نضع الدالة = صفر

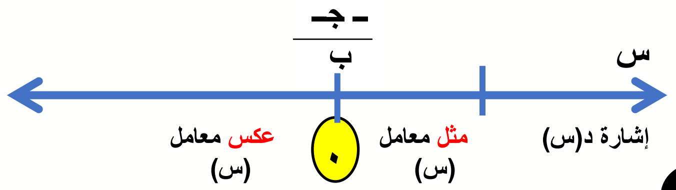
س = $\frac{\text{- جـ}}{\text{ب}}$

➢ القيم اللى أكبر من صفر الدالة ($\frac{\text{- جـ}}{\text{ب}}$)

مثل إشارة معامل (س)

القيم اللى أصغر من صفر الدالة ($\frac{\text{- جـ}}{\text{ب}}$)

عكس إشارة معامل (س)



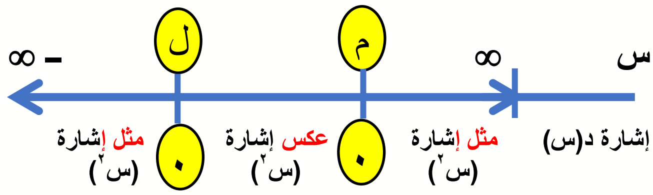
أ/ إبراهيم نواره
01024851367 01026175026

③ الدالة التربيعية :

ولهـا ثـلاث حــــالات :

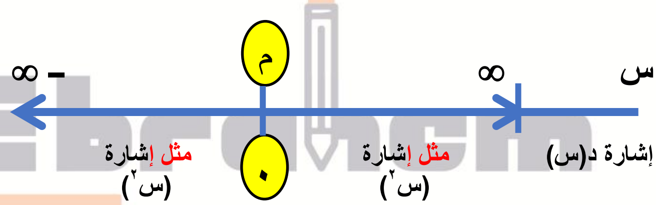
(أ) المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ > ٠$

وبالتالى هناك جذران حقيقان مختلفان يحققان المعادلة:



(ب) المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ =$ صفر

وبالتالى هناك جذران حقيقان متساويان يعبران عن عدد واحد



(جـ) المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ < ٠$

وبالتالى لا توجد حلول حقيقية وتكون إشارة الدالة مثل معامل ($س^٢$) دائما لكل س ∈ ح

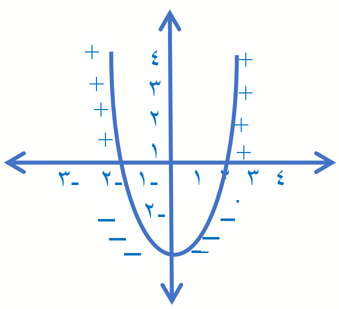
==============================

١٣ خلى باللك بحث الإشارة معناه تحديد إشارة د(س) يعنى لو رسمت الدالة أو الدالة جت مرسومة بحث الإشـــارة بيكون من على الصادات مش السينات

مثال:

الدالة إشارتها موجبة فى الفترة ح –] -٢ ، ٢ [

وسالبة فى] -٢ ، ٢ [



ويكون قيمة د(س) = صفر

عندما س ∈{ ٢ ، -٢ }

- لاحظ بحث الإشارة نفسها من على الصادات بينما تحديد الفترات من على السينات

==============================

١٤ حلول المتباينة التربيعية بـــدون رسـمـهـــا

لو ل ، م هما جذرى المعادلة

فهناك أربعة حلول للمتباينات

وهـى كـمـا يلــى :

(أ) لو $أ س^٢ + ب س + جـ \geq ٠$

∴ م . ح = ح –] ل ، م [

(ب) لو $أ س^٢ + ب س + جـ > ٠$

∴ م . ح = ح – [ل ، م]

(ج) لو $أ س^٢ + ب س + جـ \leq ٠$

∴ م . ح = [ل ، م]

(د) لو $أ س^٢ + ب س + جـ < ٠$

∴ م . ح =] ل ، م [

==============================

تم بحمد الله إنهاء قوانين الجبر ......

اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلاً
وأنت يا ربنا إن شئت
جعلت الحزن سهلاً .....

بالتوفيق لكل طلبة العلم ....

أختار مكان حاسس بيه وحط نفسك فيه
أ/ إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

ثانيـــاً : قوانين حساب المثلثات

١ الزاوية فى الوضع القياسى تحقق شرطان :

(أ) ضلعها الابتدائى يقع على الجزء الموجب لمحور السينـــــات .

(ب) رأسهـا هـــو نقطـة الأصل لنظـام إحـداثى متعـامـد .

==============================

٢ لتحديد الربع الذى تقع فيه الزوايا لـو هـى أكبر من (٣٦٠ °)

← هنطرح (٣٦٠ °) مرة أو أكثر من مرة لحد ما نجيب زاوية تقع بين صفر° و ٣٦٠ °

والعكس :

- لو الزاوية سالبة هنجمع (٣٦٠ °) مرة أو أكثر

الزاوية الربعية هى :

٠ ° ، ٣٦٠ ° ، ٩٠ ° ، ١٨٠ ° ، ٢٧٠ °

(أ) الربـع الأول $٠ < \theta < ٩٠°$

(ب) الربع الثانى $٩٠° < \theta < ١٨٠°$

(ج) الربع الثالث $١٨٠° < \theta < ٢٧٠°$

(د) الربع الرابع $٢٧٠° < \theta < ٣٦٠°$

==============================

٣ القياس الدائرى والستينى :

(أ) $\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$

(ب) $س° = \theta^{د} \times \frac{١٨٠°}{\pi}$

(ج) $\theta^{د} = س° \times \frac{\pi}{١٨٠°}$

٤ لاحظ أن :

(أ) القياس الدائرى هو قياس الزاوية المركزية وليس المحيطية .

(ب) π بالتقدير الدائرى تكافئ ١٨٠ ° بالتقدير الستينى .

بمعنى أن :

$$\frac{٣}{٥}\pi = \frac{٣}{٥} \times ١٨٠ = ١٠٨°$$

* والعكس لو معاك ١٢٠ ° وعاوز تحولها دائرى ← اقسم (١٢٠ °) على (١٨٠ °) وحط جنبها π

$$١٢٠° = \frac{١٢٠°}{١٨٠°}\pi = \frac{٢}{٣}\pi$$

==============================

٥ الدوال المثلثية :

أولاً : النسب الأساسية :

① $جا \theta = \frac{المقابل}{الوتر}$

② $جتا \theta = \frac{المجاور}{الوتر}$

③ $ظا \theta = \frac{المقابل}{المجاور} = \frac{جا \theta}{جتا \theta}$

ثانياً : مقلوبات الدوال الأساسية :

① $قا \theta = \frac{١}{جتا \theta} = \frac{١}{س}$

② $قتا \theta = \frac{١}{جا \theta} = \frac{١}{ص}$

③ $ظتا \theta = \frac{س}{ص} = \frac{جتا \theta}{جا \theta} = \frac{١}{ظا \theta}$

- حيـث (س ، ص) إحـداثيات ب نقطة تقاطع الضلع النهائى مع دائرة الوحدة .

أختار مكان حلمك بيه و حط نفسك فيه
أ/ إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026
Mr Ebrahem Nawara

٥ دائـرة الوحـدة :

إذا كانت θ زاوية يتقاطع ضلعها النهائى مع دائرة الوحدة فى نقطة ب (س ، ص) فإن :

(أ) جتـا θ = س

(ب) جـا θ = ص

(ج) ظـا θ = $\frac{ص}{س}$

(د) س^{٢} + ص^{٢} = ١

==============================

٦ إشارة الزوايا فى الأرباع (بحسب النسب)

الثانى	الأول
٩٠ < θ < ١٨٠	٠ < θ < ٩٠
جا θ	كل
الثالث	**الرابع**
١٨٠ < θ < ٢٧٠	٢٧٠ < θ < ٣٦٠
ظا θ	جتا θ

س′ ← → س

- المقلوبـات بتأخذ نفس إشـارات الدالة الأصلية بتاعتها قبل القلب

==============================

٧ الزوايا المنتسبة :

الـ (١٨٠° ، ٣٦٠°) ما بتغيرش ولكن مع مراعاة إشارة الدالة فى الربع الذى تقع فيه قبل التحويل .

الـ (٩٠° ، ٢٧٠°) بتغير بتخلى

جـا θ ← جتـا θ ، ظـا θ ← ظتـا θ

وهكذا برضوا مع مراعاة الإشارة

جـا ١٢٠° عاوز تحلها من غير آله

جـا (١٨٠° ـ ٦٠°) = جـا ٦٠°

= $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ [جـا موجبه فى الربع الثانى]

جـا (٩٠° + ٣٠°) = جتـا ٣٠°

= $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جـا ٢١٠°

جتـا (١٨٠° +٣٠°) = - جتـا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتـا (٢٧٠° ـ ٦٠°)

= ـ جـا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

==============================

٨ الزاويتان المتنسبتان

هما زاويتان الفرق بين قياسهما أو مجموع قياسهما يساوى عدداً صحيحاً من القوائم.

جـا θ = جتـا β ، أ، ظـا θ = ظتـا β

أ، قتـا θ = قـا β

حيث : θ ، β حـــادتان

فإن : $\theta + \beta = ٩٠°$

==============================

٩ القانون العام لحل المعادلات على الصور الآتيـة :

(أ) جـا α = جتـا β

فإن :

α ± β = ٩٠ + ٣٦٠ ن

α ± β = —— + ٢ π ن

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه
أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

(ب) قتا α = قا β

فإن :

α ± β = ٩٠ + ٣٦٠ ن

$\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{٢} + ٢\pi$ ن

(ج) ظا α = ظتا β

فإن :

α + β = ٩٠ + ١٨٠ ن

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{٢} + \pi$ ن

---

١٠ خلى بالك من مثال زى دا وما شابهه :

أوجد مجموعة الحل :

٤جتا² θ − ٣ = ٠

إذا كان θ ∈] ٠ ، ٢π [

الحل

∵ ٤جتا² θ − ٣ = ٠

∴ ٤جتا² θ = ٣

∴ جتا² θ = $\frac{٣}{٤}$

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

جتا θ = ± $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

إما جتا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

وذلك يتحقق فى الربعان الأول والرابع

أو جتا θ = − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ذلك يتحقق فى الربعان الثانى والثالث

❖ تذكر قوانين الأرباع :-

الأول ← θ زى ما هى (أصغر زاوية)
الثانى ← θ = ١٨٠ − (أصغر قياس موجب يحقق الشرط)
الثالث ← θ = ١٨٠ + أصغر قياس موجب
الرابع ← θ = ٣٦٠ − أصغر قياس موجب

أصغر زاوية موجبة تحقق

أن : جتا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

هى : θ = ٣٠°

فى الربع الأول θ = ٣٠°

فى الربع الرابع θ = ٣٦٠° − ٣٠° = ٣٣٠°

فى الربع الثالث θ = ١٨٠° + ٣٠° = ٢١٠°

فى الربع الثانى θ = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°

∴ م.ح = { ٣٠° ، ١٥٠° ، ٢١٠° ، ٣٣٠° }

---

١١ خلى بالك من الحتة دى :

جتا θ = − $\frac{١}{٢}$

حيث أن θ أصغر زاوية موجبة

- دا معناه الـ (جتا θ) سالبة فى ربعين الثانى والثالث
- بس عاوز الأصغر اللى هو الربع الثانى
θ = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°

بطريقة ثانية : ممكن يقولك

جا θ = $\frac{٣}{٥}$

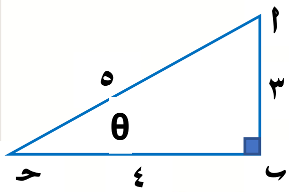
- حيث أن θ أكبر زاوية موجبة
أوجد ظا θ

- الـ (جا θ) موجبة فى ربعين الأول والثانى ، طب هو عاوز الأكبر يبقى أكيد هنختار الربع الثانى و (ظا θ) فى الربع الثانى سالبة أوعى تنسى الإشارة

∴ ظا θ = $\frac{٣}{٤}$ ××

غلط الإشارة فين يا أستاذ

ظا θ = − $\frac{٣}{٤}$ ✓✓



أ/ إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

١٢ مجال دالة الجيب (جا θ) وجيب التمام هــــو ح
أى :] −∞ ، ∞ [

- مدى دالة الجيب (جا θ) وكذلك جيب التمام (جتا θ)

لو على الصورة : د(س) = جا θ
د (س) = جتا θ
المدى = [-١ ، ١]
يعنى أصغر قيمة للى (جا θ ، جتا θ) هــى -١ وأكبر قيمة لهم ١
❖ خلى بالك نستفاد من دا بشئ لو قابلك :

جتا θ = $\frac{٣}{٢}$ ← م.ح = Φ
لأن $\frac{٣}{٢}$ > ١

وكذلك : جا θ = -٢.٥ ← م.ح = Φ
لأن -٢.٥ < -١

- دورية دالة الجيب وجيب التمام فى الحالة العامة : دورتها كل ٢ π (٣٦٠°)

ملحوظة هامة

كل من الدالتين : ص = أ جا ب θ ، ص = أ جتا ب θ دالة دورية :

- دورتها $\frac{٢ \pi}{|ب|}$
- ومداها [-أ ، أ]

مثال توضيحى :

إذا كانت ص = ٣ جا ٢ θ :

١- فإن مدى الدالة : [-٣ ، ٣]

٢- القيمة الصغرى للدالة : $\frac{-٣}{٣}$

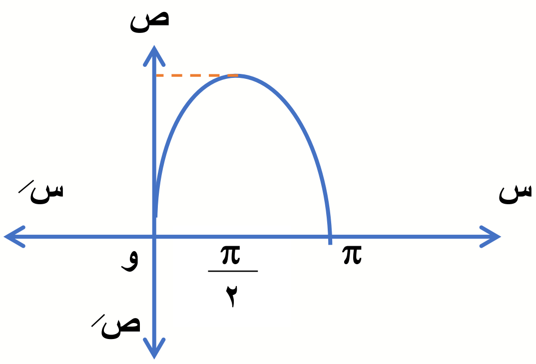
٣- القيمة العظمى للدالة : ٣

٤- دورة الدالة كل : π (١٨٠°)

- اصحى للحتة دى ممكن يغيرلك مجال الدالة وساعتها الكلام داه يتغير مثال عشان تفهم أكثر :-

- إذا كانت ص = جا θ
حيث هـ ∈ [٠ ، π]
فإن مدى الدالة = [٠ ، ١]

ايه دا يا أستاذ مش أنت قايل من [-١ ، ١]
أها قولت بس دا من [٠ ، ٢π]
يعنى من صفر° لحد ٣٦٠° طب لو صغر المجال أو غيره أكيد المدى هيتغير معاه
طيب جبنا [٠ ، ١] دى منين
لو عوضت جـا ٠° = ١
وأنت فى الطريق هيقابلك
جـا ٩٠° = ١
أصلا وصلت ١٨٠° ← جا ١٨٠° = ١
يبقى أكبر رقم (١) وأصغر رقم (٠)
∴ المدى من [٠ ، ١]
والرسمة ممكن تفهمك أكتر:
رسمنا نص دورة
لأن المجال [٠ ، π]



أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

ثالثاً : قوانين الهندسة

١ يتشابه المضلعان بشرطان :

(أ) تساوى قياسات الزوايا المتناظرة .

(ب) تناسب أطوال الأضلاع المتناظرة.

================================

٢ نسب أو معامل التشابه (ك)
وليكن (ك) النسبة بين مضلعين متشابهان م$_1$ ، م$_2$ على الترتيب فإن :

(أ) ك > ١ فإن م$_1$ تكبير المضلع م$_2$

(ب) ك = ١ فإن م$_1$ يطابق م$_2$

(ج) ٠ < ك < ١
فإن: المضلع م$_1$ تصغير للمضلع م$_2$

================================

٣ المضلعان المشابهان لمضلع ثالث متشابهان

================================

٤ كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس عدد الأضلاع تكون متشابهة .

فمثلا :

- جميع المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة.
- جميع المربعات متشابهة وهكذا .

================================

٥ النسبة بين محيطى مضلعين متشابهان = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما .

٦ حالات تشابهة المثلثان :

■ الحالة الأولى :

" إذا طابقت زاويتان من مثلث نظائرها فى مثلث آخر كان المثلثان متشابهان "

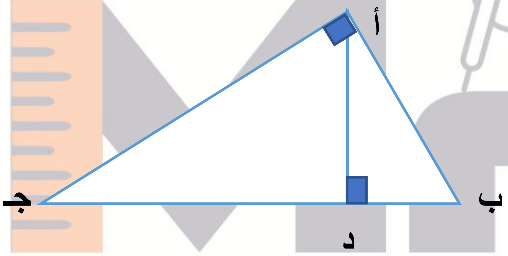
ملاحظـــات :

(١) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس زاوية حادة فى أحدهما قياس زاوية حادة فى المثلث الآخر.

(٢) يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا ساوى قياس زاوية فى أحدهما قياس الزاوية المناظرة لها فى الآخر.

================================

٧



∆ د ب أ ~ ∆ د أ جـ ~ ∆ أ ب جـ

" إذا رسم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر انقسم المثلث إلى مثلثين متشابهان وكلاهما يتشابه المثلث الأصلى"

■ عاوز تحل بالتشابه فى الشكل دا
حل مش عاوز الأسهل حل بإقليدس
** مراجعة ونظرية إقليدس

- فى الشكل اللى فوق دا يكون :

(١) (أ ب)^2 = ب د × ب جـ

(٢) (أ جـ)^2 = جـ د × جـ ب

(٣) (أ د)^2 = ب د × د جـ

(٤) أ د = $\frac{\text{أ ب × ا جـ}}{\text{ب جـ}}$

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

أ/ إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

■ الحالة الثانية :

" تناسب أطوال الأضلاع المتناظرة فى مثلثين فإنهما يتشابهان "

===================================

■ الحالة الثالثة :

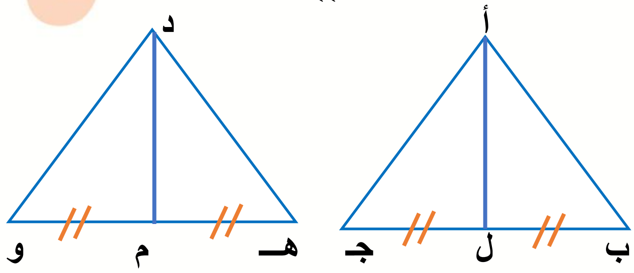
" إذا طابقت زاويتان فى مثلث زاوية من مثلث آخر، وتناسب أطوال الأضلاع التى تحتويها هاتان الزاويتان كان المثلثان متشابهان "

===================================

٨ ((النسبة بين مساحتى مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما))

===================================

٩ ((النسبة بين مساحتى مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما))

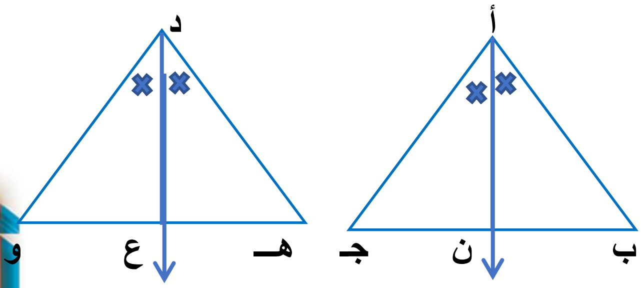


$$\frac{\text{م} (\Delta\ \text{أ ب جـ})}{\text{م} (\Delta\ \text{د هـ و})} = \left(\frac{\text{أ ل}}{\text{د م}}\right)^2$$

===================================

١٠ ((النسبة بين مساحتى مثلثين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى المنصفان لزاويتان متناظرتان فيهما ...))

ففى الشكل التالى : -

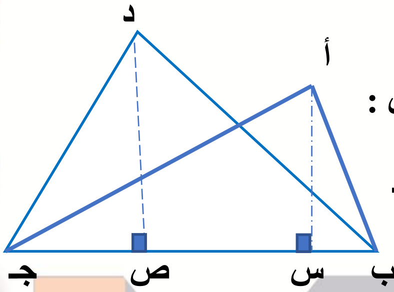


$$\frac{\text{م} (\Delta\ \text{أ ب جـ})}{\text{م} (\Delta\ \text{د هـ و})} = \left(\frac{\text{أ ن}}{\text{د ع}}\right)^2$$

===================================

١١ ((النسبة بين مساحتى مثلثين مشتركين فى القاعدة تساوى النسبة بين ارتفاعهما))

ففى الشكل المقابل :



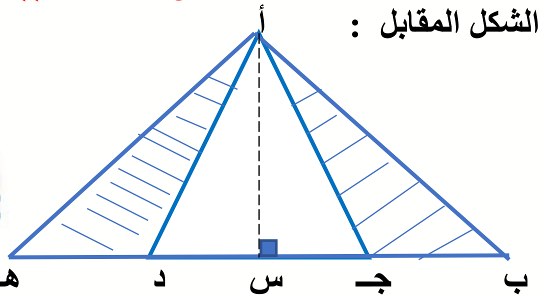
$$\frac{\text{م} (\Delta\ \text{أ ب جـ})}{\text{م} (\Delta\ \text{د ب جـ})} = \frac{\frac{1}{2}\ \text{ب جـ} \times \text{أ س}}{\frac{1}{2}\ \text{ب جـ} \times \text{د ص}} = \frac{\text{أ س}}{\text{د ص}}$$

((خلى بالك مفيش تربيع على النسبة دى لأن دا مش جاى من التشابه النسبة هنا جت من قانون مساحة المثلث والمثلثان غير متشابهان))

===================================

١٢ ((النسبة بين مساحتى مثلثين مشتركين فى القاعدة تساوى النسبة بين طولى قاعدتيهما))

ففى الشكل المقابل :



$$\frac{\text{م} (\Delta\ \text{أ ب جـ})}{\text{م} (\Delta\ \text{أ د هـ})} = \frac{\frac{1}{2}\ \text{ب جـ} \times \text{أ س}}{\frac{1}{2}\ \text{د هـ} \times \text{أ س}}$$

$$\therefore \frac{\text{م} (\Delta\ \text{أ ب جـ})}{\text{م} (\Delta\ \text{أ د هـ})} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د هـ}}$$

أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026
أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

١٣ حقيقة :

المضلعان المتشابهان يمكن أن ينقسما إلى نفس العدد من المثلثات .

لاحظ أن :

إذا كان عدد أضلاع المضلع هى (ن) ضلعا فإن عدد المثلثات التى ينقسم إليها برسم الأقطار المشتركة فى أحد الرؤوس

= (ن – ٢) مثلثاً

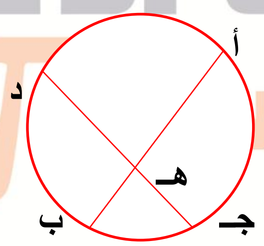
١٤

((النسبة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما))

---

١٥ تطبيقات التشابه فى الدائرة :

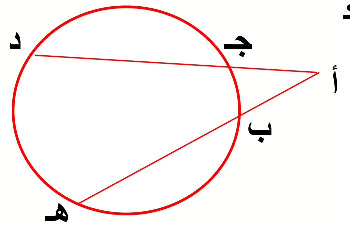
(أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ وتــران متقاطعان داخل الدائرة

∴ أ هـ × هـ ب = جـ هـ × هـ د

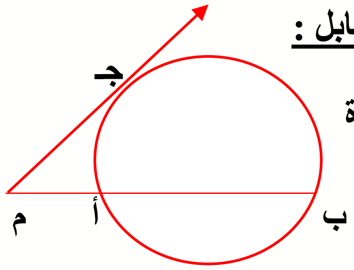
(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{د جـ}}$ وتران متقاطعان خــارج الدائرة

∴ أ ب × أ هـ = أ جـ × أ جـ

(جـ) فى الشكل المقابل :



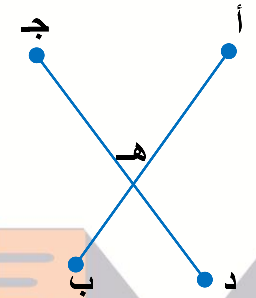
م جـ ← مماس للدائرة

∴ (م جـ)^{٢} = م أ × م ب

---

١٦ عكس الكلام اللى فات :

(أ) فى الشكل المقابل :



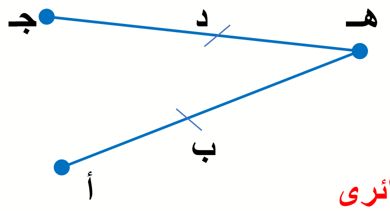
إذا كان :
أ هـ × هـ ب
= د هـ × هـ جـ

الشكل : أ ب جـ د
رباعى دائرى

أو أ ، ب ، جـ ، د تمر بهم دائرة واحدة
(تقع على دائرة واحدة)

(ب) فى الشكل المقابل :

إذا كان : هـ ب × هـ أ = هـ د × هـ جـ

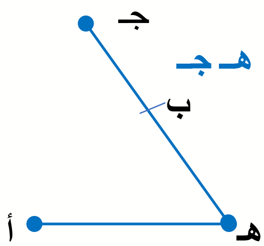


فإن الشكل :
أ ب جـ د
رباعى دائرى

أو أ ، ب ، جـ ، د تمر بهم دائرة واحدة
(تقع على دائرة واحدة)

(ب) فى الشكل المقابل :

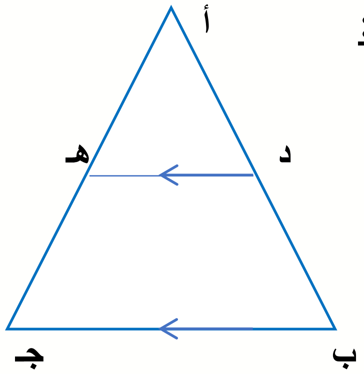
إذا كان : (هـ أ)^{٢} = هـ ب × هـ جـ



فإن : هـ أ
تمس الدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ

أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

١٧ فى الشكل المقابل :



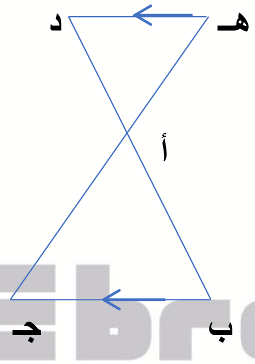
أ د / د ب = أ هـ / هـ جـ

وكذلك :

أ ب / د ب = أ جـ / هـ جـ

=====================================

١٨ فى الشكل المقابل :



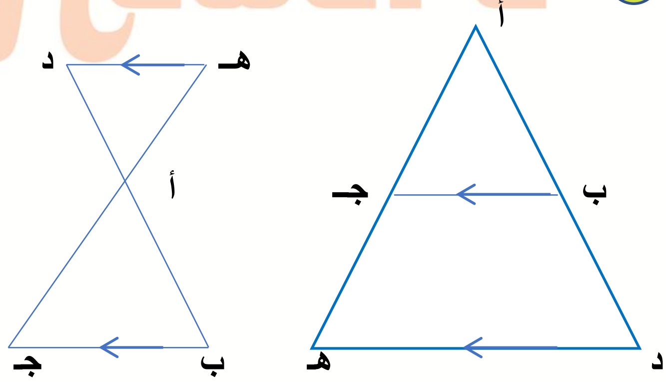
أ د / أ ب = أ هـ / أ جـ

وكذلك :

أ د / د ب = أ هـ / هـ جـ

=====================================

١٩ عكس الكلام اللى فات :



إذا كان :

أ د / د ب = أ هـ / هـ جـ

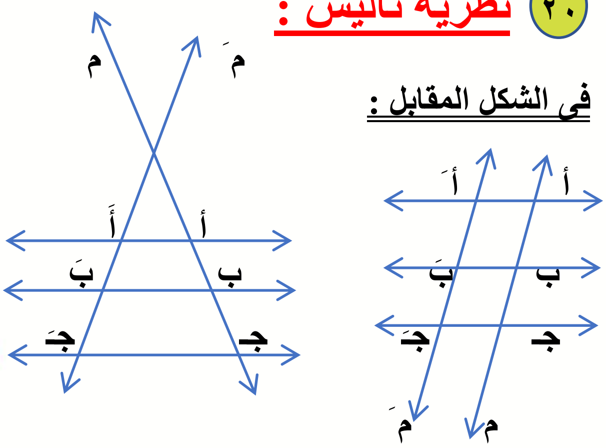
فإن : د هـ // ب جـ

=====================================

((اللهم انقلنى من حولي وقوتي وحفظي إلى حولك وقوتك وحفظك ، اللهم هب لي من لدنك سلطانا نصيرا))

٢٠ نظرية تاليس :

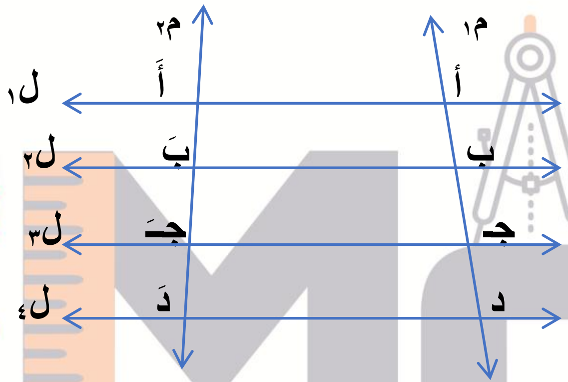
فى الشكل المقابل :



أ ب / أَ بَ = ب جـ / بَ جـَ . . . وهكذا كل جزء على اللى قصاده

=====================================

٢١ نظرية تاليس الخاصة :



إذا كان : ل١ // ل٢ // ل٣ // ل٤

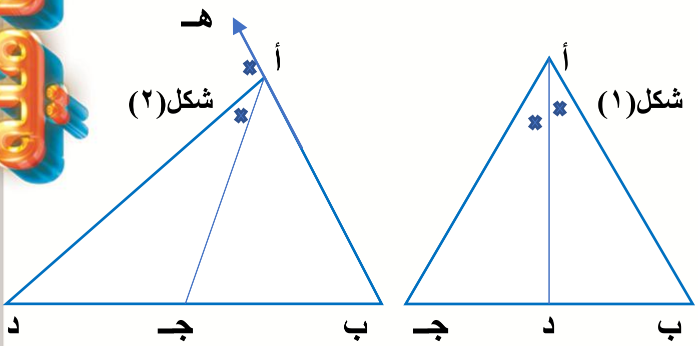
وقطعهما قاطعان م١ ، م٢

وكان : أ ب = ب جـ = جـ د

- فإن : أَ بَ = بَ جـَ = جـَ دَ

=====================================

٢٢ منصفا الزاوية (المنصف الداخلى والمنصف الخارجي)



** قانون التناسب بتاعها واحد النسبة بين ضلعى الزاوية المنصفة = النسبة بين أجزاء التصنيف الناتجة

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

أ/إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

ففى الشكلان السابقان :

أ ب / أ جـ = ب د / د جـ

أضلاع الزاوية   القطع من (د) لحد أضلاع الزاوية

==============================

٢٣ طول المنصف :

(أ) شكل (١) فى الصفحة اللى فاتت رقم (٢٢)

طول أ د = √(أ ب × أ جـ ــ ب د × د جـ)

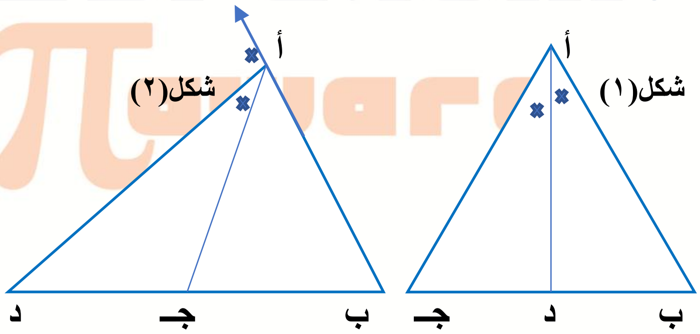
(ب) شكل (٢) فى الصفحة اللى فاتت رقم (٢٢)

طول أ د = √(ب د × د جـ ـ أ ب × ا جـ)

** لاحظ أننا بنحط تحت الجذر أولاً الأجزاء الأكبر عشان يطلع ما تحت الجذر عدد موجب

==============================

٢٤ عكس الكلام اللى فات :



فى الشكلان دول لو وجود أن :

أ ب / أ جـ = ب د / د جـ

فـإن : أ د منصف لزاوية (ب أ جـ) من الداخل والخارج على ترتيب الرسم

==============================

٢٥ تطبيقات التناسب فى الدائرة

(أ) قم (أ) ← قوة النقطة (أ) بالنسبة للدائرة (م)

قم (أ) = (أ م)² ـ نق²

** طبعاً فيه تلت حالات لقوة النقطة وهى :-

■ قم (أ) > صفر

ودا معناه أن (ا م) > (نق)

وبرضو معناه أن أ خارج الدائرة

■ قم (أ) = صفر

ودا معناه أن: (ا م) = (نق)

وبرضو معناه أن : أ تقع على الدائرة

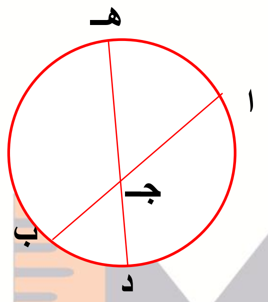
■ قم (أ) < صفر

ودا معناه أن : أ تقع داخل الدائرة

وبرضو معناه أن : (ا م) < (نق)

(ب) قوة النقطة من على الرسم :

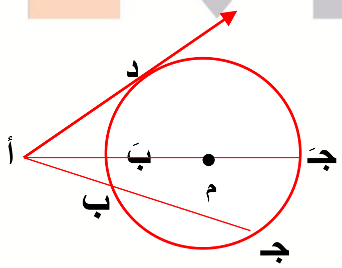
فى الشكل المقابل :



قم (جـ) = ـ أ جـ × ب جـ

قم (جـ) = ـ جـ د × جـ

فى الشكل المقابل :



قم (أ)
= أ ب × أ جـ

قم (أ)
= أ بَ × أ جَ
= (أ د)²

** يعنى تخلى بالك من دى
قوة النقطة التى تقع خارج الدائرة
= (مربع طول المماس للدائرة من عند نفس النقطة)

** برضو معناها :

طول المماس = √قوة النقطة

** لاحظ أن : أى نقطة على الدائرة قوتها بالنسبة للدائرة = صفر

أ/ إبراهيم نوارة
01024851367 01026175026

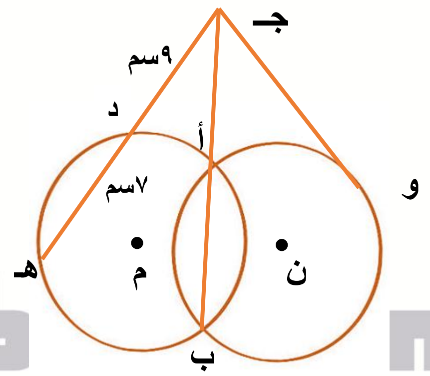
٢٦ المحور الأساسى للدائرتان :

تسمى مجموعة النقاط التى لها نفس القوة بالنسبة لدائرتين مختلفتين بالمحور الأساسى للدائرتان

فإذا كان : ق$_{م}$ (أ) = ق$_{ن}$ (أ)

فإن أ تقع على المحور الأساسى للدائرتان م ، ن

** أشهر مثال على الحتة دى



(أ) اثبت أن جـ تقع على المحور الأساسى للدائرتان

(ب) إذا كان : أ ب = ١٠ سم

اوجـــد : أ جـ ، أ و

الحـل

∵ أ تقع على الدائرة م ، وأيضا أ تقع على الدائرة ن

∴ ق$_{م}$ (أ) = ق$_{ن}$ (أ) = صفر

بالمثل : ق$_{م}$ (ب) = ق$_{ن}$ (ب) = صفر

∴ أ ب محور أساسى للدائرتان م ، ن

∵ جـ ∈ أ ب

∴ النقطة جـ تقع على المحور الأساسى للدائرتان م ، ن # أولاً

فى الدائرة م :

أب ، د هـ وتران متقاطعان خارج الدائرة

∴ أ جـ × جـ ب = جـ د × جـ هـ

أجـ × (١٠ + أ جـ) = ٩ × ١٦

(أ جـ)^{٢} + ١٠ أ جـ - ١٤٤ = ٠

(أ جـ - ٨) (أ جـ + ١٨) = صفر

∴ أ جـ = ٨ سم

∵ (و جـ)^{٢} = أ جـ × ب جـ

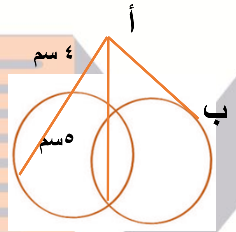
و جـ = $\sqrt{٨ × ١٨}$ = ١٢ سم

==================

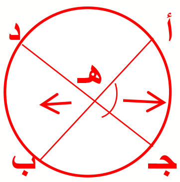
فى الشكل دا :

(أ ب)^{٢} = ٤ × ٩

أ ب = $\sqrt{٣٦}$ = ٦سم



٢٧ قياسات الأقواس والزوايا :

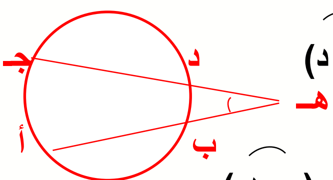


(أ) ق (هـ) =

$\frac{١}{٢}$ ق (أ جـ) + $\frac{١}{٢}$ ق (ب د)

وعشان تريح دماغك من النصاص دى

٢ ق (هـ) = ق (أ جـ) ÷ ق (ب د)



(ب) ق (هـ) =

$\frac{١}{٢}$ ق (أ جـ) – $\frac{١}{٢}$ ق (ب د)

٢ ق (هـ) = ق (أ جـ) – ق (ب د)

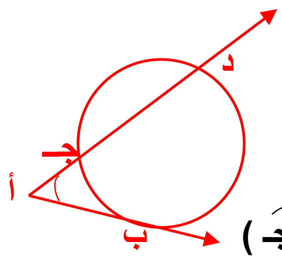
أختار مكان حلمت بيه وحط نفسك فيه
أ/إبراهيم نواره
01024851367 01026175026

أختار مكان حلمت بيه و حط نفسك فيه

(ج) ق (أ) =

١/٢ [ق (ب د) – ق (ب جـ)]

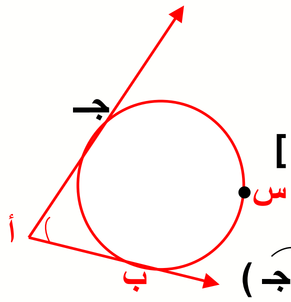
٢ ق (أ) = ق (ب د) – ق (ب جـ)



(د) ق (أ) =

١/٢ [ق(ب س جـ) – ق(ب جـ)]

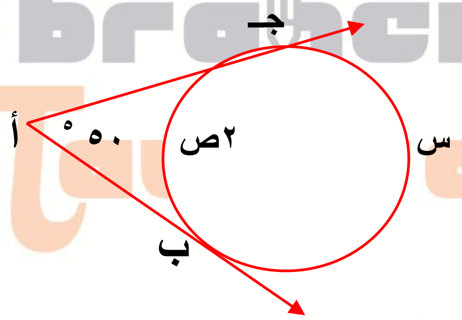
٢ ق (أ) = ق (ب د) – ق (ب جـ)



==============================

أمثلة على الزوايا

(١)



أوجد قيمة : س ، ص

الحل

∵ س + ٢ ص يمثلان دائرة

س + ٢ ص = ٣٦٠° ← (١)

∵ ١٠٠ = س – ٢ ص ← (٢)

س + ~~٢ ص~~ = ٣٦٠

س – ~~٢ ص~~ = ١٠٠

٢ س / ٢ = ٤٦٠ / ٢

∴ س = ٢٣٠°

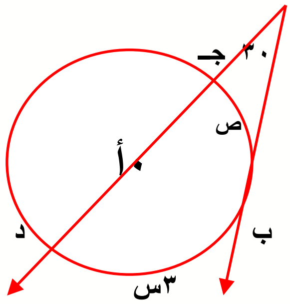
∵ س + ٢ ص = ٣٦٠°

∴ ٢ ص = ٣٦٠ – ٢٣٠

ص = ١٣٠ / ٢ = ٦٥°

==========================

(٢)



أوجد قيمة : س ، ص

الحل

∵ ٣س + ص يمثلان نصف دائرة

٣س + ص = ١٨٠° ← (١)

∵ ٦٠ = ٣ س – ص ← (٢)

٣ س + ص = ١٨٠

٣ س – ص = ٦٠

٦ س / ٦ = ٢٤٠ / ٦

∴ س = ٤٠°

∵ ٣س + ص = ١٨٠°

∴ ص = ١٨٠ – ٣ س

∴ ص = ١٨٠ – ٣ × ٤٠ = ٦٠°

==============================

﴿ اللهم إني أستودعك ما قرأت وما حفظت ، وما تعلمت فرده إلىّ عند حاجتي إليه ، إنك على كل شئ قدير ﴾

أ/إبراهيم نواره
01024851367 01026175026