النموذج الامتحاني الثالث لطلبة الصف التاسع – المادة رياضيات .
الوحدات المستهدفه: 1+2+3 جبر ، 1 + 2 هندسة
المدة المسموحه للانتهاء من الحل : ساعتان

أولاً : أجب عن السؤالين التاليين:

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

1) حلول المعادلة $x^2 = 4$ هو :

A	$\sqrt{2}, -\sqrt{2}$	B	$2, -2$	C	$\sqrt{2}, 2$

2) ABC مثلث قائم في A فيه $\hat{B} = 60°$ و $AC = 4$ فيكون طول AB :

A	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	C	ليس مما سبق

3) ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 2 يكون طول ارتفاعه :

A	$2\sqrt{3}$	B	$\sqrt{3}$	C	ليس مما سبق

4) إن الـ $GCD(5,12)$ هو :

A	3	B	5	C	1

السؤال الثاني : أجب بكلمة (صح) أو (خطأ) :

1) مربع أي عدد هو عدد عادي .

2) $\tau = \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$ فيكون $\sqrt{3}\,\tau = 6 + 5\sqrt{3}$

3) لدينا مثلث ABC أطوال أضلاعه $8, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}$ فهو مثلث قائم ،

4) المثلث ABC قائم في A فيه $Sin\ \hat{B} = \frac{2}{7}$ فيكون $Cos\ \hat{C} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة التالية

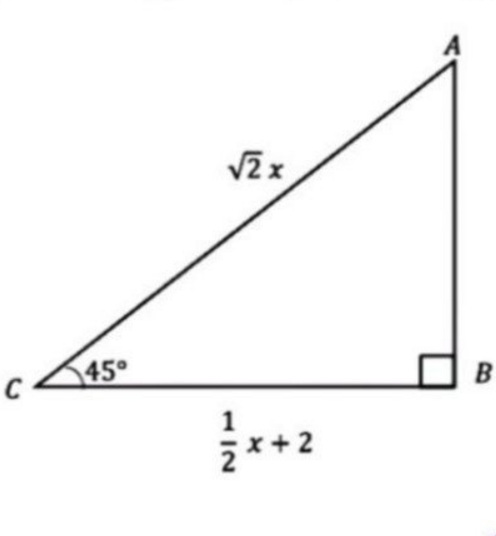
التمرين الأول : اكتب كلاً من المقادير التالية بصيغة قوة لعدد واحد

$$B = \frac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 15^2} \qquad A = \frac{3^3 \times 3^5}{3^{-2}}$$

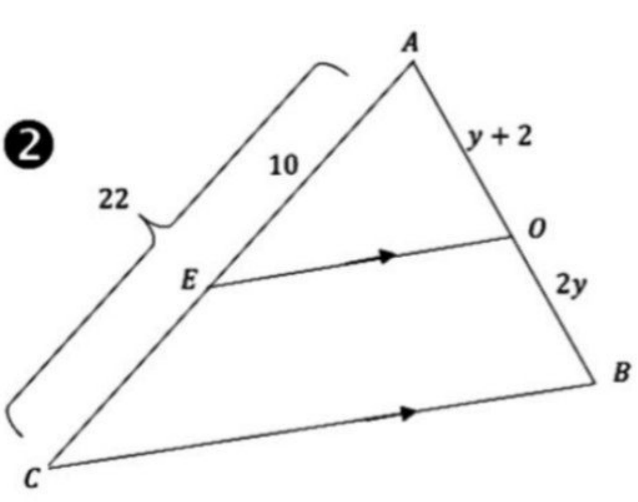
التمرين الثاني : ما العدد الذي إذا جمعنا نصفه مع ثلثيه حصلنا على العدد 70 ؟

التمرين الثالث : أوجد قيمة x و y في الأشكال التالية :

❶

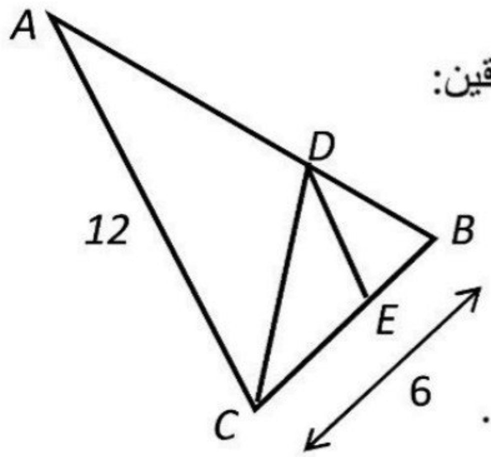


❷



يتبع في الصفحة الثانية

✍ **التمرين الرابع :**



في الشكل المجاور ABC مثلث متساوي الساقين:

فيه $AB = AC = 12\ cm\ \ ,CB = 6\ cm$

$BA = 3BD$ ، $EB = 2\ cm$. **والمطلوب :**

1) أثبت أن AC يوازي ED.

2) أثبت أن المثلث CED متساوي الساقين .

3) المثلث DEB تصغيّر للمثلث ABC احسب نسبة التصغيّر.

ثالثاً : حل المسألتين التاليتين

✍ **المسألة الأولى** : لدينا المقدار $A = (x+5)^2 + (3x-1)(x+5)$

1) انشر ثم اختزل A

2) حلل المقدار A

3) احسب قيمة A عند $x = \sqrt{2}$

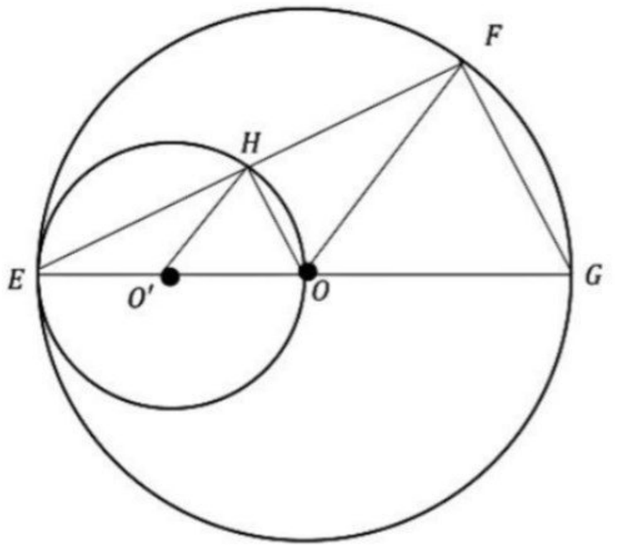
4) حل المعادلة $A = 0$

5) **جد مجموعة حلول المتراجحة** $Sin(\sqrt{9 \times 10^2}) \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > Tan(\sqrt{2025})$

ثم مثل هذه الحلول على مستقيم الأعداد

✍ **المسألة الثانية** : لدينا دائرتان C مركزها O وقطرها EG

C' مركزها O' وقطرها EO



المطلوب :

1) أثبت ان FG و HO متوازيان

2) إذا كان $OH = 3\ cm$ ، أوجد FG

3) إذا كان $EF = 8\ cm$ ، أوجد EH

4) احسب EO ثم EG

5) أثبت أن FO و HO' متوازيان

ثم استنتج $O'H \times FG = OH \times FO$

6) إذا كان المثلث EFO تكبير للمثلث EHO'

احسب مساحة المثلث EFO ثم استنتج مساحة المثلث EHO'

قف على ناصية الحلم وقاتل 👍👍

انتهت الأسئلة

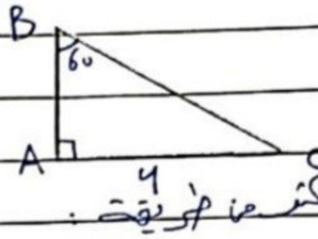
الموضوع: حل النموذج الثالث

* السؤال الأول

1) $x^2=4 \Rightarrow x=+\sqrt{4}=+2$

$x=-\sqrt{4}=-2$

الإجابة B

2) 

AB=??

نستطيع الحل بأكثر من طريقة:

$\tan\hat{B}=\frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\tan 60^\circ=\frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\sqrt{3}=\frac{4}{AB} \Rightarrow AB=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

الإجابة A

3) ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع يُعطى بالدستور:

$h_3=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$; ℓ هو طول ضلع المثلث

$h_3=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ الإجابة B

4) $GCD(12,5)=1$ الإجابة C

* السؤال الثاني:

1) عبارة خاطئة: حيث:

π عدد غير عادي ومربعه π^2 هو أيضاً عدد غير عادي، وكذلك نحو أكثر

من مثال:

$(\sqrt{\sqrt{2}})$ عدد غير عادي ومربعه $\sqrt{2}$ هو عدد غير عادي.

2) $C=\sqrt{37+20\sqrt{3}}$

$37 \rightarrow 25+12$

$C=\sqrt{25+20\sqrt{3}+12}$

$=\sqrt{(5+2\sqrt{3})^2} \Rightarrow$

$C=5+2\sqrt{3}$ ومنه:

$\sqrt{3}\,C=\sqrt{3}(5+2\sqrt{3})$

$=5\sqrt{3}+6$

فالعبارة صحيحة

3) نطبق عكس فيثاغورث: الضلع الأكبر

$8^2 \overset{?}{=} (4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2$

$64 \overset{?}{=} 32+32 \Rightarrow$

$64=64$ فالمثلث قائم الزاوية وتره 8 وهو متساوي الساقين.

فالعبارة صحيحة.

4) ABC قائم في A ومنه الزاويتان $\hat{B}, \hat{C}$ متتامتان أي

$\sin\hat{B}=\cos\hat{C}=\frac{2}{7}$

فالعبارة خاطئة

لو طلب $\cos\hat{B}$ نحسب باستخدام العلاقة المثلثية الأولى.

الموضوع : ....

*** التمرين الأول:**

$A = \dfrac{3^3 \times 3^5}{3^{-2}} = 3^8 \times 3^2 = 3^{10}$

$B = \dfrac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 15^2}$

$15^2 = (3\times5)^2 = 3^2 \times 5^2$

$B = \dfrac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{2^8}{2^3} \times \dfrac{5^7}{5^2}$

$= 2^5 \times 5^5 = (2\times5)^5 = 10^5$

*** التمرين الثاني:**

لنفرض أن هذا العدد هو x

فيكون نصفه $\frac{1}{2}x$ ، ثلثيه $\frac{2}{3}x$

وحسب فرض المسألة:

$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x = 70 \Rightarrow \times 6$

$3x + 4x = 420 \Rightarrow$

$7x = 420 \Rightarrow x = 60$

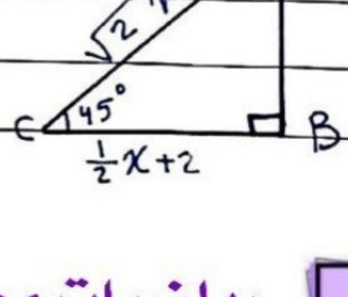
التحقق:

$\frac{1}{2}(60) + \frac{2}{3}(60) = 30 + 40 = 70$

فالحل صحيح.

*** التمرين الثالث:**

الشكل الأول:



لاحظ أن المثلث ABC قائم في B

فيه $\hat{C} = 45°$ وعليه $\hat{A} = 45°$ فالمثلث ABC قائم ومتساوي الساقين في B أي:

$CB = BA = \frac{1}{2}x + 2$

$\sin \hat{A} = \dfrac{CB}{CA} \Rightarrow \sin 45° = \dfrac{\frac{1}{2}x+2}{\sqrt{2}x}$

وعليه:

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{x+4}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}x} \Rightarrow$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{x+4}{2\sqrt{2}x} \Rightarrow$

$2x = x + 4 \Rightarrow x = 4$

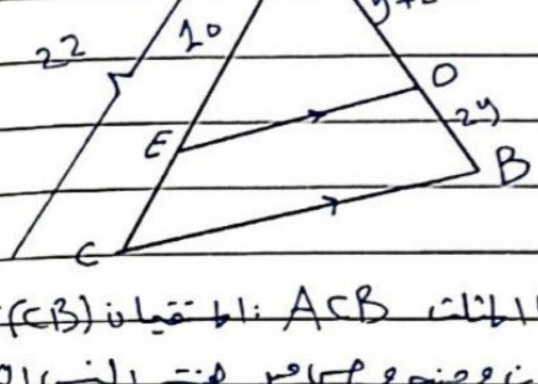
وعندئذٍ يكون:

$CB = 4$ ، $BA = 4$ ، $CA = 4\sqrt{2}$

ملاحظة:

بإمكانك من استخدام فيثاغورث لكنك ستصل إلى معادلة من الدرجة الثانية لم تتعرف على طريقة حلها ضمن منهاجك.

الشكل الثاني:



لدينا في المثلث ACB: المستقيمان (CB) ، (OE) متوازيان وحسب مبرهنة تالس (النسب الثلاث) نجد:

$\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AO}{AB} = \dfrac{OE}{BC}$

$$\frac{10}{22} = \frac{y+2}{3y+2} = \frac{OE}{BC} \Rightarrow$$

$$\frac{5}{11} = \frac{y+2}{3y+2} \Rightarrow$$

$$5(3y+2) = 11(y+2)$$

بالنشر والإصلاح نجد: $4y = 12$

$\Rightarrow y = 3$

/ للتأكد: عوض بقيمة y في النسبة الثانية لنحصل على نسبة مكافئة للنسبة الأولى /

* التمرين الرابع:

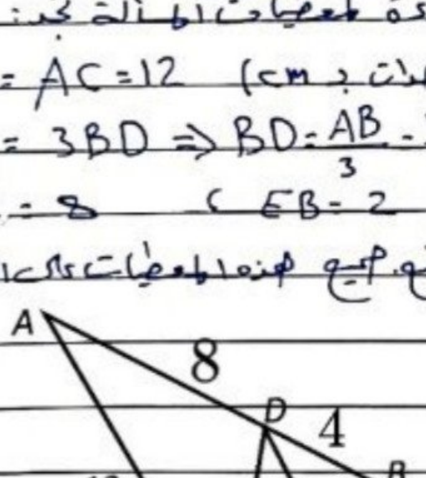
بقراءة معطيات المسألة نجد:

. $AB = AC = 12$ (الواحدات بـ cm)

. $AB = 3BD \Rightarrow BD = \frac{AB}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$\Rightarrow AD = 8 \quad , EB = 2$

لنضع جميع هذه المعطيات على الرسم.



1) حتى يكون $ED \parallel AC$ يجب أن تتحقق عكس مبرهنة النسب الثلاث في المثلث ACB أي يجب أن تتحقق المساواة: $\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA}$

$$\left.\begin{aligned} \frac{BE}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{BD}{BA} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA}$$

ومع أن النقاط B، D، A على القاطع BA على نفس جهة بالترتيب مع النقاط B، E، C على القاطع BC فإن المستقيمان (AC)، (ED) متوازيان وذلك حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث ... (ضع إشارة التوازي الآن على الرسم)

2) لدينا في المثلث CED:

$CE = 4\text{ cm}$, $ED = ??$, $CD = ??$

لنجد طول ED حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث ABC حيث $AC \parallel DE$ برهاناً:

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{DA} = \frac{ED}{CA} \Rightarrow$$

$$\underbrace{\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{ED}{12}}$$

$$ED = \frac{12}{3} = 4 \text{ cm}$$

وجدنا: في المثلث CED أصبح لدينا $CE = 4\text{cm}$, $ED = 4\text{cm}$ فهو متساوي الساقين في E

3) علماً أن $(AC) \parallel (DE)$ إثباتاً
فالمثلثان DEB ، ABC متشابهان
لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة وذلك
بحسب حالة النسب الثلاث والمثلث
DEB هو صورة المثلث ABC
بنسبة تصغير $\frac{1}{3}$ كما وجدنا سابقاً.

* المسألة الذهبية:

$A = (x+5)^2 + (3x-1)(x+5)$

1)

$A = x^2+25+10x + 3x^2+15x - x - 5$

$A = 4x^2+24x+20$

2)

$A = (x+5)\left[(x+5)+(3x-1)\right]$

$= (x+5)(4x+4)$

$= 4(x+5)(x+1)$

3) $A = ?? \Leftarrow x = \sqrt{2}$

نعوض في عبارة A الناتجة عن النشر

$A = 4(\sqrt{2})^2 + 24(\sqrt{2}) + 20 \Rightarrow$

$A = 28 + 24\sqrt{2}$

(لو عوضنا في عبارة A الأساسية
أو عبارة A الناتجة عن التحليل
سنحصل على نفس الجواب)

4) $A = 0$ (هنا دائماً نعوض
في عبارة A الناتجة عن التحليل وذلك
للاستفادة من خاصة جداء الصفري)

$A = 0 \Rightarrow$

$4(x+5)(x+1) = 0 \Rightarrow$

$4 \neq 0$

• إما $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

• أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

ومنه مجموعة حلول المعادلة $S = \{-5, -1\}$

5)

$\sin\left(\sqrt{9\times10^2}\right) \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > \tan\left(\sqrt{2025}\right)$

لدينا أن:

• $\sin\left(\sqrt{9\times10^2}\right) = \sin\left(\sqrt{900}\right) = \sin 30 = \frac{1}{2}$

• $\tan\left(\sqrt{2025}\right) = \tan 45 = 1$

حيث $(45)^2 = 2025$

(أو حلل العدد 2025 إلى جداء عوامله الأولية)

نعوض في المتراجحة فتصبح:

$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > 1 \Rightarrow$

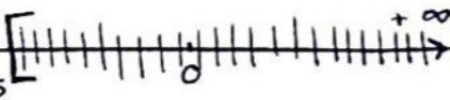
$-\frac{x+1}{4} > 1$

نضرب الطرفين بالعدد السالب -4
ونغير جهة التراجح فنجد:

$x+1 < -4 \Rightarrow x < -5$

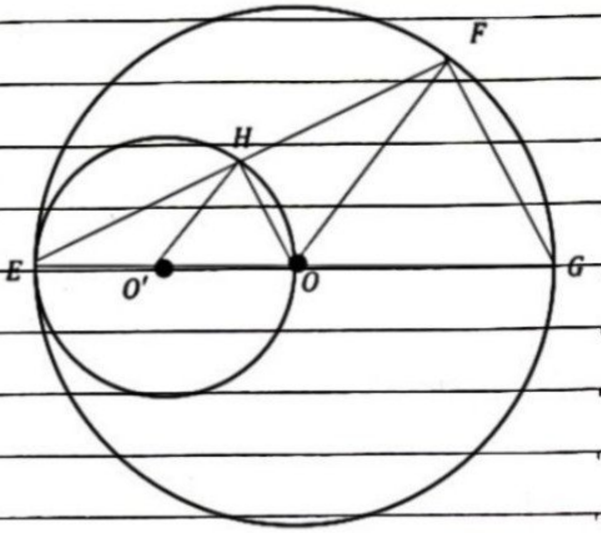
ومنه حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول
الأصغر تماماً من -5 أي $x \in \left]-\infty, -5\right[$

مجال الحلول $-\infty$



الموضوع : ....

المسألة الثانية:



1) لدينا $E\hat{F}G$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي:

$FG \perp EF$

ولنفس السبب يكون

$EH \perp Ho \Rightarrow Ho \perp EF$

مما سبق نجد: $(Ho) \parallel (FG)$

(العمودان على مستقيم واحد متوازيان)

/ ضع التعامد والتوازي على الرسم /

2) لدينا فرضاً $oH = 3\,cm$

/ يوجد أكثر من طريقة للحل /

حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث EGF حيث $(Ho) \parallel (FG)$ إثباتاً

$$\frac{Eo}{EG} = \frac{EH}{EF} = \frac{Ho}{FG} \Rightarrow$$

$$\frac{R}{2R} = \frac{EH}{EF} = \frac{3}{FG} \Rightarrow$$

$$\frac{R}{2R} = \frac{3}{FG} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{FG}$$

ومنه $FG = 6\,cm$ (ضعها على الرسم)

/ طريقة ثانية: نستطيع إثبات أن H هي منتصف $[EF]$ بناءً على المبرهنة الثانية في المنتصفات ثم حساب طول $[FG]$ اعتماداً على المبرهنة الأولى في المنتصفات /

3) لدينا $EF = 8\,cm$ فرضاً:

o منتصف EG، $[Ho]$ قطعة مستقيمة تمر بمنتصف أحد أضلاع المثلث EFG موازية ضلعاً آخر (FG) فهي تقطع الضلع الثالث في المنتصف أي H منتصف $[EF]$ وذلك حسب المبرهنة الثانية في المنتصفات

ومنه: $EF = 8\,cm$، H منتصف EF

ومنه $EH = HF = 4\,cm$ (ضع المعطيات الجديدة على الرسم)

/ أو مباشرة من النسب الثلاث السابقة نحصل على نفس الجواب /

4) من النسب الثلاث السابقة أو:

حسب فيثاغورث في المثلث القائم EHo نجد:

$[Eo]^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow [Eo] = 5\,cm$

ولدينا: $Eo = oG = R = 5 \Rightarrow$

$EG = 10\,cm$ (ضع كل ذلك على الرسم)

5) حتى يكون $(Ho') \parallel (Fo)$ يجب أن تتحقق المساواة

$$\frac{Eo'}{Eo} = \frac{EH}{EF}$$

$$\frac{EO'}{EO} = \frac{R'}{2R'} = \frac{1}{2}$$

(أو: عوض بالأطوال)

$$\frac{EH}{EF} = \frac{EH}{2[EH]} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

(أو: عوض بالأطوال)

$\frac{EO'}{EO} = \frac{EH}{EF}$ و النقاط E, O', O على القاطع EO منتجة بالترتيب مع النقاط E, H, F على القاطع EF وبالتالي وحسب عكس مبرهنة النسب الثلاث $(O'H) \parallel (OF)$ ومنه:

$$\frac{EO'}{EO} = \frac{EH}{EF} = \frac{O'H}{OF} = \frac{1}{2} \quad (I)$$

ومن وجدنا سابقاً:

$$\frac{EO}{EG} = \frac{EH}{EF} = \frac{OH}{FG} = \frac{1}{2} \quad (II)$$

بالمقارنة نجد:

$$\frac{OH}{FG} = \frac{O'H}{OF} \Rightarrow$$

$$[O'H] \times [FG] = [OH] \times [OF]$$

(c) كما وجدنا في (I) المثلث EHO' مصغراً عن المثلث EFO بنسبة تصغير $\frac{1}{2}$ وبالتالي المثلث EFO مكبراً عن المثلث EHO' بنسبة تكبير $k = 2$ (مطلوب نسبة التصغير) أو قم بكتابة النسب مرة

أُذكر بأن نضع أضلاع الكبير أولاً.

لنحسب مساحة المثلث EOF حيث $EF = 8$ ، الارتفاع فيه $OH = 3$

$$S(EOF) = \frac{[EF] \times [OH]}{2} = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \, cm^2$$

من مفاهيم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S(EOF)}{S(EO'H)} = k^2 \Rightarrow$$

كبير / صغير ، تكبير

$$\frac{12}{S(EO'H)} = 4 \Rightarrow S(EO'H) = 3 \, cm^2$$

نهاية حل النموذج الثالث

تنويه: في المسائل الأخيرة: لا داعي لكتابة كل هذا الشرح في الامتحان، هو للتوضيح لكي تفهم مراحل الربط بين الخطوات، فقط اكتب القاعدة التي تستند عليها وعوض مباشرة.