النموذج الرابع

وهو الامتحان النصفي الموحد لدورة **2018**
مع الحل المفصل له

الوحدات المستهدفة **:**
الوحدات الثلاثة الأولى من كتاب الجبر ،
بالإضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الرابعة

الوحد الأولى والثانية من كتاب الهندسة ،
بالاضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الثالثة

المدة المسموحة للانتهاء من
الحل **:** ساعتان

حاول التأقلم مع عامل ضغط الوقت قبل موعد
الامتحان بحل أكبر عدد ممكن من النماذج ضمن
مدة زمنية لاتتجاوز الساعتين لكل نموذج

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و 40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري:

A	0.75	B	0.3	C	0.4

2) قيمة x في التناسب: $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x}{\sqrt{12}}$ هي:

A	2	B	6	C	$\sqrt{3}$

3) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

A	$\frac{13}{9}$	B	$\frac{13}{7}$	C	$\frac{39}{21}$

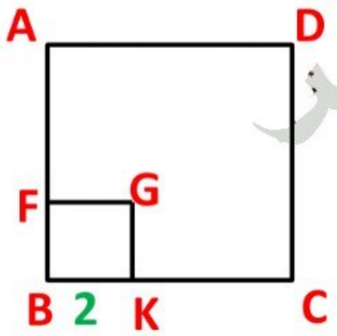
4) إذا كانت $\tan A=1$ فإن قياس الزاوية A هو:

A	60°	B	30°	C	45°

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كلٍّ من القضايا الأربع الآتية:

1) إذا كانت B زاوية حادّة وكان $\sin 50^\circ=\cos B$ فإن قيمة B هي 40° .

2) قيمة A حيث $A=\frac{2^3\times 5^2\times 7}{2^2\times 5\times 7}$ هي 70.



في الشكل المرسوم جانباً:

لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

3) إذا كان طول $BK=2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6 .

4) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

احسب كلاً مما يأتي: $C=\sqrt{8}+4\sqrt{12}$, $B=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$, $A=(\sqrt{7}+2)^2$.

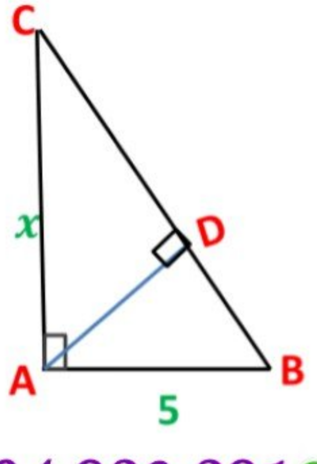
التمرين الثاني:

لدينا المتراجحة $3x+7\leq -8$ والمطلوب:

1) أيّ من الأعداد الآتية: -6 , -4 حل لهذه المتراجحة.

2) حل هذه المتراجحة ثمّ مثل حلولها على مستقيم الأعداد.

التمرين الثالث:



ABC مثلث قائم في A فيه: $CB\perp AD$

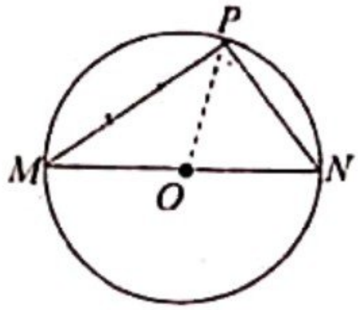
$AB=5$ ، $AC=x$ و $BC=x+1$. المطلوب:

1) احسب قيمة x .

2) احسب $\cos B$ من المثلث ABD

3) احسب $\cos B$ من المثلث ABC واستنتج $AB^2=CB\times BD$.

التمرين الرابع: في الشكل المجاور الدائرة C مركزها O



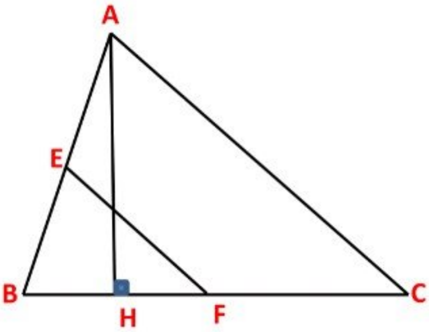
وطول قطرها $[MN]$ يساوي 8 و P نقطة تحقق $\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$.

1) اثبت أن $\widehat{PN} = 60^{\circ}$.

2) احسب قياسات زوايا المثلث PNM

3) احسب الطول PM

التمرين الخامس: في الشكل المجاور:



$[AH]$ارتفاع في المثلث ABC ، النقطة E منتصف $[AB]$

والنقطة Fمنتصف $[BC]$ ، إذا كان $BC = 6$

و $AB = 2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $A\hat{B}C = 60^{\circ}$ **المطلوب:**

1) اثبت أن EF يوازي AC .

2) إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث BCA، واستنتج معامل التصغير.

3) إذا علمت أنّ مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S = \frac{1}{2}[AB]\times[BC]\times \sin B$

احسب S مساحة المثلث ABC واستنتج طول الارتفاع AH.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: زارت مها وسوسن مؤسسة استهلاكية لبيع الأدوات المدرسية واشترت مها (مسطرتين وخمسة أقلام بمبلغ 600 ليرة سورية) واشترت سوسن (أربعة مساطر وثلاثة أقلام بمبلغ 500 ليرة سورية) ، إذا رمزنا إلى سعر المسطرة بـ x وإلى سعر القلم بـ y كانت المعادلة المعبرة عما اشترته مها بدلالة x و y هي: $2x + 5y = 600$ والمطلوب:

1) اكتب المعادلة المعبّرة عما اشترته سوسن بدلالة x و y .

2) احسب سعر كلّ من المسطرة والقلم بحل جملة المعادلتين.

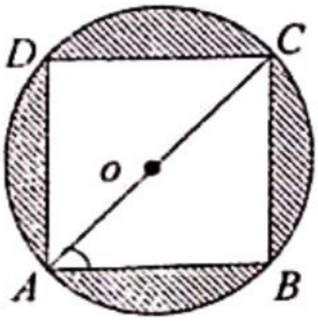
3) استنتج سعر أربعة مساطر و عشرة أقلام.

المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً:

$ABCD$ مربع مرسوم داخل دائرة مركزها O وطول ضلعه $AB = x$

1) احسب طول قطره AC بدلالة x.

2) احسب قياس القوس $\widehat{CB}$ واحسب $\tan B\hat{A}C$



3) احسب مساحة الدائرة بدلالة x.

4) لنرمز بالرمز S لمساحة المنطقة المظللة، أثبت أن:

$S = x^{2}(\frac{\pi - 2}{2})$ ، ثمّ احسب قيمة x إذا علمت أن $S = (\pi - 2)$

السؤال الأول : في كل ماياتي إجابة صحيحة واحدة من ثلاث إجابات مقترحة اكتبها :

1) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري :

0.4	❸	0.3	❷	**0.75**	❶

2) قيمة x في التناسب $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\sqrt{12}}$ هي :

$\sqrt{3}$	❸	6	❷	**2**	❶

3) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو :

$\frac{39}{21}$	❸	**$\frac{13}{7}$**	❷	$\frac{13}{9}$	❶

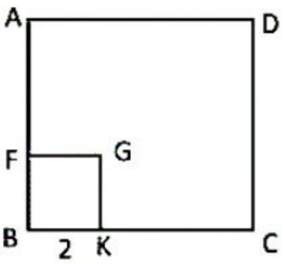
4) إذا كانت $\tan A = 1$ فإن قياس الزاوية A هو :

45^o	❸	30^o	❷	60^o	❶

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الآتية :

1) إذا كانت B زاوية حادة وكان $\sin 50^o = \cos B$ فإن قيمة B هي 40^o . (صح)

2) قيمة $A = \frac{2^3 \times 5^2 \times 7}{2^2 \times 5 \times 7}$ هي 70 . (خطأ)



في الشكل المرسوم جانباً : لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$ عندئذ :

3) إذا كان طول $BK = 2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6. (صح)

4) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$. (خطأ)

ثانيا : حل التمارين الخمسة الآتية :

التمرين الأول :

احسب كلاً مما يأتي : $A = (\sqrt{7}+2)^2 , B = (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) , C = \sqrt{8} + 4\sqrt{12}$

❶ $A = (\sqrt{7}+2)^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + (2)^2 = 7 + 4\sqrt{7} + 4 = 11 + 4\sqrt{7}$

❷ $B = (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$

❸ $C = \sqrt{8} + 4\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 2} + 4 \times \sqrt{4 \times 3} = 2 \times \sqrt{2} + 4 \times 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$

التمرين الثاني :

لدينا المتراجحة $-8 \le 3x + 7$ والمطلوب :

1) أي من الأعداد الآتية -6 , -4 حل لهذه المتراجحة .

2) حل هذه المتراجحة ثم مثل حلولها على مستقيم الأعداد .

الحل:

1) من اجل $x = -4$ نجد أن :

$L = 3(-4) + 7 = -12 + 7 = -5 \quad ,R = -8 \quad \Rightarrow L \nleq R \Rightarrow x = -4$ ليس حلا

من اجل $x = -6$ نجد أن :

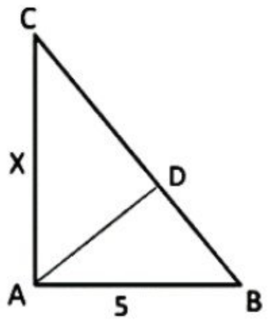
$L = 3(-6) + 7 = -18 + 7 = -11 \quad ,R = -8 \quad \Rightarrow L \leq R \Rightarrow x = -6$ حل

2) لحل المتراجحة :

$$3x + 7 \leq -8 \Rightarrow 3x \leq -8 - 7 \Rightarrow 3x \leq -15 \Rightarrow x \leq -5$$

$$\Rightarrow x \in]-\infty, -5]$$

التمرين الثالث :



ABC مثلث قائم في A فيه $(CB) \perp (AD)$ ، $BC = x + 1$, $AC = x$, $AB = 5$ والمطلوب :

1) احسب قيمة x .
2) احسب $\cos B$ من المثلث ABD.
3) احسب $\cos B$ من المثلث ABC واستنتج أن $AB^2 = CB \times BD$.

الحل :

1) حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد :

$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2 \Rightarrow (5)^2 + (x)^2 = (x+1)^2 \Rightarrow 25 + x^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow 25 = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow BC = 13, AC = 12$$

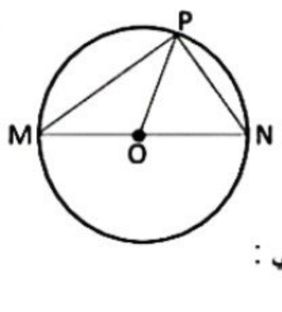
2) $\cos B = \frac{\text{طول الضلع المجاورة}}{\text{طول الوتر}} = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{5}$

3) $\cos B = \frac{\text{طول الضلع المجاورة}}{\text{طول الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$ وبالتالي وبالإستفادة من عبارة $\cos B$ السابقتين نجد أن :

$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow$ حسب خاصية الجداء التقاطعي $\Rightarrow AB^2 = BC \times BD$

التمرين الرابع :

في الشكل المجاور الدائرة C مركزها O ، وطول قطرها $[MN]$ يساوي 8 ، و P نقطة تحقق $\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$ والمطلوب :



1) أثبت أن $\widehat{PN} = 60^o$.
2) احسب قياسات زوايا المثلث PNM.
3) احسب الطول PM.

الحل :

1) بما أن $[MN]$ قطر في الدائرة فإن $180^o =$ قوس نصف الدائرة $= \widehat{NM}$ ولدينا $\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$ وبالتالي :

$\widehat{PN} = \frac{1}{3} \times 180^o = 60^o$ وبالتالي $\widehat{MP} = 180^o - \widehat{PN} = 180^o - 60^o = 120^o$.

2) إن $\widehat{NMP}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{PN}$ وبالتالي $\widehat{NMP} = 30^o$

وكذلك فإن $\widehat{MNP}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{PM}$ وبالتالي $\widehat{MNP} = 60^o$

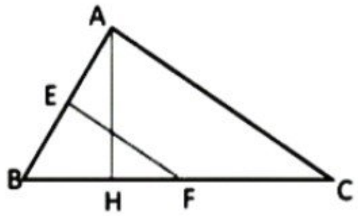
كما أن $\widehat{MPN}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{MN}$ وبالتالي $\widehat{MPN} = 90^o$.

☜ (لأن الزاوية المحيطية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصرها)

3) $\sin \widehat{MNP} = \frac{MP}{MN} \Longrightarrow \sin 60^o = \frac{MP}{8} \Longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MP}{8} \Longrightarrow MP = \frac{8\times\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

التمرين الخامس :

في الشكل المجاور : $[AH]$ ارتفاع في المثلث ABC ، النقطة E منتصف $[AB]$ والنقطة F منتصف $[BC]$ ، إذا كان $BC = 6$ و $AB = 2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $ABC = 60^o$ المطلوب :



1) أثبت أن (EF) يوازي (AC).
2) إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث ABC ، استنتج معامل التصغير .
3) إذا علمت ان مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B$

احسب S مساحة المثلث ABC واستنتج طول الارتفاع AH.

الحل :

1) $\left.\begin{array}{l} \frac{BE}{BA} = \frac{BE}{2\times BE} = \frac{1}{2} \\ \frac{BF}{BC} = \frac{BF}{2\times BF} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} \Longrightarrow$ حسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث $\Longrightarrow (EF) \parallel (AC)$

2) بما أن $(EF) \parallel (AC)$ فالمثلثان BFE, ABC متشابهان ويكون BFE تصغير لـ ABC ويكون معامل التصغير يساوي $\frac{1}{2}$.

3) $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 \times \sin 60^o = \frac{1\times2\sqrt{3}\times6\times\sqrt{3}}{2\times2} = \frac{18}{2} = 9$

لدينا $S = \frac{1}{2} \times BC \times AH \Longrightarrow 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times AH \Longrightarrow AH = \frac{9}{3} = 3$

ثالثا : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى: زارت مها وسوسن مؤسسة استهلاكية لبيع الادوات المدرسية واشترت مها (مسطرتين وخمسة اقلام بمبلغ 600 ليرة سورية) واشترت سوسن (أربعة مساطر وثلاثة أقلام بمبلغ 500 ليرة سورية) ، إذا رمزنا إلى سعر المسطرة بـ x وإلى سعر القلم بـ y كانت المعادلة الجبرية المعبرة عما اشترته مها بدلالة x, y هي $2x + 5y = 600$ والمطلوب :

1) اكتب المعادلة المعبرة عما اشترته سوسن بدلالة x, y.
2) احسب سعر كل من المسطرة والقلم بحل جملة المعادلتين .
3) استنتج سعر أربعة مساطر وعشرة اقلام .

الحل :

1) $4x + 3y = 500$

2) $\begin{array}{l} 2x + 5y = 600 \ldots ❶ \\ 4x + 3y = 500 \ldots ❷ \end{array} \Longrightarrow$ بضرب المعادلة الثانية بـ2 $\Longrightarrow \begin{array}{l} 4x + 10y = 1200 \ldots ❶' \\ 4x + 3y = 500 \ldots ❷ \end{array} \Longrightarrow ❶' - ❷ \Longrightarrow$

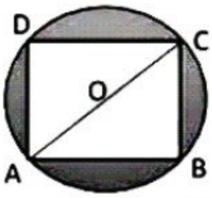
$7y = 700 \Longrightarrow y = \frac{700}{7} = 100 \Longrightarrow ❶ \Longrightarrow 2x + 5(100) = 600 \Longrightarrow 2x = 600 - 500 \Longrightarrow$

$2x = 100 \Longrightarrow x = 50$

وبالتالي سعر المسطرة الواحدة يساوي $x = 50\ S.P$ وسعر القلم الواحد يساوي $y = 100\ S.P$

3) $4x + 10y = 4(50) + 10(100) = 200 + 1000 = 1200\ S.P$

المسألة الثانية : في الشكل المرسوم جانباً مربع داخل دائرة مركزها O وطول ضلعه $AB = x$.



1) احسب طول قطره $[AC]$ بدلالة x.
2) احسب قياس القوس $\widehat{CB}$ واحسب $\tan B\hat{A}C$.
3) احسب مساحة الدائرة بدلالة x.
4) لنرمز بالرمز S لمساحة المنطقة المظللة ، اثبت أن $S = x^2(\frac{\pi-2}{2})$ ، ثم احسب قيمة x إذا علمت أن $S = \pi - 2$.

الحل :

1) بما أن المثلث ABC قائم الزاوية عند B وتره $[AC]$ يكون حسب مبرهنة فيثاغورث :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Longrightarrow x^2 + x^2 = AC^2 \Longrightarrow AC^2 = 2x^2 \Longrightarrow AC = \sqrt{2} \times x \Longrightarrow AC = \sqrt{2}x$$

2) إن قياس الزاوية $C\hat{A}B = 45^o$ لأن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين ، كما أن الزاوية $C\hat{A}B$ محيطية تحصر القوس $\widehat{CB}$ فيكون $\widehat{CB} = 2 \times C\hat{A}B = 2 \times 45^o = 90^o$.

$$\tan B\hat{A}C = \frac{\text{طول الضلع المقابلة}}{\text{طول الضلع المجاورة}} = \frac{BC}{BA} = \frac{x}{x} = 1 \qquad or \qquad \tan B\hat{A}C = \tan 45^o = 1$$

3) $\text{مساحة الدائرة} = \pi \times (\frac{AC}{2})^2 = \pi \times (\frac{\sqrt{2}x}{2})^2 = \pi \times \frac{2x^2}{4} = \frac{\pi x^2}{2}$

4) $S = \text{مساحة الدائرة} - \text{مساحة المربع} = \frac{\pi x^2}{2} - x^2 = \frac{\pi x^2 - 2x^2}{2} = \frac{x^2(\pi-2)}{2}$

وعندما $S = \pi - 2$ يكون $\frac{x^2}{2} = 1$ ومنه $x^2 = 2$ أي $x = +\sqrt{2}$ مقبول ، $x = -\sqrt{2}$ مرفوض.

انتهت الإجابات

يوجد العديد من الطرق الأخرى الصحيحة ، وكلها ستكون واردة في سلم التصحيح.