2024

الصف الثالث المتوسط

الجزء 1

الفصول (1,2,3)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الرياضيات math

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

المنهج مصور بالكامل على قناتي في يوتيوب
إسم القناة (ريهاب جاسم)

ريهاب جاسم

اعداد الاستاذ

ريهاب جاسم محمد

07810772656

@RMA96

أساسيات مهمة في منهج الرياضيات

1- حفظ جدول الضرب ! .

2- الأشارة السالبة تكون دائماً على يسار الرقم مثال ⟵ (-2 , -3 , -4 , -7) وهكذا.

3- الأشارة الموجبة لا تكتب وأي عدد لا يحتوي على إشارة فهو موجب مثال ⟵ (6, 7, 8, 9) .

4- مراعاة الإشارات في عملية الجمع والطرح :-

- أذا كانت الإشارات متشابهة نضع إشارة أحدهما ثم نجمع .
- أذا كانت الإشارات مختلفة نضع إشارة الكبير ثم نطرح .

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

5- مراعاة الإشارات في عملية الضرب والقسمة :-

- أذا كانت الإشارات متشابهة لكل من الضرب والقسمة فأن الإشارة تكون موجبة (+) .
- أذا كانت الإشارات مختلفة لكل من الضرب والقسمة فأن الإشارة تكون سالبة (−) .

6- أذا كانت الجذور متشابهة نجري عملية الجمع أو الطرح بين المعاملات وحسب الإشارة أما أذا كانت الجذور مختلفة فتبقى كما هي ولا يجوز الجمع أو الطرح .

7- تحويل الصيغة الجذرية الى صيغة أسية أو بالعكس .

$$\sqrt[\text{دليل الجذر}]{a^{\text{الأس}}} = a^{\frac{\text{الأس}}{\text{دليل الجذر}}}$$

8- الإشارات في عملية الضرب والقسمة :-

- أذا كانت الإشارات متشابهة فأن الضرب والقسمة تكون إشارتهم (+) .

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الإشارة الموجبة $+ \times + = + \;/\; + \div + = + \;/\; \frac{+}{+} = +$

الإشارة السالبة $- \times - = + \;/\; - \div - = + \;/\; \frac{-}{-} = +$

- أذا كانت الإشارات مختلفة فأن الضرب والقسمة تكون إشارتهم (−) .

$+ \times - = - \;/\; - \times + = - \;/\; + \div - = - \;/\; \frac{-}{+} = -$

9- جذور تربيعية وتكعيبية حفظ .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

- الجذور التربيعية :

$\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$,

$\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$, $\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{144} = 12$, $\sqrt{169} = 13$, $\sqrt{196} = 14$

, $\sqrt{225} = 15$, $\sqrt{256} = 16$, $\sqrt{289} = 17$, $\sqrt{324} = 18$,$\sqrt{361} = 19$, $\sqrt{400} = 20$

- الجذور التكعيبية :

$\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[3]{64} = 4$, $\sqrt[3]{125} = 5$, $\sqrt[3]{216} = 6$, $\sqrt[3]{343} = 7$,

$\sqrt[3]{512} = 8$, $\sqrt[3]{729} = 9$, $\sqrt[3]{1000} = 10$

الفصل الاول : العلاقات والمتباينات في الأعداد الحقيقية

ترتيب العمليات فى الأعداد الحقيقية الدرس [1-1]

[1 – 1 – 1]	استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحالة الأولى : أذا كان المقدار بالصورة $(a+b)(a-b)$ يتم التبسيط بطريقتين :

1) توزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم جمع أو طرح الحدود المتشابهة .

2) القوسان يمثلان تحليل فرق بين مربعين يمكن حلها بالطريقة : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

الحالة الثانية : فتح الأقواس باستخدام خاصية التوزيع ((الضرب على الجمع أو الطرح))

1) وضع الجذور بأبسط صورة باستخدام طريقة التحليل أو عوامل العدد بشرط أن يكون أحد العوامل مربع كامل.

2) فتح الاقواس بخاصية التوزيع وخواص ضرب الجذور .

3) اذا كان السؤال يحتوي على جذور فيمكن تبسيطها مرة أخرى .

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحالة الثالثة : الجمل العددية التي تحتوي على القسمة أو الضرب :

1) في حالة الضرب وضع الأعداد الحقيقية (الجذور) في ابسط صورة ثم نجري عمليات الاختصارات أن وجدت.

2) نجري عمليات الضرب ((البسط × البسط والمقام × المقام)) .

3) في حالة القسمة نقلب القسمة الى ضرب وقلب الكسر الذي بعد القسمة .

ت	خواص الجذور التربيعية	ت	خواص الجذور التكعيبية	
1	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	1	$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{8} = 2$ $\sqrt[3]{27} = 3$ $\sqrt[3]{64} = 4$ $\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[3]{216} = 6$
2	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $b > 0$	2	$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$, $b > 0$	
3	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$	3	$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$	
4	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$	4	$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$	
		5	$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$	

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اليك توضيح للجدول السابق بالتفصيل

أولا | الجمع والطرح

$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} =$

لا يمكن الجمع والطرح بين الاعداد الغير نسبيه الغير متشابه.

فيكون اما بتبسيط احدهم وجعله مشابه للأخر عن طريق التحليل

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اما هنا تستطيع وبسهولة اجراء الجمع والطرح لان تحت الجذور متشابه $\sqrt{a} \pm \sqrt{a} =$

ثانيا | الضرب

يمكن اجراء عملية الضرب بين الجذور الاعداد الغير متشابه بضربها مباشرة

$$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{a * b}$$

يمكن استخراج العدد من تحت الجذور في حال كون العدد الذي تحت الجذر متشابه

$$\sqrt{a} * \sqrt{a} = a$$

ملاحظة :

اذا كان الجذر تربيعي فيضرب في نفسه مرتين حتى يتم أستخراجه والتكعيبي ثلاث مرات والجذر الرابع اربع مرات .....الخ

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

اذا كان الجذر تربيعي مرفوع الى أس تربيع فأن التربيع يلغي الجذر $(\sqrt{a})^2 = a$

اذا كان الجذر تكعيبي مرفوع الى أس تكعيب فأن الأس التكعيبي يلغي الجذر التكعيبي $(\sqrt[3]{a})^3 = a$

خاصية توزيع الجذر :

توزيع الجذر الى البسط والمقام وتنطبق الملاحظة أيضا" على الجذور التكعيبية .

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

خاصية تحويل الجذر الى أس أو بالعكس .

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

مثال1: جد سرعة التسونامي التقريبية إذا كان عمق المياه 1000 متر .

الحل : قانون حساب سرعة التسونامي حيث d تمثل عمق المياه

سرعة التسونامي التقريبية $v = \sqrt{9.6d} = \sqrt{9.6 \times 1000} = \sqrt{9600} \approx 98 \ m/sec$

مثال2: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

بطريقة عكس الفرق بين مربعين نستخدمه فقط في حالة القوسين المختلفين في الإشارة فقط و تجدونه على قناتي في يوتيوب بطريقتين

قانون عكس الفرق بين مربعين
(الحد الثاني)^2 – (الحد الاول)^2

$$1)\ (\sqrt{12}-\sqrt{18})(\sqrt{12}+\sqrt{18}) = (\sqrt{12})^2 - (\sqrt{18})^2 = 12 - 18 = -6$$

$$2)\ \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \div \left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}\right) = \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) \div \left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{-(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = -1$$

مثال3: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$1)\ \sqrt{12}(\sqrt{3}-\sqrt{8}) - 6 = 2\sqrt{3}(\sqrt{3}-2\sqrt{2}) - 6$$
$$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} - 6$$
$$= 6 - 4\sqrt{6} - 6 = -4\sqrt{6} = -4 \times 2.4 = -9.6$$

2	8
2	4
2	2
$2\sqrt{2}$	1

2	16
2	8
3	4
$2\sqrt{3}$	1

$$2)\ (-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{1}{9}\sqrt{28}\right) = \sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{2}{9}\sqrt{7}\right) = -3\left(\frac{1}{9}\sqrt{7} - \frac{2}{9}\sqrt{7}\right)$$
$$= -3 \times \frac{1}{9}\sqrt{7} + 3 \times \frac{2}{9}\sqrt{7} == -\frac{1}{3}\sqrt{7} + \frac{2}{3}\sqrt{7}$$
$$= \frac{1}{3}\sqrt{7}$$
$$= \frac{1}{3} \times 2.6 = \frac{2.6}{3} = 0.86 \approx 0.9$$

2	28
2	14
7	7
$2\sqrt{7}$	1

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تنسيب المقام

اذا كان المقام يحتوي على جذر فيجب التخلص منه هنالك حالتان :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

1) اذا كان المقام يتكون من حد واحد نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام . أي أن :

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

2) اذا كان المقام يتكون من حدين نقوم بالضرب والقسمة على نفس المقام بعكس الإشارة .

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

مثال4: بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

1) $\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}-5}{5}$

2) $\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2} = \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}\times2\sqrt{3}+\sqrt{7}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{12-7}$

$= \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{5}$

[1 – 1 – 2] أستعمال الحاسبة والتقريب لتبسيط الجمل العددية

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

خواص الأسس (حفظ) :

1	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	2	$(a^n)^m = a^{nm}$	3	$(a.b)^n = a^n . b^n$	4	$a^0 = 1$
5	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	6	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	7	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$		

1. الخاصية الأولى هي عند الضرب تجمع الأسس مع مراعات الإشارة والاساس متشابه ينزل كما هو ولا يضرب
2. عندما يكون الرقم مرفوع الى اس والرقم والاس مرفوعين الى اس الاسس تضرب
3. اذا كان الاس لقوس والعملية ضرب فيوزع على عناصر القوس
4. عند ما يكون اس أي رقم صفر الناتج هو واحد
5. اذا كان الاس سالب يجب ان نتخلص منه بجعلة في المقام
6. اذا كان الاس في المقام ورفعناه الى البسط يجب تغير الإشارة
7. اذا كان الاس لقوس فيوزع على عناصر القوس(بسط ومقام)

مثال1: أحسب الأسس لكل مما يلي واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين اذا لم يكن عددا صحيحا :

1) $9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} = 0.037 \approx 0.04$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

2) $(\sqrt{7})^2 = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 7$

3) $2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{-3}{2}} = 2^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{10+2-9}{6}} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1.414 \approx 1.41$

4) $5^2 \div 5^{\frac{3}{2}} = 5^{2-\frac{3}{2}} = 5^{\frac{4-3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} = 2.236 \approx 2.24$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3^{-2} - 2^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \sqrt{2^3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \sqrt{8} \approx 0.25 + 0.11 - 2.83 = 0.36 - 2.83 = -2.47$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

6) $8^{\frac{1}{3}} - (-8)^0 + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{8} - 1 + 3^{2+\frac{1}{2}} = 2 - 1 + 3^{\frac{4+1}{2}} = 1 + 3^{\frac{5}{2}} = 1 + \sqrt{3^5}$

$= 1 + \sqrt{243} \approx 1 + 15.588 = 16.588 = 16.59$

مثال2: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

1) $7.6 \times 10^{-4} - 0.4135 \times 10^{-3} = 7.6 \times 10^{-4} - 4.135 \times 10^{-4} = (7.6 - 4.135) \times 10^{-4}$

$= 3.465 \times 10^{-4} \approx 3.47 \times 10^{-4}$

2) $0.052 \times 10^4 + 7.13 \times 10^2 = 5.2 \times 10^2 + 7.13 \times 10^2 = (5.2 + 7.13) \times 10^2$

$= 12.33 \times 10^2$

3) $(7.83 \times 10^{-5})^2 = (7.83 \times 10^{-5})(7.83 \times 10^{-5}) = 61.3089 \times 10^{-10} \approx 61.31 \times 10^{-10}$

4) $4.86 \times 10^2 \div 0.55 \times 10^5 = (4.86 \div 0.55) \times 10^2 \times 10^{-5} = 8.836 \times 10^{-3}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

مثال1: بسط الجمل العددية الأتية :

[1] $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$

[2] $(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = \sqrt{7} \times \sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 7 - \sqrt{14} - \sqrt{14} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$

[3] $(\sqrt{125} - \sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right) = (5\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\left(\frac{2}{3}\right) = 3\sqrt{5} \times \frac{2}{3}$

$= 2\sqrt{5}$

2	20
2	10
5	5
$2\sqrt{5}$	1

5	125
5	25
5	5
$5\sqrt{5}$	1

[4] $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{5(-3)} \div \frac{2 \times 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{8\sqrt{3}}{-15} \div \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{-15} \times \frac{2}{4\sqrt{3}} = \frac{4}{-15}$

2	8
2	4
2	2
$2\sqrt{2}$	1

2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{3}$	1

2	24
2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{5}$	1

مثال2: بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

[1] $\sqrt{7}(\sqrt{28} - \sqrt{2}) - 5 = \sqrt{7}(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) - 5 = \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{2} - 5$

$= 14 - \sqrt{14} - 5 = 9 - \sqrt{14} = 9 - 3.74$

$= 5.26 \approx 5.3$

2	28
2	14
7	7
$2\sqrt{7}$	1

[2] $(-125)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{12}\right)=\sqrt[3]{-125}\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\times 2\sqrt{3}\right)=-5\left(\frac{1}{10}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$

$=-5\times\frac{1}{10}\sqrt{3}+5\times\frac{1}{2}\sqrt{3}=\frac{-1}{2}\sqrt{3}+\frac{5}{2}\sqrt{3}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}=2\times 1.73=3.46$

2	12
2	6
3	3
$2\sqrt{3}$	1

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

مثال3: بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد :

[1] $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\times 1-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}-3}{12}$

[2] $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(1-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\times 1-\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}-10}{5}$

[3] $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}==\frac{\sqrt{3}(5\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{6}(10-\sqrt{6})}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{\sqrt{3}\times 5\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{6}\times 10-\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{12}$

$=\frac{5\sqrt{6}-3}{6}-\frac{10\sqrt{6}-6}{12}=\frac{10\sqrt{6}-6-10\sqrt{6}+6}{12}=\frac{0}{12}=0$

2	20
2	10
5	5
$2\sqrt{5}$	1

2	50
5	25
5	5
$5\sqrt{2}$	1

مثال4: استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقربا الى مرتبتين عشريتين مستعملا الحاسبة لكل مما يأتي :

[1] $\left(\frac{1}{3}\right)^2+3^{-3}-3^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}-\sqrt{3^3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}-\sqrt{27}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}-3\sqrt{3}=0.111+0.037-3(1.73)$

$=0.148-5.19=-5.042\approx -5.04$

[2] $27^{\frac{1}{2}}-(-9)^0+3^2\times 5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{27}-1+9\times\sqrt{5}==3\sqrt{3}-1+9\times 2.236$

$=3\times 1.73-1+20.124$

$=5.19-1+20.124=24.314\approx 24.31$

مثال5: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

[1] $6.43\times 10^{-5}-0.25\times 10^{-4}=0.643\times 10^{-4}-0.25\times 10^{-4}=(0.643-0.25)\times 10^{-4}$

$=0.393\times 10^{-4}\approx 0.39\times 10^{-4}$

[2] $(9.23\times 10^{-3})^2=9.23\times 10^{-3}\times 9.23\times 10^{-3}=85.192\times 10^{-6}\approx 85.19\times 10^{-6}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدريب وحل التمرينات

مثال1 بسط الجمل العددية الآتية :

$$[1]\quad (\sqrt{18}-\sqrt{50})\left(\frac{-27}{64}\right)^{\frac{1}{3}} = (3\sqrt{2}-5\sqrt{2})\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}\right) = -2\sqrt{2}\times\frac{-3}{4} = \frac{6\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$[2]\quad \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\times 5} \div \frac{5\times 2}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{15} \div \frac{10}{5} = \frac{2\sqrt{3}}{15}\times\frac{5}{10} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

مثال2 بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر :

$$7\sqrt{\frac{2}{49}} - 3\sqrt{\frac{8}{81}} + \sqrt{\frac{18}{36}} = 7\times\frac{\sqrt{2}}{7} - 3\times\frac{\sqrt{8}}{9} + \frac{\sqrt{18}}{6} = \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{5\times 1.41}{6} = \frac{7.05}{6} = 1.17 \approx 1.2$$

مثال3 بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد

$$[1]\quad \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-3\sqrt{5})-3\sqrt{5}(\sqrt{7}-3\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(3\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times 3\sqrt{5}-3\sqrt{5}\times\sqrt{7}+3\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}}{7-45}$$

$$= \frac{7-3\sqrt{35}-3\sqrt{35}+45}{-38} = \frac{52-6\sqrt{35}}{-38} = \frac{-52+6\sqrt{35}}{38}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$$[2]\quad \frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}} - \frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{3\sqrt{11}}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} - \frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{(\sqrt{33}-\sqrt{11})\sqrt{11}}{3\sqrt{11}\times\sqrt{11}} - \frac{(2\sqrt{15}-\sqrt{5})\sqrt{15}}{5\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{33}\times\sqrt{11}-\sqrt{11}\times\sqrt{11}}{3\times 11} - \frac{2\sqrt{15}\times\sqrt{15}-\sqrt{5}\times\sqrt{15}}{5\times 15}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{11}\times\sqrt{11}-11}{33} - \frac{2\times 15-\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{75} = \frac{11\sqrt{3}-11}{33} - \frac{30-5\sqrt{3}}{75}$$

$$\frac{11(\sqrt{3}-1)}{33} - \frac{5(6-\sqrt{3})}{75} = \frac{(\sqrt{3}-1)}{3} - \frac{(6-\sqrt{3})}{15} = \frac{5(\sqrt{3}-1)-(6-\sqrt{3})}{15}$$

$$\frac{5\sqrt{3}-5-6+\sqrt{3}}{15} = \frac{-11+6\sqrt{3}}{15}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 :

الأقمار الصناعية : يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع أنحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير اذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية : $v = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}$ m/sec اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الأرض) . ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار 300km ؟

الحل : نحول نصف القطر من km الى m

$$r = 300km = 300 \times 1000 = 3 \times 10^5 m$$

$$V = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{r}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14}}{3 \times 10^5}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{14-5}}{3}} = \frac{2 \times \sqrt{10^9}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{10^8}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{10} \times 10^4}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10} \times 10^4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{30} \times 10^4}{3} = \frac{2 \times 5.47 \times 10^4}{3} = \frac{10.94 \times 10^4}{3} = 3.65 \times 10^4$$

سؤال2 :

مكافحة الحرائق : تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون : $V = \sqrt{2hg}$ foot/sec اذ h تمثل أقصى ارتفاع للماء و g يمثل سرعة التعجيل الأرضي $(32\ foo/sec^2)$ لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج إدارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني الى مضخة لتضخ الماء الى ارتفاع 80 foot فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec

---

الحل :

V : السرعة . أقصى ارتفاع $h = 80$ foot . *التعجيل الأرضي* $g = 32\ foo/sec^2$

$V = \sqrt{2hg} \Rightarrow 72 = \sqrt{2 \times h \times 32} \Rightarrow \Rightarrow 72 = \sqrt{64 \times h}$ بتربيع الطرفين

$5184 = 64 \times h$

$h = \frac{5184}{64} = 81 \Rightarrow$ نعم : مضخة الماء تفي بالحاجة

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الأرتفاع

سؤال3 :

هندسة : جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت اذا كان ارتفاعه $\sqrt{18} - \sqrt{3}$ m وطول قاعدته $3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ m

---

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الأرتفاع

$$A = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{18} - \sqrt{3}) = \frac{1}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{2}\left[(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2\right] = \frac{1}{2}(18 - 3) = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5\ m^2$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــكـــر

سؤال 1 : أثبت صحة ما يأتي :

$$\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=2$$

الحل :

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

$$H.S=\left(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\right)\left(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\right)=\left(7^{\frac{1}{3}}\right)^3-\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3=7-5=2 \quad R.H.S$$

سؤال 2 : أصحح الخطأ : كتب شاكر ناتج جمع العددين كالآتي :

$8.4\times10^{-3}+0.25\times10^{-2}=4.368\times10^{-3}$ حدد خطأ شاكر وصححه .

الحل :

$$8.4\times10^{-3}+0.25\times10^{-2}=8.4\times10^{-3}+2.5\times10^{-3}=(8.4+2.5)\times10^{-3}=10.9\times10^{-3}$$

سؤال 3 : حس عددي : هل أن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

الحل:

5	125
5	25
5	5
	1
$5\sqrt{5}$	

$$\sqrt{125}=5\sqrt{5}=5\times2.23=11.15$$

نعم العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : أكتب // ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر : $6^{\frac{3}{2}}+5^{\frac{3}{2}}$

الحل :

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1
$6\sqrt{6}$	

5	125
5	25
5	5
	1
$5\sqrt{5}$	

$$6^{\frac{3}{2}}+5^{\frac{3}{2}}=\sqrt{6^3}+\sqrt{5^3}=\sqrt{216}+\sqrt{125}$$
$$=6\sqrt{6}+5\sqrt{5}=6\times2.44+5\times2.23$$
$$=14.64+11.15=25.79\approx25.8$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 5 : بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

$$1)\ \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{5+\sqrt{10}+\sqrt{10}+2}{5-2}=\frac{7+2\sqrt{10}}{3}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

من اختبار الفصل

سؤال 1 : بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية :

[1] $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5}) = \sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times\sqrt{5} = 3+\sqrt{15}+\sqrt{15}+5$

$= 8+2\sqrt{15}$

[2] $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{8}\times\sqrt{2}-5\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$= \dfrac{3-\sqrt{18}}{3} - \dfrac{\sqrt{16}-5\sqrt{2}}{6} = \dfrac{3-3\sqrt{2}}{3} - \dfrac{4-5\sqrt{2}}{6}$

$= \dfrac{6-6\sqrt{2}-4+5\sqrt{2}}{6} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{6}$

سؤال 2 : استعمل ترتيب العمليات والحاسبة لتكتب كل مما يلي مقرباً لأقرب عشر :

$\left(\dfrac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{0} + (121)^{\frac{1}{2}}\times\left(\dfrac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{125}} - 1 + \sqrt{121}\times\dfrac{1}{\sqrt{9}} = \dfrac{1}{5} - 1 + \dfrac{11}{3}$

$= 0.2 - 1 + 3.66 \approx 2.86 \approx 2.9$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الاختيار من متعدد

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 : أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

[1] $(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7}) = \cdots\cdots$

a) $2+9\sqrt{7}$ b) $2+9\sqrt{2}$
c) $9+2\sqrt{14}$ d) $2+9\sqrt{14}$

الحل :

$(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7}) = (\sqrt{2}+\sqrt{7})^2$

$= 2+2\sqrt{2}\times\sqrt{7}+7$

$= 9+2\sqrt{14}$

الجواب فرع : (c)

[2] $(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\dfrac{-27}{125}}\right) = \cdots\cdots$

a) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{-3\sqrt{2}}{5}$ c) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ d) $\dfrac{-3\sqrt{2}}{5}$

الحل :

$(\sqrt{18}-\sqrt{8})\left(\sqrt[3]{\dfrac{-27}{125}}\right) = (3\sqrt{2}-2\sqrt{2})\left(\dfrac{-3}{5}\right)$

$= (\sqrt{2})\left(\dfrac{-3}{5}\right) = \dfrac{-3\sqrt{2}}{5}$

الجواب فرع : (d)

سؤال 2 : بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية :

[3] $\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}} \div \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \cdots\cdots$

a) $\frac{-5}{2}$ b) $\frac{-2}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

الحل :

$$\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}} \div \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \frac{6\times 5\sqrt{2}}{3(-2)} \div \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$
$$= \frac{10\sqrt{2}}{-2} \div 2\sqrt{2} = -5\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}$$
$$= \frac{-5}{2}$$

الجواب فرع : (a)

[4] $\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - 3\sqrt{6} = \cdots\cdots$

a) $5-4\sqrt{6}$ b) $5+4\sqrt{6}$
c) $4-5\sqrt{6}$ d) $4+5\sqrt{6}$

الحل :

$$\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - 3\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - 3\sqrt{6}$$
$$= 2\sqrt{2}\times\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\times\sqrt{3} - 3\sqrt{6}$$
$$= 4 - 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 4 - 5\sqrt{6}$$

الجواب فرع : (c)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[5] $(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{32}\right) = \cdots\cdots$

a) $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

الحل :

$$(-27)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{32}\right) = \sqrt[3]{-27}\left(\frac{1}{6}\sqrt{2} - \frac{1}{4}\times 4\sqrt{2}\right)$$
$$= -3\left(\frac{1}{6}\sqrt{2} - \sqrt{2}\right) = 3\times\frac{1}{6}\sqrt{2} + 3\times\sqrt{2} =$$
$$= \frac{-1}{2}\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \frac{-\sqrt{2}+6\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

الجواب فرع : (b)

[6] $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \cdots\cdots$

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ c) 1 d) -1

$$\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\times\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$
$$= \frac{1(\sqrt{5}+1) - \sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2 - (1)^2}$$
$$= \frac{1\times\sqrt{5} + 1\times 1 - \sqrt{5}\times\sqrt{5} - \sqrt{5}\times 1}{5-1}$$
$$= \frac{\sqrt{5}+1-5-\sqrt{5}}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

الجواب فرع : (d)

[7] $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \cdots\cdots$ a) $5+6\sqrt{2}$ b) $5-6\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{6}-5$ d) $2\sqrt{6}+5$

الحل :

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2} - \sqrt{2}\times\sqrt{3} - \sqrt{3}\times\sqrt{2} + \sqrt{3}\times\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{2-\sqrt{6}-\sqrt{6}+3}{2-3} = \frac{5-2\sqrt{6}}{-1} = -5+2\sqrt{6}$$

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 : استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

[9] $8^{-\frac{1}{3}} - (-7)^0 + \frac{1}{6} \times 4^{\frac{1}{2}} \approx \cdots\cdots$

a) -0.16 b) -0.17 c) 0.16 d) 0.17

الحل :

$$8^{-\frac{1}{3}} - (-7)^0 + \frac{1}{6} \times 4^{\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} - 1 + \frac{1}{6} \times \sqrt{4}$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt[3]{8}} - 1 + \frac{1}{6} \times 2 \approx \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{3}$$

$$\approx 0.5 - 1 + 0.333 \approx -0.167 \approx -0.17$$

الجواب فرع : (b)

[8] $\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3^{-2} - (5)^{\frac{3}{2}} \approx \cdots\cdots$

a) -18.11 b) 18.11 c) 11.18 d) -11.18

الحل :

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3^{-2} - (5)^{\frac{3}{2}} \approx \frac{1}{9} - \frac{1}{3^2} - \sqrt{(5)^3}$$

$$\approx \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \sqrt{125} \approx -5\sqrt{5} \approx -5(2.236)$$

$$\approx -11.18$$

الجواب فرع : (d)

سؤال 4 : استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقربا لأقرب مرتبتين عشريتين :

[10] $(7.46 \times 10^{-2})^2 \approx \cdots\cdots$

a) 5.56×10^{-5} b) 5.57×10^{-4} c) 5.56×10^{-4} d) 5.57×10^{-5}

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$$(7.46 \times 10^{-2})^2 = 7.46 \times 10^{-2} \times 7.46 \times 10^{-2}$$

$$= (7.46 \times 7.46) \times 10^{-4} = 55.65 \times 10^{-4}$$

$$= 5.565 \times 10^{-5} \approx 5.57 \times 10^{-5}$$

الجواب فرع : (d)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [2 – 1] : التطبيقات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

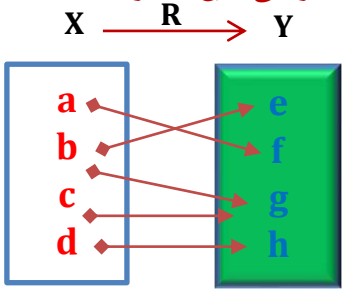
[1 – 2 – 1] التطبيق وتمثيله في المستوي الإحداثي

التطبيق (Mappings) : لتكن R علاقة من المجموعة X (المجال) الى المجموعة Y (المجال المقابل) حيث كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر وحيد من عناصر Y عندئذ تسمى العلاقة R تطبيق وتكتب $R : X \longrightarrow Y$.

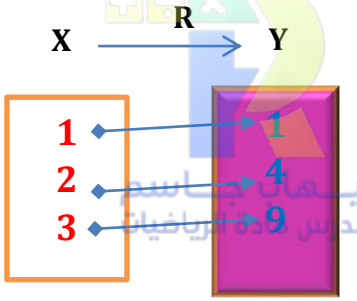
الزوج المرتب (ordered pair) : هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) اذ ينتمي المسقط الأول ((الإحداثي الأول)) الى المجموعة X والمسقط الثاني ((الإحداثي الثاني)) الى المجموعة Y من حاصل الضرب الديكارتي $X \times Y$

المدى (Rang) : يمثل المدى المسقط الثاني من الأزواج المرتبة (x, y) أي تمثل صور عناصر المجال ((النواتج))

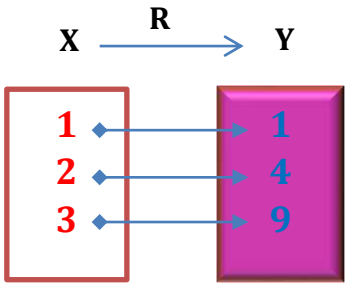
فيما يلي أمثلة توضح متى تكون العلاقة تطبيق :



R لا يمثل تطبيق لأن العنصر b في المجال ارتبط بعنصرين في المجال المقابل



R يمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y



R يمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y

هنا هذا السهم الذي يربط بين المجموعتين يسمى قاعدة الاقتران . ويكون الناتج . X قاعدة الاقتران عبارة عن معادلة ندخل فيها عناصر المجموعة

.. وهذى الناتج يسمى المدى. Y هو الذي يرتبط به السهم في المجموعة

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

مثال1 : اذا كانت $R : X \to Y$ تمثل تطبيقا بقاعدة اقتران $y = \frac{1}{2}x$ من المجموعة $X = \{4, 6, 8\}$ الى المجموعة $Y = \{2, 3, 4, 5\}$. اكتب التطبيق على شكل أزواج مرتبة ثم مثل التطبيق بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للتطبيق .

الحل :

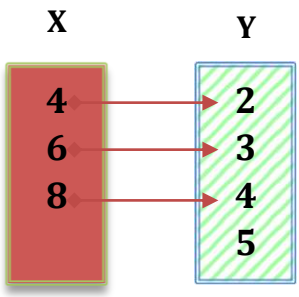
$y = \frac{1}{2}x \quad , \quad X = \{4, 6, 8\}$

$y = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

$y = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

أولا" وضع قاعدة الاقتران ثانيا" التعويض بدل كل X الأرقام الموجودة في المجموعة X الناتج يمثل المدى والازواج المرتبة هي عبارة عن المدخلات في قاعدة الاقتران والمخرجات



$R = \{(4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$ الأزواج المرتبة $\Rightarrow$ $X = \{4, 6, 8\}$ المجال $\Rightarrow$ $\{2, 3, 4\} =$ المدى

مثال2 : الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر السمك هل تمثل العلاقة تطبيقا ؟ اذا كانت تطبيقا فاكتب قاعدة الاقتران وحدد المجال والمدى ومثله في المستوي الإحداثي .

الوزن / كغم X	السعر بألوف الدنانير Y
1	2
2	4
3	6
4	8

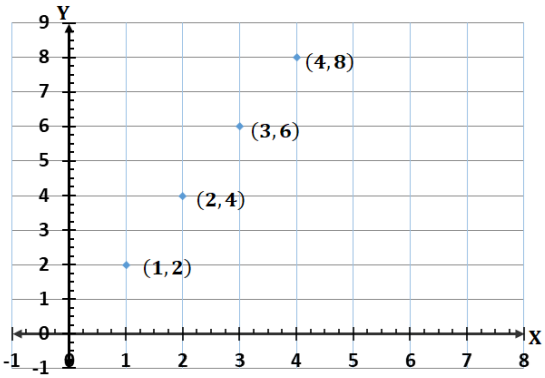
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

قاعدة الأقتران : $y = 2x$

المجال $= \{1, 2, 3, 4\}$

المدى $= \{2, 4, 6, 8\}$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[1 – 2 – 2] أنواع التطبيقات

اولا : التطبيق الشامل | غير الشامل

التطبيق الشامل	التطبيق غير الشامل
يكون التطبيق $f : X \to Y$ شامل اذا كان المدى = المجال المقابل	يكون التطبيق $f : X \to Y$ غير شامل اذا كان المجال المقابل N, Z, R, Q

ثانيا : التطبيق المتباين | غير المتباين

التطبيق المتباين	التطبيق غير المتباين
يكون التطبيق $f: X \to Y$ متباين اذا كان كل عنصر في X يرتبط بعنصر واحد من Y أي أن : $\forall x_1, x_2 \in X , x_1 \neq x_2 \quad f(x_1) \neq f(x_2)$ ((النواتج مختلفة))	يكون التطبيق $f: X \to Y$ غير متباين اذا كان : $\forall x_1, x_2 \in X , x_1 \neq x_2 \quad f(x_1) = f(x_2)$ ((النواتج متشابهة))

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

ثالثا : التطبيق المتقابل

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

يكون التطبيق تقابل اذا كان التطبيق شامل ومتباين

مجاميع الأعداد الحفظ : هذه عينة من المجاميع ويستطيع الطالب ان يحفظ اكثر

الأعداد الصحيحة	الأعداد الطبيعية	الأعداد الحقيقية
$Z = \{ \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \}$	$N = \{ 1, 2, 3, \ldots \}$	$R = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال1 : اذا كانت : $f : Z \to Z$ حيث : $f(x) = 2x^2 - 3$ بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة .

الحل :

$f(x) = 2x^2 - 3 \quad , \quad X = Z = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\dots\}$

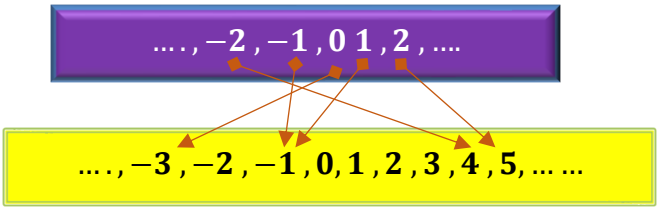
$f(0) = 2(0)^2 - 3 = 0 - 3 = -3$

$f(1) = 2(1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f(-1) = 2(-1)^2 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f(2) = 2(2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 8 - 3 = 5$



المدى $= \{-3 , -1 , 5 , \dots\dots\dots\}$

التطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل Z

التطبيق ليس متباينا لأن $f(1) = f(-1) = -1$ بينما $1 \neq -1$

أي ان عوضنا 1 والسالب واحد والناتج هو نفسه 1-
وهذا يخالف شرط التطبيق المتباين

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تركيب التطبيقات

1	$(fog)(x) = f[g(x)]$	2	$(gof)(x) = g[f(x)]$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$f[g(x)]$ الدالة تقرأ f تركيب g بالنسبة لل x

$g[f(x)]$ الدالة تقرأ g تركيب f بالنسبة لل x

مثال1 : اذا كان : $f : N \to N$ حيث : $f(x) = 2x + 1$ و $g : N \to N$ حيث : $g(x) = x^2$ جد :

1) $(f \circ g)(3)$ 2) $(g \circ f)(x)$ وماذا تلاحظ ؟ 3) جد قيمة x اذا كان : $(f \circ g)(x) = 33$

الحل :

1) $(fog)(3) = f[g(3)] = f[(3)^2] = f(9) = 2(9) + 1 = 19$

2) $(gof)(3) = g[f(3)] = g[2(3) + 1] = g(7) = (7)^2 \implies (fog)(3) \neq (g \circ f)(3)$

3) $(fog)(x) = 33$

$f[g(x)] = 33 \implies f(x^2) = 33 \implies 2x^2 + 1 = 33$

$2x^2 = 33 - 1 \implies 2x^2 = 32$

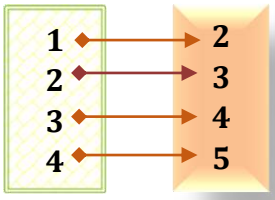
$x^2 = \frac{32}{2} = 16 \implies x = \mp 4$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

سؤال 1 : اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى لها :

[1] $f = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$



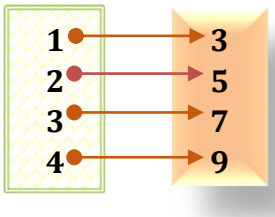
الحل :

قاعدة الاقتران : $f(x) = x + 1$

المجال $= \{1,2,3,4\}$

المدى $= \{2,3,4,5\}$

[2] $g = \{(1,3),(2,5),(3,7),(4,9)\}$



الحل :

قاعدة الاقتران : $f(x) = 2x + 1$

المجال $= \{1,2,3,4\}$

المدى $= \{3,5,7,9\}$

سؤال 2 : اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الإحداثي واكتب المجال والمدى لها :

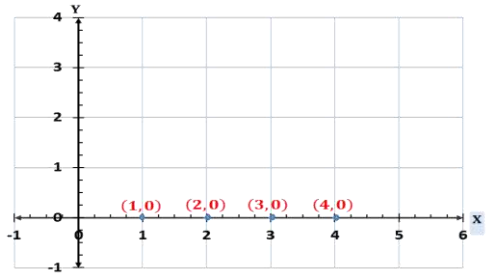
[1] $f = \{(1,0),(2,0),(3,0),(4,0)\}$

الحل :

قاعدة الاقتران : $f(x) = 0$

المجال $= \{1,2,3,4\}$

المدى $= \{0\}$



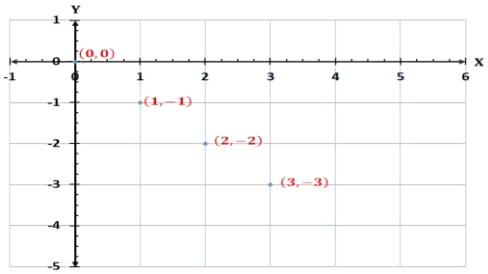
[2] $g = \{(0,0),(1,-1),(2,-2),(3,-3)\}$

الحل :

قاعدة الاقتران : $f(x) = -x$

المجال $= \{0,1,2,3\}$

المدى $= \{0,-1,-2,-3\}$



www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 3 : اذا كان التطبيق $f : N \to N$ اذ أن : $f(x) = 3x + 2$ بين هل أن التطبيق شامل أم لا ؟

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$f(x) = 3x + 2$, $X = N = \{1,2,3,\ldots\ldots\}$

$f(1) = 3(1) + 2 = 5$

$f(2) = 3(2) + 2 = 8$

$f(3) = 3(3) + 2 = 11$

المدى $= \{5,8,11,\ldots\ldots\ldots\}$ $\Leftarrow$ التطبيق ليس شامل لأن المدى $\neq$ المجال المقابل

سؤال4 : ليكن التطبيقان $f : Z \to Z$ حيث $f(x) = 3x + 1$ وأن $g : \to A \to A$ حيث $g(x) = 2x + 5$ جد

قيمة x اذا كان : $(fog)(x) = 28$

الحل :

$$f[g(x)] = 28$$
$$f[2x + 5] = 28$$
$$3(2x + 5) + 1 = 28$$
$$6x + 15 + 1 = 28$$
$$6x + 16 = 28$$
$$6x = 28 - 16$$
$$6x = 12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{12}{6} = 2$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال5 : اذا كانت $f : N \to N$ حيث $f(x) = 5x + 2$ وأن $g: N \to N$ حيث $g(x) = x + 3$ اكتب التطبيق fog

بكتابة الأزواج المرتبة لها واكتب مداها وبين نوعها ؟

الحل :

$$fog(x) = f[g(x)] \quad , \quad X = N = \{1, 2, 3, \dots \dots \dots .\}$$
$$fog(1) = f[g(1)] = f(1 + 3) = f(4) = 5(4) + 2 = 22$$
$$fog(2) = f[g(2)] = f(2 + 3) = f(5) = 5(5) + 2 = 27$$
$$fog(3) = f[g(3)] = f(3 + 3) = f(6) = 5(6) + 2 = 32$$

$fog = \{(1, 22), (2, 27), (3, 32), \dots \dots \dots \dots\}$ الأزواج المرتبة

المدى $= \{22, 27, 32, \dots \dots \dots .\}$

التطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل N

التطبيق متباين لأن $fog(1) \neq f \circ g(2)$ بينما $1 \neq 2$ $\Longleftarrow$ التطبيق ليس تقابل .

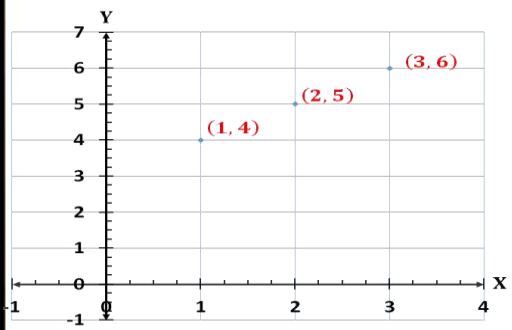
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

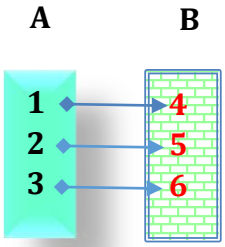
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدريب وحل التمرينات

سؤال1 / اذا كان $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وأن $f: A \to B$ معرف كالآتي $f=\{(1,4),(2,5),(3,6)\}$ ارسم المخطط السهمي للتطبيق وارسم المخطط البياني له وبين نوعه .





الحل :

المدى $=\{4,5,6\}$

المجال المقابل $=\{,5,6\}$

التطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(2)$. التطبيق تقابل

سؤال2 / اذا كان $f: A \to Z$ حيث $f(x)=x^2$ والمجموعة $A=\{-2,-1,0,1,2\}$ مثل التطبيق في المستوي الاحداثي وبين هل أنه تطبيق متباين أم لا ؟

الحل :

$f(x)=x^2 \quad , \quad A=\{-2,-1,0,1,2\}$

$f(-2)=(-2)^2=4$

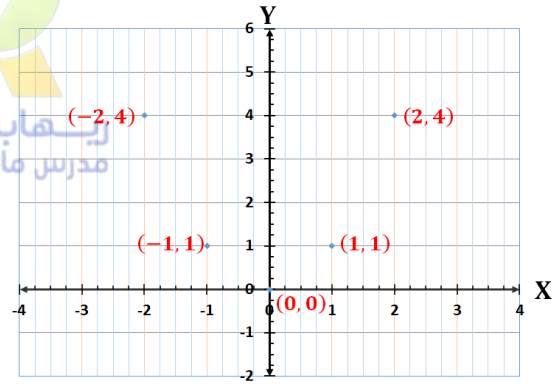
$f(-1)=(-1)^2=1$

$f(0)=(0)^2=0$

$f(1)=(1)^2=1$

$f(2)=(2)^2=4$

$f=\{(-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4)\}$



ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

التطبيق ليس متباين لأن $f(1)=f(-1)$ بينما $1 \neq -1$

سؤال3 / ليكن $f: N \to N$ اذ أن $f(x)=x^2$ و $g: N \to N$ اذ أن $g(x)=x+1$ والمطلوب إيجاد :

1) $(gof)(x)$, $(fog)(x)$ 2) $(fog)(2)$, $(gof)(2)$

الحل :

1) $(gof)(x)=g[f(x)]=g[x^2]=x^2+1$

$(fog)(x)=f[g(x)]=f[x+1]=(x+1)^2=x^2+2x+1$

$(fog)(1)=f[g(2)]=f[2+1]=f(3)=(3)^2=9$

$(gof)(2)=g[f(2)]=g[(2)^2]=g(4)=4+1=5$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

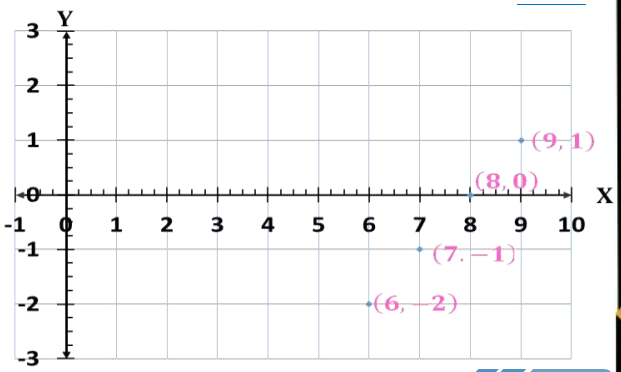
تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 / **درجات الحرارة :** سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالعلاقة التالية :

$R = \{(6,-2),(7,-1),(8,0),(9,1)\}$ اذ يمثل الاحداثي الأول بالساعة والاحداثي الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية . مثل العلاقة بجدول ومثلها بالمستوي الاحداثي بيانيا هل تمثل العلاقة تطبيقا أم لا ؟

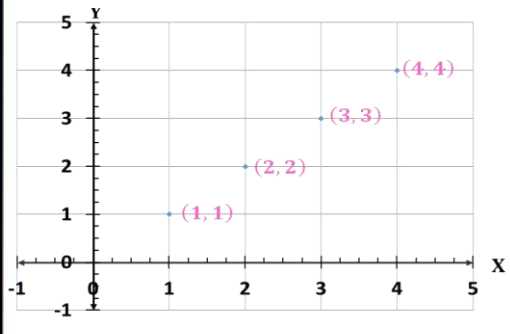
الحل :

الوقت (X)	6	7	8	9
درجة الحرارة (Y)	-2	-1	0	1



العلاقة تمثل تطبيقا لأن كل عنصر من عناصر X يرتبط بعنصر واحد من عناصر Y

سؤال 2 / **المستوي الاحداثي :** الشكل البياني المجاور يمثل تطبيق $f : N \longrightarrow N$ اكتب احداثيات الأزواج المرتبة التي تمثلها نقاط التطبيق في البياني واكتب قاعدة اقتران التطبيق وهل التطبيق متباين أم لا ؟



الحل :

الأزواج المرتبة $f = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$

قاعدة الاقتران : $f(x) = x$

التطبيق متباين لأن $f(1) \neq f(2)$ بينما $1 \neq 2$ ((النواتج مختلفة))

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال3 : **الصحة :** العلاقة $W_r = 2\left(\frac{W_b}{3}\right)$ تمثل كتلة الماء في جسم الانسان اذ W_r تمثل وزن الماء و W_b تمثل كتلة الانسان كتلة حسان $150kg$ استعمل نظام خاص بانقاص الوزن لمدة ثلاثة أشهر ففقد من كتلته $6kg$ في الشهر الأول ثم $12kg$ في الشهر الثاني , $12kg$ في الشهر الثالث . اكتب جميع الأزواج المرتبة للعلاقة بين كتلة حسان وكتلة الماء في جسمه , هل تمثل تطبيقا أم لا , واكتب المجال والمدى له .

الحل :

$$W_b = \{150, 150-6=144, 144-12=132, 132-12=120\} \quad , \quad W_r = 2\left(\frac{W_b}{3}\right)$$

$$W_r(150) = 2\left(\frac{150}{3}\right) = 2(50) = 100$$

$$W_r(144) = 2\left(\frac{144}{3}\right) = 2(48) = 96$$

$$W_r(132) = 2\left(\frac{132}{3}\right) = 2(44) = 88$$

$$W_r(120) = 2\left(\frac{120}{3}\right) = 2(40) = 80$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الأزواج المرتبة $f = \{(150,100), (144,96), (132,88), (120,80)\}$

يمثل تطبيقاً لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجال المقابل .

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

فكر

سؤال1 : تحد : اذا كانت $A = \{1,2,3\}$ وكان $f : A \to A$ و $g : A \to A$ معرفان كما يلي :

$f = \{(1,3), (3,3), (2,3)\}$, $g = \{(3,1), (1,2), (2,3)\}$ بين هل أن : $f \circ g = g \circ f$ ؟

الحل :

$$gof(1) = g[f(1)] = g(3) = 1$$
$$gof(2) = g[f(2)] = g(3) = 1$$
$$gof(3) = g[f(3)] = g(3) = 1$$

$$fog(1) = f[g(1)] = f(2) = 3$$
$$fog(2) = f[g(2)] = f(3) = 3$$
$$fog(3) = f[g(3)] = f(1) = 3$$
$$fog(x) \neq g \circ f(x)$$

سؤال2 : أصحح الخطأ : قال ياسين أن العلاقة $f : Z \to Z$ حيث $f(x) = x^3$ لا تمثل تطبيقا متباينا . حدد خطأ ياسين وصححه .

الحل :

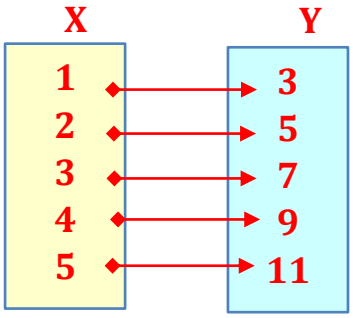
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$$X = Z = \{-2,-1,0,1,2\} \quad , \quad f(x) = x^3$$
$$f(-2) = (-2)^3 = -8 \quad , \quad f(-1) = (-1)^3 = -1$$
$$f(0) = (0)^3 = 0 \quad , \quad f(1) = (1)^3 = 1 \quad , \quad f(2) = (2)^3 = 8$$

التطبيق متباين لأن $f(-1) \neq f(1)$ بينما $-1 \neq 1$ ((النواتج مختلفة))

سؤال3 : حس عددي : حدد ما اذا كانت كل علاقة فيما يلي تمثل تطبيقا أم لا ؟ فسر ذلك .

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11



الحل :

العلاقة تمثل تطبيق لأن كل عنصر من X يرتبط بعنصر واحد من Y

سؤال4 : اكتب : ليكن التطبيق $f : N \to Z$ حيث $f(x) = 4x - 3$ اذا كان $(f \circ f)(x) = 33$ فجد قيمة x ؟

الحل :

$$f[f(x)] = 33$$
$$f(4x - 3) = 33$$
$$4(4x - 3) - 3 = 33$$
$$16x - 12 - 3 = 33 \quad \Rightarrow \quad 16x - 15 = 33$$
$$16x = 33 + 15 \quad \Rightarrow \quad 16x = 48 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{48}{16} = 3$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

أفكار مهمة

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

س 1 : اذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ وكان التطبيقان $f : A \to A$ و $g : A \to A$ معرفين كما يأتي :

$f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$, $g = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ فجد تركيب الدالتين : 2) $g \circ f$ 1) $f \circ g$

الحل :

i) $fog(x) = f[g(x)]$

$fog(1) = f[g(1)] = f(2) = 3$

$fog(2) = f[g(2)] = f(3) = 3$

$fog(3) = f[g(3)] = f(1) = 3$

ii) $gof(x) = g[f(x)]$

$gof(1) = g[f(1)] = g(3) = 1$

$gof(2) = g[f(2)] = g(3) = 1$

$gof(3) = g[f(3)] = g(3) = 1$

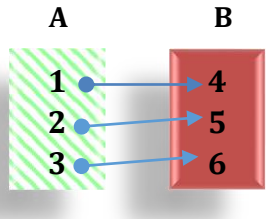
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

س2 : اذا كان التطبيق $R : A \to B$ معطى كما يأتي : $R = \{(1,4),(2,4),(3,5)\}$ حيث : $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ مثل التطبيق بمخطط سهمي وحدد المجال والمدى للتطبيق .

الحل :

المجال $= \{1,2,3\}$

المدى $= \{4,5\}$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

اختبارات الفصل

سؤال1 : اذا كانت $f : Z \to R$ حيث $f(x) = x^2$. ارسم مخططا سهميا للدالة وبين هل أن الدالة متباينة أو شاملة أو تقابل ؟

الحل :

$f(x) = x^2$, $X = Z = \{-2,-1,0,1,2\}$

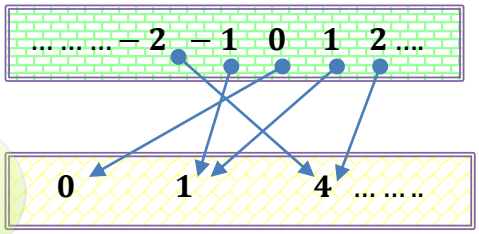
$f(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(0) = (0)^2 = 0$

$f(1) = (1)^2 = 1$

$f(2) = (2)^2 = 4$



المدى $= \{4,1,0\}$. التطبيق غير شامل لأن المدى $\neq$ المجال القابل R

التطبيق ليس متباين لأن $f(1) = f(-1)$ بينما $1 \neq -1$ (النواتج متشابهة) . التطبيق ليس تقابل .

سؤال2 : اذا كانت الدالة $f : N \to N$ اذا أن $f(x) = 3x + 1$ و $g : N \to N$ اذا أن $g(x) = x^2$ جد :

$(g \circ f)(5)$, $(f \circ g)(5)$, $(g \circ f)(2)$, $(f \circ g)(2)$

الحل :

$gof(5) = g[f(5)] = g[3(5)+1] = g(16) = (16)^2 = 256$

$fog(5) = f[g(5)] = f[(5)^2] = f(25) = 3(25)+1 = 75+1 = 76$

$gof(2) = g[f(2)] = g[3(2)+1] = g(7) = (7)^2 = 49$

$fog(2) = f[g(2)] = f[(2)^2] = f(4) == 3(4)+1 = 12+1 = 13$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال3 : اذا كانت الدالة $f : R \to R$ حيث $f(x) = 3x + 1$ والدالة $g : R \to R$ حيث $g(x) = 2x + 5$ هل أن $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ ثم جد قيمة x اذا كانت $(f \circ g)(x) = 28$

الحل :

$gof(x) = g[f(x)] = g(3x+1) = 2(3x+1) - 5 = 6x + 2 - 5 = 6x - 3$

$fog(x) = f[g(x)] = f(2x+5) = 3(2x+5) + 1 = 6x + 15 + 1 = 6x + 16$

$(fog)(x) \neq (g \circ f)(x)$

$(fog)(x) = 28$

$f[g(x)] = 28$

$f(2x+5) = 28 \implies 3(2x+5)+1 = 28 \implies 6x + 15 + 1 = 25$

$16x + 16 = 28 \implies 6x = 28 - 16 \implies 6x = 12 \implies x = \frac{12}{2} = 2$

الاختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

[1] اذا كان التطبيق $f : A \to B$ معرف كالآتي : $x \to x +$ 1 حيث $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 68\}$ فأن مدى التطبيق هو :

a) $\{2, 4, 8\}$ b) $\{4, 6, 8\}$ c) $\{2, 4, 6\}$ d) $\{2, 6, 8\}$

الحل :

$x \to x + 1$, $A = \{1, 3, 5\}$

$1 \to 1 + 1 = 2$, $2 \to 3 + 1 = 4$

$5 \to 5 + 1 = 6$

المدى $= \{2, 4, 6\}$

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] اذا كانت $A = \{1, 2, -2, -3\}$ وكان $g : A \to$ Z فأن مدى التطبيق اذا كان $g(x) = 5x - 3$ هو :

a) $\{2, 9, 13, 18\}$ b) $\{2, 7, -13, -18\}$

c) $\{9, 13, 18, 21\}$ d) $\{7, 13, 15, 18\}$

الحل :

$g(x) = 5x - 3$,

$A = \{1, 2, -2, -3\}$

$g(1) = 5(1) - 3 = 5 - 3 = 2$

$g(2) = 5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$

$g(-2) = 5(-2) - 3 = -10 - 3 = -13$

$g(-3) = 5(-3) - 3 = -15 - 3 = -18$

المدى $= \{2, 7, -13, -18\}$

الجواب فرع : (b)

[3] اذا كانت $f : Z \to R$ اذ $f(x) = 3x - 2$ فأن العدد 10 هو صورة للعدد :

a) 5 b) 4 c) 2 d) 3

الحل :

$f(4) = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$

الجواب فرع : (b)

[4] ليكن $f : A \to B$ اذ $A = \{4, 6, 8\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ وأن $f =$ $\{(2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 8)\}$ فأن f يمثل تطبيقا شاملا لأن :

a) المدى $\neq$ المجال المقابل b) $f(u) = f(s)$

c) المدى هو المجال مجموعة A d) المدى = المجال المقابل

الحل : الجواب فرع : (d)

[5] اذا كانت $f : N \to N$ اذ $f(x) = 2x - 3$ و $g : N \to N$ اذ $g(x) = x + 1$ فأن التطبيق $(g \circ f)(x)$ هو

a) $2x - 2$ b) $2x - 4$

c) $2x + 2$ d) $2x + 4$

الحل :

$(gof)(x) = g[f(x)] = g(2x - 3) = 2x - 3 + 1$

$= 2x - 2$

الجواب فرع : (a)

[6] ليكن $f : \{2, 3, 5\} \to N$ اذ $f(x) = 3x - 1$ و $g : N \to N$ اذ $g(x) = x + 1$ فأن مدى $g \circ f$ هو :

a) $R_{g \circ f} = \{5, 8, 14\}$ b) $R_{g \circ f} = \{5, 6, 9\}$

c) $R_{g \circ f} = \{6, 9, 15\}$ d) $R_{g \circ f} = \{6, 9, 12\}$

الحل :

$g \circ f(2) = g[f(2)] = g[3(2) - 1] = g(5) = 5 + 1 = 6$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g[3(3) - 1] = g(8) = 8 + 1 = 9$

$g \circ f(5) = g[f(5)] = g[3(5) - 1] = g(14) = 14 + 1 = 15$

المدى هو $R_{g \circ f} = \{6, 9, 15\}$

الجواب فرع : (c)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[7] اذا كان التطبيق $f : Q \to Q$ اذ $f(x) = 4x + 1$ والتطبيق $g : Q \to Q$ اذ $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$ جد قيمة x اذا كانت $(f \circ g)(x) = 45$ فأن قيمة x هي :

a) ∓ 5 b) ± 6 c) ± 7 d) ± 8

الحل :

$$(f \circ g)(x) = 45 \implies f[g(x)] = 45$$
$$f\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right) = 45$$
$$4\left(\frac{1}{3}x^2 - 1\right) + 1 = 45$$
$$\frac{4}{3}x^2 - 4 + 1 = 45 \implies \frac{4}{3}x^2 - 3 = 45$$
$$\frac{4}{3}x^2 = 45 + 3 \implies \frac{4}{3}x^2 = 48$$
$$4x^2 = 144 \implies x^2 = \frac{144}{4}$$
$$x^2 = 36 \implies x = \pm 6$$

الجواب فرع : (b)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [3 – 1] : المتتابعة

المتتابعة : هي دالة مجالها N أو مجموعة جزئية مرتبة منتهية من N أي أن : $f : N \longrightarrow R$ وتكتب على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة حيث المساقط الأولى تمثل عناصر المجال N والمساقط الثانية تمثل عناصر المجال المقابل (الصور) كما في الشكل : $\{(1, f(1)), (2, f(2)), (3, f(3)), \ldots\ldots\ldots\ldots, (n, f(n), \ldots\ldots)\}$ فاذا كانت المتتابعة منتهية يرمز لها بالرمز $\{u_n\}_{n=1}^{m}$ أو $\{f(n)\}_{n=1}^{m}$ أما اذا كانت المتتابعة غير منتهية يرمز لها بالرمز $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ أو $\{f(n)\}_{n=1}^{\infty}$.

ملاحظـــة : غالبا ما نكتفي عند كتابة المتتابعة بذكر المساقط الثانية فقط (الصور) .

$$\{f(1), f(2), f(3), \ldots\ldots\ldots, f(n), \ldots\ldots\}$$

ملاحـظـــة : يسمى u_n بالحد العام للمتتابعة $u_n = f(n)$ وتكتب المتتابعة بالصورة :

$$\{u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots\ldots, u_i, \ldots\ldots\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : نظم جدولا يربط بين عدد الأيام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتابعة؟

عدد اللوحات	1	2	3	4	5
عدد الأيام	3	6	9	12	15

الحل :

الأزواج المرتبة $\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12),(5,15)\}$

نعم يمثل نمطا والعلاقة تمثل ((ثلاثة أمثال)) والعلاقة تمثل متتابعة حدها العام هو

$u_n = 3n \quad , \quad n \in \{1,2,3,4,5\}$

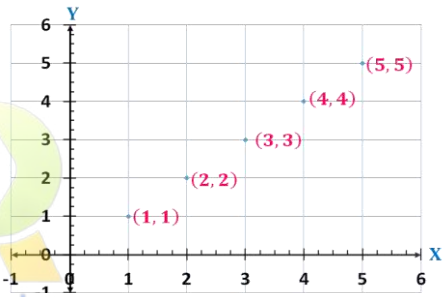
تكتب بالشكل الاتي: $\{u_n\} = 3n = \{3,6,9,12,15\} \Leftarrow$

سؤال 2 : اكتب الأزواج المرتبة الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوي الاحداثي :

[1] $u_n = n$

الحل :

$u_1 = 1 \quad , \quad u_2 = 2 \quad , \quad u_3 = 3$
$u_4 = 4 \quad , \quad u_5 = 5$



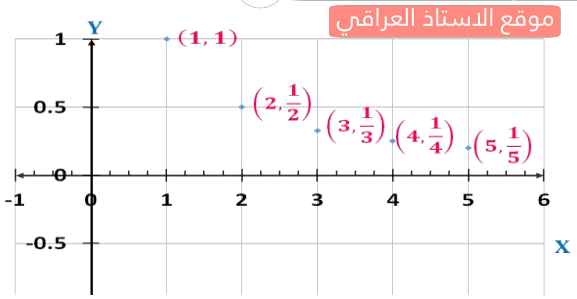
الأزواج المرتبة $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $u_n = \frac{1}{n}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1} = 1 \quad , \quad u_2 = \frac{1}{2} \quad , \quad u_3 = \frac{1}{3}$
$u_4 = \frac{1}{4} \quad , \quad u_5 = \frac{1}{5}$



الأزواج المرتبة $\left\{(1,1),\left(2,\frac{1}{2}\right),\left(3,\frac{1}{3}\right),\left(4,\frac{1}{4}\right),\left(5,\frac{1}{5}\right)\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 / اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية :

[1] $u_n = \{2n - 1\}$

الحل :

$u_1 = 2(1) - 1 = 1$, $u_2 = 2(2) - 1 = 3$
$u_3 = 2(3) - 1 = 5$, $u_4 = 2(4) - 1 = 7$
$u_5 = 2(5) - 1 = 9$

المتتابعة هي : $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

[2] $\{u_n\} = (-1)^n$

الحل :

$u_1 = (-1)^1 = -1$, $u_2 = (-1)^2 = 1$
$u_3 = (-1)^3 = -1$, $u_4 = (-1)^4 = 1$
$u_5 = (-1)^5 = -1$

المتتابعة هي: $\{1, 1, -1, 1, -1\}$

[3] $\{u_n\} = \frac{n}{3}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{3}{3} = 1$
$u_4 = \frac{4}{3}$, $u_5 = \frac{5}{3}$

المتتابعة هي : $\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\}$

[4] $\{u_n\} = n^2$

الحل :

$u_1 = (1)^2 = 1$, $u_2 = (2)^2 = 4$
$u_3 = (3)^2 = 9$, $u_4 = (4)^2 = 16$
$u_5 = (5)^2 = 25$

المتتابعة هي : $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

[5] $\{u_n\} = n^3$

الحل :

$u_1 = (1)^3 = 1$, $u_2 = (2)^3 = 8$, $u_3 = (3)^3 = 27$, $u_4 = (4)^3 = 64$, $u_5 = (5)^3 = 125$

المتتابعة هي : $\{1, 8, 27, 64, 125\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

المتتابعة الحسابية

المتتابعة الحسابية : هي المتتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حدين متتالين عددا ثابتا ويسمى أساس المتتابعة ويرمز بالرمز $d = u_{n+1} - u_n$ أي أن ((الأساس d = الحد الثاني - الحد الأول)) ويمكن كتابة المتتابعة بمعرفة حدها الأول $a = u_1$ وأساسها d . حيث : n تمثل عدد حدود المتتابعة .

قانون الحد العام للمتتابعة الحسابية

$$u_n = a + (n - 1)d$$

ملاحظة

لإيجاد المتتابعة الحسابية اذا علم حدها الأول a وأساسها d نستخدم :

$$a = u_1 + d \Rightarrow u_2 + d \Rightarrow u_3 + d \Rightarrow \cdots\cdots \Rightarrow u_n + d$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الآتية :

[1] متتابعة حسابية الحد الأول فيها (3) وأساسها (6) .

الحل :

$a = u_1 = 3 \ , \quad d = 6$

$u_2 = u_1 + d = 3 + 6 = 9 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = 9 + 6 = 15$

$u_4 = u_3 + d = 15 + 6 = 21 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 21 + 6 = 27$

المتتابعة هي : $\{3, 9, 15, 21, 27\}$

[2] متتابعة حسابية حدها الأول (-1) وأساسها (-3) .

الحل :

$a = u_1 = 1 \ , \quad d = -3$

$u_2 = u_1 + d = 1 - 3 = -2 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -2 - 3 = -5$

$u_4 = u_3 + d = -5 - 3 = -8 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = -8 - 3 = -11$

المتتابعة هي : $\{1, -2, -5, -8, -11\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[3] متتابعة حسابية حدها السابع (3) وأساسها (4) .

الحل :

$u_7 = 36 \ , \ n = 7 \ , \ d = 4 \ , \ a = ?$

$u_n = a + (n-1)d \implies 36 = a + (7-1)(4) \implies 36 = a + 24$

$a = 36 - 24 = 12 \implies a = 12$

المتتابعة هي : $\{12, 16, 20, 24, 28\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال5 : متتابعة حسابية حدها الثالث (8) و $d = -3$ جد الحدود بين u_7, u_{11}

الحل :

$u_3 = 8 \ , \ n = 3 \ , \quad d = -3 \ , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$8 = a + (3-1)(-3) \implies 8 = a - 6 \implies a = 8 + 6 = 14$

$u_8 = 14 + (8-1)(-3) = 14 - 21 = -7$

$u_9 = 14 + (9-1)(-3) = 14 - 24 = -10$

$u_{10} = 14 + (10-1)(-3) = 14 - 27 = -13$

المتتابعة هي : $\{-7, -10, -13\}$

انتبهوا طلابنا : المتتابعة الحسابية ثلاثة أنواع هي :

1. تكون المتتابعة متزايدة اذا كانت : $d > 0$ (موجبة)
2. تكون المتتابعة متناقصة اذا كانت : $d < 0$ (سالبة)
3. تكون المتتابعة ثابتة اذا كانت : $d = 0$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 6 : جد الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{6, 1, -4, -9, \ldots\ldots\}$ وحدد ما اذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة؟

الحل :

$a = 6 \ , \ d = 1 - 6 = -5 \ , \ u_{20} = ? \quad n = 20$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{20} = 6 + (20-1)(-5) = 6 + (19)(-5) = 6 - 95 = -89$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

تأكد من فهمك

سؤال 7 : اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى :

[1] $u_n = 3n$

الحل :

$u_1 = 3(1) = 3 \ , \quad u_2 = 3(2) = 6$

$u_3 = 3(3) = 9 \ , \quad u_4 = 3(4) = 12$

الأزواج المرتبة : $\{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12)\}$

[2] $u_n = n - 4$

الحل :

$u_1 = 1 - 4 = -3 \ , \quad u_2 = 2 - 4 = -2$

$u_3 = 3 - 4 = -1 \ , \quad u_4 = 4 - 4 = 0$

الأزواج المرتبة : $\{(1,-3), (2,-2), (3,-1), (4,0)\}$

[3] $u_n = n^2$

الحل :

$u_1 = (1)^2 = 1 \ , \quad u_2 = (2)^2 = 4$

$u_3 = (3)^2 = 9 \ , \quad u_4 = (4)^2 = 16$

الأزواج المرتبة : $\{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$

[4] $u_n = \frac{1}{2n}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2} \ , \quad u_2 = \frac{1}{2(2)} = \frac{1}{4}$

$u_3 = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6} \ , \quad u_4 = \frac{1}{2(4)} = \frac{1}{8}$

الأزواج المرتبة : $\left\{\left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{4}\right), \left(3, \frac{1}{6}\right), \left(4, \frac{1}{8}\right)\right\}$

[5] $u_n = 3n - 1$

الحل :

$u_1 = 3(1) - 1 = 2 \ , \quad u_2 = 3(2) - 1 = 5$

$u_3 = 3(3) - 1 = 8 \ , u_4 = 3(4) - 1 = 11$

الأزواج المرتبة : $\{(1,2), (2,5), (3,8), (4,11)\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 8 : اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

[1] متتابعة حسابية الحد الأول فيها (1) وأساسها (5)

الحل :

$a = u_1 = 1 \ , \quad d = 5$

$u_2 = u_1 + d = 1 + 5 = 6 \ , \quad u_3 = u_2 + d = 6 + 5 = 11$

$u_4 = u_3 + d = 11 + 5 = 16 \ , \quad u_5 = u_4 + d = 16 + 5 = 21$

المتتابعة الحسابية : $\{1, 6, 11, 16, 21\}$

[2] متتابعة حسابية الحد الأول فيها (-5) وأساسها (2)

الحل :

$a = u_1 = -5 \quad , \quad d = 2$

$u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$

$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$

المتتابعة الحسابية : $\{-5, -3, -1, 1, 3\}$

[3] متتابعة حسابية الحد الأول فيها (-3) وأساسها (-4)

الحل :

$a = u_1 = -3 \quad , \quad d = -4$

$u_2 = u_1 + d = -3 - 4 = -7 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = -7 - 4 = -11$

$u_4 = u_3 + d = -11 - 4 = -15 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = -15 - 4 = -19$

المتتابعة الحسابية : $\{-3, -7, -11, -15, -19\}$

سؤال 9 : اكتب حدود المتتابعات الآتية : جد الحدود بين U_8 و u_{12} لمتتابعة حسابية حدها الثالث (9) و $d = -2$

الحل :

$u_3 = 9 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -2 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d \quad \Rightarrow \quad 9 = a + (3-1)(-2)$

$9 = a - 4 \quad \Rightarrow \quad a = 9 + 4 = 13$

$u_9 = 13 + (9-1)(-2) = 13 + (8)(-2) = 13 - 16 = -3$

$u_{10} = 13 + (10-1)(-2) = 13 + (9)(-2) = 13 - 18 = -5$

$u_{11} = 13 + (11-1)(-2) = 13 + (10)(-2) = 13 - 20 = -7$

المتتابعة : $\{-3, -5, -7\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 10 : جد الحدود بين u_6 و u_{10} لمتتابعة حسابية حدها السادس (-11) و $d = -3$

الحل :

$u_6 = -11 \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = -3 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$-11 = a + (6-1)(-3) \quad \Rightarrow \quad -11 = a - 15 \quad \Rightarrow \quad a = -11 + 15 = 4$

$u_7 = 4 + (7-1)(-3) = 4 + (6)(-3) = 4 - 18 = -14$

$u_8 = 4 + (8-1)(-3) = 4 + (7)(-3) = 4 - 21 = -17$

$u_9 = 4 + (9-1)(-3) = 4 + (8)(-3) = 4 - 24 = -20$

المتتابعة : $\{-14, -17, -20\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال11 : أكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية $\{, -1, -5, -9, \ldots \ldots \ldots .\}$

الحل :

$u_{23} = ?$, $n = 23$, $a = 3$, $d = -1 - 3 = -4$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_{23} = 3 + (23-1)(-4) = 3 + (22)(-4) = 3 - 88 = -85 \quad \Rightarrow \quad u_{23} = -85$

سؤال12 : اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

[1] $\{u_n\} = 4n$

الحل :

$u_1 = 4(1) = 4$, $u_2 = 4(2) = 8$, $u_3 = 4(3) = 12$

$u_4 = 4(4) = 16$, $u_5 = 4(5) = 20 \Rightarrow$ المتتابعة : $\{4, 8, 12, 16, 20\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $\{u_n\} = 2n - 5$

الحل :

$u_1 = 2(1) - 5 = 2 - 5 = -3$, $u_2 = 2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$

$u_3 = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$, $u_4 = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$

$u_5 = 2(5) - 5 = 10 - 5 = 5$

المتتابعة : $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $\{u_n\} = \frac{1}{n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$, $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

$u_4 = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$, $u_5 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$

المتتابعة : $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$

[4] $\{u_n\} = 9$

الحل :

$u_1 = 9$, $u_2 = 9$, $u_3 = 9$, $u_4 = 9$, $u_5 = 9$

المتتابعة : $\{9, 9, 9, 9, 9\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدريب وحل التمرينات

سؤال 1 : اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى :

[1] $u_n = 10 - 4n$

الحل :

$u_1 = 10 - 4(1) = 10 - 4 = 6$, $u_2 = 10 - 4(2) = 10 - 8 = 2$

$u_3 = 10 - 4(3) = 10 - 12 = -2$, $u_4 = 10 - 4(4) = 10 - 16 = -6$

الأزواج المرتبة : $\{(1,6),(2,2),(3,-2),(4,-6)\}$

---

[2] $u_n = \frac{1}{3n+1}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{3(1)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_2 = \frac{1}{3(2)+1} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$

$u_3 = \frac{1}{3(3)+1} = \frac{1}{9+1} = \frac{1}{10}$, $u_4 = \frac{1}{3(4)+1} = \frac{1}{12+1} = \frac{1}{13}$

الأزواج المرتبة : $\left\{\left(1,\frac{1}{4}\right),\left(2,\frac{1}{7}\right),\left(3,\frac{1}{10}\right),\left(4,\frac{1}{13}\right)\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

[1] متتابعة حسابية حدها السابع فيها $\left(\frac{1}{24}\right)$ وأساسها $\left(\frac{1}{3}\right)$

الحل :

$u_7 = \frac{1}{24}$, $n = 7$, $d = \frac{1}{3}$, $a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$\frac{1}{24} = a + (7-1)\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{24} = a + 6 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{24} = a + 2$

$a = \frac{1}{24} - 2 = \frac{1-48}{24} = \frac{-47}{24}$

المتتابعة : $\left\{\frac{-47}{24},\frac{-39}{24},\frac{-31}{24},\frac{-23}{24},\frac{-15}{24}\right\}$

المتتابعة : $\{19,16,13,10,7\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال3 : اكتب الحدود للمتتابعات الأتية :

[1] جد الحدود بين u_{10} و u_{13} لمتتابعة حسابية حدها السابع $\left(\frac{13}{2}\right)$ و $d = 1$

الحل :

$u_7 = \frac{13}{2} \quad , \quad n = 7 \quad , \quad d = 1 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$\frac{13}{2} = a + (7-1)(1) \quad \Rightarrow \quad \frac{13}{2} = a + 6$

$a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13-12}{2} = \frac{1}{2}$

$u_{11} = \frac{1}{2} + (11-1)(1) = \frac{1}{2} + 10 = \frac{1+20}{2} = \frac{21}{2}$

$u_{12} = \frac{1}{2} + (12-1)(1) = \frac{1}{2} + 11 = \frac{1+22}{2} = \frac{23}{2}$

المتتابعة : $\left\{\frac{21}{2}, \frac{23}{2}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] جد الحدود بين u_{20} و u_{23} لمتتابعة حسابية حدها الثاني (0) و $d = -1$

الحل :

$u_2 = 0 \quad , \quad n = 2 \quad , \quad d = -1 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$0 = a + (2-1)(-1) \quad \Rightarrow \quad 0 = a - 1 \quad \Rightarrow \quad a = 1$

$u_{21} = 1 + (21-1)(-1) = 1 + (20)(-1) = 1 - 20 = -19$

$u_{22} = 1 + (22-1)(-1) = 1 + (21)(-1) = 1 - 21 = -20 \quad \Rightarrow$

المتتابعة : $\{-19, -20\}$

سؤال4 : حدد نوع المتتابعة (متزايدة , متناقصة , ثابتة) لكل مما يأتي :

[1] $\{u_n\} = \{3 - 2n\}$

الحل :

$u_1 = 3 - 2(1) = 3 - 2 = 1 \quad , \quad u_2 = 3 - 2(2) = 3 - 4 = -1$

$d = u_2 - u_1 = -1 - 1 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن : $d < 0$

[2] $\{u_n\} = \{n^3 - 1\}$

الحل :

$u_1 = (1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0 \quad , \quad u_2 = (2)^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

$d = u_2 - u_1 = 7 - 0 = 7$

المتتابعة متزايدة لأن : $d < 0$

[3] $\{u_n\} = \frac{3n}{2}$

الحل :

$u_1 = \frac{3(1)}{2} = \frac{3}{2}$, $u_2 = \frac{3(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$, $u_3 = \frac{3(3)}{2} = \frac{9}{2}$

$u_4 = \frac{3(4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$, $u_5 = \frac{3(5)}{2} = \frac{15}{2}$

المتتابعة : $\{\frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}\}$

[5] $\{u_n\} = \sqrt{3}$

الحل :

$u_1 = \sqrt{3}$, $u_2 = \sqrt{3}$, $u_3 = \sqrt{3}$, $u_4 = \sqrt{3}$, $u_5 = \sqrt{3}$

المتتابعة : $\{\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدريب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : رياضة الجري : في احدى مسابقات الجري سجلت أوقات الفائز الأول وفقا للجدول الآتي :

المسافة بالكيلو متر	1	2	3	4	5
الوقت بالدقيقة والثانية	3.12	6.32	9.52	12.72	15.92

الحل :

الأزواج المرتبة $\{(1, 3.12), (2, 6.32), (3, 9.52), (4, 12.72), (5, 15.92)\}$

نعم يمثل نمطا لأن كل مسافة ناتجة من مقدار ثابت .

العلاقة تمثل متتابعة حسابية حدها الأول 3.12 وأساسها $d = 6.32 - 3.12 = 3.20$

المتتابعة هي : $\{3.12, 6.32, 9.52, 12.72, 15.92\}$

سؤال 2 : رياضة القفز بالزانة : يبين الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة القفز بالزانة.

المحاولة	1	2	3	4	5
الارتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

اكتب حدود المتتابعة وأساسها ؟

الحل : المتتابعة هي : $\{5.90, 5.95, 6.00, 6.05, 6.10\}$

أساس المتتابعة : $d = 5.90 - 5.95 = -0.5$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 / **زراعة** : اشترى حسان مزرعة الأبقار فيها 20 بقرة وبدأت تزداد كل سنة نتيجة الولادات بمعدل ثابت حتى أصبح عدده الضعف بعد مضي ست سنوات مثل المسألة بجدول واكتب حدود المتتابعة .

الحل:

$a = 20 \quad , \quad u_6 = 2a = 2(20) = 40 \quad , \quad n = 6 \quad , \quad d = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$40 = 20 + (6-1)d \quad \Rightarrow \quad 40 = 20 + 5d$

$5d = 40 - 20 \quad \Rightarrow \quad 5d = 20 \quad , \quad d = \frac{20}{5} = 4$

$u_1 = 20$

$u_2 = u_1 + d = 20 + 4 = 24 \quad , \quad u_3 = u_2 + d = 24 + 4 = 28$

$u_4 = u_3 + d = 28 + 4 = 32 \quad , \quad u_5 = u_4 + d = 32 + 4 = 36$

$u_6 = u_5 + d = 36 + 4 = 40$

السنة	1	2	3	4	5	6
عدد الأبقار	20	24	28	32	36	40

المتتابعة هي $\{20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

فكر

سؤال 1 / تحد : جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي :

$\{2x \, , x+1 \, , 3x+11, \ldots\ldots\ldots\}$

الحل :

$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2$

$(x+1) - (2x) = (3x+11) - (x+1)$

$x + 1 - 2x = 3x + 11 - x - 1$

$-x + 1 = 2x + 10$

$2x + x = 1 - 10 \quad \Rightarrow \quad 3x = -9 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-9}{3} = -3$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال2 : أصحح الخطأ : قالت رابحة أن المتتابعة التي حدها العام $u_n = 8 - 2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$ اكتشف خطأ رابحة ؟

الحل :

$u_1 = 8 - 2(1) = 8 - 2 = 6 \quad \Rightarrow \quad u_2 = 8 - 2(2) = 8 - 4 = 4$

$d = u_2 - u_1 = 4 - 6 = -2$

المتتابعة متناقصة لأن $d < 0$

سؤال3 : حس عددي : ما هو الحد الحادي عشر لمتتابعة حدها الثالث 4 وأساسها $-\frac{1}{2}$ ؟

الحل :

$u_{11} = ? \quad n = 11 \quad , \quad u_3 = 4 \quad , \quad n = 3 \quad , \quad d = -\frac{1}{2} \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$4 = a + (3-1)\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad 4 = a + (2)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$4 = a - 1 \quad \Rightarrow \quad a = 4 + 1 = 5$

$u_{11} = 5 + (11-1)\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 + (10)\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 - 5 = 0$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : اكتب الحد الذي ترتيبه 200 في المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس (-4) وأساسها 12

الحل :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$u_{200} = ? \quad , \quad n = 200 \quad , \quad u_5 = -4 \quad , \quad n = 5 \quad , \quad d = 12 \quad , \quad a = ?$

$u_n = a + (n-1)d$

$u_5 = a + (5-1)(12) \quad \Rightarrow \quad -4 = a + (4)(12)$

$-4 = a + 48 \quad \Rightarrow \quad a = -4 - 48 = -52$

$u_{200} = -52 + (200-1)(12) = -52 + (199)(12) = -52 + 2388 = 2336$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

سؤال 1 : أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الآتية :

[1] $\{u_n\} = 5n - 2$

a) $\{2, 6, 12, 16, 20\}$ b) $\{3, 8, 13, 18, 23.\}$

c) $\{4, 8, 12, 18, 22\}$ d) $\{5, 10, 16, 20, 2\}$

الحل :

$u_1 = 5(1) - 2 = 3$, $u_2 = 5(2) - 2 = 8$

$u_3 = 5(3) - 2 = 13$, $u_4 = 5(4) - 2 = 18$

$u_5 = 5(5) - 2 = 23$

المتتابعة هي : $\{3, 8, 13, 18, 23.\}$

الجواب فرع : (b)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $\{u_n\} = \frac{n}{2} + 1$

a) $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\}$ b) $\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\}$

c) $\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}\}$ d) $\{2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4\}$

الحل :

$u_1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$, $u_2 = \frac{2}{2} + 1 = 1 + 1 = 2$

$u_3 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$, $u_4 = \frac{4}{2} + 1 = 2 + 1 = 3$

$u_5 = \frac{5}{2} + 1 = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2}$

المتتابعة هي : $\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}\}$

الجواب فرع : (c)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $\{u_n\} = \frac{-1}{2+n}$

a) $\{\frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}\}$ b) $\{\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{7}\}$

c) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$ d) $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\}$

الحل :

$u_1 = \frac{-1}{2+1} = \frac{-1}{3}$, $u_2 = \frac{-1}{2+2} = \frac{-1}{4}$

$u_3 = \frac{-1}{2+3} = \frac{-1}{5}$, $u_4 = \frac{-1}{2+4} = \frac{-1}{6}$

$u_5 = \frac{-1}{2+5} = \frac{-1}{7}$

المتتابعة هي : $\{\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{7}\}$

الجواب فرع : (b)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الأتية :

[5] متتابعة حسابية الحد الثالث فيها (-8) وأساسها 2

a) $\{-14,-12,-10,-8,-6\}$ b) $\{-12,-10,-8,-6,-4\}$
c) $\{-10,-8,-6,-4,-2\}$ d) $\{-8,-6,-4,-2,0\}$

الحل :

$u_3 = -8 \ , \ n = 3 \ , \ d = 2 \ , \ a = ?$
$u_n = a + (n-1)d$
$u_3 = a + (3-1)(2) \implies -8 = a + (2)(2)$
$-8 = a + 4 \implies a = -8 - 4 = -12$
المتتابعة هي : $\{-12 , -10 , -8 , -6 , -4\}$

الجواب فرع : (b)

[4] متتابعة حسابية الحد الثاني فيها 3 وأساسها 3

a) $\{0,3,6,9,12\}$ b) $\{2,5,8,11,14\}$
c) $\{3,6,9,12,15\}$ d) $\{1,4,7,10,13\}$

الحل :

$u_2 = 3 \ , \ n = 2 \ , \ d = 3 \ , \ a = ?$
$u_n = a + (n-1)d$
$u_2 = a + (2-1)(3) \implies 3 = a + (1)(3)$
$3 = a + 3 \implies a = 3 - 3 = 0$
المتتابعة هي : $\{0 , 3 , 6 , 9 , 12\}$

الجواب فرع : (a)

[6] جد الحد التاسع والحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية التي حدها الثاني 2 وأساسها 2

a) $u_9 = 12 , u_{15} = 20$ b) $u_9 = 14 , u_{15} = 24$
c) $u_9 = 16 , u_{15} = 28$ d) $u_9 = 18 , u_{15} = 32$

الحل :

$u_2 = 2 \ , \ n = 2 \ , \ d = 2 \ , \ a = ?$
$u_n = a + (n-1)d$
$u_2 = a + (2-1)(2) \implies 2 = a + (1)(2)$
$2 = a + 2 \implies a = 2 - 2 = 0$
$u_9 = 0 + (9-1)(2) = (8)(2) = 16$
$u_{15} = 0 + (15-1)(2) = (14)(2) = 28$

الجواب فرع : (c)

[7] جد الحدود بين u_2 و u_6 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{9}{5}$ واساسها 2

a) $\left\{\frac{9}{2} , \frac{19}{2} , \frac{29}{2}\right\}$ b) $\left\{\frac{19}{2} , \frac{29}{2} , \frac{39}{2}\right\}$
c) $\left\{\frac{9}{5} , \frac{19}{5} , \frac{29}{5}\right\}$ d) $\left\{\frac{19}{5} , \frac{29}{5} , \frac{39}{5}\right\}$

الحل :

$u_n = a + (n-1)d$
$u_2 = \frac{9}{5} \ , \ n = 2 \ , \ a = ? \ , \ d = 2$
$u_2 = a + (2-1)(2)$
$\frac{9}{5} = a + 2$
$a = \frac{9}{5} - 2 = \frac{9-10}{5} = \frac{-1}{5}$
$u_3 = \frac{-1}{5} + (3-1)(2) = \frac{-1}{5} + 4 = \frac{-1+20}{5} = \frac{19}{5}$
$u_4 = \frac{-1}{5} + (4-1)(2) = \frac{-1}{5} + 6 = \frac{-1+30}{5} = \frac{29}{5}$
$u_5 = \frac{-1}{5} + (5-1)(2) = \frac{-1}{5} + 8 = \frac{-1+40}{5} = \frac{39}{5}$
المتتابعة هي : $\left\{\frac{19}{5} , \frac{29}{5} , \frac{39}{5}\right\}$

الجواب فرع : (d)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [4 – 1] : المتباينات المركبة

(1) المتباينات المركبة التي تتضمن (و)

المتباينة المركبة التي تحتوي (و) مؤلفة من متباينتين فأنها تكون صحيحة فقط اذا كانت المتباينتان صحيحتين وعليه فأن مجموعة الحل عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين ويمكن ايجاده بطريقتين :

الطريقة الأولى : بيانيا بتمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم تحديد منطقة التقاطع .

الطريقة الثانية : جبريا وذلك بايجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة التقاطع لهما $(S = S_1 \cap S_2)$

ملاحظـــة : تحتوي المتباينات على الرمز $< , > , \leq , \geq$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

طريقة حل المتباينة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و)

1) التخلص من الكسور والأقواس أن وجدت .

2) وضع المتغير في الوسط .

3) اذا كان هناك عدد مع المتغير تفصل بينهما عملية الجمع أو الطرح فنقوم بنقل العدد الى طرفي المتباينة مع تغير الإشارة .

4) اذا كان المتغير يحتوي على معامل فنقوم بقسمة اطراف المتباينة على معامل المتغير .

5) نجد مجموعة حل المتباينة المركبة وذلك بطريقتين :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الطريقة الأولى (بيانيا)

- تتم تجزئة المتباينة الى جزئين ونحل كل جزء على حدة ونستخرج مجموعة الحل ومجموعة حل الجزء الاخر
- نجد تقاطع مجموعة الحلين على خط الأعداد حيث أن التقاطع يمثل مجموعة حل المتباينة المركبة .

الطريقة الثانية (جبريا)

- هو أن الجزء الأول من المتباينة يرمز له S_1 والجزء الثاني يرمز له S_2 ومنها نجد $S = S_1 \cap S_2$

■ عند ضرب أو قسمة اطراف المتباينة المركبة على عدد سالب فأن الترتيب يتغير (تقلب رموز المتباينة) .

■ اذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على رمز $\leq$ أو $\geq$ فأن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة ممتلئة بالصورة ( ) أي أن العدد داخل ضمن الفترة . أما اذا كانت المتباينة المركبة تحتوي على الرمز $>$ أو $<$ فأن التمثيل على خط الأعداد يكون بفجوة فارغة بالصورة ( ) أي أن العدد غير داخل ضمن الفترة

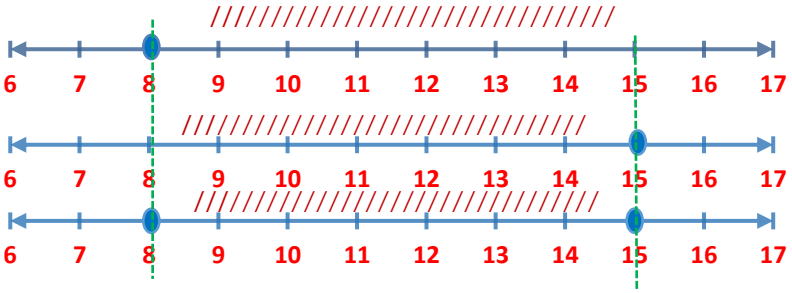
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال1 : تقاس درجات حرارة الجو خلال اليوم الواحد بدرجة الحرارة السيليزية الصغرى والكبرى لكونها متغيرة من وقت لآخر. فإذا كانت درجة الحرارة السيليزية الصغرى في مدينة بغداد في شهر كانون الأول $8^{\circ}C$ ودرجة الحرارة السيليزية الكبرى $15^{\circ}C$. اكتب متباينة تمثل درجة الحرارة في بغداد وجد حلّها؟

الحل : درجة الحرارة (الصغرى) لا تقل عن 8° : $(x \geq 8^{\circ})$, درجة الحرارة (الكبرى) لا تزيد عن 15° : $(x \leq 15^{\circ})$

الطريقة الأولى : بيانياً

$x \geq 8$
$x \leq 15$
$8 \leq x \leq 15$



الطريقة الثانية : جبرياً

$8 \leq x \leq 15 \iff x \geq 8$ و $x \leq 15$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x : x \geq 8\} \cap \{x : x \leq 15\}$

$S = \{x : 8 \leq x \leq 15\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال2 : حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) : $-3 \leq 3x + 2 < 9$ جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد .

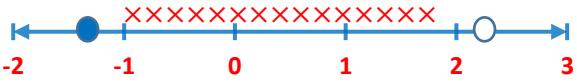
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$-3 \leq 3x + 2 < 9 \implies -3 - 2 \leq 3x < 9 - 2$

$-5 \leq 3x < 7 \ \} \div 3 \implies \frac{-5}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{7}{3}$

$\frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3} \implies S = \left\{x : \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}\right\}$



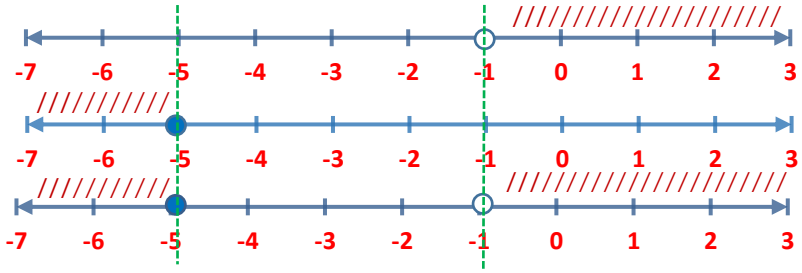
(2)	المتباينات المركبة التي تتضمن (أو)

طريقة حل المتباينة هي نفس طريقة حل المتباينة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) لكن بدل ان نأخذ مجموعة تقاطع الجزئيين نأخذ مجموعة اتحاد الجزئيين $S = S_1 \cup S_2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : حل المتباينة المركبة $x+3>2$ أو $x+3\le -2$ بيانيا وجبريا .

الحل : **الطريقة الأولى : بيانياً**



$x+3>2 \quad \Rightarrow \quad x>2-3$

$x>-1$

$x+3\le -2 \quad \Rightarrow \quad x\le -2-3$

$x\le -5$

$x\le -5 \quad$ أو $\quad x>-1$

الطريقة الثانية : جبرياً

$x+3\le -2 \quad$ أو $\quad x+3>2$

$x\le -2-3 \quad$ أو $\quad x>2-3$

$x\le -5 \quad$ أو $\quad x>-1 \quad \Rightarrow \quad S=S_1\cup S_2=\{x:x>-1\}\cup\{x:x\le -5\}$

سؤال 4 : حل المتباينة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $y-3\le -1$ أو $y+3>6$

SOL : $y\le -1+3 \quad$ أو $\quad y>6-3 \quad \Rightarrow \quad y\le 2 \quad$ أو $\quad y>3$

$S=S_1\cup S_2=\{y:y\le 2\}\cup\{y:y>3\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

2) $\frac{2v+1}{3}>\frac{5}{3}$ أو $\frac{2v+1}{3}<\frac{1}{3}$ } $\times 3$

SOL:

$\frac{2v+1}{3}\times 3>\frac{5}{3}\times 3$ أو $\frac{2v+1}{3}\times 3<\frac{1}{3}\times 3$

$2v+1>5 \quad$ أو $\quad 2v+1<1 \quad \Rightarrow \quad 2v>5-1 \quad$ أو $\quad 2v<1-1$

$2v>5-1 \quad$ أو $\quad 2v<1-1 \quad \Rightarrow \quad 2v>4 \quad$ أو $\quad 2v<0$

$\frac{2v}{2}>\frac{4}{2}$ أو $\frac{2v}{2}<\frac{0}{2}$

$v>2 \quad$ أو $\quad v<0$

$S=S_1\cup S_2=\{v:v>2\}\cup\{v:v<0\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

المتباينة المثلثية

في كل مثلث مجموع طول ضلعين من أضلاعه يكون أكبر من طول الضلع الثالث . اذا كانت اطوال اضلاع المثلث (A , B , C) فيجب أن تكون المتباينات الثلاث صحيحة : حفظ

$$A + B > C \quad , \quad A + C > B \quad , \quad B + C > A$$

سؤال 1 : هل يمكن للقطع المستقيمة التي طولها $2cm , 10cm , 13cm$ أن تشكل مثلثا ؟

الحل :

$2 + 10 \not> 13 \implies 12 \not> 13$ خطأ لأن 12 أصغر من 13

$2 + 13 > 10 \implies 15 > 10$ صحيحة

$10 + 13 > 2 \implies 23 > 2$ صحيحة

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

لا يمكن أن يشكل مثلثا .

سؤال 2 : اكتب متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه $10cm , 8cm$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x $\Longleftarrow$ اطوال اضلاع المثلث $10 , 8 , x$

$10 + 8 > x \implies 18 > x$ الضلع الثالث أصغر من 18

$10 + x > 8 \implies x > 8 - 10 \implies x > -2$ يهمل

$8 + x > 10 \implies x > 10 - 8 \implies x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 18$ أو تكتب : $18 > x > 2$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانيا :

1) $-4 \le y - 1 < 3$

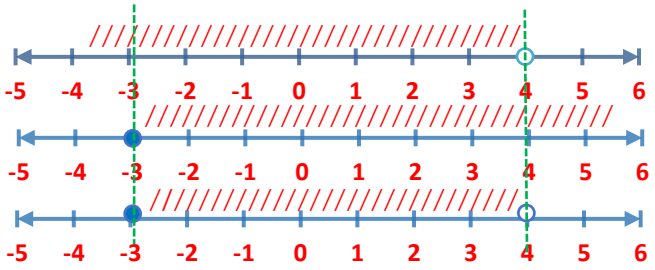
الحل :

$-4 + 1 \le y < 3 + 1 \implies -3 \le y < 4$

$y < 4$

$y \ge -4$

$-3 \le y < 4$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

2) $-4 \le Z + 2 \le 8$

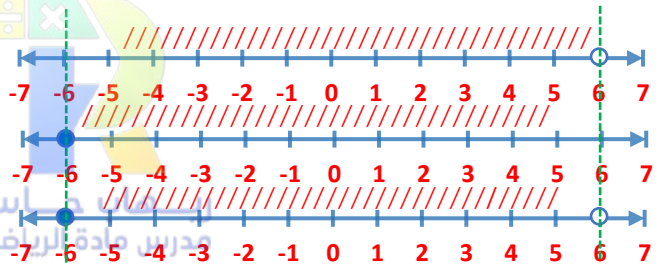
الحل :

$-4 - 2 \le Z < 8 - 2 \implies -6 \le Z < 6$

$Z < 6$

$Z \ge -6$

$-6 \le Z < 6$



سؤال 2 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

1) $x + 6 \ge 12$ و $x + 6 < 15$

الحل :

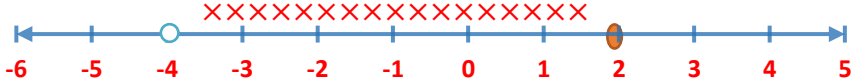
$x \ge 12 - 6$ و $x < 15 - 6 \implies x \ge 6$ و $x < 9$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: x \ge 6\} \cap \{x: x < 9\} = \{x : 6 \le x < 9\}$

2) $-9 < 2x - 1 \le 3$

SOL : $-9 + 1 < 2x \le 3 + 1 \implies -8 < 2x < 4$ } $\div 2$

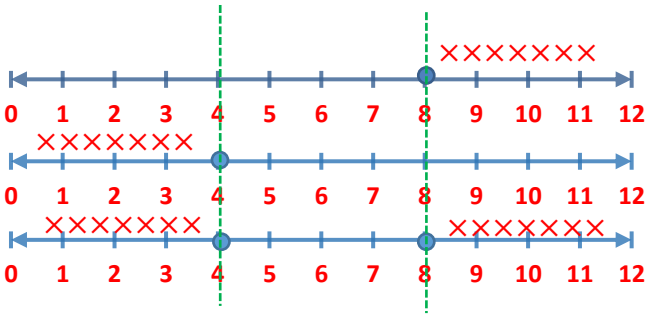
$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} \le \frac{4}{2} \implies -4 < x \le 2 \implies S = \{x : -4 < x \le 2\}$



سؤال 3 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا

3) $8y \geq 64$ أو $8y \leq 32$ $\} \div 8 \Rightarrow y \geq 8$ أو $y \leq 4$

الحل :



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

4) $\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$ أو $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9}$

الحل :

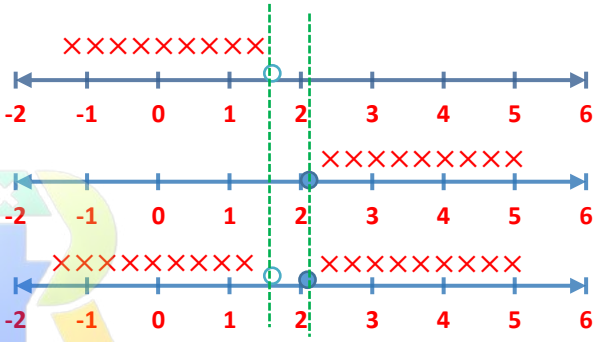
$\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3} \} \times 3 \Rightarrow 2Z < 2 \} \div 2$

$\Rightarrow Z < 1$

$\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9} \} \times 9 \Rightarrow 6Z \geq 8 \} \div 6$

$\Rightarrow Z \geq \frac{8}{6}$

$Z \geq \frac{4}{3} \Rightarrow Z < 1$ أو $Z \geq \frac{4}{3}$



ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

5) $3n - 7 > -5$ أو $3n - 7 \leq -9$

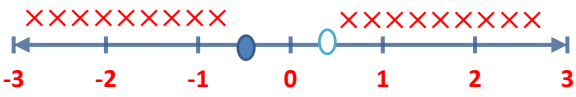
الحل :

$3n > -5 + 7$ أو $3n \leq -9 + 7$

$3n > 2$ أو $3n \leq -2 \Rightarrow \frac{3n}{3} > \frac{2}{3}$ أو $\frac{3n}{3} \leq \frac{-2}{3}$

$n > \frac{2}{3}$ أو $n \leq \frac{-2}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{n : n > \frac{2}{3}\right\} \cup \left\{n : n \leq \frac{-2}{3}\right\}$



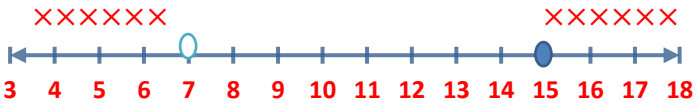
6) $x + 15 \geq 30$ أو $x + 15 < 22$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل :

$x \geq 30 - 15$ أو $x < 22 - 15$

$x \geq 15$ أو $x < 7$



$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \geq 15\} \cup \{x : x < 7\}$

سؤال 5 : هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يأتي :

1) 1 cm , 2cm , $\sqrt{3}\text{ cm}$

الحل :

$1+2>\sqrt{3} \Rightarrow 3>\sqrt{3}$ صحيحة

$1+\sqrt{3}>2 \Rightarrow 1+1.7>2 \Rightarrow 2.7>2$ صحيحة

$2+\sqrt{3}>1 \Rightarrow 2+1.7>1 \Rightarrow 3.7>1$ صحيحة $\Rightarrow$ يمكن رسم مثلث

2) 5cm , 4cm , 9cm

الحل :

$5+4 \not> 9 \Rightarrow 9 \not> 9$ خطأ لأن 9 ليس أكبر من 9

لم تحقق شرط المثلث

$5+9>4 \Rightarrow 14>4$ صحيحة

$4+9>5 \Rightarrow 13>5$ صحيحة $\Rightarrow$ لا يمكن رسم مثلثاً

3) 1cm , $\sqrt{2}\text{cm}$, $\sqrt{2}\text{cm}$

الحل :

$1+\sqrt{2}>\sqrt{2}$ صحيحة

$\sqrt{2}+\sqrt{2}>1$ صحيحة

$\sqrt{2}+1>\sqrt{2}$ صحيحة $\Rightarrow$ يمكن رسم مثلث

لأن $\sqrt{2}=1.4$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

4) 3cm , 4cm , $\sqrt{3}\text{cm}$

الحل :

$3+4>\sqrt{3} \Rightarrow 7>\sqrt{3}$ صحيحة

لأن $\sqrt{3}=1.7$

$3+\sqrt{3}>4 \Rightarrow 3+1.7>4 \Rightarrow 4.7>4$ صحيحة

$4+\sqrt{3}>3 \Rightarrow 4+1.7>3 \Rightarrow 5.7>3$ صحيحة $\Rightarrow$ يمكن رسم مثلث

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) بيانيا :

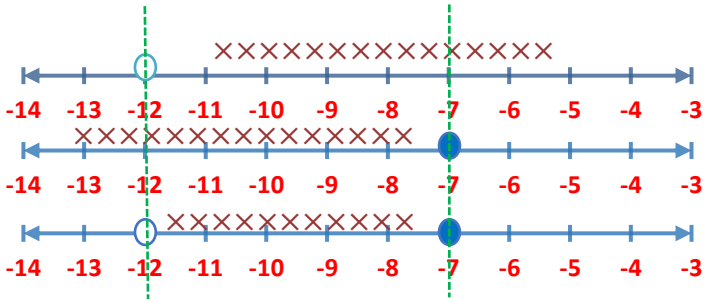
1) $x > -12$ و $x \le -7$

الحل :

$x > -12$

$x \le -7$

$x > -12$ و $x \le -7$



2) $2 \le y + 4 < 6$

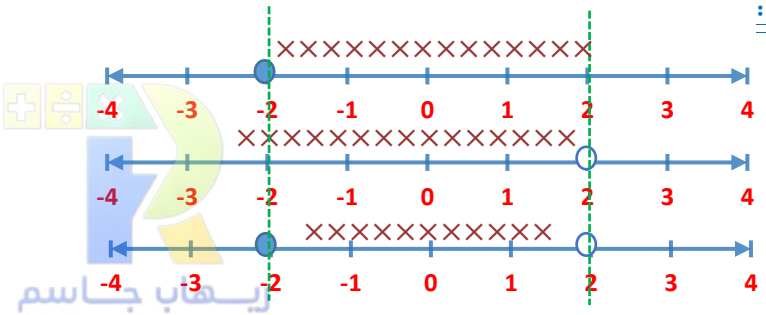
الحل :

$2 - 4 \le y < 6 - 4 \implies -2 \le y < 2$

$y \ge -2$

$y < 2$

$-2 \le y < 2$



ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

1) $14 \le 3x + 7$ و $3x + 7 < 26$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

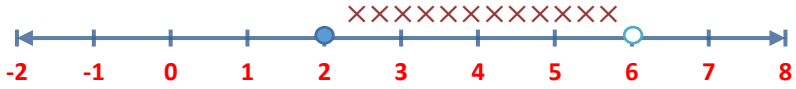
الحل :

$14 - 7 \le 3x$ و $3x < 26 - 7$

$7 \le 3x$ و $3x < 19 \} \div 3$

$\frac{7}{3} \le \frac{3x}{3}$ و $\frac{3x}{3} < \frac{19}{3}$

$\frac{7}{3} \le x$ و $x < \frac{19}{3} \implies S = S_1 \cap S_2 = \left\{x : \frac{7}{3} \le x\right\} \cap \left\{x : x < \frac{19}{3}\right\}$



www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

2) $\frac{1}{25} \le \frac{Z+3}{5} \le \frac{1}{15}$ $\} \times 75$

الحل :

$$\frac{1}{15} \times 75 \ge \frac{Z+3}{5} \times 75 \ge \frac{1}{25} \times 75$$

$$5 \ge 15(Z+3) \ge 3 \quad \Rightarrow \quad 5 \ge 15Z + 45 \ge 3 \quad \Rightarrow \quad 5 - 45 \ge 15Z \ge 3 - 45$$

$$-40 \ge 15Z \ge -42 \ \} \div 15 \Rightarrow \frac{-40}{15} \ge \frac{15Z}{15} \ge \frac{-42}{15}$$

$$\frac{-8}{3} \ge Z \ge \frac{-14}{5} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{ Z : \frac{-8}{3} \ge Z \ge \frac{-14}{5} \right\}$$

5	15 , 5 , 25
5	3 , 1 , 5
3	3 , 1 , 1
75	1 , 1 , 1

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) بيانيا :

1) $Z - 2 < -7$ أو $Z - 2 > 4$

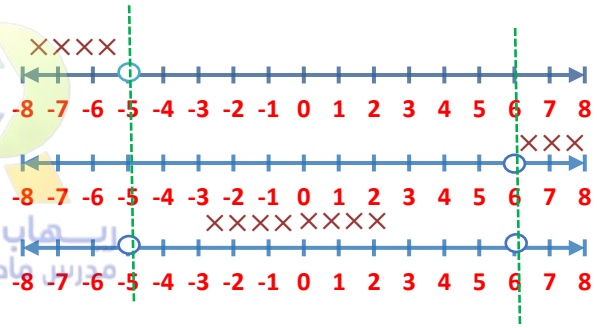
الحل :

$Z < -7 + 2$ أو $Z > 4 + 2 \Rightarrow Z < -5$ أو $Z > 6$

$Z < -5$

$Z > 6$

$Z < -5$ أو $Z > 6$



ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

2) $x - 6 \le -1$ أو $x - 6 > 4$

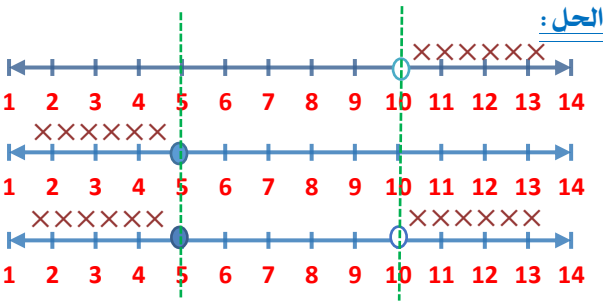
الحل :

$x \le -1 + 6$ أو $x > 4 + 6 \Rightarrow x \le 5$ أو $x > 10$

$x \le 5$

$x > 10$

$x \le 5$ أو $x > 10$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال4 : حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $\frac{y}{2} < 3\frac{1}{2}$ أو $\frac{y}{2} > 7\frac{1}{2}$

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$\frac{y}{2} < \frac{7}{2}$ أو $\frac{y}{2} > \frac{15}{2}$ $\}\times 2$

$y < 7$ أو $y > 15$

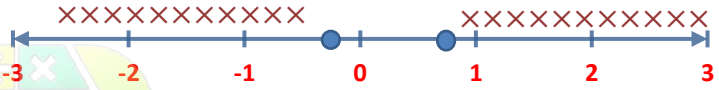
$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 7\}$
$\cup \{y : y > 15\}$

2) $5x \le -1$ أو $5x \ge 4$ $\}\div 5$

الحل :

$x \le \frac{-1}{5}$ أو $x \ge \frac{4}{5}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x \le \frac{-1}{5}\right\}$
$\cup \left\{x : x \ge \frac{4}{5}\right\}$



www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم

سؤال5 : اكتب المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث اذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين

1) 3cm , 10cm

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x ⟸ اطوال اضلاع المثلث x , 10 , 3

$3 + 10 > x \Rightarrow 13 > x$ الضلع الثالث أصغر من 13

$10 + x > 3 \Rightarrow x > 3 - 10 \Rightarrow x > -7$ لا يعطي معلومات مفيدة

$3 + x > 10 \Rightarrow x > 10 - 3 \Rightarrow x > 7$ الضلع الثالث اكبر من 7

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7 < x < 13$

2) 6cm , 4cm

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x ⟸ اطوال اضلاع المثلث x , 4 , 6

$6 + 4 > x \Rightarrow 10 > x$ الضلع الثالث أصغر من 10

$6 + x > 4 \Rightarrow x > 4 - 6 \Rightarrow x > -2$ لا يعطي معلومات مفيدة

$4 + x > 6 \Rightarrow x > 6 - 4 \Rightarrow x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 10$

3) 1cm , 3cm

الحل :

نفرض طول الضلع الثالث x ⟸ اطوال اضلاع المثلث 1 , 3 , x

$1 + 3 > x \Rightarrow 4 > x$ الضلع الثالث أصغر من 4

$3 + x > 1 \Rightarrow x > 1 - 3 \Rightarrow x > -2$ لا يعطي معلومات مفيدة

$1 + x > 3 \Rightarrow x > 3 - 1 \Rightarrow x > 2$ الضلع الثالث اكبر من 2

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $2 < x < 4$

تدرب وحل مسائل حياتية

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 :

صوت : أذن الأنسان يمن أن تسمع الأصوات التي لا يقل ترددها عن 20 هيرتزا ولا يزيد عن 20000 هيرتز اكتب المتباينة المركبة تمثل الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان ومثلها بيانيا .

الحل : نفرض التردد x

الترددات التي تسمعها أذن الأنسان هي أكبر أو يساوي 20 وأصغر أو يساوي 20000 تكتب $20 \le x \le 20000$

الترددات التي لا تسمعها أذن الأنسان هي أصغر من 20 واكبر من 20000 وتكتب :

$x < 20$ أو $x > 20000$

$x < 20$

$x > 20000$

$x < 20$ أو $x > 20000$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 :

أطار السيارات :ضغط الهواء المثالي الموصى به لإطارات السيارات الصالون لا يقل عن (kg/ing^2) 28 pascal ولا يزيد على 36 pascal . اكتب المتباينة المركبة تمثل الضغط ومثلها بيانيا ؟

الحل : نفرض الضغط x

$28 \le x \le 36$ المتباينة المركبة

$x \ge 28$

$x \le 36$

$28 \le x \le 36$

سؤال 3 :

قطار المغناطيسي : القطار المغناطيسي المعلق وهو قطار يعمل بقوة الرفع المغناطيسية وباختصار يعرف بالماجليف . وصممت أنواع مختلفة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم اذ أن سرعتها لا تقل عن $300\ k/h$ ولا تزيد على $550\ k/h$ اكتب متباينة تمثل سرعة القطار ومثلها بيانيا .

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

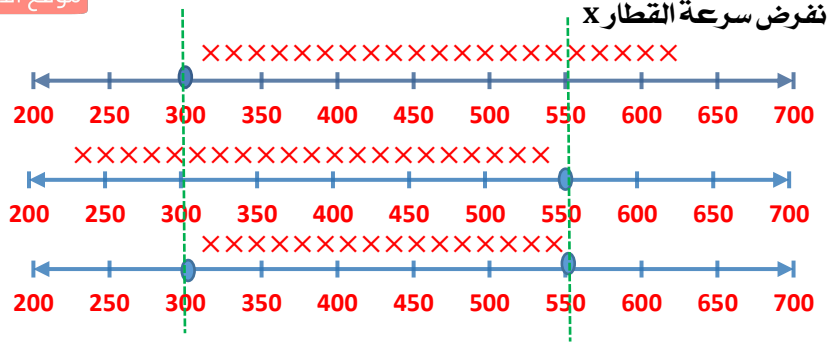
الحل : نفرض سرعة القطار x

$300 \le x \le 550$ المتباينة

$x \ge 300$

$x \le 550$

$300 \le x \le 550$



فـــــكر

سؤال 1 :

تحد : اكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في كل مثلث :

i) 7cm , 12cm , xcm

الحل :

ريهاب جاسم
مدرس ماده الرياضيات

$7 + 12 > x \implies 19 > x$ الضلع الثالث أصغر من 19

$12 + x > 7 \implies x > 7 - 12 \implies x > -5$ لا تعطي معلومات مفيدة

$7 + x > 12 \implies x > 12 - 7 \implies x > 5$ الضلع الثالث اكبر من 5

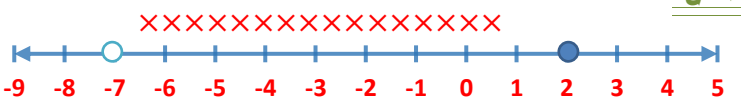
المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $5 < x < 19$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 :

أصحح الخطأ : قالت سوسن أن المتباينة المركبة $x + 3 \le 5$ و $-4 < x + 3$ تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد الآتية : بين خطأ سوسن وصححه .

الحل :



$-4 - 3 < x$ و $x \le 5 - 3$

$-7 < x$ و $x \le 2$

$S = S_1 \cap S_2 = \{x : x > -7\} \cap \{x : x \le 2\} = \{x : -7 < x \le 2\}$

سؤال3 : حس عددي : اذكر ما اذا كانت الأطوال الثلاثة هي لمثلث أم لا ؟ وضح اجابتك .

1) $3.2cm$, $5.2cm$, $6.2cm$

الحل :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$3.2+5.2>6.2 \Rightarrow 8.4>6.2$ صحيحة

$3.2+6.2>5.2 \Rightarrow 9.4>5.2$ صحيحة

$5.2+6.2>3.2 \Rightarrow 11.4>3.2$ صحيحة $\Rightarrow$ الأطوال الثلاثة تمثل مثلث

2) $1cm$, $1cm$, $\sqrt{2}\,cm$

الحل :

لأن $\sqrt{2}=1.4$

$1+1>\sqrt{2} \Rightarrow 2>\sqrt{2}$ صحيحة

$1+\sqrt{2}>1 \Rightarrow 1+1.4>1 \Rightarrow 2.4>1$ صحيحة

$\sqrt{2}+1>1 \Rightarrow 1.4+1>1 \Rightarrow 2.4>1$ صحيحة $\Rightarrow$ الأطوال الثلاثة تمثل مثلث

سؤال4 : أكتب متباينة مركبة تمثل درجة الحرارة الصغرى 18° ودرجة الحرارة العظمى 27°

الحل : نفرض درجة الحرارة x

$S=\{x: 18^\circ<x<27^\circ\} \Rightarrow x<27^\circ$ و $x>18^\circ$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

اختبار الفصل

سؤال 1 : حل المتباينات المركبة ومثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

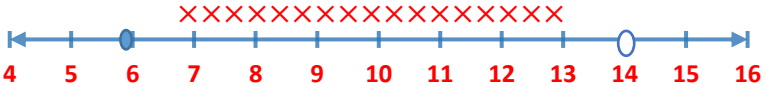
1) $x+6<20$ و $x+6\geq 12$

الحل :

$x<20-6$ و $x\geq 12-6$

$x<14$ و $x\geq 6$

$S=S_1\cap S_2=\{x:x<14\}\cap\{x:x\geq 6\}$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

2) $\frac{1}{16}<\frac{Z+2}{2}\leq\frac{1}{8}$ $\}\times 16$

الحل :

$1<8(Z+2)\leq 2 \Rightarrow 1<8Z+16\leq 2$

$1-16<8Z\leq 2-16 \Rightarrow -15<8Z\leq -14$

$\frac{-15}{8}<\frac{8Z}{8}\leq\frac{-14}{8} \Rightarrow \frac{-15}{8}<Z\leq\frac{-7}{4} \Rightarrow S=\left\{Z:\frac{-15}{8}<Z\leq\frac{-7}{4}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

3) $x-3>5$ أو $x-3\leq -5$

الحل :

$x>5+3$ أو $x\leq -5+3$

$x>8$ أو $x\leq -2$

$S=S_1\cup S_2=\{x:x\leq -2\}\cup\{x:x>8\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

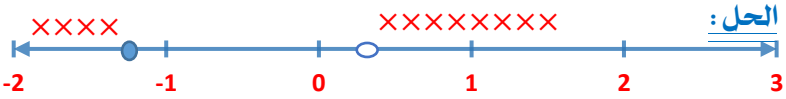
4) $7t-5>-1$ أو $7t-5\leq -14$

الحل :

$7t>-1+5$ أو $7t\leq -14+5$

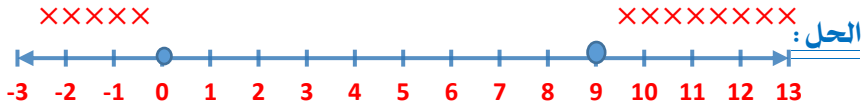
$7t>4$ أو $7t\leq -9$ $\}\div 7$

$t>\frac{4}{7}$ أو $t\leq\frac{-9}{7} \Rightarrow S=S_1\cup S_2=\left\{t:t>\frac{4}{7}\right\}\cup\left\{t:t\leq\frac{-9}{7}\right\}$



5) $y \le 0$ أو $y + 7 \ge 16$

الحل :



$y \le 0$ أو $y \ge 16 - 7$

$y \le 0$ أو $y \ge 9 \Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \le 0\} \cup \{y: y \ge 9\}$

6) $\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}$ أو $\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$\frac{y}{3} < \frac{4}{3}$ أو $\frac{y}{3} > \frac{28}{3}] \times 3$

$y < 4$ أو $y > 28$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y < 4\}$
$\cup \{y : y > 28\}$

سؤال 2 : اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا ضلعي مثلث معلومين :

1) 4cm , 9cm

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث x , 4, 9

$4 + 9 > x \Rightarrow 13 > x$ الضلع الثالث أصغر من 13

$9 + x > 4 \Rightarrow x > 4 - 9 \Rightarrow x > -5$ لا يعطي معلومات مفيدة

$4 + x > 9 \Rightarrow x > 9 - 4 \Rightarrow x > 5$ الضلع الثالث اكبر من 5

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $5 < x < 13$

2) 5cm , 12cm

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث x , 5, 12

$5 + 12 > x \Rightarrow 17 > x$ الضلع الثالث أصغر من 17

$12 + x > 5 \Rightarrow x > 5 - 12 \Rightarrow x > -7$ لا يعطي معلومات مفيدة

$5 + x > 12 \Rightarrow x > 12 - 5 \Rightarrow x > 7$ الضلع الثالث اكبر من 7

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $7 < x < 17$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

3) 7cm , 15cm

الحل : نفرض طول الضلع الثالث x $\Leftarrow$ اطوال اضلاع المثلث x , 7, 15

$7 + 15 > x \Rightarrow 22 > x$ الضلع الثالث أصغر من 22

$15 + x > 7 \Rightarrow x > 7 - 15 \Rightarrow x > -8$ لا يعطي معلومات مفيدة

$7 + x > 15 \Rightarrow x > 15 - 57 \Rightarrow x > 8$ الضلع الثالث اكبر من 8

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي : $8 < x < 22$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

سؤال1 اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

أولاً :- حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا :

[1] $-10 < x$ و $x \leq -2$

a) $\{x: -10 \leq x\} \cap \{x: x \leq -2\}$
b) $\{x: -10 < x\} \cap \{x: x \leq -2\}$
c) $\{x: -10 \leq x\} \cup \{x: x \leq -2\}$
d) $\{x: -10 < x\} \cup \{x: x \leq -2\}$

الحل :

$S = S_1 \cap S_2 = \{x: -10 < x\} \cap \{x: x \leq -2\}$

الجواب فرع : (b)

[2] $0 \leq y - 3$ و $y - 3 < 12$

a) $\{y: 3 < y < 15\}$ b) $\{y: -3 \leq y \leq 15\}$
c) $\{y: 3 \leq y < 15\}$ d) $\{y: -3 < y < 15\}$

الحل :

$0 + 3 \leq y$ و $y < 12 + 3 \Rightarrow 3 \leq y$ و $y < 15$

$S = S_1 \cap S_2 = \{y : 3 \leq y\} \cap \{y : y < 15\}$
$= \{y : 3 \leq y < 15\}$

الجواب : (c)

[3] $16 < 3Z + 9$ و $3Z + 9 < 30$

a) $\left\{Z : \frac{3}{7} \leq Z < 7\right\}$ b) $\left\{Z : \frac{7}{3} < Z \leq 7\right\}$
c) $\left\{Z : \frac{3}{7} < Z < 7\right\}$ d) $\left\{Z : \frac{7}{3} < Z < 7\right\}$

الحل :

$16 - 9 < 3Z$ و $3Z < 30 - 9$

$7 < 3Z$ و $3Z < 21$

$\frac{7}{3} < \frac{3Z}{3}$ و $\frac{3Z}{3} < \frac{21}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} < Z$ و $Z < 7$

$S = S_1 \cap S_2 = \left\{Z : \frac{7}{3} < Z\right\} \cap \{Z : Z < 7\}$

$= \left\{Z : \frac{7}{3} < Z < 7\right\}$

الجواب فرع : (d)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

ثانياً : - حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) جبريا

[4] $2t-4>-8$ أو $2t-4\le -12$

a) $\{t:t>-2\}\cap\{t:t\le -4\}$
b) $\{t:t>-2\}\cup\{t:t\le -4\}$
c) $\{t:t<-2\}\cap\{t:t\ge -4\}$
d) $\{t:t<-2\}\cup\{t:t\ge -4\}$

الحل :

$2t>-8+4$ أو $2t\le -12+4$

$2t>-4$ أو $2t\le -8$ $\}\div 2$

$t>-2$ أو $t\le -4$

$S=S_1\cup S_2=\{t:t>-2\}\cup\{t:t\le -4\}$

الجواب فرع : (a)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[5] $\frac{y+5}{3}<\frac{1}{3}$ أو $\frac{y+5}{3}>\frac{7}{3}$

a) $\{y:y<4\}\cap\{y:y>2\}$
b) $\{y:y>-4\}\cup\{y:y<2\}$
c) $\{y:y<-4\}\cap\{y:y>-2\}$
d) $\{y:y<-4\}\cup\{y:y>2\}$

الحل :

$\frac{y+5}{3}<\frac{1}{3}$ أو $\frac{y+5}{3}>\frac{7}{3}$ $\}\times 3$

$y+5<1$ أو $y+5>7$

$y<1-5$ أو $y>7-5$

$y<-4$ أو $y>2$

$S=S_1\cup S_2=\{y:y<-4\}\cup\{y:y>2\}$

الجواب فرع : (d)

ثالثاً :- اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا الضلعين الاخرين للمثلث معلومين:

[7] 8cm , 2cm

a) $6\le x<10$ b) $6\le x\le 10$
c) $6<x<10$ d) $6<x\le 10$

الحل :

فرض طول الضلع الثالث x

اطوال اضلاع المثلث x , 12 , 5

$8+2>x \Rightarrow 10>x$

الضلع الثالث أصغر من 10

$8+x>2 \Rightarrow x>2-8 \Rightarrow x>-6$

$2+x>8 \Rightarrow x>8-2 \Rightarrow x>6$

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي $6<x<10$

الجواب فرع : (c)

[6] 5cm , 12cm

a) $7<Z<17$ b) $7\le Z<17$
c) $7\le Z\le 17$ d) $7<Z\le 17$

الحل :

فرض طول الضلع الثالث Z

اطوال اضلاع المثلث Z , 12 , 5

$5+12>Z \Rightarrow 17>Z$

الضلع الثالث أصغر من 17

$12+Z>5 \Rightarrow Z>5-12 \Rightarrow Z>-7$

$5+Z>12 \Rightarrow Z>12-5 \Rightarrow Z>7$

المتباينة المركبة التي تبين طول الضلع الثالث هي :

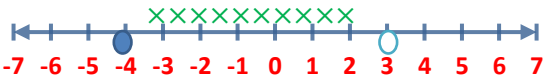
$7<Z<17$

الجواب فرع : (a)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

رابعاً :- اكتب متباينات التي تمثل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد :

[8]



a) $-4 < x < 3$ b) $-4 \leq x < 3$
c) $-4 \leq x \leq 3$ d) $-4 < x \leq 3$

الجواب فرع : (a)

[9]

a) $y \leq -3$ أو $y > 5$ b) $y \leq -3$ أو $y \geq 5$
c) $y < -4$ أو $y \geq 5$ d) $y < -3$ أو $y > 5$

الجواب فرع : (c)

الدرس [5 – 1] : المتباينات المركبة

متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة $|g(x)| < a$, $|g(x)| \leq a$ حيث $a \in R$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أصغر من (أصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و) . بصورة عامة :

$$|g(x)| \leq a \implies -a \leq g(x) \leq a \quad , \quad a > 0$$
$$|g(x)| < a \implies -a < g(x) < a \quad , \quad a > 0$$

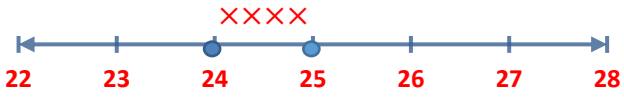
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 : درجة سيليزية تزداد أو تنقص بمقدار درجة واحدة . اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل درجة حرارة الماء في الحوض ومثله بيانياً .

الحل : نفرض درجة حرارة الماء هي x درجة سيليزية .

$x \leq 25 + 1$ و $x \geq 25 - 1$

$x - 25 \leq 1$ و $x - 25 \geq -1$ $\implies$ $|x - 25| \leq 1$



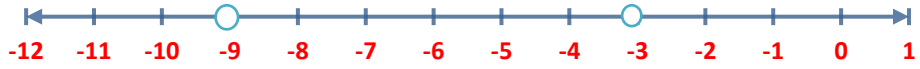
سؤال 2 : حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $|x + 6| < 3$

الحل :

$-3 < x + 6 < 3 \implies -3 - 6 < x < 3 - 6 \implies -9 < x < -3$

$S = \{x : -9 < x < -3\}$



www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

2) $|y| - 5 \leq 1$

$|y| \leq 1 + 5 \quad \Rightarrow \quad |y| \leq 6 \quad \Rightarrow \quad -6 \leq y \leq 6$

$S = \{y : -6 \leq y \leq 6\}$

سؤال 3 : جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية :

1) $|2x - 5| + 3 < 11$

الحل :

$|2x - 5| < 11 - 3 \quad \Rightarrow \quad |2x - 5| < 8 \quad \Rightarrow \quad -8 < 2x - 5 < 8$

$-8 + 5 < 2x < 8 + 5 \quad \Rightarrow \quad -3 < 2x < 13 \; \} \div 2$

$\frac{-3}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{13}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{x : \frac{-3}{2} < x < \frac{13}{2}\right\}$

2) $|7 - y| < 8$

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$-8 < 7 - y < 8 \quad \Rightarrow \quad -8 - 7 < -y < 8 - 7$

$-15 < -y < 1 \;] \times (-1)$

$-1 < y < 15 \quad \Rightarrow \quad S = \{y : -1 < y < 15\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

متباينات القيمة المطلقة التي على الصورة $|g(x)| > a$, $|g(x)| \geq$ حيث $a \in R$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي متباينة مركبة تتضمن (أو) . بصورة عامة :

$|g(x)| \geq a \quad \Leftrightarrow \quad g(x) \geq a \quad$ أو $\quad g(x) \leq -a \quad , \; a > 0$

$|g(x)| > a \quad \Leftrightarrow \quad g(x) > a \quad$ أو $\quad g(x) < -a \quad , \; a > 0$

سؤال 4 : حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $|x + 4| > 2$

الحل :

$x + 4 > 2 \quad$ أو $\quad x + 4 < -2 \quad \Rightarrow \quad x > 2 - 4 \quad$ أو $\quad x < -2 - 4$

$x > -2 \quad$ أو $\quad x < -6$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > -2\} \cup \{x : x < -6\}$

2) $|5y - 1| \geq 4$

الحل :

$5y - 1 \geq 4$ أو $5y - 1 \leq -4$

$5y \geq 4 + 1$ أو $5y \leq -4 + 1$

$5y \geq 5$ أو $5y \leq -3 \Rightarrow \frac{5y}{5} \geq \frac{5}{5}$ أو $\frac{5y}{5} \leq -\frac{3}{5}$

$y \geq 1$ أو $y \leq -\frac{3}{5}$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \geq 1\} \cup \left\{y : y \leq -\frac{3}{5}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 5 : جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية :

1) $\left|\frac{2t - 8}{4}\right| \geq 9$

الحل :

$\frac{2t - 8}{4} \geq 9$ أو $\frac{2t - 8}{4} \leq -9$ $\} \times 4$

$2t - 8 \geq 36$ أو $2t - 8 \leq -36$

$2t \geq 36 + 8$ أو $2t \leq -36 + 8$

$2t \geq 44$ أو $2t \leq -28$ $\} \div 2$

$t \geq 22$ أو $t \leq -14$

$S = S_1 \cup S_2 = \{t : t \geq 22\} \cup \{t : t \leq -14\}$

2) $\left|\frac{5 - 3v}{2}\right| \geq 6$

الحل :

$\frac{5 - 3v}{2} \geq 6$ أو $\frac{5 - 3v}{2} \leq -6$ $\} \times 2$

$5 - 3v \geq 12$ أو $5 - 3v \leq -12$

$-3v \geq 12 - 5$ أو $-3v \leq -12 - 5$

$-3v \geq 7$ أو $-3v \leq -17$ $\} \div (-3)$

$v \leq -\frac{7}{3}$ أو $v \geq \frac{17}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{v\, v \leq -\frac{7}{3}\right\} \cup \left\{v : v \geq \frac{17}{3}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرسة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال6 : في تحليلات دم الأنسان البالغ يعد المدى الطبيعي للبوتاسيوم هو $(3.5 - 5.3)\ mol/L$. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم في دم الأنسان .

الحل :

نفرض البوتاسيوم x

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واقل من القيمة الدنيا للمعدل هي : $x < 3.5$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واكبر من القيمة العليا للمعدل هي : $x > 5.3$

المتباينة المركبة : $x > 5.3$ أو $x < 3.5$

نجد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم

نجد منتصف المسافة بين النقطتين : $\frac{3.5+5.3}{2} = \frac{8.8}{2} = 4.4$

نطرح نصف قطر المسافة من المتباينة :

$$x < 3.5 \text{ أو } x > 5.3 \implies x - 4.4 < 3.5 - 4.4 \text{ أو } x - 4.4 > 5.3 - 4.4$$

$$|x - 4.4| > 0.9 \implies x - 4.4 < -0.9 \text{ أو } x - 4.4 > 0.9$$

تأكد من فهمك

سؤال7 : اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل التالية :

1) تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22° سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز 2° سيليزية .

الحل :

نفرض درجة الحرارة x

المتباينة المركبة تكون بالصورة :

$$x \geq 22 - 2 \text{ و } x \leq 22 + 2$$

$$x - 22 \geq -2 \text{ و } x - 22 \leq 2$$

$$|x - 22| \leq 2$$

سؤال8 : حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $|x + 1| < 5$

الحل :

$$-5 < x + 1 < 5 \implies -5 - 1 < x < 5 - 1$$

$$-6 < x < 4 \implies S = \{x : -6 < x < 4\}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
مدرس مادة الرياضيات

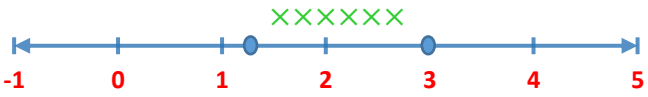
2) $|3Z - 7| \leq 2$

الحل :

$-2 \leq 3Z - 7 \leq 2 \implies -2 + 7 \leq 3Z \leq 2 + 7$

$5 \leq 3Z \leq 9 \} \div 3 \implies \frac{5}{3} \leq \frac{3Z}{3} \leq \frac{9}{3}$

$\frac{5}{3} \leq Z \leq 3 \implies S = \left\{Z : \frac{5}{3} \leq Z \leq 3\right\}$



3) $|x| + 8 < 9$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$|x| < 9 - 8 \implies |x| < 1$

$-1 < x < 1 \implies S = \{x : -1 < x < 1\}$

4) $|5y| - 2 \leq 8$

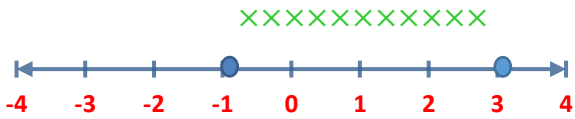
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$|5y| \leq 8 + 2 \implies |5y| \leq 10$

$-10 \leq 5y \leq 10 \} \div 5 \implies -2 \leq y \leq 2$

$S = \{y : -2 \leq y \leq 2\}$



5) $|x + 4| > 6$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل :

$x + 4 > 6$ أو $x + 4 < -6 \implies x > 6 - 4$ أو $x < -6 - 4$

$x > 2$ أو $x < -10$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 2\} \cup \{x : x < -10\}$

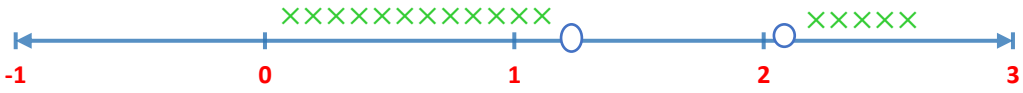
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

6) $|5Z - 9| > 1$

الحل :

SOL : $5Z - 9 > 1$ أو $5Z - 9 < -1 \implies 5Z > 1 + 9$ أو $5Z < -1 + 9$

$5Z > 10$ أو $5Z < 8 \} \div 5 \implies Z > 2$ أو $Z < \frac{8}{5} \implies S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 2\} \cup \left\{Z : Z < \frac{8}{5}\right\}$



7) $|2x| + 7 \geq 8$

الحل :

$|2x| \geq 8 - 7 \implies |2x| \geq 1$

$2x \geq 1$ أو $2x \leq -1 \} \div 2$

$x \geq \frac{1}{2}$ أو $x \leq -\frac{1}{2} \implies S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x \geq \frac{1}{2}\right\} \cup \left\{x : x \leq -\frac{1}{2}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

8) $|4y| - 2 > 3$

الحل :

$|4y| > 3 + 2 \implies |4y| > 5$

$4y > 5$ أو $4y < -5 \} \div 4$

$y > \frac{5}{4}$ أو $y < \frac{-5}{4} \implies S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y > \frac{5}{4}\right\} \cup \left\{y : y < \frac{-5}{4}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

9) $|5 - x| < 10$

الحل :

$-10 < 5 - x < 10 \implies -10 - 5 < -x < 10 - 5$

$-15 < -x < 5 \quad] \times (-1)$

$15 > x > -5 \implies S = \{x : 15 > x > -5\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

10) $|7 - 2y| \geq 13$

الحل :

$y - 2y \geq 13$ أو $7 - 2y \leq -13 \implies -2y \geq 13 - 7$ أو $-2y \leq -13 - 7$

$-2y \geq 6$ أو $-2y \leq -20 \} \div (-2)$

$y \leq -3$ أو $y \geq 10 \implies S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -3\} \cup \{y : y \geq 10\}$

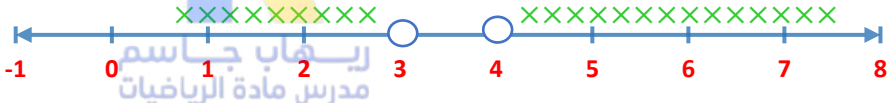
11) $|4Z - 14| > 2$

الحل :

$4Z - 14 > 2$ أو $4Z - 14 < -2 \implies 4Z > 2 + 14$ أو $4Z < -2 + 14$

$4Z > 16$ أو $4Z < 12 \} \div 4$

$Z > 4$ or $Z < 3 \implies S = S_1 \cup S_2 = \{Z : Z > 4\} \cup \{Z : Z < 3\}$



ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

12) $\left|\frac{x - 12}{4}\right| \leq 9$

الحل :

$-9 \leq \frac{x - 12}{4} \leq 9 \} \times 4 \implies -36 \leq x - 12 \leq 36$

$-36 + 12 \leq x \leq 36 + 12 \implies -24 \leq x \leq 48 \implies S = \{x : -24 \leq x \leq 48\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

13) $\left|\frac{6-2y}{4}\right| \geq 9$

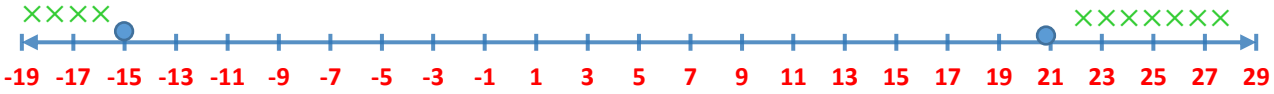
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل :

$\frac{6-2y}{4} \geq 9$ أو $\frac{6-2y}{4} \leq -9$ $\} \times 4 \implies 6-2y \geq 36$ أو $6-2y \leq -36$

$-2y \geq 36-6$ أو $-2y \leq -36-6 \implies -2y \geq 30$ أو $-2y \leq -42$ $\} \div (-2)$

$y \leq -15$ أو $y \geq 21 \implies S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -15\}$



تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : كتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية :

1- يجب أن تبقى درجة الحرارة داخل الثلاجة $8°$ سيليزية بزيادة أو نقصان لا يتجاوز $0.5°$ سيليزية . اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل الثلاجة ؟

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل : نفرض درجة الحرارة المثالية x

$x \geq 8-0.5$ و $x \leq 8+0.5$

$x-8 \geq -0.5$ و $x-8 \leq 0.5$

$0.5 \leq x-8 \leq 0.5 \implies |x-8| \leq 0.5$

2- درجة غليان الماء $100°$ سليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لا يتجاوز $20°$ سليزية . اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء .

الحل : نفرض درجة غليان الماء x

$x \geq 100-20$ و $x \leq 100+20$

$x-100 \geq -20$ و $x-100 \leq 20 \implies -20 \leq x-100 \leq 20$

$|x-100| \leq 20$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

1) $|x+3|<6$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل :

$-6<x+3<6 \quad \Rightarrow \quad -6-3<x<6-3$

$-9<x<3 \quad \Rightarrow \quad S=\{x:\ -9<x<3\}$

2) $|2Z|-5<2$

الحل :

$|2Z|<2+5 \quad \Rightarrow \quad |2Z|<7 \quad \Rightarrow \quad -7<2Z<7\ \}\div 2$

$\frac{-7}{2}<Z<\frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad S=\left\{Z:\ \frac{-7}{2}<Z<\frac{7}{2}\right\}$

3) $2|x|-7\geq 1$

الحل :

$2|x|\geq 1+7 \quad \Rightarrow \quad 2|x|\geq 8\ \}\div 2$

$|x|\geq 4 \quad \Rightarrow \quad x\geq 4 \text{ أو } x\leq -4 \quad \Rightarrow \quad S=S_1\cup S_2=\{x:x\geq 4\}\cup\{x:x\leq -4\}$

مدرس مادة الرياضيات

4) $|11Z|-2\geq 9$

الحل :

$|11Z|\geq 9+2 \quad \Rightarrow \quad |11Z|\geq 11 \quad \Rightarrow \quad 11Z\geq 11 \text{ أو } 11Z\leq -11\ \}\div 11$

$Z\geq 1 \quad \text{أو} \quad Z\leq -1 \quad \Rightarrow \quad S=S_1\cup S_2=\{Z:Z\geq 1\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

5) $\left|\frac{4}{5}Z-1\right|>\frac{4}{5}$

الحل :

$\frac{4}{5}Z-1>\frac{4}{5} \text{ أو } \frac{4}{5}Z-1<-\frac{4}{5}\ \}\times 5$

$4Z-5>4 \text{ أو } 4Z-5<-4 \quad \Rightarrow \quad 4Z>4+5 \text{ أو } 4Z<-4+5$

$4Z>9 \text{ أو } 4Z<1\ \}\div 4 \quad \Rightarrow \quad Z>\frac{9}{4} \text{ أو } Z<\frac{1}{4}$

$S=S_1\cup S_2=\left\{Z:Z>\frac{9}{4}\right\}\cup\left\{Z:Z<\frac{1}{4}\right\}$

سؤال 3 : اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية :

1)

الحل : الرسم البياني يمثل تقاطع (و) والفجوة فارغة .

$-6 < x < 2$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ ثم نطرح (-2) من جميع المتباينة :

$-6 < x < 2 \quad \Rightarrow \quad -6-(-2) < x-(-2) < 2-(-2)$

$-4 < x+2 < 4 \quad \Rightarrow \quad |x+2| < 4$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

2)

الحل : الرسم البياني يمثل التقاطع (و)

$-4 \le x \le 2$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ ثم نطرح (-1) من جميع المتباينة :

$-4 \le x \le 2 \quad \Rightarrow \quad -4-(-1) \le x-(-1) \le 2-(-1)$

$-3 \le x+1 \le 3 \quad \Rightarrow \quad |x+1| \le 3$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

3)

الحل : الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

$x > -2$ أو $x < 4$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$ ثم نطرح (1) من جميع المتباينة :

$x > -2$ أو $x < 4 \quad \Rightarrow \quad x-1 > -2-1$ أو $x-1 < 4-1$

$x-1 > -3$ أو $x-1 < 3 \quad \Rightarrow \quad |x-1| > 3$

4)

الحل : الرسم البياني يمثل اتحاد (أو)

$x \ge -4$ أو $x \le -2$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$ ثم نطرح (-3) من جميع المتباينة :

$x \ge -4$ أو $x \le -2 \quad \Rightarrow \quad x-3 \ge -4-(3)$ أو $x-3 \le -2-(-3)$

$x-3 \ge -1$ أو $x-3 \le 1 \quad \Rightarrow \quad |x-3| \ge 1$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل كل مسألة مما يأتي :

1) **الغرير** : حيوان الغرير هو أحد أنواع الثدييات ينتمي الى شعبة الحبليات ويمتلك قوائم قصيرة نوعا ما ويعيش في الحفر التي يحفرها في الأرض طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل ما بين 68cm , 76cm . اكتب مدى طول الغرير .

الحل : نفرض طول الغرير x

$68 < x < 76$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{68+76}{2} = \frac{144}{2} = 72$ ثم نطرح (72) من جميع المتباينة :

$68 < x < 76 \quad \Rightarrow \quad 68 - 72 < x - 72 < 76 - 72$

$-4 < x - 72 < 4 \quad \Rightarrow \quad |x - 72| < 4$

2) **صحة** : معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح بين 60 الى 90 نبضة في الدقيقة . اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الانسان .

الحل : نفرض عدد دقات القلب غير الطبيعية x

$x < 60$ أو $x > 90$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{60+90}{2} = \frac{150}{2} = 75$ ثم نطرح (75) من جميع المتباينة :

$x < 60$ أو $x > 90 \quad \Rightarrow \quad x - 75 < 60 - 75$ أو $x - 75 > 90 - 75$

$x < -15$ أو $x > 15 \quad \Rightarrow \quad |x - 75| > 4$

3) **مواصلات** : تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح ما بين 8km الى 10km اذ تعد منطقة جوية معتدلة . اكتب مدى منطقة الطيران المدنية .

الحل : نفرض مدى منطقة الطيران x

$8 < x < 10$ المتباينة

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$ ثم نطرح (9) من جميع المتباينة :

$8 < x < 10 \quad \Rightarrow \quad 8 - 9 < x - 9 < 10 - 9$

$-1 < x < 1 \quad \Rightarrow \quad |x - 9| < 1$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــكـــر

سؤال 1 : **تحد :** حل متباينات القيمة المطلقة ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

1) $\left|\frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}}\right| \le \sqrt{6}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

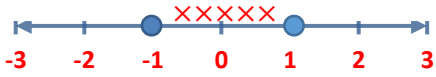
الحل :

$$-\sqrt{6} \le \frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}} \le \sqrt{6} \quad \} \times \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{12} \le \sqrt{3}x + \sqrt{3} \le \sqrt{12} \quad \Rightarrow \quad -2\sqrt{3} \le \sqrt{3}x + \sqrt{3} \le 2\sqrt{3}$$

$$-2\sqrt{3} - \sqrt{3} \le \sqrt{3}x \le 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad -\sqrt{3} \le \sqrt{3}x \le \sqrt{3} \quad \} \div \sqrt{3}$$

$$-1 \le x \le 1 \quad \Rightarrow \quad S = \{x : -1 \le x \le 1\}$$



2) $\left|\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}}\right| \ge \sqrt{15}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$$\frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \ge \sqrt{15} \text{ أو } \frac{\sqrt{12} - \sqrt{3}y}{\sqrt{5}} \le -\sqrt{15} \quad \} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} - \sqrt{3}y \ge \sqrt{75} \text{ أو } \sqrt{12} - \sqrt{3}y \le -\sqrt{75}$$

$$2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \ge 5\sqrt{3} \text{ أو } 2\sqrt{3} - \sqrt{3}y \le -5\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \ge 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \text{ أو } -\sqrt{3}y \le -5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}y \ge 3\sqrt{3} \text{ أو } -\sqrt{3}y \le -7\sqrt{3} \quad \} \div (-\sqrt{3})$$

$$y \le -3 \text{ أو } y \ge 7$$

$$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \le -3\} \cup \{y : y \ge 7\}$$

سؤال 2 : **صحح الخطأ :** قالت خلود أن متباينة القيمة المطلقة $|6 - 3y| \ge 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (و)

ومجموعة الحل لها : $\left\{y : -\frac{1}{3} \le y \le \frac{13}{2}\right\}$. بين خطأ خلود وصححه .

الحل : المتباينة تمثل متباينة مركبة بعلاقة (أو)

$$6 - 3y \ge 7 \text{ أو } 6 - 3y \le -7 \quad \Rightarrow \quad -3y \ge 7 - 6 \text{ أو } -3y \le -7 - 6$$

$$-3y \ge 1 \text{ أو } -3y \le -13 \quad \} \div (-3)$$

$$y \le \frac{-1}{3} \text{ أو } y \ge \frac{13}{3} \quad \Rightarrow \quad S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \le -\frac{1}{3}\right\} \cup \left\{y : y \ge \frac{13}{3}\right\}$$

سؤال3 : **حس عددي :** اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية :

1) $|Z| - 1 < 0$

الحل :

$|Z| < 1 \implies -1 < Z < 1$

$S = \{Z : -1 < Z < 1\}$

2) $|y| > 0$

الحل :

$y > 0$ أو $y < 0$

$S = S_1 \cup S_2 = \{y : y > 0\} \cup \{y : y < 0\}$

3) $|x - 1| > 0$

الحل :

$x - 1 > 0$ أو $x - 1 < 0 \implies x > 1$ أو $x < 1$

$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x > 1\} \cup \{x : x < 1\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال4 : **أكتب :** متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة ومثل الحل على مستقيم الأعداد .

الحل : مسألة : الضغط الدم الطبيعي لدى الأنسان يتراوح بين 120 الى 180 . أحسب مدى ضغط الدم غير الطبيعي .

نفرض مدى ضغط الدم هو x

المتباينة التي تمثل ضغط الدم غير الطبيعي هي :

$x > 180$ أو $x < 120$

نجد معدل القيمتين أي أن : $\frac{120+180}{2} = \frac{300}{2} = 150$ ثم نطرح (150) من جميع المتباينة :

$x - 150 > 180 - 150$ أو $x - 150 < 120 - 150$

$x - 150 > 30$ أو $x - 150 < -30$

$|x - 150| > 30$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اختبار الفصل

سؤال 1 : حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

1) $|x-6| \le 3$

الحل :

$-3 \le x-6 \le 3 \implies -3+6 \le x \le 3+6$

$3 \le x \le 9 \implies S = \{x : 3 \le x \le 9\}$

2) $|3Z| - 5 < 4$

الحل :

$|3Z| < 4+5 \implies |3Z| < 9$

$-9 < 3Z < 9 \ \} \div 3$

$-3 < Z < 3 \implies S = \{Z : -3 < Z < 3\}$

3) $6|x| - 8 \ge 3$

الحل :

$6|x| \ge 3+8 \implies 6|x| \ge 11 \ \} \div 6$

$|x| \ge \frac{11}{6} \implies x \ge \frac{11}{6}$ أو $x \le \frac{-11}{6}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x \ge \frac{11}{6}\right\} \cup \left\{x : x \le \frac{-11}{6}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

4) $|x+1| > \frac{1}{2}$

الحل :

$x+1 > \frac{1}{2}$ أو $x+1 < -\frac{1}{2} \} \times 2$

$2x+2 > 1$ أو $2x+2 < -1$

$2x > 1-2$ أو $2x < -1-2$

$2x > -1$ أو $2x < -3 \ \} \div 2$

$x > -\frac{1}{2}$ أو $x < -\frac{3}{2}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{x : x > -\frac{1}{2}\right\} \cup \left\{x : x < -\frac{3}{2}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

5) $|3y| - 2 > 9$

الحل :

$|3y| > 9+2 \implies |3y| > 11$

$3y > 11$ أو $3y < -11 \ \} \div 3$

$y > \frac{11}{3}$ أو $y < -\frac{11}{3}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y > \frac{11}{3}\right\} \cup \left\{y : y < -\frac{11}{3}\right\}$

6) $|8Z| - 1 \ge 8$

الحل :

$|8Z| \ge 8+1 \implies |8Z| \ge 9$

$8Z \ge 9$ أو $8Z \le -9 \ \} \div 8$

$Z \ge \frac{9}{8}$ أو $Z \le -\frac{9}{8}$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{Z : Z \ge \frac{9}{8}\right\} \cup \left\{Z : Z \le -\frac{9}{8}\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

31 $\left|\frac{6-3y}{9}\right| \geq 5$

الحل :

$\frac{6-3y}{9} \geq 5$ أو $\frac{6-3y}{9} \leq -5$ } $\times 9$

$6-3y \geq 45$ أو $6-3y \leq -45$ $\Rightarrow$ $-3y \geq 45-6$ أو $-3y \leq -45-6$

$-3y \geq 39$ أو $-3y \leq -51$ } $\div(-3)$

$y \leq -13$ أو $y \geq 17$ $\Rightarrow$ $S = S_1 \cup S_2 = \{y : y \leq -13\} \cup \{y : y \geq 17\}$

7) $|4-3y| \geq 14$

الحل :

$4-3y \geq 14$ أو $4-3y \leq -14$

$-3y \geq 14-4$ أو $-3y \leq -14-4$

$-3y \geq 10$ أو $-3y \leq -18$ } $\div(-3)$

$y \leq -\frac{10}{3}$ أو $y \geq 6$

$S = S_1 \cup S_2 = \left\{y : y \leq -\frac{10}{3}\right\} \cup \{y : y \geq 6\}$

الاختيار من متعدد

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية :

[1] $|y-8| < 13$

a) $5 < y < -21$ b) $-5 \leq y \leq -21$

c) $-5 < y < 21$ d) $-5 < y \leq 21$

الحل :

$-13 < y-8 < 13$ $\Rightarrow$ $-13+8 < y < 13+8$

$-5 < y < 21$ $\Rightarrow$ $S = \{y : -5 < y < 21\}$

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] $|3Z| - 7 < 1$

a) $-\frac{8}{3} \leq Z < \frac{8}{3}$ b) $-\frac{8}{3} < Z \leq \frac{8}{3}$

c) $-\frac{8}{3} \leq Z \leq \frac{8}{3}$ d) $-\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3}$

الحل :

$|3Z| < 1+7$ $\Rightarrow$ $|3Z| < 8$ $\Rightarrow$ $-8 < 3Z < 8$

$\frac{8}{3} < \frac{3Z}{3} < \frac{8}{3}$ $\Rightarrow$ $-\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3}$

$S = \left\{Z : -\frac{8}{3} < Z < \frac{8}{3}\right\}$

الجواب فرع : (d)

[3] $|3-x| < 3$

a) $-6 < x < 0$ b) $0 < x < 6$

c) $-6 < x < 6$ d) $0 \leq x \leq 6$

الحل :

$-3 < 3-x < 3$ $\Rightarrow$ $-3-3 < -x < 3-3$

$-6 < -x < 0$ } $\times(-1)$ $\Rightarrow$ $0 < x < 6$

الجواب فرع : (b)

[4] $|5t-5| > 0$

a) $t \leq 1$ أو $t > 1$ b) $t \geq 1$ أو $t < -1$

c) $t > 1$ أو $t < 1$ d) $t > -1$ أو $t < -1$

الحل :

$5t-5 > 0$ أو $5t-5 < 0$

$5t > 5$ أو $5t < 5$ } $\div 5$ $\Rightarrow$ $t > 1$ أو $t < 1$

الجواب فرع : (c)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[6] $|6-3y| \geq 9$

a) $y \leq 1$ أو $y \geq -5$ b) $y < -1$ أو $y > 5$

c) $y > -1$ أو $y < -5$ d) $y \leq -1$ أو $y \geq 5$

الحل :

$6-3y \geq 9$ أو $6-3y \leq -9$

$-3y \geq 9-6$ أو $-3y \leq -9-6$

$-3y \geq 3$ أو $-3y \leq -15$ $\} \div (-3)$

$y \leq -1$ أو $y \geq 5$

الجواب فرع : (d)

[5] $|v-3| \geq \frac{1}{2}$

a) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \leq -\frac{5}{2}$ b) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \geq -\frac{5}{2}$

c) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{5}{2}$ d) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \geq -\frac{5}{2}$

الحل :

$v-3 \geq \frac{1}{2}$ أو $v-3 \leq \frac{-1}{2}$

$v \geq \frac{1}{2}+3$ أو $v \leq \frac{-1}{2}+3$

$v \geq \frac{1+6}{2}$ أو $v \leq \frac{-1+6}{2} \Rightarrow v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{5}{2}$

الجواب فرع : (c)

[8] $\left|\frac{Z-1}{7}\right| \leq 2$

a) $-13 < Z \leq 15$ b) $-13 \leq Z < 15$

c) $-13 \leq Z \leq 15$ d) $-13 < Z < 15$

الحل :

$-2 \leq \frac{Z-1}{7} \leq 2$ $\} \times 7$

$-14 \leq Z-1 \leq 14$

$-14+1 \leq Z \leq 14+1$

$-13 \leq Z \leq 15$

الجواب فرع : (c)

[7] $\left|\frac{7-2y}{3}\right| \geq 3$

a) $y \leq -1$ أو $y \geq 8$ b) $y < -1$ أو $y \geq 8$

c) $y < -1$ أو $y > 8$ d) $y < -1$ أو $y > 8$

الحل :

$\frac{7-2y}{3} \geq 3$ أو $\frac{7-2y}{3} \leq -3$ $\} \times 3$

$7-2y \geq 9$ أو $7-2y \leq -9$

$-2y \geq 9-7$ أو $-2y \leq -9-7$

$-2y \geq 2$ أو $-2y \leq -16$ $\} \div (-2)$

$y \leq -1$ أو $y \geq 8$

الجواب فرع : (a)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الفصل الثاني : المقادير الجبرية

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الدرس [1-2] ضرب المقادير الجبرية

[2 – 1 – 1]	ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين

- ✓ اذا كان المقدار يتكون من قوسين مختلفين فنقوم بتوزيع القوس الأول على القوس الثاني ومن ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة
- ✓ اذا كان المقدار بالصورة $(a+b)^2$ أو $(a-b)^2$ فإن تبسيطه حسب قانون المربع الكامل :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- ✓ اذا كان المقدار بالصورة $(a-b)(a+b)$ فإن القوسان يمثلان تحليل فرق بين مربعين يمكن حلها بالطريقة :

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 1 : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
2) $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
3) $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2$
4) $(x+3)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$
5) $(x+2)(x-6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$
6) $(x-1)(x-4) = x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

سؤال 2 : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1) $(3y+1)(y+2) = 3y^2 + 6y + y + 2 = 3y^2 + 7y + 2$
[2] $(n-\sqrt{3})(5n-\sqrt{3}) = 5n^2 - \sqrt{3}\,n - 5\sqrt{3}n + 3 = 5n^2 - 6\sqrt{3}\,n + 3$
[3] $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
[8] $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
[5] $(Z+3)^2 = Z^2 + 6Z + 9$
[6] $(h-5)^2 = h^2 - 10h + 25$
[7] $(2x-7)(2x+7) = (2x)^2 - (7)^2 = 4x^2 - 49$
[8] $(v+\sqrt{2})(v-\sqrt{2}) = v^2 - (\sqrt{2})^2 = v^2 - 2$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2 – 1 – 2] ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاثة حدود

[1] اذا كان المقدار يتكون من قوسين احدهما من حدين والآخر من ثلاثة حدود هنالك طريقتين :

a) نضرب القوس الأول في القوس الثاني ثم نطرح الحدود المتشابهة .

b) اذا كان المقدار بالصورة :

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$
$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$1=1^3\ ,8=2^3$
$27=3^3$
$64=4^3$
$125=5^3$
$216=6^3$

[2] اذا كان المقدر بالشك : $(a-b)^3\ ,(a+b)^3$ نقوم بتبسيطه بالشكل التالي :

$$(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2\ ,(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$$

نقوم بتبسيط القوس الذي يحتوي على التربيع أولاً ثم نضرب القوس الأول في القوس الثاني ثم نجمع الحدود المتشابهة .

سؤال 1 : جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

1 الطريقة الأولى $(x+2)(x^2-2x+4)=x^3-2x^2+4x+2x^2-4x+8=x^3+8$

الطريقة الثانية $(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+2^3=x^3+8$

2 $(y-3)(y^2+3y+9)=y^3-3^3=y^3-27$

3 $(2v+5)(4v^2-10v+25)=(2v)^3+5^3=8v^3+125$

4 $\left(\frac{1}{3}-Z\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}Z+Z^2\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3-Z^3=\frac{1}{27}-Z^3$

5 $\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}+v\right)\left(\sqrt[3]{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{3}{5}}v+v^2\right)=\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\right)^3-v^3=\frac{3}{5}+v^3$

6 $\left(x-\sqrt[3]{2}\right)\left(x^2+\sqrt[3]{2}x+\sqrt[3]{4}\right)=x^3-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=x^3-2$

7 $(y+2)^3=(y+2)(y+2)^2=(y+2)(y^2+4y+4)=y^3+4y^2+4y+2y^2+8y+8$
$=y^3+6y^2+12y+8$

8 $(Z-3)^3=(Z-3)(Z-3)^2=(Z-3)(Z^2-6Z+9)=$
$=Z^3-6Z^2+9Z-3Z^2+18Z-27=Z^3-9Z^2+27Z-27$

9 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^3=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)$
$=x^3+x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}=x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}$

10 $(y-5)^3=(y-5)(y-5)^2=(y-5)(y^2-10y+25)$
$=y^3-10y^2+25y-5y^2+50y-125=y^3-15y^2+75y-125$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

سؤال 2 ب جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1 $(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

2 $(\sqrt{7} - h)^2 = 7 - 2\sqrt{7}\,h + h^2$

3 $(Z+\sqrt{5})(Z-\sqrt{5}) = Z^2 - (\sqrt{5})^2 = Z^2 - 5$

4 $(v+5)(v+1) = v^2 + v + 5v + 5 = v^2 + 6v + 5$

5 $(x-3)(x-2) = x^2 - 2x - 3x + 6 = x^2 - 5x + 6$

6 $(3x-4)(x+5) = 3x^2 + 15x - 4x - 20 = 3x^2 + 11x - 20$

7 $\left(\frac{1}{3}y + 3\right)\left(\frac{1}{3}y + 3\right) = \frac{1}{9}y^2 + y + y + 9 = \frac{1}{9}y^2 + 2y + 9$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 ب جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

1 $(y+2)(y^2 - 2y + 4) = y^3 + 2^3 = y^3 + 8$

2 $(2Z+4)(4Z^2 - 8Z + 16) = (2Z)^3 + 4^3 = 8Z^3 + 64$

3 $(v - \sqrt[3]{3})(v^2 + \sqrt[3]{3}\,v + \sqrt[3]{9}) = v^3 - (\sqrt[3]{3})^3 = v^3 - 3$

4 $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}} + m\right)\left(\sqrt[3]{\frac{4}{49}} - \sqrt[3]{\frac{2}{7}}\,m + m^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\right)^3 + m^3 = \frac{2}{7} + m^3$

5 $(x+5)^3 = (x+5)(x+5)^2 = (x+5)(x^2 + 10x + 25)$
$= x^3 + 10x^2 + 25x + 5x^2 + 50x + 125 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

6 $(y-4)^3 = (y-4)(y-4)^2 = (y-4)(y^2 - 8y + 16)$
$= y^3 - 8y^2 + 16y - 4y^2 + 32y - 64 = y^3 - 12y^2 + 48y - 64$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1 $(n-6)^2 = n^2 - 12n + 36$

2 $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6}) = y^2 - (\sqrt{6})^2 = y^2 - 6$

3 $(4-y)(5-y) = 20 - 4y - 5y + y^2 = 20 - 9y + y^2$

4 $(2x-3)(x+9) = 3x^2 + 27x - 3x - 27 = 3x^2 - 24x - 27$

سؤال 2 : جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

1 $(x+6)(x^2-6x+36) = x^3 + 6^3 = x^3 + 216$

2 $(Z-3)^3 = (Z-3)(Z-3)^2 = (Z-3)(Z^2-6Z+9)$

$= Z^3 - 6Z^2 + 9Z - 3Z^2 + 18Z - 27 = Z^3 - 9Z^2 + 27Z - 27$

3 $(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16}) = x^3 - (\sqrt[3]{4})^3 = x^3 - 4$

4 $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}+n\right)\left(\sqrt[3]{\frac{1}{25}}+\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n+n^2\right) = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\right)^3 + n^3 = \frac{1}{5} + n^3$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : **مسبح :** يعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد يبلغ طول المسبح فيه $(x+9)$ امتار وعرضه $(x+1)$ متر ومحاط بممر عرضه 1 متر . اكتب مساحة المسبح مع الممر بأبسط صورة .

الحل :

الطول $x+9+1+1=x+11$, العرض $x+1+1+1=x+3$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$$A=(x+11)(x+3)=x^2+3x+11x+33=x^2+14x+33$$

سؤال2 : **تأريخ :** تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريبا . وقد بنوا سنة 575 م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل . رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y-7),(y-4)$ سنتمترات . اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة .

الحل :

مساحة اللوحة = الطول × العرض

$$A=(y-4)(y-7)=y^2-7y-4y+28=y^2-11y+2$$

سؤال3 : **أسماك زينة :** حوض سمك زينة مكعب الشكل طول ضلعه $(v+3)$ سنتمتر . اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة .

الحل :

$$V=L^3=(v+3)^3=(v+3)(v+3)^2=(v+3)(v^2+6v+9)$$
$$=v^3+6v^2+9v+3v^2+18v+27=v^3+9v^2 27v+27$$

سؤال4 : **تحد :** جد ناتج كل مما يلي بأبسط صورة :

1) $(x+1)^2-(x-2)^2=x^2+2x+1-(x^2-4x+4)=x^2+2x+1-x^2+4x-4=6x-3$

2) $(3y+2)(y-5)-(3y^2-10)=3y^2-15y+2y-10-3y^2+10=-13y$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال5 : **أصحح الخطأ :** كتبت نسرين ناتج ضرب المقدارين الجبريين كالآتي : $(\sqrt{5}h-4)(h-6)=5h^2+10h-24$ حدد خطأ نسرين وصححه .

الحل :

$$(\sqrt{5}\,h-4)(h-6)=\sqrt{5}\,h^2-6\sqrt{5}\,h-4h+24=\sqrt{5}\,h^2-(6\sqrt{6}+4)h+24$$

سؤال1 : **حس عددي :** أي العددين أكبر ؟ العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$. وضح اجابتك

الحل :

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6} \quad , \quad (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$$

العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

سؤال2 : **أكتب ناتج ضرب المقدارين الجبريين :** $\left(2Z+\frac{1}{2}\right)\left(2Z-\frac{1}{2}\right)$

الحل :

$$\left(2Z+\frac{1}{2}\right)\left(2Z-\frac{1}{2}\right)=(2Z)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=4Z^2-\frac{1}{4}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

اختيار من متعدد

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر :

[1] $(x+5)^2$

a) $x^2-10x+25$ b) $x^2+10x+25$
c) $x^2+5x+25$ d) $x^2-5x+25$

الحل :

$(x+5)^2 = x^2+10x+25$

الجواب فرع : (b)

[2] $(x+8)(x-8)$

a) x^2-64 b) x^2+64
c) x^2+16 d) x^2-16

الحل :

$(x+8)(x-8) = x^2-8^2 = x^2-64$

الجواب فرع : (a)

[3] $(3-2Z)(3+2Z)$

a) $6-4Z^2$ b) $9-4Z^2$
c) $6+4Z^2$ d) $9+4Z^2$

الحل :

$(3-2Z)(3+2Z) = 3^2-(2Z)^2 = 9-4Z^2$

الجواب فرع : (b)

[4] $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})$

a) $y^2-\sqrt{12}$ b) y^2-6
c) $y^2+\sqrt{12}$ d) y^2+6

الحل :

$(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6}) = y^2-(\sqrt{6})^2 = y^2-6$

الجواب فرع : (b)

[5] $(2x-3)(x+9)$

a) $2x^2+15x-27$ b) $2x^2-5x-27$
c) $2x^2-15x+27$ d) $2x^2+15x+27$

الحل :

$(2x-3)(x+9) = 2x^2+18x-3x-27$
$= 2x^2+15x-27$

الجواب فرع : (a)

[6] $(y-2)(y^2+2y+4)$

a) y^3+8 b) y^3-8
c) y^3-4 d) y^3-16

الحل :

$(y-2)(y^2+2y+4) = y^3-2^3 = y^3-8$

الجواب فرع : (b)

[7] $\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2\right)$

a) $\frac{1}{27}-x^3$ b) $\frac{1}{27}+x^3$ c) $\frac{1}{9}+x^3$ d) $\frac{1}{9}-x^3$

الحل :

$\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3-x^3 = \frac{1}{27}-x^3$

الجواب فرع : (a)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[8] $(Z-2)^3$

a) $Z^3+6Z^2+12Z+8$ b) $Z^3-6Z^2+12Z-8$
c) $Z^3+6Z^2-12Z-8$ d) $Z^3-6Z^2-12Z+8$

الحل :

$(Z-2)^3 = (Z-2)(Z-2)^2$
$= (Z-2)(Z^2-4Z+4)$
$= Z(Z^2-4Z+4)-2(Z^2-4Z+4)$
$= Z^3-4Z^2+4Z-2Z^2+8Z-8$
$= Z^3-6Z^2+12Z-8$

الجواب فرع : (b)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[10] $\left(y+\frac{1}{5}\right)^3$

الحل:

$$\left(y+\frac{1}{5}\right)^3 = \left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y+\frac{1}{5}\right)^3$$
$$= \left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right)$$
$$= y\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right) + \frac{1}{5}\left(y^2+\frac{2}{5}y+\frac{1}{25}\right)$$
$$= y^3+\frac{2}{5}y^2+\frac{1}{25}y+\frac{1}{5}y^2+\frac{2}{25}y+\frac{1}{125}$$
$$= y^3+\frac{3}{5}y^2+\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$$

الجواب فرع: (c)

a) $y^3-\frac{3}{3}y^2+\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$

b) $y^3+\frac{3}{3}y^2-\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$

c) $y^3+\frac{3}{3}y^2+\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$

d) $y^3-\frac{3}{3}y^2-\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [2-2] تحليل المقدار الجبري

[2 – 2 – 1] تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

لإيجاد العامل المشترك نتبع ما يأتي :

1) نستخرج العامل المشترك للاعداد حيث يمثل أصغر عدد في المقدار الجبري ويمكن قسمة المقدار الجبري عليه .

2) نستخرج العامل المشترك للمتغيرات بأصغر أس .

3) نفتح قوس ونقوم بقسمة كل حد في المقدار الجبري على العامل المشترك وناتج القسمة يكتب داخل القوس .

ملاحظـــــة : التحقق من صحة الحل : نقوم بتوزيع العامل المشترك على داخل القوس فاذا حصلنا على المقدار الجبري فأن التحليل صحيح واذا لم نحصل على المقدار الجبري فأن الحل خطأ ويجب إعادة التحليل .

سؤال1 : حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

1 $6x^3 + 9x^2 - 18x = 3x(2x^2 + 3x - 6)$

التحقق : $3x(2x^2 + 3x - 6) = 3x(2x^2) + 3x(3x) - 3x(6) = 6x^3 + 9x^2 - 18x$

2 $\sqrt{12}\,y^2Z + \sqrt{2}(\sqrt{6}\,yZ^2 - \sqrt{24}\,yZ) = 2\sqrt{3}\,y^2Z + \sqrt{12}\,yZ^2 - \sqrt{48}\,yZ$

$= 2\sqrt{3}\,y^2Z + 2\sqrt{3}\,yZ^2 - 4\sqrt{3}\,yZ = 2\sqrt{3}\,yZ(y + Z - 2)$

التحقق : $2\sqrt{3}\,yZ(y + Z - 2) = 2\sqrt{3}\,y^2Z + 2\sqrt{3}\,yZ^2 - 4\sqrt{3}\,yZ$

سؤال2 : حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

1 $5x(x + 3) - 7(x + 3) = (x + 3)(5x - 7)$

2 $\frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{3}y^2(y - 1) = (y - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2\right)$

3 $\sqrt{3}\,v^2(Z + 2) - \sqrt{5}\,v(Z + 2) = v(Z + 2)(\sqrt{3}\,v - \sqrt{5})$

[2 – 2 – 2] تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع

تستعمل خاصية التجميع في التحليل اذا كان المقدار الجبري يتكون من أربعة حدود .

* نضع كل حدين بين قوسين ثم نستخرج العامل المشترك من كل قوس .
* نستخدم خاصية ثنائية الحد كعامل مشترك

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال3 : حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

1 $4x^3-8x^2+5x-10=(4x^3-8x^2)+(5x-10)=4x^2(x-2)+5(x-2)$
$=(x-2)(4x^2+5)$

التحقق : $(x-2)(4x^2+5)=4x^3+5x-8x^2-10=4x^3-8x^2+5x-10$

2 $\sqrt{2}\,h^2t+\sqrt{3}\,t^2v-\sqrt{8}\,h^2v-\sqrt{12}\,v^2t=(\sqrt{2}\,h^2t-\sqrt{8}\,h^2v)+(\sqrt{3}\,t^2v-\sqrt{12}\,v^2t)$
$=(\sqrt{2}\,h^2t-2\sqrt{2}\,h^2v)+(\sqrt{3}\,t^2v-2\sqrt{3}\,v^2t)$
$=\sqrt{2}\,h^2(t-2v)+\sqrt{3}\,tv(t-2v)$
$=(t-2v)(\sqrt{2}\,h^2+\sqrt{3}\,tv)$

التحقق : $(t-2v)(\sqrt{2}\,h^2+\sqrt{3}\,tv)=t(\sqrt{2}\,h^2+\sqrt{3}\,tv)-2v(\sqrt{2}\,h^2+\sqrt{3}\,tv)$
$=\sqrt{2}\,h^2t+\sqrt{3}\,t^2v-2\sqrt{2}h^2v+2\sqrt{3}\,v^2t$
$=\sqrt{2}\,h^2t+\sqrt{3}\,t^2v-\sqrt{8}h^2v+\sqrt{12}\,v^2t$

سؤال4 : حلل المقدار باستعمال التجميع مع المعكوس :

$14x^3-7x^2+3-6x=(14x^3-7x^2)+(3-6x)=7x^2(2x-1)+3(1-2x)$
$=7x^2(2x-1)+3(-1)(2x-1)=7x^2(2x-1)-3(2x-1)$
$=(2x-1)(7x^2-3)$

تأكد من فهمك

سؤال5 : حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GC) وتحقق من صحة الحل :

1 $9x^2-21x=3x(3x-7)$
التحقق : $3x(3x-7)=9x^2-21x$

2 $10-15y+5y^2=5(2-3y+y^2)$
التحقق : $5(2-3y+y^2)=10-15y+5y^2$

3 $14Z^4-21Z^2-7Z^3=7Z^2(2Z^2-3-Z)$
التحقق : $7Z^2(2Z^2-3-Z)=14Z^4-21Z^2-7Z^3$

4 $\sqrt{8}\,t^2r+\sqrt{2}(tr^2-\sqrt{3}\,tr)$
$=2\sqrt{2}\,t^2r+\sqrt{2}\,tr^2-\sqrt{2}\sqrt{3}\,tr$
$=\sqrt{2}\,tr(2t+r-\sqrt{3})$
التحقق : $\sqrt{2}\,tr(2t+r-\sqrt{3})$
$=2\sqrt{2}\,t^2r+\sqrt{2}\,tr^2-\sqrt{2}\,tr(\sqrt{3})$
$=\sqrt{2}\,t^2r+\sqrt{2}(tr^2-\sqrt{3}\,tr)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال6 : حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

1 $3y(y-4)-5(y-4)=(y-4)(3y-5)$

2 $\frac{1}{4}(t+5)+\frac{1}{3}t^2(t+5)=(t+5)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}t^2\right)$

3 $\sqrt{2}\,n(x+1)-\sqrt{3}\,m(x+1)=(x+1)(\sqrt{2}\,n-\sqrt{3}\,m)$

4 $2x(x^2-3)+7(x^2-3)=(x^2-3)(2x-7)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 7 : حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

1 $3y^3-6y^2+7y-14=(3y^3-6y^2)+(7y-14)=3y^2(y-2)+7(y-2)$
$=(y-2)(3y^2+7)$

التحقق : $(y-2)(3y^2+7)=3y^3+7y-6y^2-14=3y^3-6y^2+7y-14$

2 $21-3x+35x^2-5x^3=(21-3x)+(35x^2-5x^3)=3(7-x)+5x^2(7-x)$
$=(7-x)(3+5x^2)$

التحقق : $(7-x)(3+5x^2)=21+35x^2-3x-5x^3=21-3x+35x^2-5x^3$

3 $2r^2k+3k^2v-4r^2v-6v^2k=(2r^2k-4r^2v)+(3k^2v-6v^2k)$
$=2r^2(k-2v)+3kv(k-2v)=(k-2v)(2r^2+3kv)$

التحقق : $(k-2v)(2r^2+3kv)=2r^2k+3k^2v-4r^2v-6v^2k$

4 $3Z^3-\sqrt{18}\,Z^2+Z-\sqrt{2}=(3Z^3+Z)+\left(-\sqrt{18}\,Z^2-\sqrt{2}\right)$
$=(3Z^3+Z)+\left(-3\sqrt{2}\,Z^2-\sqrt{2}\right)$
$=Z(3Z^2+1)-\sqrt{2}(3Z^2+1)=(3Z^2+1)\left(Z-\sqrt{2}\right)$

التحقق : $(3Z^2+1)\left(Z-\sqrt{2}\right)=3Z^3-3\sqrt{2}Z^2+Z-\sqrt{2}$

سؤال 8 : حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

1 $21y^3-7y^2+3-9y=(21y^3-7y^2)+(3-9y)=7y^2(3y-1)+3(1-3y)$
$=7y^2(3y-1)+3(-1)(3y-1)=7y^2(3y-1)-3(3y-1)$
$=(3y-1)(7y^2-3)$

2 $\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{4}x^3+5-10x=\left(\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{4}x^3\right)+(5-10x)=\frac{1}{4}x^3(2x-1)+5(1-2x)$
$=\frac{1}{4}x^3(2x-1)-5(2x-1)$
$=(2x-1)\left(\frac{1}{4}x^3-5\right)$

3 $6Z^3-9Z^2+12-8Z=(6Z^3-9Z^2)+(12-8Z)=3Z^2(2Z-3)+4(3-2Z)$
$=3Z^2(2Z-3)+4(-1)(2Z-3)$
$=3Z^2(2Z-3)-4(2Z-3)=(2Z-3)(3Z^2-4)$

4 $5t^3-15t^2-2t+6=(5t^3-15t^2)+(-2t+6)=5t^2(t-3)+2(-t+3)$
$=5t^2(t-3)+2(-1)(t-3)=5t^2(t-3)-2(t-3)=(t-3)(5t^2-2)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GC) وتحقق من صحة الحل :

1 $12y^3 - 21y^2 = 3y^2(4y - 7)$

التحقق : $3y^2(4y - 7) = 12y^3 - 21y^2$

2 $6v^2(3v - 6) + 18v = 18v^3 - 36v^2 + 18v$

$= 18v(v^2 - 2v + 1)$

التحقق : $18v(v^2 - 2v + 1) = 18v^3 - 36v^2 + 18v$

$= 6v^2(3v - 6) + 18v$

سؤال 2 : حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

1 $\frac{1}{7}(y + 1) + \frac{1}{3}y^2(y + 1) = (y + 1)\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2\right)$

سؤال 3 : حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل :

1 $5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 = (5x^3 - 10x^2) + (10x - 20)$

$= 5x^2(x - 2) + 10(x - 2) = (x - 2)(5x^2 + 10)$

التحقق : $(x - 2)(5x^2 + 10) = 5x^3 + 10x - 10x^2 - 20 = 5x^3 - 10x^2 + 10x - 20$

2 $3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k = (3t^3k + 9k^2s) + (-6t^3s - 18s^2k)$

$= 3k(t^3 + 3ks) - 6s(t^3 - 3ks) = (t^3 + 3ks)(3k - 6s)$

التحقق : $(t^3 + 3ks)(3k - 6s) = 3t^3k - 6t^3s + 9k^2s - 18s^2k = 3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k$

سؤال 4 : حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

1 $12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x = (12x^3 - 4x^2) + (3 - 9x) = 4x^2(3x - 1) + 3(1 - 3x)$

$= 4x^2(3x - 1) + 3(-1)(3x - 1) = 4x^2(3x - 1) - 3(3x - 1)$

$= (3x - 1)(4x^2 - 3)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : **الطاقة الشمسية :** الألواح الشمسية هي المكون الرئيس في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهربة وتصنع الخلايا من مواد شبه موصلة مثل السليكون تمتص الضوء من الشمس . ما أبعاد اللوح الشمسي اذا كانت مساحة $3x(x-4)-22(x-4)$ أمتار مربعة ؟

الحل :

$$A = 3x(x-4)-22(x-4) = (x-4)(3x-22)$$

ابعاد اللوح الشمسي هي : $(x-4)\ ,\ (3x-22)$

سؤال2 : **طائر الفلامنكو :** طائر الفلامنكو , من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردي وتقطع مسافات بعيدة في أثناء موسم الهجرة السنوي مرورا بمنطقة الأهوار جنوبي العراق لتحصل على غذاء من المسطحات المائية . اذا كانت مساحة المسطحالمائي الذي غطته طيور الفلامنكو في أحد الأهوار $4y^2+14y+7(2y+7)$ أمتار مربعة . فما شكل المسطح وما أبعاده ؟

الحل :

$$A = 4y^2+14y+7(2y+7) = 2y(2y+7)+7(2y+7) = (2y+7)(2y+7) = (2y+7)^2$$

شكل المسطح هو مربع . أبعاد المسطح هو : $(2y+7)\ ,\ (2y+7)$

سؤال3 : **ساعة بغداد :** ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد وأنشئت في سنة 1994 م . ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة اذا علمت أن مساحتها $Z^2\pi-3Z\pi-\pi(3Z-9)$

الحل :

$$A = Z^2\pi-3Z\pi-\pi(3Z-9) = Z\pi(Z-3)-3\pi(Z-3) = (Z-3)(Z\pi-3\pi)$$

$$A = (Z-3)\pi(Z-3) \quad \Rightarrow \quad A = \pi(Z-3)^2 \quad , \quad A = r^2\pi$$

$$r^2\pi = \pi(Z-3)^2 \quad \} \ \div \pi$$

$$\frac{r^2\pi}{\pi} = \frac{\pi(Z-3)^2}{\pi} \quad \Rightarrow r^2 = (Z-3)^2 \quad \Rightarrow \quad r = (Z-3)$$ نصف القطر

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــــــــكر

سؤال 1 : **تحد :** حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

i) $5x^5y + 7y^3Z - 10x^5Z - 14Z^2y^2 = (5x^5y - 10x^5Z) + (7y^3Z - 14Z^2y^2)$
$= 5x^5(y - 2Z) + 7y^2Z(y - 2z) = (y - 2Z)(5x^5 + 7y^2Z)$

سؤال 2 : **أصحح الخطأ :** كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي :

$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}\,t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}\,t^2 - t)$

اكتشف خطأ ابتسام وصححه .

الحل :

$\sqrt{2}t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}\,t = (\sqrt{2}t^4 - 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\,t^3) + (t^2 - 2\sqrt{3}\,t)$
$= \sqrt{2}\,t^3(t - 2\sqrt{3}) + t(t - 2\sqrt{3}) = (\sqrt{2}\,t^3 + t)(t - 2\sqrt{3})$

سؤال 3 : **حس عددي :** ما العدد المجهول في المقدار : $x^2 + 3x + 5x + 15 = (x + 3)(x + \quad)$

الحل :

$x^2 + 3x + 5x + 15 = (x^2 + 3x) + (5x + 15) = x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 3)(x + 5)$

العدد المجهول هو : 5

ريـــهاب جـــاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : **اكتب :** ناتج طرح المقدار : $(x + y)(x - y)$ من المقدار : $(x + y)(x + y)$ بأبسط صورة

الحل :

$(x + y)(x + y) - (x + y)(x - y) = x^2 + xy + yx + y^2 - (x^2 - y^2)$
$= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + y^2$
$= 2xy + 2y^2 = 2y(x + y)$

الطريقة الثانية :

$(x + y)(x + y) - (x + y)(x - y) = (x + y)[x + y - (x - y)]$
$= (x + y)(x + y - x + y) = (x + y)2y$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اختيار من متعدد

سؤال1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GC) :

[1] $12x^3 + 9x^2 - 3x$

a) $3x(4x^2 + 3x + 1)$ b) $3x(4x^2 + 3x - 1)$

c) $9x(4x^2 + 3x + 1)$ d) $9x(4x^2 + 3x - 1)$

الحل :

$12x^3 + 9x^2 - 3x = 3x(4x^2 + 3x - 1)$

الجواب فرع : (b)

[2] $6y^2(3y - 4) + 36y$

a) $6y(3y^2 + 4y + 6)$ b) $6y(3y^2 + 4y - 6)$

c) $6y(3y^2 - 4y - 6)$ d) $6y(3y^2 - 4y + 6)$

الحل :

$6y^2(3y - 4) + 36y = 18y^3 - 24y^2 + 36y$

$= 6y(3y^2 - 4y + 6)$

الجواب فرع : (d)

سؤال2 : حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

[3] $3Z(Z - 3) - 7(Z - 3)$

a) $(Z + 3)(3Z - 7)$ b) $(Z - 3)(3Z + 7)$

c) $(Z - 3)(3Z - 7)$ d) $(Z + 3)(3Z + 7)$

الحل :

$3Z(Z - 3) - 7(Z - 3) = (Z - 3)(3Z - 7)$

الجواب فرع : (c)

[5] $\sqrt{2}\,v(x - 1) - \sqrt{3}\,t(x - 1)$

a) $(x + 1)(\sqrt{2}\,v - \sqrt{3}\,t)$

b) $(x - 1)(\sqrt{2}\,v - \sqrt{3}\,t)$

c) $(x - 1)(\sqrt{2}\,v + \sqrt{3}\,t)$

d) $(x + 1)(\sqrt{2}\,v + \sqrt{3}\,t)$

الحل :

$\sqrt{2}\,v(x - 1) - \sqrt{3}\,t(x - 1) = (x - 1)(\sqrt{2}\,v - \sqrt{3}\,t)$

الجواب فرع : (b)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3: حلل المقدار باستعمال خاصية التوزيع وتحقق من صحة الحل :

[6] $3y^3 - 9y^2 + 5y - 15$

a) $(y+3)(3y^2+5)$ b) $(y-3)(3y^2-5)$

c) $(y-3)(3y^2+5)$ d) $(y+3)(3y^2-5)$

الحل :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$$3y^3 - 9y^2 + 5y - 15 = (3y^3 - 9y^2) + (5y - 15)$$
$$= 3y^2(y-3) + 5(y-3)$$
$$= (y-3)(3y^2+5)$$

التحقق من صحة الحل :

$$(y-3)(3y^2+5) = y(3y^2+5) - 3(3y^2+5)$$
$$= 3y^3 + 5y - 9y^2 - 15$$
$$= 3y^3 - 9y^2 + 5y - 15$$

الجواب فرع : (c)

سؤال 4 : حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس :

[7] $20y^3 - 4y^2 + 3 - 15y$

a) $(5y+1)(4y^2-3)$ b) $(5y-1)(4y^2+3)$

c) $(5y-1)(4y^2-3)$ d) $(5y+1)(4y^2+3)$

الحل :

$$20y^3 - 4y^2 + 3 - 15y = (20y^3 - 4y^2) + (3 - 15y)$$
$$= 4y^2(5y-1) + 3(1-5y)$$
$$= 4y^2(5y-1) + 3(-1)(5y-1)$$
$$= 4y^2(5y-1) - 3(5y-1)$$
$$= (5y-1)(4y^2-3)$$

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[8] $\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4 - 2x$

a) $(x-2)\left(\frac{1}{6}x^3 - 2\right)$ b) $(x+2)\left(\frac{1}{6}x^3 - 2\right)$

c) $(x+2)\left(\frac{1}{6}x^3 - 2\right)$ d) $(x-2)\left(\frac{1}{6}x^3 + 2\right)$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$$\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4 - 2x$$
$$= \left(\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3\right) + (4 - 2x)$$
$$= \frac{1}{6}x^3(x-2) + 2(2-x)$$
$$= \frac{1}{6}x^3(x-2) + 2(-1)(x-2)$$
$$= \frac{1}{6}x^3(x-2) - 2(x-2)$$
$$= (x-2)\left(\frac{1}{6}x^3 - 2\right)$$

الجواب فرع : (a)

الدرس [3-2] تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

[2 – 3 – 1]	تحليل المقدار الجبري بالفرق بين مربعين

تتكون طريقة الفرق بين مربعين من قوسين أحدهما موجب والأخر سالب . أي أن :

القوس الأول = الجذر التربيعي للحد الأول + الجذر التربيعي للحد الثاني

القوس الثاني = الجذر التربيعي للحد الأول – الجذر التربيعي للحد الثاني

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

أي أن تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين :

$$(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$$

ملاحظـــــة : اذا كان المقدار بالصورة $x^2 + y^2$ فأنه لا يتحلل .

ملاحظة : نتخلص من الأقواس أن وجدت ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة .

سؤال1 : جد أبعاد ساحة كرة القدم التي مساحتها $x^2 - 400$ متر مربع .

الحل :

$$x^2 - 400 = x^2 - (20)^2 = (x + 20)(x - 20)$$

طول ساحة كرة القدم : $(x + 20)$ متراً وعرضها : $(x - 20)$ متراً .

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال2 : حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

1 $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

2 $36y^2 - Z^2 = (6y + Z)(6y - Z)$

3 $49 - v^2 = (7 + v)(7 - v)$

4 $h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5}\,h + \sqrt{7}\,v)(\sqrt{5}\,h - \sqrt{7}\,v)$

5 $8x^3y - 2xy^3 = 2xy(4x^2 - y^2) = 2xy(2x + y)(2x - y)$

6 $2x^2 - Z^2 = (\sqrt{2}\,x + Z)(\sqrt{2}\,x - Z)$

7 $12 - t^2 = (\sqrt{12} + t)(\sqrt{12} - t) = (2\sqrt{3} + t)(2\sqrt{3} - t)$

8 $\frac{1}{16}Z^4 - \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{4}Z^2 - \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{2}Z + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}Z - \frac{1}{3}\right)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2 – 3 – 2] تحليل المقدار الجبري بالمربع الكامل

هي تحليل مؤلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل .

$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$, $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

يكون المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ مربعا كاملا اذا تحققت الشروط التالية :

1) يجب أن يكون أشارة الحد الأول والحد الأخير موجبة ومربع كامل (له جذر تربيعي) .

2) نطبق قانون الحد الوسط (الثاني) : $bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

3) اذا كان المقدار مربعا كاملا فأن تحليله يكون : $ax^2 \pm bx + c = \left(\sqrt{ax^2} \pm \sqrt{c}\right)^2$

$\pm$ حسب إشارة الحد الوسط (الثاني) .

حيث ax^2 الحد الأول , bx : الحد الوسط (الثاني) , c : الحد الأخير (الثالث)

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير التالية التي على صورة مربع كامل :

[1] $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$
[2] $y^2 - 4y + 4 = (y - 2)^2$
[3] $16Z^2 - 8Z + 1 = (4Z - 2)^2$

سؤال 2 : حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

[1] $x^2 + 10x + 25$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

(x) (5)

-2 أو +2

الحد الوسط $(+2)(y)(5) = +10x$

المقدار مربع كامل

(جذر الحد الأخير $\pm$ جذر الحد الأول)^2

$(x + 5)^2$

[2] $y^2 + 14y + 36$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

(y) (6)

-2 أو +2

الحد الوسط $(+2)(y)(6) = +12y$

المقدار مربع كامل

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[4] $9h^2 - 6h + 3$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

-2 أو +2

$(\sqrt{3}\ )$ $(3h)$

ليس الحد الوسط

$(-2)(3h)\left(\sqrt{3}\right) = -6\sqrt{3}\,h$

المقدار مربع ليس كامل

[3] $4 - 37v + 9v^2$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

-2 أو +2

$(3v\ )$ (2)

ليس الحد الوسط

$(-2)(2)(3v) = -12v$

المقدار مربع ليس كامل

قانون أيجاد الحد المفقود :

لإيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا نطبق قانون الحد الوسط :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

خطوات الحل :

أولاً : أذا كان الحد الثاني (الوسط) هو المفقود :

1- نكتب قانون bx

2- نعوض المعطيات في القانون

3- نكمل الحل لايجاد الحد الوسط

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ثانياً : أذا كان الحد الأول او الحد الأخير (الثالث) هو المفقود :

1- نكتب قانون bx

2- نعوض المعطيات القانون

3- نقسم طرفي المعادلة على (2) للتبسيط (خطوة اختيارية)

4- نربع الطرفين

5- نقسم الطرفين على معامل المجهول

سؤال 1 : اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

[1] $25x^2 - \cdots\cdots + 49$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = 2\sqrt{(25x^2)(49)} = 2(5x)(7) = 70x$$

$$25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] $\cdots\cdots + 8x + 16$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$8x = 2\sqrt{(ax^2)(16)}$$ بتربيع الطرفين

$$64x^2 = 4(ax^2)(16) \implies 64x^2 = 64(ax^2)$$

$$ax^2 = \frac{64x^2}{64} = x^2 \implies x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $y^2 + 14y + \cdots\cdots$

الحل :

$$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$14y = 2\sqrt{(y^2)(c)}$$ بتربيع الطرفين

$$196y^2 = 4y^2(c) \implies c = \frac{196y^2}{4y^2} = 49$$

$$y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تأكد من فهمك

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين :

1 $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

2 $36 - 4x^2 = (6 + 2x)(6 - 2x)$

3 $h^2 - v^2 = (h + v)(h - v)$

4 $9m^2 - 4n^2 = (3m + 2n)(3m - 2n)$

5 $27x^3Z - 3xZ^3 = 3xZ(9x^2 - Z^2) = 3xZ(3x + Z)(3x - Z)$

6 $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\right)$

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير التالية كمربع كامل :

1 $y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$

2 $9Z^2 - 6Z + 1 = (3Z - 1)^2$

3 $v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3 = \left(v + \sqrt{3}\right)^2$

4 $4h^2 - 20h + 25 = (2h - 5)^2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

11 $x^2 + 18x + 81$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

(x) (9)

الحد الوسط

-2 أو +2

$(+2)(x)(9) = +18x$

المقدار مربع كامل

(جذر الحد الأخير ± جذر الحد الأول)^2

$(x + 9)^2$

12 $16 - 14v + v^2$

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

(4) (v)

ليس الحد الوسط

-2 أو +2

$(-2)(4)(v) = -8x$

المقدار ليس مربع كامل

13 $64h^2 - 48h - 9$

الحل :

المقدار ليس مربع كامل لأن إشارة الحد الأخير سالبة

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

14 $3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

($\sqrt{3}$) (2t)

الحد الوسط

-2 أو +2

$(-2)\left(\sqrt{3}\right)(2t) = -4\sqrt{3}\,t$

المقدار مربع كامل

(جذر الحد الأخير ± جذر الحد الأول)^2

$\left(\sqrt{3} - 2t\right)^2$

سؤال 4 : اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

1 $\cdots\cdots + 14y + 49$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$14y = 2\sqrt{(ay^2)(49)}$ بتربيع الطرفين

$196y^2 = 4(ay^2)(49) \implies 196y^2 = 196(ay^2)$

$ay^2 = \frac{196y^2}{196} = y^2 \implies y^2 + 14y + 49$

$= (y + 7)^2$

2 $Z^2 + 4Z + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$4Z = 2\sqrt{(Z^2)(C)}$ بتربيع الطرفين

$16Z^2 = 4Z^2(C) \implies C = \frac{16Z^2}{4Z^2} = 4$

$Z^2 + 4Z + 4 = (Z + 2)^2$

3 $3 - \cdots\cdots + 9x^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(9x^2)(3)} = 2(3x)(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}\,x$

$3 - 6\sqrt{3}\,x + 9x^2 = (\sqrt{3} - 3x)^2$

4 $4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$2\sqrt{5}\,x = 2\sqrt{(4x^2)(C)}$ بتربيع الطرفين

$20x^2 = 4(4x^2)(C) \implies 20x^2 = 16x^2(C)$

$C = \frac{20x^2}{16x^2} = \frac{5}{4} \implies 4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \frac{5}{4}$

$= \left(2x + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

19 $25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$

20 $y^2 - 121 = (y + 11)(y - 11)$

21 $12 - 3t^2 = 3(4 - t^2) = 3(2 + t)(2 - t)$

22 $8y^3x - 2x^3y = 2xy(4y^2 - x^2)$

$= 2xy(2y + x)(2y - x)$

23 $\frac{1}{3}Z^5 - \frac{1}{12}Z = \frac{1}{12}Z(4Z^4 - 1)$

$= \frac{1}{12}Z(2Z^2 + 1)(\sqrt{2}Z + 1)(\sqrt{2}Z - 1)$

24 $4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$

25 $16n^2 + 8\sqrt{3}\,n + 3 = (4n + \sqrt{3})^2$

26 $4t^3 - 12t^2 + 9t = t(4t^2 - 12t + 9)$

$= t(2t - 3)^2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال2 : حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله :

2 $y^2 + 10y + 25$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

-2 أو +2

y^2 (y) ، 25 (5)

الحد الوسط $(+2)(y)(5) = +10y$

المقدار مربع كامل

$(\text{جذر الحد الأخير} \pm \text{جذر الحد الأول})^2$

$(y+5)^2$

1 $4x^2 + 18x + 16$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

-2 أو +2

$4x^2$ (2x) ، 16 (4)

$(+2)(2x)(4) = +16x$

ليس الحد الوسط

المقدار ليس مربع كامل

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

4 $2h^2 - 12h - 18$

الحل :

المقدار ليس مربع كامل لأن أشارة الحد الأخير سالبة

وهذا لايجوز حيث لا يوجد جذر لعدد السالب

5 $4v^2 + 4v + 4$

الحل :

نستخدم احدى الاداتين

و حسب إشارة الحد الوسط .

-2 أو +2

$4v^2$ (7) ، 4 (v)

$(-2)(2v)(2) = -8v$

ليس الحد الوسط

المقدار ليس مربع كامل

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال3 : اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

1 $y^2 + \cdots\cdots + 36$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$by = 2\sqrt{(y^2)(36)} = 2(y)(6) = 12y$

$y^2 + 12y + 36 = (y+6)^2$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

2 $25 - 20x + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$20x = 2\sqrt{(ax^2)(25)}$ بتربيع الطرفين

$400x^2 = 4(ax^2)(25) \implies 400x^2 = 100(ax^2)$

$ax^2 = \frac{400x^2}{100} = 4x^2 \implies 25 - 20x + 4x^2$

$= (5 - 2x)^2$

4 $5 - \cdots\cdots + 16x^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(16x^2)(5)} = 2(4x)(\sqrt{5}) = 8\sqrt{5}\,x$

$5 - 8\sqrt{5}\,x + 16x^2 = (\sqrt{5} - 4x)^2$

5 $81 + 18Z + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$18Z = 2\sqrt{(aZ^2)(81)}$ بتربيع الطرفين

$324Z^2 = 4(aZ^2)(81) \implies 324Z^2 = 324(aZ^2)$

$aZ^2 = \dfrac{324Z^2}{324} = Z^2 \implies 81 + 18Z + Z^2$

$= (9 + Z)^2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : **مئذنة الملوية** : وتقع منارة المئذنة الملوية في مدينة سامراء العراقية وتعد احدى معالم العراق المميزة بسبب شكلها الفريد فهي إحدى اثار العراق القديمة المشهورة التي تعود لعصر حكم الدولة العباسية وترتكز على قاعدة مربعة مساحتها : $x^2 + 8x + 16$ مترا مربعا . ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟

الحل :

$A = x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ طول ضلع القاعدة

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : **مزرعة أبقار** : لدى سعد مزرعة أبقار مربعة الشكل طول ضلعها x متر وسعها لتصبح مستطيلة الشكل الضلع الآخر فأصبحت مساحة المزرعة $x^2 - 81$ مترا مربعا . ما طول المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x ؟

الحل :

$A = x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$ طول المزرعة $(x +)$ ، عرضها $(x - 9)$

سؤال 3 : **لوحة فنية** : رسم بشار لوحة فنية تمثل منطقة الأهوار في جنوب العراق فكان المقدار $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة يمثل مساحة اللوحة الفنية . أيمثل مقدار مساحة اللوحة الفنية مربعا كاملا أم لا ؟

الحل :

$4x^2 - 8x + 9$

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

($2x$) (3)

-2 أو +2

$(-2)(2x)(3) = -12x$

الحل : ليس الحد الوسط

المقدار ليس مربع كامل

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فكـــر

سؤال 1 : **تحد :** هل المقدار الاتي يمثل مربعا كاملا ام لا ؟ علل اجابتك :

i) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$

نستخدم احدى الاداتين و حسب إشارة الحد الوسط .

(جذر الحد الأول $\pm$ جذر الحد الأخير)^2

$\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)^2$

($\frac{1}{3}x$) ($\frac{1}{4}$)

-2 أو +2

الحد الوسط $(-2)\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{6}x$

الحل :

المقدار مربع كامل

سؤال 2 : **أصحح الخطأ :** قالت منتهى أن المقدار : $(2x-1)(2x+1)$ هو تحليل للمربع الكامل : $4x^2 - 4x + 1$ حدد خطأ منتهي وصححه .

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

المقدار : $(2x-1)(2x+1)$ هو ليس تحليل للمربع الكامل

$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$

سؤال 3 : **حس عددي :** أيمثل المقدار : $9x^2 + 12x - 4$ مربعا كاملا أم لا ؟ وضح اجابتك .

الحل : المقدار لا يمثل مربعا كاملا لأن إشارة الحد الأخير (الثالث) سالبة .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 4 :

أكتب // تحليل للمقدار : $4x^2 - 8x + 4$

الحل :

$$4x^2 - 8x + 4 = (2x)^2 - 2(x \times 4) + (2)^2 = (2x - 2)^2$$

اختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية :

[1] $9 - 4x^2$

a) $(3 + 2x)(3 + 2x)$ b) $(3 + 2x)(3 - 2x)$
c) $(9 - x)(9 + 4x)$ d) $(3 + x)(3 - 4x)$

الحل :

$$9 - 4x^2 = (3 + 2x)(3 - 2x)$$

الجواب فرع : (b)

[2] $12y^3Z - 3yz^3$

a) $3y(2y - Z)(y + 2Z)$ b) $3Z(2y - Z)(2y + Z)$
c) $3yZ(2y - Z)(2y + Z)$ d) $3yZ(y - 2Z)(y + 2Z)$

الحل :

$$12y^3Z - 3yz^3 = 3yZ(4y^2 - Z^2)$$
$$= 3yZ(2y - Z)(2y + Z)$$

الجواب فرع : (c)

[3] $\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{24}x$

a) $\frac{x}{6}\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ b) $\frac{x}{6}\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$
c) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$ d) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\right)$

الحل :

$$\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{24}x = \frac{1}{6}x\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)$$
$$= \frac{1}{6}x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

الجواب فرع : (a)

[4] $4x^2 + 24x + 36$

a) $(x + 6)^2$ b) $(x - 6)^2$
c) $4(x - 3)^2$ d) $4(x + 3)^2$

الحل :

$$4x^2 + 24x + 36 = 4(x^2 + 6x + 9) = 4(x + 3)^2$$

الجواب فرع : (d)

[5] $16 - 8y + y^2$

a) $(4 + 2y)^2$ b) $(4 - 2y)^2$
c) $(4 - y)^2$ d) $(4 + y)^2$

الحل :

$$16 - 8y + y^2 = (4 - y)^2$$

الجواب فرع : (c)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 : حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعا كاملا :

[7] $64 - 48y + 9y^2$

a) $2(4)(3y)$ ليس مربع كامل لأن $\neq -48y$

b) $2(8)(4y) = 48y$ مربع كامل لأن

c) $-2(8)(3y) = -48y$ مربع كامل لأن

d) $-4(4)(3y) \neq -48y$ ليس مربع كامل لأن

الحل :

$bx = -2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$by = -2\sqrt{(9y^2)(64)} = -2(3y)(8)$

$= -48y$ مربع كامل لأن

الجواب فرع : (c)

[6] $4x^2 - 20x + 25$

a) $2(x)(5) = 10x$ مربع كامل لأن

b) $-2(2x)(5) = -20x$ مربع كامل لأن

c) $-4(x)(5) \neq 10x$ مربع كامل لأن

d) $-2(2x)(5) \neq 20x$ ليس مربع كامل لأن

الحل :

$bx = -2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = -2\sqrt{(4x^2)(25)} = -2(2x)(5)$

$= -20x$ مربع كامل

الجواب فرع : (b)

سؤال 3 : اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا :

[9] $16y^2 + 40y + \cdots\cdots$

a) 9 b) 25 c) -9 d) -25

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$40y = 2\sqrt{(16y^2)(c)}$ بتربيع الطرفين

$1600y^2 = 4(16y^2)(c)$

$1600y^2 = 64y^2(c)$

$c = \frac{1600y^2}{64y^2} = 25$

الجواب فرع : (b)

[8] $Z^2 + \cdots\cdots + 49$

a) $14Z$ b) $-14Z$ c) $7Z$ d) $-7Z$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bZ = 2\sqrt{(Z^2)(49)} = 2(Z)(7) = 14Z$

الجواب فرع : (a)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [4 – 2] : تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

[2 – 4 – 1]	تحليل المقدار الجبري : $x^2 + bx + c$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

طريقة حل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة :

1) تتكون من قوسين صغيرين نضع إشارة الحد الثاني في القوس الأول ونضرب إشارة الحد الثاني في إشارة الحد الثالث ونضعها في القوس الثاني .

2) نحلل الحد الأول الى حاصل ضرب حدين متشابهين ووضع كل حد في بداية كل قوس .

3) نحلل الحد الأخير (الثالث) الى حاصل ضرب عددين حيث اذا كانت الإشارات متشابهة نجمع أما اذا كانت الاشارات مختلفة نطرح .

4) للتأكد من صحة الحل يجب ان يكون حاصل ضرب الوسطين ± حاصل ضرب الطرفين = الحد الوسط

سؤال1 : ما أبعاد اللوحة الفنية للثور المجنح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ سنتمترا مربعا ؟

الحل :

$x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$ الحد لوسط : $+7x + 3x = +10x$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال2 : حلل المقادير الآتية الى أبسط صورة :

[1] $y^2 + y - 12 = (y + 4)(y - 3)$ الحد الوسط : $-3y + 4y = +y$

[2] $x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$ الحد الوسط : $-6x - 3x = -9x$

[3] $y^2 + 6y - 27 = (y + 9)(y - 3)$ الحد الوسط : $-3y + 9y = +6y$

[4] $x^2 - xy - 20y^2 = (x - 5y)(x + 4y)$ الحد الوسط : $+4xy - 5xy = -xy$

[5] $15 - 8Z + Z^2 = (5 - Z)(3 - Z)$ الحد الوسط : $-5Z - 3Z = -8Z$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2 – 4 – 2] تحليل المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

[1] $6x^2 + 17x + 7 = (2x + 1)(3x + 7)$ — الحد الوسط : $+14x + 3x = +17x$

[2] $7y^2 - 26y - 8 = (y - 4)(7y + 2)$ — الحد الوسط : $+2y - 28y = -26y$

[3] $3Z^2 - 17Z + 10 = (3Z - 2)(Z - 5)$ — الحد الوسط : $-15Z - 2Z = -17Z$

[4] $4v^2 - v - 3 = (v - 1)(4v + 3)$ — الحد الوسط : $+3V - 4V = -V$

[5] $15 + 11h + 2h^2 = (5 + 2h)(3 + h)$ — الحد اوسط : $+5h + 6h = +11h$

[6] $3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$ — الحد الوسط : $-9xy - xy = -10xy$

[7] $6x^2 - 51x + 63 = 3(2x^2 - 17x + 21) = 3(x - 7)(2x - 3)$ — الحد الوسط : $-3x - 14x = -17x$

تأكد من فهمك

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

1 $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$	4 $3 + 2Z - Z^2 = (1 + Z)(3 - Z)$
2 $1 - 2Z + Z^2 = (1 - Z)(1 - Z)$	5 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$
3 $x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 12)$	6 $15 - 8Z + Z^2 = (5 - Z)(3 - Z)$

ريهاب جاسم
معلمة ماده الرياضيات

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

1 $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$	5 $5y^2 - y - 6 = (5y - 6)(y + 1)$
2 $3y^2 - 14y + 8 = (3y - 2)(y - 4)$	6 $6 + 29Z - 5Z^2 = (1 + 5Z)(6 - Z)$
3 $3x^2 - 10x + 8 = (3x - 4)(x - 2)$	7 $x^2 - 9xy + 20y^2 = (x - 4y)(x - 5y)$
4 $8 - 25Z + 3Z^2 = (8 - Z)(1 - 3Z)$	8 $3y^2 - 19yx - 14x^2 = (y - 7x)(3y + 2x)$

سؤال 3 : ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

1 $x^2 + 9x + 20 = (x + 5)(x + 4)$	3 $y^2 - 12y + 20 = (y - 2)(y - 10)$
2 $6x^2 - 7x + 2 = (2x - 1)(3x - 2)$	4 $20 - 7y - 3y^2 = (5 - 3y)(4 + y)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية بأبسط صورة :

19 $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$

20 $y^2 - 5y + 6 = (y - 3)(y - 2)$

21 $3 + 2Z - Z^2 = (1 + Z)(3 - Z)$

22 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

1 $2x^2 + 12x - 14 = 2(x^2 + 6x - 7)$
$= 2(x + 7)(x - 1)$

2 $4y^2 - 6y + 2 = 2(2y^2 - 3y + 1)$
$= 2(2y - 1)(y - 1)$

3 $10 + 9Z - 9Z^2 = (2 + 3Z)(5 - 3Z)$
$= 2(3y - 2)(3y + 1)$

4 $2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$

5 $13y^2 - 11y - 2 = (y - 1)(13y + 2)$

6 $30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$

سؤال 3 : ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

1 $x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$

2 $35 + 3y - 2y^2 = (5 - y)(7 + 2y)$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : **قلعة الأخيضر :** قلعة الأخيضر هي قلعة أثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا تزال أطلال القلعة قائمة الى يومنا هذا الأخيضر من الحصون الدفاعية الفريدة من نوعها ويحيط به سور عظيم مستطيل الشكل . ما أبعاد هذا السور الذي يحيط بالقلعة التي مساحتها $6x^2 - 39x + 60$ مترا مربعا ؟

الحل :

$6x^2 - 39x + 60 = 3(2x^2 - 13x + 20) = 3(2x - 5)(x - 4)$

أبعاد السور هو : $(x - 4)$, $(2x - 5)$

سؤال 2 : **العاب ترفيهية :** تعد أرجوحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب ويمثل المقدار $5t^2 + 5t - 3$ مسار أرجوحة ديسكفري في مدينة الألعاب اذ t يمثل زمن الحركة . وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى . حلل المقدار .

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$5t^2 + 5t - 30 = 5(t^2 + t - 6) = 5(t + 6)(t - 5)$

سؤال 3 : **مترو الأنفاق :** يعد مترو الأنفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تسير القطارات وهو أحد وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية ويتألف كل قطار من عدة عربات فإذا كان المقدار : $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية العربة بالمتر المربع فما أبعادها ؟

الحل :

$$14y^2 - 23y + 3 = (7y - 1)(2y - 3)$$

أبعاد العربة هي : $(2y - 3)$, $(7y - 1)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــــــــكر

سؤال 1 : **تحد :** حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة :

i) $4x^3 + 4x^2 - 9x - 9 = (4x^3 + 4x^2) + (-9x - 9) = 4x^2(x + 1) - 9(x + 1)$
$= (x + 1)(4x^2 - 9) = (x + 1)(2x + 3)(2x - 3)$

سؤال 2 : **أصحح الخطأ :** حلل سعد المقدار : $6Z^2 - 16Z - 6$ كما يأتي : $6Z^2 - 16Z - 6 = (3Z - 1)(2Z + 6)$

اكتشف خطأ سعد وصححه .

ريـــهاب جـــاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

خطأ الحد الوسط $-16Z \neq +16Z = -2Z + 18Z$

الحد الوسط : $-16Z = -18Z + 2Z$

$6Z^2 - 16Z - 6 = (2Z - 6)(3Z + 1)$

سؤال 3 : **حس عددي :** أيمكن تحديد ما اذا كانت إشارات القوسين في تحليل المقدار : $x^2 - 12x + 35$ مختلفة أم متشابهة ومن دون تحليل المقدار ؟ وضح اجابتك .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

تكون إشارة القوسين متشابهة (سالبة) حيث نضع إشارة الحد الثاني $(-)$ في القوس الأول ونضرب إشارة الحد الثاني في إشارة الحد الثالث ونضعها في القوس الثالث $(-)$

سؤال 4 : **أكتب** // الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$$6Z^2 + 5Z - 56 = (3Z \cdots 8)(2Z \cdots 7)$$

الحل :

الحد الوسط : $+5Z = -16Z + 21Z$

$6Z^2 + 5Z - 56 = (3Z - 8)(2Z + 7)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة :

[1] $x^2 + 7x + 12$

a) $(x-3)(x+4)$ b) $(x+3)(x+4)$
c) $(x-1)(x+7)$ d) $(x-3)(x-4)$

الحل :

$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

الجواب فرع : (b)

[2] $x^2 - 5x - 36$

a) $(x-6)(x+6)$ b) $(x+12)(x-3)$
c) $(x-9)(x+4)$ d) $(x+9)(x-4)$

الحل :

$x^2 - 5x - 36 = (x-9)(x+4)$

الجواب فرع : (c)

[3] $y^2 + 4y - 21$

a) $(y-7)(y+3)$ b) $(y+7)(y-3)$
c) $(y-7)(y-3)$ d) $(y+7)(y+3)$

الحل :

$y^2 + 4y - 21 = (y+7)(y-3)$

الجواب فرع : (b)

[4] $4x^2 + 10x + 6$

a) $(x-6)(4x+1)$ b) $(4x+2)(x-3)$
c) $(4x-6)(x-1)$ d) $(2x+3)(2x+2)$

الحل :

$4x^2 + 10x + 6 = (2x+3)(2x+2)$

الجواب فرع : (d)

[5] $24y^2 - 2y - 1$

a) $(4y-1)(6y+1)$ b) $(2y-1)(12y-1)$
c) $(4y+1)(6y-1)$ d) $(3y-1)(8y+1)$

الحل :

$24y^2 - 2y - 1 = (4y-1)(6y+1)$

الجواب فرع : (a)

[6] $10x^2 - 11x + 1$

a) $(5x-1)(2x+1)$ b) $(10x+1)(x-1)$
c) $(5x+1)(2x-1)$ d) $(10x-1)(x-1)$

الحل :

$10x^2 - 11x + 1 = (10x-1)(x-1)$

الجواب فرع : (d)

[7] $22 + 3Z - 4Z^2$

a) $(11+4Z)(2-Z)$ b) $(22-4Z)(1+Z)$
c) $(11-4Z)(2+Z)$ d) $(22+8Z)(1-Z)$

$22 + 3Z - 4Z^2 = (11-4Z)(2+Z)$

الحل :

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً :

[9] $4y^2 - 2y - 12 = (2y \cdots 3)(2y \cdots 4)$

a) $(2y - 3)(2y + 4)$ b) $(2y + 3)(2y + 4)$
c) $(2y - 3)(2y - 4)$ d) $(2y + 3)(2y - 4)$

الجواب فرع : (d)

[8] $x^2 + 15x + 26 = (x \cdots 2)(x \cdots 13)$

a) $(x - 2)(x - 13)$ b) $(x - 2)(x + 13)$
c) $(x + 2)(x + 13)$ d) $(x + 2)(x - 13)$

الجواب فرع : (c)

[10] $48 - 30Z + 3Z^2 = (6 \cdots 3Z)(8 \cdots Z)$

a) $(6 - 3Z)(8 - Z)$ b) $(6 + 3Z)(8 + Z)$
c) $(6 - 3Z)(8 + Z)$ d) $(6 + 3Z)(8 - Z)$

الجواب فرع : (a)

الدرس [5 – 2] : تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

[2 – 5 – 1] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين

هو تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين :

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$1 = 1^3$, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $64 = 4^3$, $125 = 5^3$, $216 = 6^3$

سؤال 1 : ما مجموع حجمي مكعبي روبك الأول طول ضلعه 3cm والثاني طول ضلعه 4cm

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

حجم المكعب $V = L^3$

$$v_1 + v_2 = 3^3 + 4^3 = (3 + 4)(3^2 - 3 \times 4 + 4^2)$$
$$= (7)(9 - 12 + 16) = (7)(13) = 91\ cm^3$$

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

[1] $x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 5^2) = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

[2] $y^3 + 8 = y^3 + 2^3 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4)$

[3] $8Z^3 + 27 = 2^3Z^3 + 3^3 = (2Z + 3)(4Z^2 - 6Z + 9)$

[4] $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{4^3} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16}\right)$

[5] $\frac{27}{x^3} + \frac{8}{125} = \frac{3^3}{x^3} + \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{5}\right)\left(\frac{9}{x^2} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{25}\right)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[6] $\frac{1}{2}y^3+4=\frac{1}{2}(t^3+8)=\frac{1}{2}(t^3+2^3)=\frac{1}{2}(t+2)(t^2-2t+4)$

[7] $0.125+v^3=(0.5)^3+v^3=(0.5+v)(0.25-0.5v+v^2)$

[2 – 5 – 2] تحليل المقدار الجبري فرق بين مكعبين

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

هو تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين :

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$1=1^3\ ,\quad 8=2^3\ ,\quad 27=3^3\ ,64=4^3\ ,\quad 125=5^3\ ,\ 216=6^3$$

سؤال 1 / حوض مكعب الشكل طول ضلعه 1m مملوء بالماء أفرغ الماء منه في حوض اخر اكبر منه مكعب الشكل طول ضلعه 1.1m ما كمية الماء الإضافية التي نحتاج اليها ليمتلئ الحوض الكبير ؟

الحل :

كمية الماء الإضافية اللازمة = حجم المكعب الكبير – حجم المكعب الصغير

$$v_1-v_2=(1.1)^3-1^3=(1.1-1)[(1.1)^2-1.1\times1+1^2]$$
$$=(0.1)(1.21+1.1+1)=(0.1)(3.31)=0.331m^3$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 / حلل كل مقدار من المقادير الأتية الى أبسط صورة :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[1] $x^3-3^3=(x-3)(x^2+3x+9)$

[2] $y^3-64=y^3-4^3=(y-4)(y^2+4y+16)$

[3] $27Z^3-8=3^3Z^3-2^3=(3Z-2)(9Z^3+6Z+4)$

[4] $\frac{1}{b^3}-\frac{1}{125}=\frac{1}{b^3}-\frac{1}{5^3}=\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{5b}+\frac{1}{25}\right)$

[5] $\frac{1}{3}t^3-9=\frac{1}{3}(t^3-27)=\frac{1}{3}(t^3-3^3)=\frac{1}{3}(t-3)(t^2+3t+9)$

[6] $0.216-n^3=(0.6)^3-n^3=(0.6-n)(0.36+0.6n+n^2)$

[7] $1-0.125Z^3=1^3-(0.5)^3Z^3=(1-0.5Z)(1+0.5Z+0.25Z^2)$

[8] $32-\frac{1}{2}m^3=\frac{1}{2}(64-m^3)=\frac{1}{2}(4^3-m^3)=\frac{1}{2}(4-m)(16+4m+m^2)$

تأكد من فهمك

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $y^3+216=y^3+6^3=(y+6)(y^2-6y+36)$

2 $x^3+Z^3=(x+Z)(x^2-xZ+Z^2)$

3 $125+8Z^3=5^3+2^3Z^3=(5+2Z)(25-10Z+4Z^2)$

4 $\frac{1}{27}x^3+\frac{1}{8}=\frac{1}{3^3}x^3+\frac{1}{2^3}=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}\right)$

5 $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{64}=\frac{1}{a^3}+\frac{1}{4^3}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{4a}+\frac{1}{16}\right)$

6 $\frac{1}{3}t^3+9=\frac{1}{3}(y^3+27)=\frac{1}{3}(t^3+3^3)=\frac{1}{3}(t+3)(t^2-3t+9)$

7 $0.125+v^3=(0.5)^3+v^3=(0.5+v)(0.25-0.5v+v^2)$

8 $1+0.008Z^3=1^3+(0.2)^3Z^3=(1+0.2Z)(1-0.2Z+0.04Z^2)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $a^3-8^3=(a-8)(a^2+8a+64)$

2 $8y^3-64=8(y^3-8)=8(y^3-2^3)=8(y-2)(y^2+2y+4)$

3 $\frac{1}{c^3}-\frac{1}{8}=\frac{1}{c^3}-\frac{1}{2^3}=\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{2c}+\frac{1}{4}\right)$

4 $\frac{1}{2}v^3-4=\frac{1}{2}(v^3-8)=\frac{1}{2}(v^3-2^3)=\frac{1}{2}(v-2)(v^2+2v+4)$

5 $0.125-m^3=(0.5)^3-m^3=(0.5-m)(0.25+0.5m+m^2)$

6 $25-\frac{1}{5}n^3=\frac{1}{5}(125-n^3)=\frac{1}{5}(5^3-n^3)=\frac{1}{5}(5-n)(25+5n+n^2)$

7 $3b^3-81=3(b^3-27)=3(b^3-3^3)=3(b-3)(b^2+3b+9)$

8 $0.216v^3-0.008t^3=(0.6)^3v^3-(0.2)^3t^3=(0.6v-0.2t)(0.36v^2+0.12vt+0.04t^2)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $6^3 + x^3 = (6 + x)(6 - 6x + x^2)$

2 $27 + 64x^3 = 3^3 + 4^3x^3 = (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2)$

3 $125y^3 + 1 = 5^3y^3 + 1^3 = (5y + 1)(25y^2 - 5y + 1)$

4 $\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3 = \frac{1}{4^3} + \frac{2^3}{5^3}y^3 = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}y\right)\left(\frac{1}{16} - \frac{2}{20}y + \frac{4}{25}y^2\right)$

5 $\frac{1}{5}v^3 + 25 = \frac{1}{5}(v^3 + 125) = \frac{1}{5}(v^3 + 5^3) = \frac{1}{5}(v + 5)(v^2 - 5v + 25)$

سؤال 2 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

1 $y^3 - 64 = y^3 - 4^3 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$

2 $\frac{1}{x^3} - \frac{27}{8} = \frac{1}{x^3} - \frac{3^3}{2^3} = \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x} + \frac{9}{4}\right)$

3 $9 - \frac{1}{3}n^3 = \frac{1}{3}(27 - n^3) = \frac{1}{3}(3^3 - n^3) = \frac{1}{3}(3 - n)(9 + 3n + n^2)$

4 $25c^3 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125c^3 - 1) = \frac{1}{5}(5^3c^3 - 1^3) = \frac{1}{5}(5c - 1)(25c^2 + 5c + 1)$

5 $0.001x^3 - 0.008y^3 = (0.1)^3x^3 - (0.2)^3y^3$
$= (0.1x - 0.2y)(0.01x^2 + 0.02xy + 0.04y^2)$

ريهاب جاسم
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : **مكتبة :** مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من أجمل المكتبات في العالم وأفخمها وتقع في المانيا كما أنها من أكثر المكتبات تماشيا مع متطلبات التعليم الحديثة . بناية المكتبة على شكل مكعب طول ضلعه $\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2}$ متر . حلل المقدار الذي يمثل طول الضلع .

الحل :

$$\frac{1}{2}y^3 - 13\frac{1}{2} = \frac{1}{2}y^3 - \frac{27}{2} = \frac{1}{2}(y^3 - 27) = \frac{1}{2}(y^3 - 3^3) = \frac{1}{2}(y-3)(y^2+3y+9)$$

سؤال2 : **حوض سمك :** حوض سمك الزينة حجمه $25x^3$ مترا مكعبا وضع في داخل حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{5}$ متر مكعب ملئ بالماء كاملا . اكتب مقدار حجم الماء ثم حلله .

الحل :

$$25x^3 + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}(125x^3 + 1) = \frac{1}{5}(5^3x^3 + 1^3) = \frac{1}{5}(5x+1)(25x^2 - 5x + 1)$$

سؤال3 : **سكن :** بدأت المنازل تأخذ أشكالا مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فصممت هذه المنازل على شكل مكعبات . فاذاكان حجم المنزل الأول $\frac{8}{a^3}$ متر مكعب وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{b^3}$ متر مكعب . اكتب حجم المنزلين معا ثم حلل المقدار

الحل :

$$v_1 + v_2 = \frac{8}{a^3} + \frac{27}{b^2} = \frac{2^3}{a^3} + \frac{3^3}{b^3} = \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)\left(\frac{4}{a^2} - \frac{6}{ab} + \frac{9}{b^3}\right)$$

فكر

سؤال4 : **تحد :** حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

i) $0.002Z^3 - 0.016y^3 = 0.002(Z^3 - 8y^3) = 0.002(Z^3 - (2)^3y^3)$

$= 0.002(Z-2y)(Z^2 + 2Zy + 4y^2)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 5 : **صحح الخطأ :** حللت بشرى المقدار : $8v^3 - 0.001$ كما يأتي :

$$8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01)$$

اكتشف خطأ بشرى وصححه .

الحل :

$$8v^3 - 0.001 = 2^3v^3 - (0.1)^3 = (2v - 0.1)(4v^2 + 0.2v + 0.01)$$

سؤال 6 : **حس عددي :** هل يمكن جمع العددين 8, 27 بطريقة تحليل مجموع مكعبين ؟ وضح اجابتك

الحل : نعم

$$8 + 27 = 2^3 + 3^3 = (2 + 3)(4 - 6 + 9) = (5)(7) = 35$$

سؤال 7 : **اكتب //** الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا :

$$125 - x^3 = (5 \cdots x)(25 \cdots 5x \cdots x^2)$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$$125 - x^3 = (5 - x)(25 + 5x + x^2)$$

س 2 // حلل كل مقدار من المقادير الآتية الى أبسط صورة :

i) $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

ii) $8Z^3 + 125 = 2^3Z^3 + 5^3 = (2Z + 5)(4Z^2 - 10Z + 25)$

ii) $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

iv) $\frac{1}{Z^3} - \frac{1}{27} = \frac{1}{Z^3} - \frac{1}{3^3} = \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{Z^2} + \frac{1}{3Z} + \frac{1}{9}\right)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

اختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى ابسط صورة :

[1] $8 + x^3$

a) $(2 - x)(4 + 2x + x^2)$

b) $(2 + x)(4 - 2x + x^2)$

c) $(2 - x)(4 - 2x + x^2)$

d) $(2 + x)(4 + 2x + x^2)$

الجواب فرع : (b)

[2] $8y^3 + 27$

a) $(2y + 3)(4y^2 + 6y + 9)$

b) $(2y - 3)(4y^2 + 6y + 9)$

c) $(2y + 3)(4y^2 - 6y + 9)$

d) $(2y - 3)(4y^2 - 6y + 9)$

الجواب فرع : (c)

[3] $\frac{1}{Z^3} + \frac{1}{64}$

a) $\left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{Z^2} + \frac{1}{4Z} + \frac{1}{16}\right)$

b) $\left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{Z^2} - \frac{1}{4Z} + \frac{1}{16}\right)$

c) $\left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{Z^2} + \frac{1}{4Z} + \frac{1}{16}\right)$

d) $\left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{Z^2} - \frac{1}{4Z} + \frac{1}{16}\right)$

الجواب فرع : (d)

[4] $\frac{27}{125} + \frac{8}{x^3}$

a) $\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{x}\right)\left(\frac{9}{25} + \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2}\right)$

b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{x}\right)\left(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2}\right)$

c) $\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{x}\right)\left(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2}\right)$

a) $\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{x}\right)\left(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} - \frac{4}{x^2}\right)$

الجواب فرع : (c)

[5] $0.027 + Z^3$

a) $(0.03 + Z)(0.09 - 0.3Z + Z^2)$

b) $(0.03 + Z)(0.009 - 0.03Z + Z^2)$

c) $(0.3 + Z)(0.9 - 0.3Z + Z^2)$

d) $(0.3 + Z)(0.09 - 0.3Z + Z^2)$

الجواب فرع : (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[6] $\frac{8}{y^3} - \frac{1}{27}$

a) $\left(\frac{2}{y} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9}\right)$

b) $\left(\frac{2}{y} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9}\right)$

c) $\left(\frac{2}{y} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} + \frac{1}{9}\right)$

d) $\left(\frac{2}{y} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} - \frac{1}{9}\right)$

الجواب فرع : (c)

[7] $9 - \frac{1}{3}Z^3$

a) $\frac{1}{3}(3 - Z)(9 + 3Z - Z^2)$

b) $\frac{1}{3}(3 - Z)(9 + 3Z + Z^2)$

c) $\frac{1}{3}(3 + Z)(9 + 3Z + Z^2)$

d) $\frac{1}{3}(3 - Z)(9 - 3Z + Z^2)$

الجواب فرع : (b)

[8] $0.008x^3 - 1$

a) $(0.02x - 1)(0.04x^2 + 0.002x + 1)$

b) $(0.02x - 1)(0.04x^2 + 0.02x + 1)$

c) $(0.2x + 1)(0.4x^2 - 0.2x + 1)$

d) $(0.2x - 1)(0.04x^2 + 0.2x + 1)$

الجواب فرع : (d)

الدرس [6 – 2] : تبسيط المقادير الجبرية النسبية

[2 – 6 – 1]	تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها

ملاحظـــــــــــة :

1) نحلل كل حدودية بطرق التحليل السابقة للبسط والمقام .

2) اذا وجدت علامة القسمة (÷) نبدل القسمة الى ضرب (×) وقلب الحد ما بعد القسمة .

3) نختصر الحدود المتشابهة بين البسط والمقام .

4) نضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 / اشترى حسن مجموعة من باقات الزهور بمبلغ $x^2 - x - 6$ دينار فكانت كلفة باقة الزهور الواحدة عليه $2x - 6$ دينار .

الحل :

$$\frac{\text{ثمن باقة الزهور}}{\text{ثمن الباقات الكلية للزهور}} = \frac{2x-6}{x^2-x-6} = \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{2}{x+2}$$

مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 / أكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة :

[1] $$\frac{y^2-4}{y^2-4y+4} = \frac{(y+2)(y-2)}{(y-2)(y-2)} = \frac{y+2}{y-2}$$

[2] $$\frac{5Z+10}{Z-3} \times \frac{Z^3-27}{Z^2+6Z+8} = \frac{5(Z+2)}{Z-3} \times \frac{(Z-3)(Z^2+2Z+9)}{(Z+2)(Z+4)} = \frac{5(Z^2+3Z+9)}{Z+4}$$

[3] $$\frac{16-x^2}{3x+5} \times \frac{3x^2+2x-5}{x^2+3x-4} = \frac{(4+x)(4-x)}{3x+5} \times \frac{(3x+5)(x-1)}{(x+4)(x-1)} = 4 - x$$

[4] $$\frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \div \frac{(2+t)^3}{t^2+9t+14} = \frac{8+t^3}{4-2t+t^2} \times \frac{t^2+9t+14}{(2+t)^3}$$

$$= \frac{(2+t)(4-2t+t^2)}{4-2t+t^2} \times \frac{(t+2)(t+7)}{(2+t)^2(2+t)} = \frac{t+7}{2+t} = \frac{t+7}{t+2}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2 – 6 – 2]	تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

خطوات الحل :

1) نحلل البسط والمقام بأحدي طرق التحليل السابقة ونختصر العوامل المتشابهة بين بسط ومقام نفس الحدودية .

2) نلاحظ المقامات اذا كانت متشابهة نجري عملية الجمع أو الطرح للبسط وبأخذ احدى المقامات .

3) اذا كانت المقامات مختلفة (غير متشابهة) نوحدها ذلك بأخذ المضاعف المشترك الأصغر للمقامات وبدون تكرار واستخراج البسط الجديد

سؤال 1 : أكتب كل مقدار من المقادير الأتية بأبسط صورة :

[1] $\frac{y^2}{y+2}-\frac{4}{y+2}=\frac{y^2-4}{y+2}=\frac{(y+2)(y-2)}{y+2}=y-2$

[2] $\frac{7x-14}{x^2-4}+\frac{5}{x+2}=\frac{7(x-2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{5}{x+2}=\frac{7}{x+2}+\frac{5}{x+2}=\frac{7+5}{x+2}=\frac{12}{x+2}$

[3] $\frac{4Z}{2Z-5}-\frac{Z}{Z+3}=\frac{4Z(Z+3)-Z(2Z-5)}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{4Z^2+12Z-2Z^2+5Z}{(2Z-5)(Z+3)}$

$=\frac{2Z^2+17Z}{(2Z-5)(Z+3)}=\frac{Z(2Z+17)}{(2Z-5)(Z+3)}$

[4] $\frac{t^2+2t+4}{t^3-8}+\frac{12}{3t-6}=\frac{t^2+2t+4}{(t-2)(t^2+2t+4)}+\frac{12}{3(t-2)}=\frac{1}{t-2}+\frac{4}{t-2}=\frac{5}{t-2}$

[5] $\frac{8}{v+4}+\frac{2}{v-4}-\frac{1}{v^2-16}=\frac{8}{v+4}+\frac{2}{v-4}-\frac{1}{(v+4)(v-4)}=\frac{8(v-4)+2(v+4)-1}{(v+4)(v-4)}$

$=\frac{8v-32+2v+8-1}{(v+4)(v-4)}=\frac{10v-25}{(v+4)(v-4)}=\frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

سؤال 1 : اكتب كل مقدار من المقادير التلية بأبسط صورة :

[1] $\frac{2Z^2-4Z+2}{Z^2-7Z+6}=\frac{2(Z^2-2Z+1)}{(Z-6)(Z-1)}=\frac{2(Z-1)(Z-1)}{(Z-6)(Z-1)}=\frac{2(Z-1)}{(Z-6)}$

[2] $\frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y}=\frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y(y^2-3y+9)}=\frac{y+3}{y}$

[3] $\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}=\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{(x+3)(x+2)}{(5x+3)(5x-3)}=\frac{x+2}{5x-3}$

[4] $\frac{Z^2+7Z-8}{Z-1}\times\frac{Z^2-4}{Z^2+6Z-16}=\frac{(Z+8)(Z-1)}{Z-1}\times\frac{(Z+2)(Z-2)}{(Z+8)(Z-2)}=Z+2$

[5] $\frac{x^2-9}{x^2-4x+4}\times\frac{x^2-4}{x^2-x-6}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-2)(x-2)}\times\frac{(x+2)(x-2)}{(x-3)(x+2)}=\frac{x+3}{x-2}$

[6] $\frac{y^2-25}{y^3-125}\div\frac{y^2+10y+25}{y^2+y-20}=\frac{y^2-25}{y^3-125}\times\frac{y^2+y+25}{y^2+10y+25}$

$=\frac{(y+5)(y-5)}{(y-5)(y^2+5y+25)}\times\frac{y^2+y+25}{(y+5)(y+5)}=\frac{1}{y+5}$

[7] $\frac{8-Z^3}{4+2Z+Z^2}\div\frac{(2+Z)^3}{Z^2+9Z+14}=\frac{8-Z^3}{4+2Z+Z^2}\times\frac{Z^2+9Z+14}{(2+Z)^3}$

$=\frac{(2-Z)(4+2Z+Z^2)}{4+2Z+Z^2}\times\frac{(Z+7)(Z+2)}{(2+Z)^2(2+Z)}=\frac{(2-Z)(Z+7)}{(2+Z)^2}$

[8] $\frac{2y^2-2y}{y^2-9}\div\frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3}=\frac{2y^2-2y}{y^2-9}\times\frac{y^2+2y-3}{y^2+y-2}=\frac{2y(y-1)}{(y+3)(y-3)}\times\frac{(y+3)(y-1)}{(y+2)(y-1)}=\frac{2y(y-1)}{(y-3)(y-2)}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 / اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صوره :

[9] $\frac{2}{x^2-9}+\frac{3}{x^2-4x+3}=\frac{2}{(x+3)(x-3)}+\frac{3}{(x-3)(x-1)}=\frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x+3)(x-3)(x-1)}$

$=\frac{2x-2+3x+9}{(x+3)(x-3)(x-1)}=\frac{5x+7}{(x+3)(x-3)(x-1)}$

[10] $\frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y}-\frac{y-1}{y}=\frac{2(y^3-64)}{y(y^2+4y+16)}-\frac{y-1}{y}=\frac{2(y-4)(y^2+4y+16)}{y(y^2+4y+16)}-\frac{y-1}{y}$

$=\frac{2(y-4)}{y}-\frac{y-1}{y}=\frac{2y-8-y+1}{y}=\frac{y-7}{y}$

[11] $\frac{Z^2+Z+1}{Z^4-Z}-\frac{Z+3}{Z^2+2Z-3}=\frac{Z^2+Z+1}{Z(Z^3-1)}-\frac{Z+3}{(Z+3)(Z-1)}=\frac{Z^2+Z+1}{Z(Z-1)(Z^2+Z+1)}-\frac{1}{(Z-1)}$

$=\frac{1}{Z(Z-1)}-\frac{1}{(Z-1)}=\frac{1-Z}{Z(Z-1)}=\frac{-(Z-1)}{Z(Z-1)}=\frac{-1}{Z}$

[12] $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}-1=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}-1=\frac{x+1}{x-1}-1=\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x-1}=\frac{x+1-x+1}{x-1}=\frac{2}{x-1}$

[13] $\frac{5y}{y^2-1}-\frac{6}{y^2-1}+\frac{y}{y^2-1}=\frac{5y-6+y}{y^2-1}=\frac{6y-6}{(y+1)(y-1)}=\frac{6(y-1)}{(y+1)(y-1)}=\frac{6}{y+1}$

[14] $\frac{3}{Z-1}+\frac{2}{Z+3}+\frac{8}{Z^2+2Z-3}=\frac{3}{Z-1}+\frac{2}{Z+3}+\frac{8}{(Z+3)(Z-1)}=\frac{3(Z+3)+2(Z-1)+8}{(Z+3)(Z-1)}$

$=\frac{3Z+9+2Z-2+8}{(Z+3)(Z-1)}=\frac{5Z+15}{(Z+3)(Z-1)}=\frac{5(Z+3)}{(Z+3)(Z-1)}=\frac{5}{Z-1}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل التمرينات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : اكتب كل مقدار من المقادير الأتية بأبسط صورة :

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة :

1) $\frac{x+5}{12x} \times \frac{6x-30}{x^2-25} = \frac{x+5}{12x} \times \frac{6(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{1}{2x}$

2) $\frac{3-x}{4-2x} \times \frac{x^2+x-6}{9-x^2} = \frac{3-x}{2(2-x)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(3+x)(3-x)} = \frac{x-2}{-2(x-2)} = \frac{-1}{2}$

3) $\frac{y^2-7y}{y^3-27} \div \frac{y^2-49}{y^2+3y+9} = \frac{y^2-7y}{y^3-27} \times \frac{y^2+3y+9}{y^2-49} = \frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)} \times \frac{y^2+3y+9}{(y+7)(y-7)}$

$= \frac{y}{(y-3)(y+7)}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة :

1) $\frac{5}{x^2-36} - \frac{2}{x^2-12x+36} = \frac{5}{(x+6)(x-6)} - \frac{2}{(x-6)^2} = \frac{5(x-6)-2(x+6)}{(x+6)(x-6)^2}$

$= \frac{5x-30-2x-12}{(x+6)(x-6)^2} = \frac{3x-42}{(x+6)(x-6)^2}$

2) $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{x^3-8} = \frac{3-2}{x-2} + \frac{4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1+1}{x-2} = \frac{2}{x-2}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : **مكتبة :** اذا كان المقدار الجبري x^2-4 يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة والمقدار الجبري x^2+x-6 يمثل عدد الكتب الأدبية فيها . اكتب نسبة الكتب العلمية الى الكتب الأدبية بأبسط صورة .

الحل :

$$\frac{\text{عدد الكتب العلمية}}{\text{عدد الكتب الأدبية}}=\frac{x^2-4}{x^2+x-6}=\frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)}=\frac{x+2}{x+3}$$

سؤال2 : **هندسة :** مستطيل أبعاده 3 , 5 أمتار وسع الى مستطيل أكبر وذلك بأحاطته بممر عرضه x متر . اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع الى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع الى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة .

الحل :

طول المستطيل قبل التوسيع $=3$, طول المستطيل بعد التوسيع $=x+3$

عرض المستطيل قبل التوسيع $=5$, عرض المستطيل بعد التوسيع $=x+5$

$$\frac{\text{عرض المستطيل قبل التوسيع}}{\text{عرض المستطيل بعد التوسيع}}+\frac{\text{طول المستطيل قبل التوسيع}}{\text{طول المستطيل بعد التوسيع}}=\frac{3}{x+3}+\frac{5}{x+5}=\frac{3(x+5)+5(x+3)}{(x+3)(x+5)}$$

$$=\frac{3x+15+5x+15}{(x+3)(x+5)}=\frac{8x+30}{(x+3)(x+5)}$$

سؤال3 : **العاب نارية :** المقدار الجبري $20+15t-5t^2$ يمثل ارتفاع بالأمتار لقذيفة ألعاب نارية أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 مترا اذ t تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني الى الهدف . والمقدار الجبري $4+19t-5t^2$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 أمتار . اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى الى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة .

الحل :

$$\frac{\text{ارتفاع القذيفة الأولى}}{\text{ارتفاع القذيفة الثانية}}=\frac{20+15t-5t^2}{4+19-5t^2}=\frac{5(4+3t-t^2)}{(1+5t)(4-t)}=\frac{5(1+t)(4-t)}{(1+5t)(4-t)}=\frac{5(1+t)}{1+5t}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

فـــــــــــكر

سؤال 1 : بسط كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية :

i) $\frac{y^2-5}{2y^3-16} \div \frac{y-\sqrt{5}}{2y^2+4y+8} = \frac{y^2-5}{2y^3-16} \times \frac{2y^2+4y+8}{y-\sqrt{5}} = \frac{(y+\sqrt{5})(y-\sqrt{5})}{2(y^3-8)} \times \frac{2(y^2+2y+4)}{y-\sqrt{5}}$

$= \frac{y+\sqrt{5}}{(y-2)(y^2+2y+4)} \times \frac{y^2+2y+4}{1} = \frac{y+\sqrt{5}}{y-2}$

سؤال 2 : أصحح الخطأ : بسط سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كما يأتي :

$\frac{Z^2-Z-30}{5+Z} \times \frac{2Z+12}{Z^2-36} = 1$

اكتشف خطأ سماح وصححه .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$\frac{Z^2-Z-30}{5+Z} \times \frac{2Z+12}{Z^2-36} = \frac{(Z-6)(Z+5)}{5+Z} \times \frac{2(Z+6)}{(Z+6)(Z-6)} = 2$

سؤال 3 : حس عددي : ما ناتج جمع المقدارين الجبريين بدون استعمال الورقة والقلم ؟ وضح ذلك .

$\frac{5}{x^2-49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)}$

الحل :

$\frac{5}{x^2-49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)} = \frac{5}{(x+7)(x-7)} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)} = \frac{5-4}{(x+7)(x-7)} = \frac{1}{(x+7)(x-7)}$

سؤال 4 : أكتب // قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة : $\frac{Z^2+Z-6}{2Z^2+2Z-12} \div \frac{Z^2-16}{2Z+8}$

الحل :

$\frac{Z^2+Z-6}{2Z^2+2Z-12} \div \frac{Z^2-16}{2Z+8} = \frac{Z^2+Z-6}{2Z^2+2Z-12} \times \frac{2Z+8}{Z^2-16} = \frac{Z^2+Z-6}{2(Z^2+Z-6)} \times \frac{2(Z+4)}{(Z+4)(Z-4)} = \frac{1}{Z-4}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

اختبار الفصل

سؤال 1 : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين :

1 $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

2 $(v-\sqrt{2})(v+\sqrt{2}) = v^2 - (\sqrt{2})^2 = v^2 - 2$

3 $(2-x)(5-x) = 10 - 2x - 5x + x^2$
$= 10 - 7x + x^2$

4 $(2y-3)(y+9) = 3y^2 + 27y - 3y - 27$
$= 3y^2 + 24y - 27$

سؤال 2 : جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود :

5 $(x+11)(x^2 - 11x + 121) = x^3 + 11^3 = x^3 - 1331$

6 $\left(\frac{1}{3} - y\right)\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}y + y^2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - y^3 = \frac{1}{27} - y^3$

7 $(y-1)^3 = (y-1)(y-1)^2 = (y-1)(y^2 - 2y + 1)$
$= y^3 - 2y^2 + y - y^2 + 2y - 1 = y^3 - 3y^2 + 3y - 1$

8 $\left(Z + \frac{1}{4}\right)^3 = \left(Z + \frac{1}{4}\right)\left(Z + \frac{1}{4}\right)^2 = \left(Z + \frac{1}{4}\right)\left(Z^2 + \frac{1}{2}Z + \frac{1}{16}\right)$
$= Z^3 + \frac{1}{2}Z^2 + \frac{1}{16}Z + \frac{1}{4}Z^2 + \frac{1}{8}Z + \frac{1}{64} = Z^3 + \frac{3}{4}Z^2 + \frac{3}{16}Z + \frac{1}{64}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 3 : حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل :

9 $8x^2 - 12x = 4x(2x-3)$

التحقق :

$4x(2x-3) = 8x^2 - 12x$

10 $7y^3 + 14y^2 - 21y = 7y(y^2 + 2y - 3)$

التحقق :

$7y(y^2 + 2y - 3) = 7y^3 + 14y^2 - 21y$

11 $\sqrt{18}\,Z^3r + \sqrt{2}\,(Zr^2 - Zr)$
$= 3\sqrt{2}\,Z^3r + \sqrt{2}\,Zr^2 - \sqrt{2}\,Zr$
$= \sqrt{2}\,Zr(3Z^2 + r - 1)$

التحقق :

$\sqrt{2}\,Zr(3Z^2 + r - 1)$
$= 3\sqrt{2}\,Z^3r + \sqrt{2}\,Zr^2 - \sqrt{2}\,Zr$
$= \sqrt{18}\,Z^3r + \sqrt{2}\,(Zr^2 - Zr)$

سؤال 4 : حلل المقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر :

12 $\frac{2}{3}(y+5) + \frac{1}{3}y(y+5) = (y+5)\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}y\right)$

13 $\sqrt{5}\,Z(Z^2-1) - \sqrt{2}\,Z^2(Z^2-1) = (Z^2-1)(\sqrt{5}\,Z - \sqrt{2}\,Z^2)$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 5 : حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع :

14 $6x^4 - 18x^3 + 10x - 30 = (6x^4 - 18x^3) + (10x - 30)$
$= 6x^3(x - 3) + 10(x - 3) = (x - 3)(6x^3 + 10)$

15 $56 - 8y + 14y^2 - 2y^3 = (56 - 8y) + (14y^2 - 2y^3)$
$= 8(7 - y) + 2y^2(7 - y) = (7 - y)(8 + 2y^2)$

سؤال 6 : حلل المقدار بالتجميع مع المعكوس :

16 $9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x = (9x^3 - 6x^2) + (8 - 12x) = 3x^2(3x - 2) + 4(2 - 3x)$
$= 3x^2(3x - 2) + 4(-1)(3x - 2) = 3x^2(3x - 2) - 4(3x - 2)$
$= (3x - 2)(3x^2 - 4)$

17 $\sqrt{11}\,Z^3 - \sqrt{44}\,Z^2 + 5(2 - Z) = (\sqrt{11}\,Z^3 - 2\sqrt{11}\,Z^2) + 5(2 - Z)$
$= \sqrt{11}\,Z^2(Z - 1) + 5(-1)(Z - 2) = \sqrt{11}\,Z^2(Z - 1) - 5(Z - 2)$
$= (Z - 2)(\sqrt{11}Z^2 - 5)$

سؤال 7 : حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية :

18 $16 - x^2 = (4 + x)(4 - x)$

19 $\frac{1}{3}Z^2 - \frac{1}{27} = \frac{1}{3}\left(Z^2 - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{3}\left(Z + \frac{1}{3}\right)\left(Z - \frac{1}{3}\right)$

20 $\frac{1}{16}v - \frac{1}{2}v^4 = \frac{1}{2}v\left(\frac{1}{8} - v^3\right) = \frac{1}{2}v\left(\frac{1}{2} - v\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}v + v^2\right)$

21 $8x^3 - \frac{1}{125} = \left(2x - \frac{1}{5}\right)\left(4x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}\right)$

22 $81 - 18y + y^2 = (9 - y)^2$

23 $7Z^2 - 36Z + 5 = (7Z - 1)(Z - 5)$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 8 : حدد أي من المقادير الجبرية التالية تمثل مربعا كاملا وحلله :

25 $49 - 4y + y^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(y^2)(49)} = 2(y)(7)$

$= 14y \neq 4y$ ليس مربع كامل

24 $25x^2 + 30x + 9$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2\sqrt{(25x^2)(9)}$

$= 30x$ مربع كامل

$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$

26 $4v^2 + 4\sqrt{5}\,v + 5$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} = 2(2v)(\sqrt{5})$

$= 4\sqrt{5}\,v$ مربع كامل

$4v^2 + 4\sqrt{5}\,v + 5 = (2v + \sqrt{5})^2$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 9 : اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري : $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله :

28 $36 - 12y + \cdots\cdots$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$12y = 2\sqrt{(ay^2)(36)}$ بتربيع الطرفين

$144y^2 = 4(ay^2)(36) \implies 144y^2 = 144(ay^2)$

$ay^2 = \frac{144y^2}{144} = y^2 \implies 36 - 12y + y^2 = (6 - y)^2$

27 $x^2 + \cdots\cdots + 81$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = 2\sqrt{(x^2)(81)} = 2(x)(9) = 18x$

$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$

29 $7 - \cdots\cdots + 4Z^2$

الحل :

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bZ = 2\sqrt{(4Z^2)(7)} = 2(2Z)(\sqrt{7}) = 4\sqrt{7}\,Z$

$7 - 4\sqrt{7}\,Z + 4Z^2 = (\sqrt{7} - 2Z)^2$

ريهاب جاسم
موقع مدرس الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 10 : حلل كل مقدار من المقادير الآتية :

30 $x^2+7x+10=(x+5)(x+2)$

31 $x^2-5\sqrt{3}x+12=(x-4\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

32 $2v^2+9v+7=(2v+7)(v+1)$

33 $32-16x+2x^2=2(16-8x+x^2)$
$=2(4-x)(4-x)$

34 $\frac{1}{4}y^2-2y+3=\frac{1}{4}(y^2-8y+12)$
$=\frac{1}{4}(y-2)(y-6)$

35 $12-7\sqrt{2}v+2v^2$
$=(3\sqrt{2}-v)(4\sqrt{2}-2v)$

36 $8+27x^3=2^3+3^3x^3$
$=(2+3x)(4-6x+9x^2)$

37 $125y^3-1=5^3y^3-1^3$
$=(5y-1)(25y^2+5y+1)$

38 $\frac{1}{v^3}-\frac{8}{27}=\frac{1^3}{v^3}-\frac{2^3}{3^3}$
$=\left(\frac{1}{v}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{v^2}+\frac{2}{3v}+\frac{4}{9}\right)$

39 $1+0.125y^3=1^3+(0.5)^3y^3$
$=(1+0.5y)(1-0.5y+0.25y^2)$

40 $Z^3-0.027=Z^3-(0.3)^3$
$=(Z-0.3)(Z^2+0.3Z+0.09)$

41 $3-\frac{1}{9}v^3=\frac{1}{9}(27-v^3)=\frac{1}{9}(3^3-v^3)$
$=\frac{1}{9}(3-v)(9+3v+v^2)$

سؤال 11 : اكتب كل مقدار من المقادير التالية على أبسط صورة

42 $\frac{27-8Z^3}{4Z^2-9}\div\frac{9+6Z+4Z^2}{9+6Z}=\frac{27-8Z^3}{4Z^2-9}\times\frac{9+6Z}{9+6Z+4Z^2}$
$=\frac{(3-2Z)(9+6Z+4Z^2)}{(2Z+3)(2Z-3)}\times\frac{3(3+2Z)}{9+6Z+4Z^2}=\frac{-3(2Z-3)}{(2Z-3)}=-3$

43 $\frac{7}{x^2-25}-\frac{6}{x^2+10x+25}=\frac{7}{(x+5)(x-5)}-\frac{6}{(x+5)^2}=\frac{7(x+5)-6(x-5)}{(x-5)(x+5)^2}$
$=\frac{7x+35-6x+30}{(x-5)(x+5)^2}=\frac{x+65}{(x-5)(x+5)^2}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

44 $\frac{y^2-1}{1-y^3}+\frac{1+y}{1+2y+y^2}=\frac{(y+1)(y-1)}{(1-y)(1+y+y^2)}+\frac{1+y}{(1+y)(1+y)}$

$$=\frac{(y+1)(y-1)}{-(y-1)(1+y+y^2)}+\frac{1}{1+y}=\frac{-(y+1)}{1+y+y^2}+\frac{1}{1+y}$$

$$=\frac{-(y+1)(1+y)+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}=\frac{-(y+y^2+1+y)+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}$$

$$=\frac{-2y-y^2-1+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}=\frac{-y}{(1+y+y^2)(1+y)}$$

45 $\frac{Z+3}{Z+5}-\frac{Z-5}{Z-3}+\frac{1}{Z^2+2Z-15}=\frac{Z+3}{Z+5}-\frac{Z-5}{Z-3}+\frac{1}{(Z+5)(Z-3)}$

$$=\frac{(Z+3)(Z-3)-(Z-5)(Z+5)+1}{(Z+5)(Z-3)}=\frac{Z^2-9-(Z^2-25)+1}{(Z+5)(Z-3)}$$

$$=\frac{Z^2-9-Z^2+25+1}{(Z+5)(Z-5)}=\frac{17}{(Z+5)(Z-3)}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الفصل الثالث : المعادلات

الدرس [1 – 3] : حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

[3 – 1 – 1]	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

ليكن $L_2 : a_2x + b_2y = c_2$, $L_1 : a_1x + b_1y = c_1$ معادلتين من الدرجة الأولى بمتغيرين x , y لحل هذا النظام بيانيا نتبع ما يأتي :

[1] تمثيل كل من المستقيمين في المستوي الإحداثي .

[2] لإيجاد احداثي نقطة تقاطع المستقيمين يرسم عمودان من النقطة على المحور الصادي والسيني فتكون نقطة التقاطع تمثل مجموعة الحل .

سؤال 1 : جد مجموعة حل النظام بيانيا في R

$x - y = 1$ ———— (1)

$x + y = 2$ ———— (2)

الحل :

رمز للمعادلة (1) : $x - y = 1$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	−1	(0, −1)
1	0	(1, 0)

$0 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = -1$

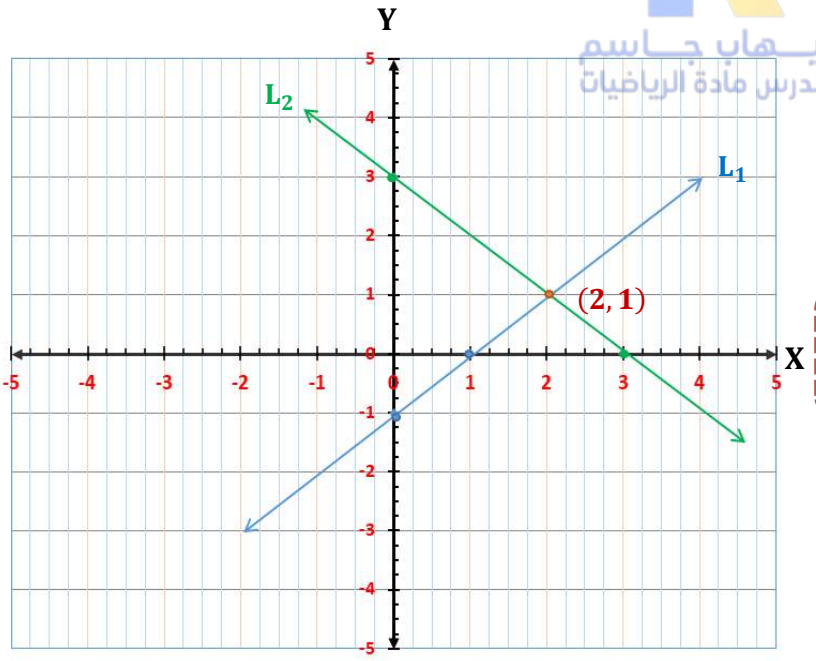
$x - 0 = 1 \Rightarrow x = 1$

نرمز للمعادلة (2) : $x + y = 3$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)

$0 + y = 3 \Rightarrow y = 3$

$x - 0 = 3 \Rightarrow x = 3$



مجموعة الحل هي : $S = [(2, 1)]$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[3 – 1 – 2] حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين بتحويل أحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وذلك بإيجاد علاقة بين X, Y من أحدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرى

سؤال 1 : جد مجموعة الحل للنظام في R باستعمال التعويض :

$$y = 4x \quad ---(1)$$
$$y = x + 6 \quad ---(2)$$

الحل : نعوض معادلة (1) في معادلة (2)

$$4x = x + 6 \quad \Rightarrow \quad 4x - x = 6$$
$$x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{6}{3} = 2$$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

$$y = 2 + 6 = 8$$

مجموعة حل النظام : $S = \{(2, 8)\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : جد مجموعة الحل للنظام في R باستعمال التعويض :

$$x + 8y = 10 \quad ---(1)$$
$$x - 4y = 2 \quad ---(2)$$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$$x = 2 + 4y \quad ---(3)$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2 + 4y + 8y = 10 \quad \Rightarrow \quad 12y = 10 - 2$$
$$12y = 8 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

نعوض عن قيمة $y = \frac{2}{3}$ في معادلة (3)

$$x = 2 + 4\left(\frac{2}{3}\right) = 2 + \frac{8}{3} = \frac{6+8}{3} = \frac{14}{3}$$

مجموعة حل النظام : $S = \left\{\left(\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2 – 1 – 3] حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف

تتلخص هذه الطريقة لحل النظام من معادلتين بحذف أحد المتغيرين وذلك بجعل معامل أحدهما متساويا بالقيمة ومختلفا بالإشارة في كلا المعادلتين .

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : جد مجموعة حل للنظام في R باستعمال الحذف .

$x + 2y = 5 \quad ---(1)$
$3x - y = 1 \quad ---(2) \quad \} \times 2$

الحل : نضرب معادلة (2) في العدد 2

$x + 2y = 5 \quad ---(1)$
$6x - 2y = 2 \quad ---(2)$ بالجمع

$7x = 7 \implies x = \frac{7}{7} = 1$

نعوض قيمة $x = 1$ في معادلة (1)

$1 + 2y = 5 \implies 2y = 5 - 1 \implies 2y = 4 \implies y = \frac{4}{2} = 2$

مجموعة حل النظام : $S = \{(1, 2)\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : جد مجموعة حل للنظام في R باستعمال الحذف :

$3x + 4y = 10 \quad ---(1) \quad \} \times 3$
$2x + 3y = 7 \quad ---(2) \quad \} \times 4$

الحل : نضرب معادلة (1) في العدد 3 ونضرب معادلة (2) في العدد 4

$9x + 12y = 30 \quad ---(1)$
$\mp 8x \mp 12y = \mp 28 \quad ---(2)$ بالطرح

$x = 2$

نعوض قيمة $x = 2$ في معادلة (2)

$2(2) + 3y = 7 \implies 4 + 3y = 7 \implies 3y = 7 - 4 \implies 3y = 3 \implies y = \frac{3}{3} = 1$

مجموعة حل النظام : $S = \{(2, 1)\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

سؤال 1 : جد مجموعة حل للنظام في R بيانياً :

1 $3x - y = 6 \quad ---(1)$
$x - y = 3 \quad ---(2)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل : نرمز للمعادلة (1) : $3x - y = 3$ بالرمز L_1

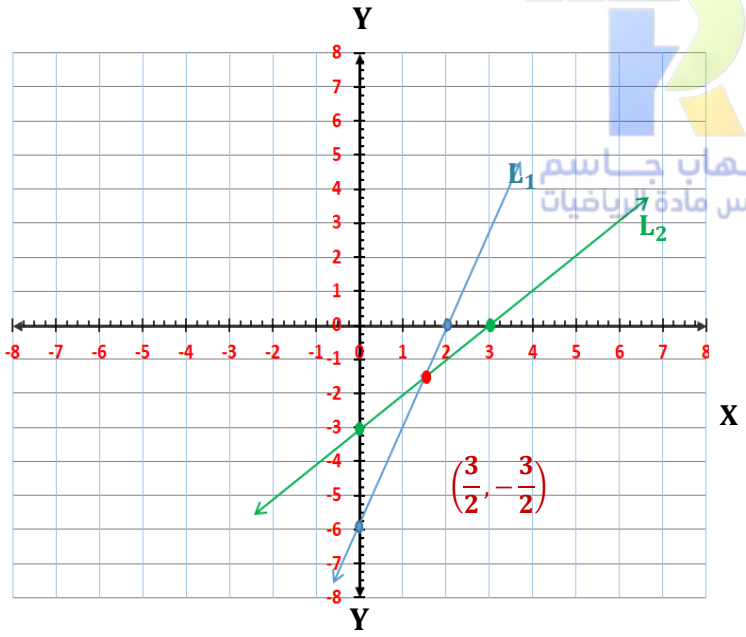
x	y	(x, y)
0	-6	$(0, -6)$
2	0	$(2, 0)$

$3(0) - y = 6 \Rightarrow -y = 6 \Rightarrow y = -6$
$3x - 0 = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$

نرمز للمعادلة (2) $x - y = 3$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	-3	$(0, -3)$
3	0	$(3, 0)$

$0 - y = 3 \Rightarrow -y = 3 \Rightarrow y = -3$
$x - 0 = 3 \Rightarrow x = 3$



مجموعة حل النظام : $S = \left\{\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

2 $y - x = 3$ ـــــ (1)
$y + x = 0$ ـــــ (2)

الحل: نرمز للمعادلة (1): $y - x = 3$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
−3	0	(−3, 0)

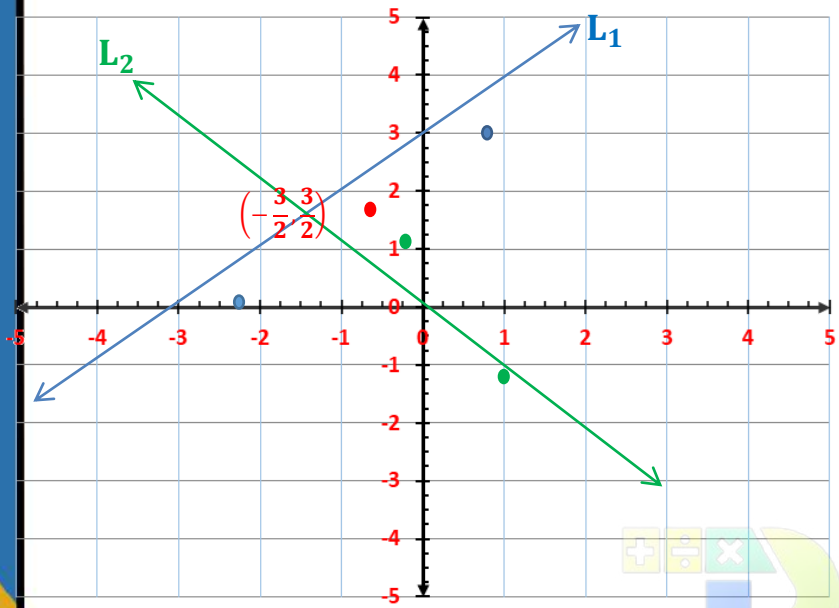
$y - 0 = 3 \Rightarrow y = 3$
$0 - x = 3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

نرمز للمعادلة ( ) : $y + x = 3$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
1	−1	(1, −1)
−1	1	(−1, 1)

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$
$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$

مجموعة حل النظام: $\{(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})\}$



www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

3 $y = x - 2$ ـــــ (1)
$y = 3 - x$ ـــــ (2)

الحل: نرمز للمعادلة (1): $y = x - 2$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	−2	(0, −2)
2	0	(2, 0)

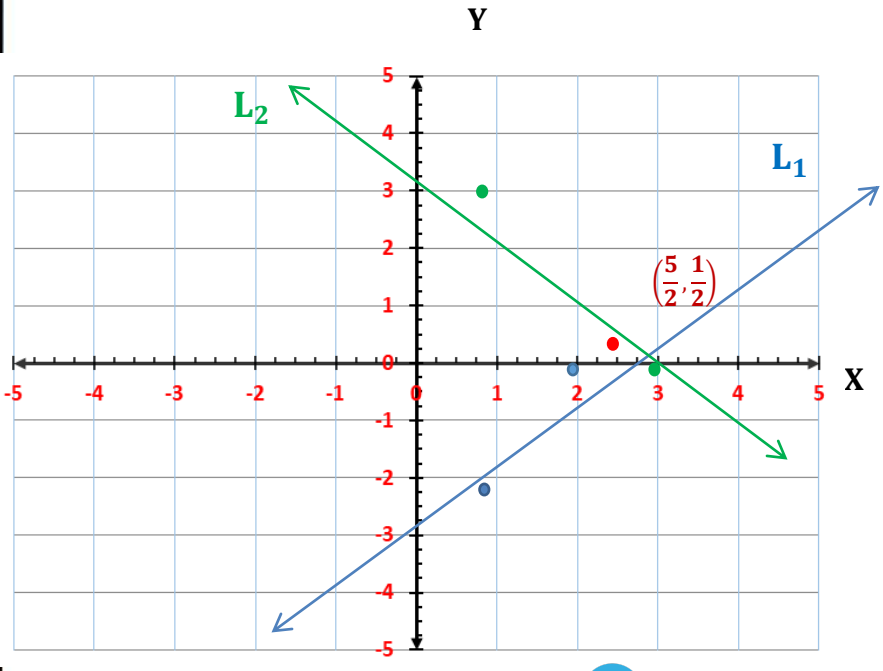
$y = 0 - 2 \Rightarrow y = -2$
$0 = x - 2 \Rightarrow x = 2$

نرمز للمعادلة (2) $y = 3 - x$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)

$y = 3 - 0 \Rightarrow y = 3$
$0 = 3 - x \Rightarrow x = 3$

مجموعة حل النظام: $\{(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})\}$



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 : جد مجموعة حل للمعادلتين في R باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي :

1 $2x + 3y = 1$ ———— (1)
$3x - 2y = 0$ ———— (2)

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$$3x = 2y \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{3}y \quad \text{———— (3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$$2\left(\frac{2}{3}y\right) + 3y = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}y + 3y = 1 \quad \} \times 3$$
$$4y + 9y = 3 \quad \Rightarrow \quad 13y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{13}$$

نعوض قيمة $y = \frac{3}{13}$ في معادلة (3)

$$x = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{13}\right) = \frac{1}{13}$$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

2 $x - 2y = 11$ ———— (1)
$2x - 3y = 18$ ———— (2)

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$$x = 11 + 2y \quad \text{———— (3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2(11 + 2y) - 3y = 18 \quad \Rightarrow \quad 22 + 4y - 3y = 18$$
$$y = 18 - 22 = -4$$

نعوض قيمة $y = -4$ في معادلة (3)

$$x = 11 + 2(-4) = 11 - 8 = 3$$

مجموعة حل النظام : $\{(3, -4)\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

3 $y - 5x = 10$ ———— (1)
$y - 3x = 8$ ———— (2)

الحل : من معادلة (1) نحصل على :

$$y = 10 + 5x \quad \text{———— (3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$10 + 5x - 3x = 8 \quad \Rightarrow \quad 2x = 8 - 10$$
$$2x = -2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-2}{2} = -1$$

نعوض قيمة $x = -1$ في معادلة (3)

$$y = 10 + 5(-1) = 10 - 5 = 5$$

مجموعة حل النظام : $\{(-1, 5)\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

1 $3x - 4y = 12$ ـــــ (1)
$5x + 2y == -6$ ـــــ (2) } × 2

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 2

$3x - 4y = 12$ ـــــ (1)
$10x + 4y = -12$ ـــــ (2) بالجمع
$13x = 0 \Rightarrow x = 0$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$5(0) + 2y = -6 \Rightarrow 2y = -6$
$y = \frac{-6}{2} = -3$

مجموعة حل النظام : $\{(0, -3)\}$

---

2 $x - 3y = 6$ ـــــ (1) } × 2
$2x - 4y = 24$ ـــــ (2)

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 2

$\mp 2x \pm 6y = \mp 12$ ـــــ (1)
$2x - 4y = 24$ ـــــ (2) بالطرح
$2y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{2} = 6$

نعوض قيمة $y = 6$ في معادلة (1)

$x - 3(6) = 6 \Rightarrow x - 18 = 6$
$x = 6 + 18 = 24$

مجموعة حل النظام : $\{(24, 6)\}$

---

3 $3y - 2x - 7 = 0$ ـــــ (1)
$y + 3x + 5 = 0$ ـــــ (2) } × 3

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 3

$3y - 2x - 7 = 0$ ـــــ (1)
$\mp 3y \mp 9x \mp 15 = 0$ ـــــ (2) بالطرح
$-11x - 22 = 0 \Rightarrow 11x = -22$
$x = \frac{-22}{11} = -2$

نعوض قيمة $x = -2$ في معادلة (2)

$y + 3(-2) + 5 = 0 \Rightarrow y - 6 + 5 = 0$
$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$

مجموعة حل النظام : $\{(-2, 1)\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : جد مجموعة الحل للمعادلتين في R وتحقق من صحة الحل :

$$[1]\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{2}=1 \quad ---(1) \quad \}\times 6$$
$$\frac{3y}{3}-\frac{x}{3}=4 \quad ---(2) \quad \}\times 3$$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 6 ومعادلة (2) في العدد 3

$$4x-3y=6 \quad ---(1)$$
$$3y-x=12 \ \Rightarrow\ -x+3y=12 \quad ---(2)$$
$$4x-3y=6 \quad ---(1)$$
$$-x+3y=12 \quad ---(1) \quad \text{بالجمع}$$
$$3x=18 \ \Rightarrow\ x=\frac{18}{3}=6$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

نعوض قيمة $x=6$ في معادلة (2)

$$-6+3y=12 \ \Rightarrow\ 3y=12+6$$
$$3y=18 \ \Rightarrow\ y=\frac{18}{3}=6$$

مجموعة حل النظام : $\{(6,6)\}$

تحقق من صحة الحل :

نعوض قيم $x=6\ ,\ y=6$ في أحدى المعادلتين لتكن معادلة (2)

$$-x+3y=-6+3(6)=-6+18=12$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$$[2]\ 0.2x-6y=4 \quad ---(1)$$
$$0.1x-7y==-2 \quad ---(2) \quad \}\times 2$$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 2

$$0.2x-6y=4 \quad ---(1)$$
$$\mp 0.2x\pm 14y=\pm 4 \quad ---(2) \quad \text{بالطرح}$$
$$8y=8 \ \Rightarrow\ y=\frac{8}{8}=1$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

نعوض قيمة $y=1$ في معادلة (1)

$$0.2x-6(1)=4 \ \Rightarrow\ 0.2x-6=4$$
$$0.2x=4+6 \ \Rightarrow\ 0.2x=10$$
$$x=\frac{10}{0.2}=\frac{100}{2}=50$$

مجموعة حل النظام : $\{(50,1)\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم $x=50\ ,\ y=1$ في معادلة (1)

$$0.2x-6y=0.2(50)-6(1)=10-6=4$$

[12] $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y=2\frac{3}{4}$ ———— (1) $\}\times 12$

$\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}y=6\frac{1}{4}$ ———— (2) $\}\times 12$

الحل : نبسط معادلة (1)

$\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y=\frac{11}{4}\ \}\times 12$

$6x+8y=33$ ———— (1)

نبسط معادلة (2)

$\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}y=\frac{25}{4}\ \}\times 12$

$3x-8y=75$ ———— (2)

$6x+8y=33$ ———— (1) بالجمع

$9x=108 \Rightarrow x=\frac{108}{9}=12$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

نعوض قيمة $x=12$ في معادلة (1)

$6(12)+8y=33 \Rightarrow 72+8y=33$

$8y=33-72 \Rightarrow 8y=-39 \Rightarrow y=\frac{-39}{8}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(12,-\frac{39}{8}\right)\right\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم $x=12\ ,\ y=-\frac{39}{8}$ في معادلة (1)

$$6x+8y=6(12)+8\left(-\frac{39}{8}\right)=72-39=33$$

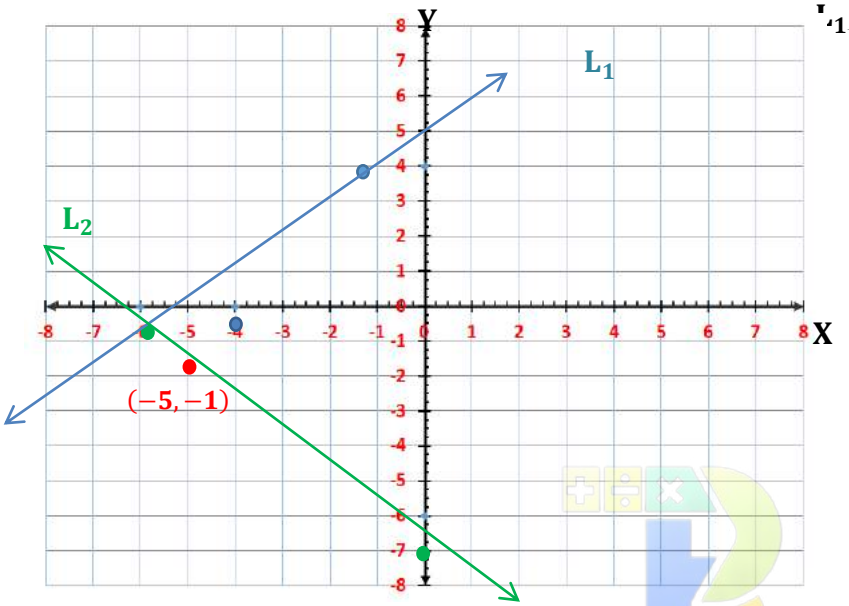
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : جد مجموعة الحل للمعادلتين بيانيا في R :

$[1]\ x - y = -4 \quad ---- (1)$
$y + x = -6 \quad ---- (2)$



الحل : نرمز للمعادلة $(1)\ x - y = -4$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	4	(0, 4)
−4	0	(−4, 0)

$0 - y = -4 \Rightarrow y = 4$
$x - 0 = -4 \Rightarrow x = -4$

نرمز للمعادلة $(2)\ y + x = -6$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	−6	(0, −6)
−6	0	(−6, 0)

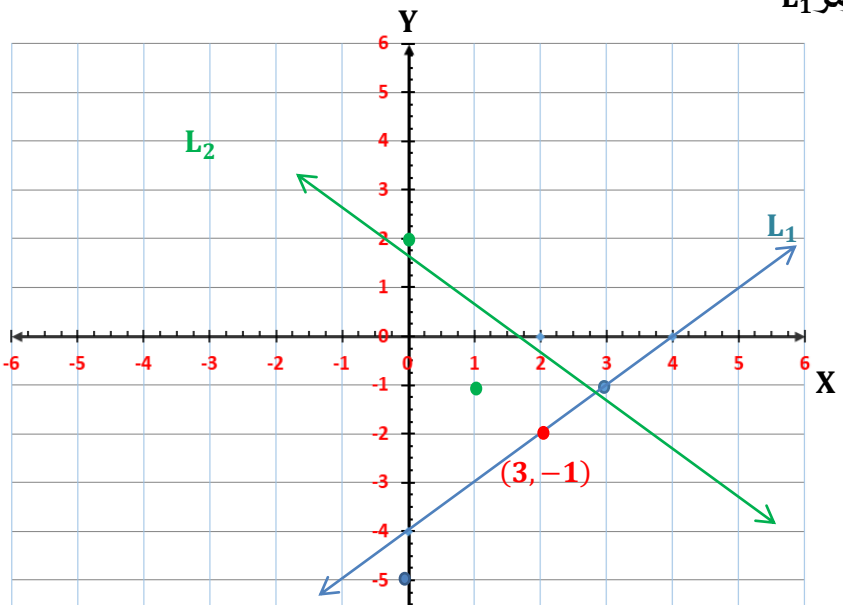
$y + 0 = -6 \Rightarrow y = -6$
$0 + x = -6 \Rightarrow x = -6$

مجموعة الحل : $\{(-5,-1)\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$[2]\ y = x - 4 \quad ---- (1)$
$x = 2 - y \quad ---- (2)$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m



الحل : نرمز للمعادلة $(1) : y = x - 4$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	−4	(0, −4)
4	0	(4, 0)

$y = 0 - 4 \Rightarrow y = -4$
$0 = x - 4 \Rightarrow x = 4$

نرمز للمعادلة $(\ ) : x = 2 - y$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	2	(0, 2)
2	0	(2, 0)

$0 = 2 - y \Rightarrow y = 2$
$x = 2 - 0 = 2$

مجموعة حل النظام : $\{(3,-1)\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 :

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي :

2 $2x - y = -4 \quad ---(1)$
$3x - y == 3 \quad ---(2)$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$y = 3x - 3 \quad ---(3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$2x - (3x - 3) = -4 \Rightarrow 2x - 3x + 3 = -4$

$-x = -4 - 3 \Rightarrow -x = -7 \Rightarrow x = 7$

نعوض قيمة $x = 7$ في معادلة (3)

$y = 3(7) - 3 = 21 - 3 = 18$

مجموعة حل النظام $\{(7, 18)\}$

1 $3x + 2y = 2 \quad ---(1)$
$x - y = 8 \quad ---(2)$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$x = 8 + y \quad ---(3)$

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$3(8 + y) + 2y = 2 \Rightarrow 24 + 3y + 2y = 2$

$5y = 2 - 24 \Rightarrow 5y = -22 \Rightarrow y = \frac{-22}{5}$

نعوض قيمة $y = -\frac{22}{5}$ في معادلة (3)

$x = 8 - \frac{22}{5} = \frac{40 - 22}{5} = \frac{18}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{18}{5}, -\frac{22}{5}\right)\right\}$

سؤال 3 :

جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

2 $5x - 3y = 6 \quad ---(1) \quad \} \times 5$
$2x + 5y = -10 \quad ---(2) \quad \} \times 3$

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 5 ومعادلة (2) في العدد 3

$25x - 15y = 30 \quad ---(1)$

$6x + 15y = -30 \quad ---(1)$ بالجمع

$31x = 0 \Rightarrow x =$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$2(0) + 5y = -10 \Rightarrow 5y = -10$

$y = \frac{-10}{5} = -2$

مجموعة حل النظام : $\{(0, -2)\}$

1 $3x = 22 - 4y \quad ---(1)$
$4y = 3x - 14 \quad ---(2)$

الحل : نرتب المعادلتين :

$3x + 4y = 22 \quad ---(1)$

$-3x + 4y = -14 \quad ---(2)$ بالجمع

$8y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{8} = 1$

نعوض قيمة $y = 1$ في معادلة (1)

$3x = 22 - 4(1) \Rightarrow 3x = 22 - 4$

$3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$

مجموعة حل النظام : $\{(6, 1)\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : **طقس :** تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد أيام (y) التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية . اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف ثم جد حلهما بطريقة الحذف .

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل : عدد أيام شهر كانون الثاني $= 31$ يوم

نفرض عدد الأيام التي تنخفض بها درجة الحرارة $= x$

نفرض عدد الأيام التي تزداد بها درجة الحرارة $= y$

$$y + x = 31 \quad \text{-------(1)}$$
$$y - x = 9 \quad \text{-------(2)} \quad \text{بالجمع}$$
$$2y = 40 \implies y = \frac{40}{2} = 20$$

نعوض قيمة $y = 20$ في معادلة (1)

$$20 + x = 31 \implies x = 31 - 20 = 11 \implies S = \{(11, 20)\}$$

سؤال 2 : **تجارة :** باع متجر 25 ثلاجة وغسالة بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار للغسالة اذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازا باع من كل نوع . اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلها بطريقة التعويض

مدرس مادة الرياضيات

الحل : نفرض عدد الثلاجات $= x$, عدد الغسالات $= y$

$$x + y = 25 \quad \text{-------(1)}$$

سعر الثلاجة $= 1000000x$, سعر الغسالة $= 500000y$

$$1000000x + 500000y = 20000000 \quad \} \div 500000$$
$$2x + y = 40 \quad \text{-------(2)}$$

من معادلة ( ) نحصل على :

$$y = 25 - x \quad \text{-------(3)}$$

نعوض معادلة (3) في معادلة (2)

$$2x + 25 - x = 40 \implies x = 40 - 25 \implies x = 15$$

نعوض قيمة $x = 15$ في معادلة (3)

$$y = 25 - 15 = 10 \implies S = \{(15, 10)\}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 : **حفلة تخرج :** عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجهما من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور . وكان عدد المدعوين 23 شخصا . فكم شخصا دعا كل منهما ؟

الحل : نفرض عدد الأشخاص الذين دعاهم سجاد $= x$

عدد الأشخاص الذين دعاهم أنور $= y$

$x + y = 23$ ———(1)

$x - y = 3$ ———(2) بالجمع

$2x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{2} = 13$ عدد الاشخاص الذين دعاهم سجاد

نعوض قيم $x = 1$ في معادلة (1)

$13 + y = 23 \Rightarrow y = 23 - 13 = 10$ الذين دعاهم أنور

فكر

سؤال 1 : **تحد :** جد مجموعة الحل للمعادلتين في R

ii) $\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1$ ———(1) $\}\times 6$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3$ ———(2) $\}\times 2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل : نبسط المعادلتين ذلك بضرب معادلة (1) في العدد 6 والمعادلة (2) في العدد 2

$2x - 2y = 6$ ———(1)

$x + y = 6$ ———(2) $\}\times 2$

$2x + 2y = 12$ ———(2)

~~$2x - 2y = 6$ ———(1) بالجمع~~

$4x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

نعوض قيمة $x = \frac{9}{2}$ في معادلة (2)

$\frac{9}{2} + y = 6 \Rightarrow y = 6 - \frac{9}{2} = \frac{12-9}{2} = \frac{3}{2}$

مجموعة حل النظام : $\{(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})\}$

سؤال 2 : **أصحح الخطأ :** قال أحمد أن مجموعة حل المعادلتين الخطيتين : $2x+3y=6\ ,\ 3x+2y=1$ هي المجموعة : $\{(\frac{5}{16},\frac{5}{9})\}$ اكتشف خطأ أحمد وصححه .

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 2 والمعادلة (2) في العدد 3

$$4x+6y=12 \quad ---(1)$$
$$\mp 9x \mp 6y=\mp 3 \quad ---(2)$$ بالطرح

$$-5x=9 \implies x=-\frac{9}{5}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

نعوض قيمة $x=-\frac{9}{5}$ في معادلة (2)

$$3\left(-\frac{9}{5}\right)+2y=1 \implies -\frac{27}{5}+2y=1 \ \}\times 5$$

$$-27+10y=5 \implies 10y=5+27 \implies 10y=32 \implies y=\frac{32}{10}=\frac{16}{5}$$

مجموعة حل النظام : $\{(-\frac{9}{5},\frac{16}{5})\}$

خطأ أحمد هو أيجاد مجموعة الحل .

سؤال 1 : **أكتب //** مجموعة حل المعادلتين الخطيتين :

$$5x-6y=0 \quad ---(1)$$
$$x+2y=4 \quad ---(2) \ \}\times 3$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 3

$$5x-6y=0 \quad ---(1)$$
$$3x+6y=12 \quad ---(2)$$ بالجمع

$$8x=12 \implies x=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

نعوض قيمة $x=\frac{3}{2}$ في معادلة (2)

$$\frac{3}{2}+2y=4 \ \}\times 2 \implies 3+4y=8 \implies 4y=8-3$$

$$4y=5 \implies y=\frac{5}{4} \implies \text{مجموعة الحل} : \{(\frac{3}{2},\frac{5}{4})\}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة حل المعادلتين بيانيا في R

[1] $y = 4x - 6$
$y = x$

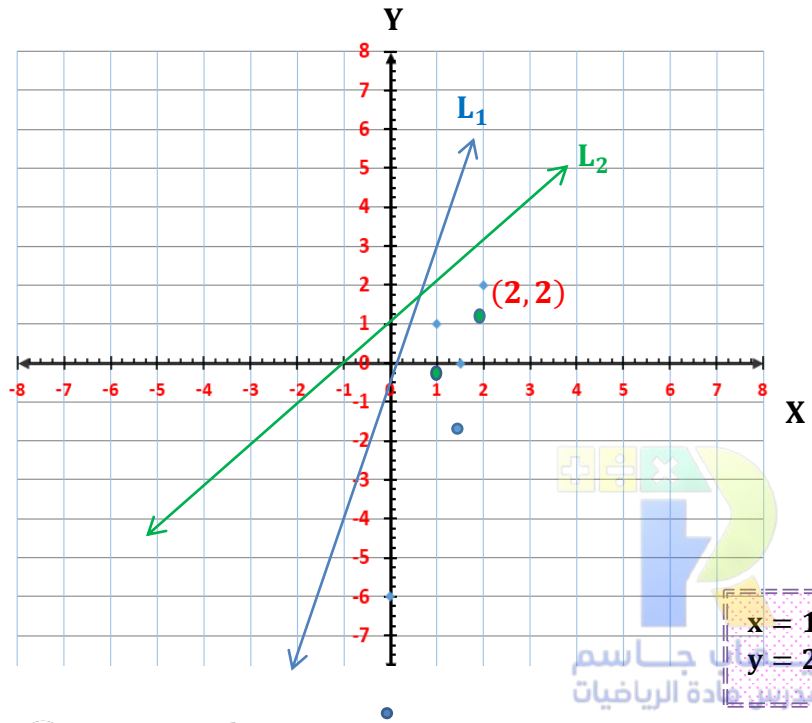
a) $\{(-2,-2)\}$ b) $\{(-2,2)\}$ c) $\{(2,-2)\}$ d) $\{(2,2)\}$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = 4x - 6$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	-6	$(0,-6)$
$\frac{3}{2}$	0	$\left(\frac{3}{2},0\right)$

$y = 0 - 6 \Rightarrow y = -6$

$0 = 4x - 6 \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$



نرمز للمعادلة (2) $y = x$ بالرمز L_2

$x = 1 \Rightarrow y = 1$
$y = 2 \Rightarrow x = 2$

x	y	(x, y)
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 2)

مجموعة حل النظام : $\{(2,2)\}$ الجواب فرع (d)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $y = x - 3$
$y = 3 - x$

a) $\{(-3,0)\}$ b) $\{(3,0)\}$ c) $\{(0,-3)\}$ d) $\{(0,3)\}$

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y = x - 3$ بالرمز L_1

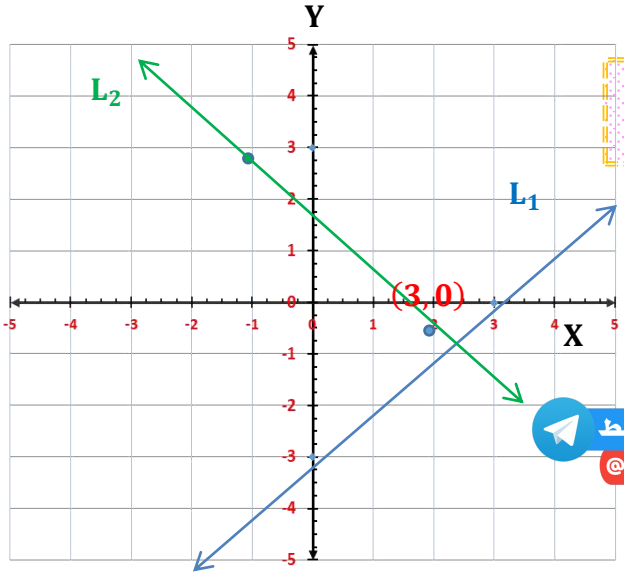
$y = 0 - 3 \Rightarrow y = -3$
$0 = x - 3 \Rightarrow x = 3$

x	y	(x, y)
0	-3	$(0,-3)$
3	0	(3, 0)

نرمز للمعادلة (1) $y = 3 - x$ بالرمز L_2

$y = 3 - 0 \Rightarrow y = 3$
$0 = 3 - x \Rightarrow x = 3$

x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)



مجموعة حل النظام : $\{(3,0)\}$

الجواب فرع (b)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

السؤال2 جد مجموعة الحل للمعادلتين في R باستعمال التعويض لكل مما يأتي :

[3] $3x + 4y = 26$ ——— (1)
$5x - 2y = 0$ ——— (2)
a) $\{(2,5)\}$ b) $\{(-2,-5)\}$
c) $\{(2,-5)\}$ d) $\{(-2,5)\}$

الحل : من معادلة (2) نحصل على :

$5x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{5}y$ ——— (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$3\left(\frac{2}{5}y\right) + 4y = 26 \Rightarrow \frac{6}{5}y + 4y = 26 \quad \} \times 5$

$6y + 20y = 130 \Rightarrow 26y = 130$

$y = \frac{130}{26} = 5$

نعوض قيمة $y = 5$ في معادلة (3)

$x = \frac{2}{5} \times 5 = 2$

مجموعة حل النظام : $\{(2,5)\}$

الحل

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[4] $y = 6x + 12$ ——— (1)
$3y = 2x - 8$ ——— (2)
a) $\left\{\left(-\frac{11}{4},\frac{9}{2}\right)\right\}$ b) $\left\{\left(\frac{11}{4},-\frac{9}{2}\right)\right\}$
c) $\left\{\left(-\frac{11}{4},-\frac{9}{2}\right)\right\}$ d) $\left\{\left(\frac{11}{4},\frac{9}{2}\right)\right\}$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 4

$7x - 4y = 12$ ——— (1)
$\mp 12x \pm 4y = \mp 20$ ——— (2) بالطرح

$-5x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5}$

نعوض قيمة $x = \frac{8}{5}$ في معادلة (2)

$3\left(\frac{8}{5}\right) - y = 5 \Rightarrow \frac{24}{5} - y = 5$

$y = \frac{24}{5} - 5 = \frac{24-25}{5} = -\frac{1}{5}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{8}{5},-\frac{1}{5}\right)\right\}$

الجواب فرع (d)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[5] $\frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 4$ ——— (1)
$y - \frac{x}{4} = 2$ ——— (2)
a) $\{(8,-4)\}$ b) $\{(-8,-4)\}$
c) $\{(8,4)\}$ d) $\{(-8,4)\}$

الحل : نبسط المعادلتين بضرب معادلة (1) في العدد 4 والمعادلة (2) في العدد 4

$\frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 4 \quad \} \times 4 \Rightarrow 3x - 2y = 16$ ——— (1)

$y - \frac{x}{4} = 2 \quad \} \times 4 \Rightarrow 4y - x = 8$ ——— (2)

من معادلة (2) نحصل على :

$x = 4y - 8$ ——— (3)

نعوض معادلة (3) في معادلة (1)

$3(4y - 8) - 2y = 16 \Rightarrow 12y - 24 - 2y = 16$

$10y = 16 + 24 \Rightarrow 10y = 40 \Rightarrow y = 4$

نعوض قيمة $y = 4$ في معادلة (3)

$x = 4(4) - 8 = 16 - 8 = 8$

مجموعة حل النظام : $\{(8,4)\}$

الجواب فرع (c)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

السؤال3 جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي :

[6] $7x-4y=12$ ——————(1)
$3x-y=5$ ——————(2)
a) $\{(-\frac{8}{5},\frac{1}{5})\}$ b) $\{(-\frac{8}{5},-\frac{1}{5})\}$
c) $\{(\frac{8}{5},\frac{1}{5})\}$ d) $\{(\frac{8}{5},-\frac{1}{5})\}$

نضرب معادلة ( ) في 2

$8x-2y=28$ ————(1)
$\mp x\pm 2y=\mp 14$ ————(2) بالطرح

$7x=14 \Rightarrow x=\frac{14}{7}=2$

نعوض قيمة $x=2$ في ( )

$4(2)-y=14 \Rightarrow 8-y=14$
$y=8-14=-6$

مجموعة حل النظام : $\{(2,-6)\}$

الجواب فرع (c)

[7] $6y-2x-8=0$ ————(1)
$y+x-12=0$ ————(2)
a) $\{(8,-4)\}$ b) $\{(8,4)\}$
c) $\{(-8,4)\}$ d) $\{(-8,-4)\}$

الحل : بضرب معادلة (2) في العدد 2

$6y-2x-8=0$ ————(1)
$2y+2x-24=0$ ————(2) بالجمع

$8y-32=0 \Rightarrow 8y=32 \Rightarrow y=\frac{32}{8}=4$

نعوض قيمة $y=4$ في معادلة (2)

$4+x-12=0 \Rightarrow x-8=0 \Rightarrow x=8$

مجموعة حل النظام : $\{(8,4)\}$

الجواب فرع (b)

[8] $\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}y=2\frac{1}{3}$ ————(1)
$\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}y=3\frac{1}{2}$ ————(2)
a) $\{(-2,-6)\}$ b) $\{(-2,6)\}$
c) $\{(2.-6)\}$ d) $\{(2,6)\}$

الحل : نبسط معادلة (1) ومعادلة (2)

$\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}y=\frac{7}{3}$ $\}\times 6$
$4x-y=14$ ————(1) $\}\times 2$
$\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}y=\frac{7}{2}$ $\}\times 4$
$x-2y=14$ ————(2)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الدرس [2 – 3] : حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

[3 – 2 – 1]	حل المعادلات بالتحليل فرق بين مربعين

لحل المعادلة بطريقة التحليل فرق بين مربعين نتبع ما يأتي :

[1] نتخلص من الأقواس أن وجدت ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة .

[2] نجعل المعادلة بالصورة : $x^2 - a^2 = 0$

[3] نحل المعادلة بطريقة الفرق بين مربعين بالصورة : $(x + a)(x - a) = 0$

[4] نجد قيم x بجعل أما : $x + a = 0 \implies x = -a$ أو : $x - a = 0 \implies x = a$

[5] نكتب مجموعة الحل : $S = \{-a, a\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : تعد الزقورة من المعالم الحضارية في العراق اذ أنها تقع في جنوب العراق . رسم باسل لوحة جدارية للزقورة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$ على جدار إسمنتي . أكتب معادلة تمثل مساحة اللوحة ثم حلها لإيجاد طول ضلع اللوحة .

الحل : نفرض طول ضلع اللوحة x

مساحة اللوحة = طول الضلع × نفسه

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$x^2 = 9$

$x^2 - 9 = 0 \implies (x + 3)(x - 3) = 0$

أما $x + 3 = 0 \implies x = -3$ يهمل

أو $x - 3 = 0 \implies x = 3$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

طول ضلع اللوحة هو : 3m

سؤال 2 : حل المعادلة التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل : $16 - y^2 = 0$

الحل :

$(4 + y)(4 - y) = 0$

أما $4 + y = 0 \implies y = -4$

أو $4 - y = 0 \implies y = 4 \implies S = \{4, -4\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة

$y = 4 \implies 16 - y^2 = 16 - (4)^2 = 16 - 16 =$

$y = -4 \implies 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0$

سؤال 3 : حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

[1] $4x^2 - 25 = 0$

الحل :

$2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ أما

$2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ أو

$S = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$

[2] $3Z^2 - 12 = 0$

الحل :

$3(Z^2 - 4) = 0 \} \div 3$

$Z^2 - 4 = 0 \Rightarrow (Z + 2)(Z - 2) = 0$

$Z + 2 = 0 \Rightarrow Z = -2$ أما

$Z - 2 = 0 \Rightarrow Z = 2 \Rightarrow S = \{-2, 2\}$ أو

[3] $2y^2 - 6 = 0$

الحل :

$2(y^2 - 3) = 0 \} \div 2$

$y^2 - 3 = 0 \Rightarrow (y + \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) = 0$

$y + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{3}$ أما

$y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3} \Rightarrow S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ أو

[4] $x^2 - 5 = 0$

الحل :

$(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$

$x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$ أما

$x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$ أو

[5] $(Z + 1)^2 - 36 = 0$

الحل :

$(Z + 1 + 6)(Z + 1 - 6) = 0$

$\Rightarrow (Z + 7)(Z - 5) = 0$

$Z + 7 = 0 \Rightarrow Z = -7$ أما

$Z - 5 = 0 \Rightarrow Z = 5 \Rightarrow S = \{-7, 5\}$ أو

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3 – 2 – 2] حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي

لحل المعادلات بخاصية الجر التربيعي نتبع ما يأتي

[1] نتخلص من الأقواس أن وجدت ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة .

[2] نجعل المتغيرات التي تحتوي x^2 في طرف والأعداد في طرف اخر .

[3] نقسم الطرفين على معامل ^{2} أي جعل المعادلة بالصورة : $x^2 = a$

[4] نأخذ الجذر التربيعي للطرفين واضعين اشارتي $(\mp)$ أمام العدد . أي أن : $x = \mp\sqrt{a}$

[5] نكتب مجموعة الحل : $S = \{\sqrt{a}, -\sqrt{a}\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 : حل المعادلة التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل : $x^2 = 9$

الحل :

$$x^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{9} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 3 \quad \Rightarrow \quad S = \{3, -3\}$$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$x = 3 \Rightarrow x^2 = (3)^2 = 9$ الطرف الأيمن

$x = -3 \Rightarrow x^2 = (-3)^2 = 9$ الطرف الأيمن

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

[1] $y^2 = 36$

الحل :

$$y = \pm\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad y = \pm 6 \quad \Rightarrow \quad S = \{6, -6\}$$

[2] $Z^2 = \frac{9}{25}$

الحل :

$$Z = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \quad \Rightarrow \quad Z = \pm\frac{3}{5} \quad \Rightarrow$$

$$S = \left\{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\right\}$$

[3] $x^2 + 81 = 0$

الحل :

$x^2 = -81$ (لا يوجد عدد حقيقي مربعه سالب)

[4] $3y^2 = 7$

الحل :

$$y^2 = \frac{7}{3} \quad \Rightarrow \quad y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \quad \Rightarrow \quad y = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$S = \left\{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}$$

[5] $4x^2 - 5 = 0$

الحل :

$$4x^2 = 5 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad S = \left\{\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اذا ربطت طرفي معادلة صحيحة فأن المعادلة الناتجة تبقى صحيحة . أي أن :

$$y = x \implies y^2 = x^2$$

لحل مثل هذا النوع من المعادلات نتبع ما يأتي :

[1] نجعل الحد الذي يحتوي على الجذر $(\sqrt{x})$ في طرف والأعداد في طرف اخر .

[2] نقسم طرفي المعادلة على معامل المتغير الذي يحتوي على الجذر $(\sqrt{x})$ أي :

نجعل المعادلة بالصورة : $\sqrt{x} = a$

[3] نقوم بتربيع طرفي المعادلة . أي أن : $(\sqrt{x})^2 = a^2$

[4] نكتب مجموعة الحل .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 : حل المعادلات التالية في R :

[1] $3\sqrt{x} = 18 \quad \} \div 3$

الحل :

$\sqrt{x} = \frac{18}{3} \implies \sqrt{x} = 6$ بتربيع الطرفين

$(\sqrt{x})^2 = (6)^2 \implies x = 36 \implies S = \{36\}$

[2] $\sqrt{y+8} = 3$ بتربيع الطرفين

الحل :

$(\sqrt{y+8})^2 = (3)^2 \implies y + 8 = 9$

$y = 9 - 8 = 1 \implies S = \{1\}$

[3] $\sqrt{5Z} = 7$ بتربيع الطرفين

الحل :

$(\sqrt{5Z})^2 = (7)^2 \implies 5Z = 49$

$Z = \frac{49}{5} \implies S = \left\{\frac{49}{5}\right\}$

[4] $\sqrt{\frac{x}{13}} = 1$ بتربيع الطرفين

الحل :

$\left(\sqrt{\frac{x}{13}}\right)^2 = (1)^2 \implies \frac{x}{13} = 1$

$x = 13 \implies S = \{13\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تأكد من فهمك

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل :

[1] $x^2 - 16 = 0$

الحل :

$(x+4)(x-4) = 0$

أما $x + 4 = 0 \implies x = -4$

أو $x - 4 = 0 \implies x = 4 \implies S = \{-4, 4\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$x = 4 \implies x^2 - 16 = (4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

$x = -4 \implies x^2 - 16 = (-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0$

[2] $81 - y^2 = 0$

الحل :

$(9+y)(9-y) = 0$

أما $9 + y = 0 \implies y = -9$

أو $9 - y = 0 \implies y = 9 \implies S = \{-9, 9\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة :

$y = 9 \implies 81 - y^2 = 81 - (9)^2 = 81 - 81 = 0$

$y = -9 \implies 81 - y^2 = 81 - (-9)^2 = 81 - 81 = 0$

[3] $2Z^2 - 8 = 0$

الحل ::

$2(Z^2 - 4) = 0 \ \} \div 2 \implies Z^2 - 4 = 0 \implies (Z+2)(Z-2) = 0$

أما $Z + 2 = 0 \implies Z = -2$

أو $Z - 2 = 0 \implies Z = 2 \implies S = \{-2, 2\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z في المعادلة :

$Z = 2 \implies 2Z^2 - 8 = 2(2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0$

$Z = -2 \implies 2Z^2 - 8 = 2(-2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0$

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

[1] $4x^2 - 9 = 0$

الحل :

$(2x+3)(2x-3) = 0$

أما $2x + 3 = 0 \implies 2x = -3 \implies x = -\frac{3}{2}$

أو $2x - 3 = 0 \implies 2x = 3 \implies x = \frac{3}{2}$

$S = \{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$

[2] $5y^2 - 20 = 0 \ \} \div 5$

الحل :

$y^2 - 4 = 0 \implies (y+2)(y-2) = 0$

أما $y + 2 = 0 \implies y = -2$

أو $y - 2 = 0 \implies y = 2 \implies S = \{-2, 2\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $(y+2)^2 - 49 = 0$

الحل :

$(y + 2 + 7)(y + 2 - 7) = 0$

$(y+9)(y-5) = 0$

أما $y + 9 = 0 \implies y = -9$

$y - 5 = 0 \implies y = 5 \implies S =$

أو $\{-9, 5\}$

[4] $(3 - Z)^2 - 1 = 0$

الحل :

$(3 - Z + 1)(3 - Z - 1) = 0 \implies (4 - Z)(2 - Z) = 0$

أما $4 + Z = 0 \implies Z = -4$

أو $2 - Z = 0 \implies Z = 2 \implies S = \{-4, 2\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[5] $x^2 - 3 = 0$

الحل :

$(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0$

أما $x + \sqrt{3} = 0 \implies x = -\sqrt{3}$

$x - \sqrt{3} = 0 \implies x = \sqrt{3} \implies S =$

أو $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

[6] $y^2 - \frac{1}{9} = 0$

الحل :

$(y + \frac{1}{3})(y - \frac{1}{3}) = 0$

أما $y + \frac{1}{3} = 0 \implies y = -\frac{1}{3}$

$y - \frac{1}{3} = 0 \implies y = \frac{1}{3} \implies S =$

أو $\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

[1] $x^2 = 64$

الحل :

$x = \pm\sqrt{64} \Rightarrow x = \pm 8 \Rightarrow S = \{8, -8\}$

[2] $Z^2 = 7$

الحل :

$Z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$

[3] $2y^2 = \frac{49}{8}$

الحل :

$y^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}}$

$y = \pm\frac{7}{4} \Rightarrow S = \{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\}$

[4] $6Z^2 - 5 = 0$

الحل :

$6Z^2 = 5 \Rightarrow Z^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}}$

$Z = \pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\}$

[5] $4(x^2 - 12) = 13$

الحل :

$4x^2 - 48 = 13 \Rightarrow 4x^2 = 13 + 48 \Rightarrow 4x^2 = 63$

$x^2 = \frac{63}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{63}{4}}$

$x = \pm\frac{3\sqrt{7}}{2} \Rightarrow S = \{\frac{3\sqrt{7}}{2}, -\frac{3\sqrt{7}}{2}\}$

[6] $Z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

الحل :

$Z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow Z^2 = \frac{5-4}{6} \Rightarrow Z^2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$Z = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow Z = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \{\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : حل المعادلات التالية في R :

[1] $3\sqrt{x} = 15$

الحل :

$\sqrt{x} = \frac{15}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = 5$ بتربيع الطرفين

$(\sqrt{x})^2 = (5)^2 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] $\sqrt{y-5} = 2$ بتربيع الطرفين

الحل :

$(\sqrt{y-5})^2 = (2)^2 \Rightarrow y - 5 = 4$

$y = 4 + 5 = 9 \Rightarrow S = \{9\}$

[3] $\sqrt{2Z} = 6$ بتربيع الطرفين

الحل :

$(\sqrt{2Z})^2 = (6)^2 \Rightarrow 2Z = 36$

$Z = \frac{36}{2} = 18 \Rightarrow S = \{18\}$

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

[1] $x^2 = 49$

الحل :

$x = \pm\sqrt{49} \implies x = \pm 7 \implies S = \{7, -7\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة :

$x = 7 \implies x^2 = (7)^2 = 49$ الطرف الايمن

$x = -7 \implies x^2 = (-7)^2 = 49$ الطرف الايمن

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $5y^2 - 10 = 0$ $\} \div 5$

الحل :

$y^2 - 2 = 0 \implies y^2 = 2$
$y = \pm\sqrt{2} \implies S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة :

$y = \sqrt{2} \implies 5y^2 - 10 = 5\left(\sqrt{2}\right)^2 - 10$
$= 10 - 10 = 0$
$y = -\sqrt{2} \implies 5y^2 - 10 = 5\left(-\sqrt{2}\right)^2 - 10$
$= 10 - 10 = 0$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R باستعمال الفرق بين مربعين :

[1] $9x^2 - 36 = 0$

الحل :

$(3x + 6)(3x - 6) = 0$

أما $3x + 6 = 0 \implies 3x = -6 \implies x = -\frac{6}{3} = -2$

أو $3x - 6 = 0 \implies 3x = 6 \implies x = \frac{6}{3} = 2$

$S = \{2, -2\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] $9(x^2 - 1) - 7 = 0$

الحل :

$9x^2 - 9 - 7 = 0 \implies 9x^2 - 16 = 0$
$(3x + 4)(3x - 4) = 0$

اما $3x + 4 = 0 \implies 3x = -4 \implies x = -\frac{4}{3}$

او $3x - 4 = 0 \implies 3x = 4 \implies x = \frac{4}{3} \implies S = \left\{\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right\}$

[3] $y^2 - \frac{1}{36} = 0$

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$\left(y + \frac{1}{6}\right)\left(y - \frac{1}{6}\right) = 0$

أما $y + \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$

أو $y - \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{6} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right\}$

سؤال3 : حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

[1] $x^2 = \frac{1}{64}$

الحل :

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{64}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{8} \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right\}$

[2] $x^2 = 121$

الحل :

$x = \pm\sqrt{121} \Rightarrow x = \pm 11 \Rightarrow S = \{11, -11\}$

[3] $50 - 2y^2 = 0 \quad \} \div 2$

الحل :

$25 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm\sqrt{25}$

$y = \pm 5 \Rightarrow S = \{9, -9\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[4] $7(x^2 - 2) = 50$

الحل :

$7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 50 + 14$

$7x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = \frac{64}{7} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{64}{7}}$

$x = \pm\frac{8}{\sqrt{7}} \Rightarrow S = \left\{\frac{8}{\sqrt{7}}, -\frac{8}{\sqrt{7}}\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : حل المعادلات التالية في R

[34] $6\sqrt{x} = 30 \quad \} \div 3$

الحل :

$\sqrt{x} = \frac{30}{6} \Rightarrow \sqrt{x} = 5$ بتربيع الطرفين

$(\sqrt{x})^2 = (5)^2 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$[36]\ \sqrt{4Z} = 8$ بتربيع الطرفين

الحل :

$$(\sqrt{4Z})^2 = (8)^2 \implies 4Z = 64 \implies Z = \frac{64}{4} = 16$$

$$S = \{16\}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال 1 : موكيت سجاد : قطعة موكيت سجاد مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m قطعت الى أجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل . ما طول ضلع الغرفة .

الحل : مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$A = 12 \times 3 = 36\ m^2$$

نفرض طول ضلع المربع $= x$

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه $\Leftarrow A = x^2$

مساحة المستطيل = مساحة المربع

$$x^2 = 36 \implies x = \pm\sqrt{36} \implies x = \pm 6$$

طول ضلع الغرفة 6m

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : هندسة : قطعة كارتون مربعة الشكل طول ضلعها x cm قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm وثنيت لتكون صندوقا دون غطاء على شكل متوازي سطوح مستطيلة حجمه $32cm^3$. جد طول ضلع قطعة الكارتون الأصلية

الحل : الارتفاع $= 2$ وبعدي القاعدة $= (x-4)$

حجم متوازي السطوح المستطيلة = الطول × العرض × الارتفاع

$$2(x-4)(x-4) = 32 \quad \} \div 2$$

$$(x-4)^2 = 16 \implies x - 4 = \pm\sqrt{16}$$

$$x - 4 = \pm 4$$

أما $x - 4 = 4 \implies x = 4 + 4 = 8\ cm$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

طول ضلع قطعة الكارتون

أو $x - 4 = -4 \implies x = -4 + 4 = 0$ يهمل

سؤال 3 : **نافورة :** صمم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه $3m$ في منتصف حديقة مربعة الشكل فكانت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطة بالحوض $40m^2$ فما طول ضلع الحديقة ؟

الحل : نفرض طول ضلع الحديقة $= x$

المساحة المتبقية = مساحة الحديقة - مساحة الحوض

$$x^2 - 3^2 = 40 \implies x^2 - 9 = 40 \implies x^2 = 40 + 9$$
$$x^2 = 49 \implies x = \pm\sqrt{49} \implies x = \pm 7$$

طول ضلع الحديقة $x = 7\ m$ أو يهمل $x = -7$ أما

فـــــــــكر

سؤال 1 : **تحد :** حل المعادلات التالية في R

i) $9(x^2 + 1) = 34$

الحل :

$$9x^2 + 9 - 34 = 0 \implies 9x^2 - 25$$
$$(3x + 5)(3x - 5) = 0$$

أما $3x + 5 = 0 \implies 3x = -5 \implies x = -\frac{5}{3}$

أو $3x - 5 = 0 \implies 3x = 5 \implies x = \frac{5}{3}$

$$S = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$$

ii) $4x^2 - 3 = 0$

الحل :

$$4x^2 = 3 \implies x^2 = \frac{3}{4} \implies x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$
$$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \implies S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 : هل المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟

i) $2y^2 = \frac{16}{10}$, $\left\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$

الحل

$$y^2 = \frac{16}{20} \Rightarrow y^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$y = \pm\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \left\{\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$$

$\left\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$ لا تمثل مجموعة الحل

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ii) $3x^2 - 7 = 0$, $\left\{\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}}\right\}$

الحل :

$$3x^2 = 7 \Rightarrow x^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}$$

$\left\{\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}}\right\}$ لا تمثل مجموعة الحل :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 3 : **أصحح الخطأ :** قال صلاح أن المجموعة $\left\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right\}$ تمثل مجموعة الحل للمعادلة $5x^2 = 4$ اكتشف خطأ صلاح وصححه .

الحل :

$$5x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$x = \pm\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \left\{\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : **حس عددي :** عدد صحيح موجب من رقم واحد لو أنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات العشرة . ما العدد ؟

الحل : نفرض العدد الصحيح هو x

$x^2 - 1 = 80 \Rightarrow x^2 = 80 + 1$

$x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm\sqrt{81} \Rightarrow x = \pm 9$

$x = -9$ يهمل

$x = 9$ الصحيح

سؤال5 : **أكتب** // مجموعة الحل للمعادلة : $(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

الحل :

$(8 - 3y + 1)(8 - 3y - 1) = 0 \Rightarrow (9 - 3y)(7 - 3y) = 0$

أما $9 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{3} = 3$

أو $7 - 3y = 0 \Rightarrow 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \Rightarrow S = \{3, \frac{7}{3}\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلة التالية في R باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين :

[1] $3x^2 - 12x = 0$

a) $S = \{4, -4\}$ b) $S = \{3, -3\}$

c) $S = \{0, 4\}$ d) $S\{0, 3\}$

الحل :

$3x^2 - 12x = 0 \implies 3x(x-4) = 0$

أما $3x = 0 \implies x = 0$

أو $x - 4 = 0 \implies x = 4 \implies S = \{0, 4\}$

الجواب فرع (c)

[2] $7Z^2 - 21 = 0$

a) $S = \{7, -7\}$ b) $S = \{3, -3\}$

c) $S = \left\{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$ d) $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

الحل :

$7(Z^2 - 3) = 0 \ \} \div 7 \implies Z^2 - 3 = 0$

$(Z + \sqrt{3})(Z - \sqrt{3}) = 0$

أما $Z + \sqrt{3} = 0 \implies Z = -\sqrt{3}$

$Z - \sqrt{3} = 0 \implies Z = \sqrt{3} \implies S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ أو

الجواب فرع (d)

[3] $4(x^2 - 1) - 5 = 0$

a) $S = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

الحل :

$4x^2 - 4 - 5 = 0 \implies 4x^2 - 9 = 0$

$(2x + 3)(2x - 3) = 0$

أما $2x + 3 = 0 \implies 2x = -3 \implies x = -\frac{3}{2}$

أو $2x - 3 = 0 \implies 2x = 3 \implies x = \frac{3}{2}$

$S = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

الجواب فرع (a)

[4] $(y + 7)^2 - 81 = 0$

a) $S = \{2, -2\}$ b) $S = \{16, -16\}$

c) $S = \{2, -16\}$ d) $S = \{-2, 16\}$

الحل :

$(y + 7 + 9)(y + 7 - 9) = 0$

$(y + 16)(y - 2) = 0$

أما $y + 16 = 0 \implies y = -16$

أو $y - 2 = 0 \implies y = 2 \implies S = \{2, -16\}$

الجواب فرع (c)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[5] $3x^2 - 6 = 0$

a) $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ b) $S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

c) $S = \{6, -6\}$ d) $S = \{2, -2\}$

الحل :

$3(x^2 - 2) = 0 \ \} \div 3 \implies x^2 - 2 = 0$

$(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$

أما $x + \sqrt{2} = 0 \implies x = -\sqrt{2}$

أو $x - \sqrt{2} = \implies x = \sqrt{2} \implies S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

الجواب فرع (b)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 / حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

[6] $x^2 = 144$

a) $S = \{7, -7\}$ b) $S = \{14, -14\}$
c) $S = \{12, -12\}$ d) $S = \{12, 12\}$

الحل :

$x = \pm\sqrt{144} \Rightarrow x = \pm 12 \Rightarrow S = \{12, -12\}$

الجواب فرع (c)

[7] $32 - 2y^2 = 0$

a) $S = \{6, 6\}$ b) $S = \{4, -4\}$
c) $S = \{6, -6\}$ d) $S = \{4, 4\}$

الحل :

$2y^2 = 32 \Rightarrow y^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow y^2 = 16$

$y = \pm\sqrt{16} \Rightarrow y = \pm 4 \Rightarrow S = \{4, -4\}$

الجواب فرع (b)

[8] $5Z^2 = 9$

a) $S = \left\{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right\}$
c) $S = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$

الحل :

$Z^2 = \frac{9}{5} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{9}{5}} \Rightarrow Z = \pm\frac{3}{\sqrt{5}}$

$S = \left\{\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\right\}$

الجواب فرع (c)

[9] $4(y^2 - 1) = 45$

a) $S = \left\{\frac{7}{2}, -\frac{7}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right\}$
c) $S = \left\{\frac{2}{7}, -\frac{2}{7}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\right\}$

الحل :

$4y^2 - 4 = 45 \Rightarrow 4y^2 = 45 + 4 \Rightarrow 4y^2 = 49$

$y^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{49}{4}} \Rightarrow y = \pm\frac{7}{2}$

$S = \left\{\frac{7}{2}, -\frac{7}{2}\right\}$

الجواب فرع (c)

[10] $\frac{1}{2}Z^2 = \frac{1}{9}$

a) $S = \left\{\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{\sqrt{2}}{3}\right\}$
c) $S = \left\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

الحل :

$9Z^2 = 2 \Rightarrow Z^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow Z = \pm\sqrt{\frac{9}{2}}$

$Z = \pm\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow S = \left\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\right\}$

الجواب فرع (c)

[11] $x^2 - \frac{13}{16} = \frac{3}{16}$

a) $S = \left\{\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$
c) $S = \{2, -2\}$ d) $S = \{1, -1\}$

الحل :

$x^2 = \frac{3}{16} + \frac{13}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow x = \mp\sqrt{1}$

$x = \mp 1 \Rightarrow S = \{1, -1\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الجواب فرع (d)

الدرس [3 – 3] : حل المعادلات التربيعية بالتجربة

[3 – 3 – 1] | حل المعادلة : $x^2 + bx + c = 0$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تحليل المقدار الى قوسين بإشارتين مختلفتين أو متشابهتين بحسب إشارة الحد المطلق (الثالث) والحد الوسط (الثانى)

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[1] $x^2 - 7x + 12 = 0$

الحل :

$(x - 4)(x - 3) = 0$

أما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{4, 3\}$

[2] $y^2 + 8y + 15 = 0$

الحل :

$(y + 5)(y + 3) = 0$

أما $y + 5 = 0 \Rightarrow y = -5$

$y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow S = \{-5, -3\}$ أو

[3] $Z^2 - Z - 30 = 0$

الحل :

$(Z - 6)(Z + 5) = 0$

أما $Z - 6 = 0 \Rightarrow Z = 6$

أو $Z + 5 = 0 \Rightarrow Z = -5 \Rightarrow S = \{6, -5\}$

[4] $x^2 - 2x - 63 = 0$

الحل :

$(x - 9)(x + 7) = 0$

أما $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \Rightarrow S = \{9, -7\}$ أو

سؤال 2 : اذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار 2m على ضعف عرضه ومساحته $480m^2$. فما بعدي الملعب ؟

الحل :

نفرض عرض الملعب x ، طول الملعب $2x + 2$

مساحة الملعب = الطول × العرض

$x(2x + 2) = 480$

$2x^2 + 2x - 480 = 0 \quad \} \div 2$

$x^2 + x - 240 = 0 \Rightarrow (x + 16)(x - 15) = 0$

أما $x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$ يهمل

أو $x - 15 = 0 \Rightarrow x = 5m$ عرض الملعب

طول الملعب $2x + 2 = 2(15) + 2 = 30 + 2 = 32m$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 : ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12 ؟

الحل :

نفرض العدد $= x$ ، مربع العدد $= x^2$

$x^2 - x = 12 \implies x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

أما $x - 4 = 0 \implies x = 4$

أو $x + 3 = 0 \implies x = -3$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[3 − 3 − 2]	حل المعادلة : $ax^2 + bx + c = 0$

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[1] $4y^2 - 14y + 6 = 0$

الحل :

$(4y-2)(y-3) = 0$

أما $4y - 2 = 0 \implies 4y = 2 \implies y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $y - 3 = 0 \implies y = 3$

$S = \left\{3, \frac{1}{3}\right\}$

[2] $3x^2 + 18x - 21 = 0$

الحل :

$(x+7)(3x-3) = 0$

أما $x + 7 = 0 \implies x = -7$

$3x - 3 = 0 \implies 3x = 3 \implies x = \frac{3}{3} =$ أو 1

$S = \{1, -7\}$

[3] $20 + 13Z + 2Z^2 = 0$

الحل :

$(4+Z)(5+2Z) = 0$

أما $4 + Z = 0 \implies Z = -4$

أو $5 + 2Z = 0 \implies 2Z = -5 \implies Z = -\frac{5}{2}$

$S = \left\{-4, -\frac{5}{2}\right\}$

[4] $9x^2 - 69x - 24 = 0 \ \} \div 3$

الحل :

$3x^2 - 23x - 8 = 0 \implies (x-8)(3x+1) = 0$

أما $x - 8 = 0 \implies x = 8$

أو $3x + 1 = 0 \implies 3x = -1 \implies x = -\frac{1}{3}$

$S = \left\{8, -\frac{1}{3}\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار 1m فاذا كانت مساحة المسبح $140m^2$ جد أبعاده ؟

الحل : نفرض عرض المسبح x

طول المسبح $3x-1$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$x(3x-1)=140 \Rightarrow 3x^2-x-140=0$

$(x-7)(3x+20)=0$

أما $x-7=0 \Rightarrow x=7m$ عرض المسبح

أو $3x+20=0 \Rightarrow 3x=-20 \Rightarrow x=-\frac{20}{3}$ يهمل

طول المسبح $3x-1=3(7)-1=21-1=20m$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تأكد من فهمك

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[1] $x^2-9x+18=0$

الحل :

$(x-6)(x-3)=0$

أما $x-6=0 \Rightarrow x=6$

أو $x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow S=\{6,3\}$

[2] $x^2-4x-32=0$

الحل :

$(x-8)(x+4)=0$

أما $x-8=0 \Rightarrow x=8$

أو $x+4=0 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow S=\{8,-4\}$

[3] $y^2+48y-49=0$

الحل :

$(y+49)(y-1)=0$

أما $y+49=0 \Rightarrow y=-49$

أو $y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow S=\{1,-49\}$

[4] $x^2-9x-36=0$

الحل :

$(x-12)(x+3)=0$

أما $x-12=0 \Rightarrow x=12$

أو $x+3=0 \quad x=-3 \Rightarrow S=\{12,-3\}$

[5] $x^2-3x+2=0$

الحل :

$(x-2)(x-1)=0$

أما $x-2=0 \Rightarrow x=2$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{1,2\}$

[6] $y^2-8y-33=0$

الحل :

$(y-11)(y+3)=0$

أما $y-11=0 \Rightarrow y=11$

أو $y+3=0 \Rightarrow y=-3 \Rightarrow S=\{11,3\}$

سؤال2 : ما العدد الذي لو أضيف 4 أضعافه الى مربعه لكان الناتج 45

الحل : نفرض العدد هو x ، مربع العدد $= x^2$

أربعة اضعاف العدد $= 4x$

$x^2 + 4x = 45 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 4x - 45 = 0$

$(x + 9)(x - 5) = 0$

أما $x + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -9$

$x - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 5 \quad \Rightarrow \quad S = \{5, -9\}$

سؤال3 : ما العد الذي مربعه يزيد عن ضعفه بمقدار 35 ؟

الحل : نفرض العدد هو x ، مربع العدد $= x^2$

ضعف العدد $= 2x$

$x^2 - 2x = 35 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x - 35 = 0$

$(x - 7)(x + 5) = 0$

أما $x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 7$

أو $x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -5 \quad \Rightarrow \quad S = \{7, -5\}$

[14] $70 - 33y - 4y^2 = 0$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$(7 - 4y)(10 + y) = 0$

أما $7 - 4y = 0 \quad \Rightarrow \quad 4y = 7 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{7}{4}$

أو $10 + y = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -10 \quad \Rightarrow \quad S = \left\{-10, \frac{7}{4}\right\}$

سؤال4 : سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $48m^2$. ما أبعاد السجادة ؟

الحل : نفرض عرض السجادة x ، طول السجادة $x + 2$

مساحة السجادة = الطول × العرض

$x(x + 2) = 48 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x + 8)(x - 6) = 0$

أما $x + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -8$ يهمل

أو $x - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 6m$ عرض السجادة

$x + 2 = 6 + 2 = 8m$ طول السجادة

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 5 : حل المعادلات التالية في R :

[1] $15x^2 - 11x - 14 = 0$

الحل :

$(5x - 7)(3x + 2) = 0$

أما $5x - 7 = 0 \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$

أو $3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$

$S = \{\frac{7}{5}, -\frac{2}{3}\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $6 + 7x - 5x^2 = 0$

الحل :

$(3 + 5x)(2 - x) = 0$

أما $3 + 5x = 0 \Rightarrow 5x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$

أو $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow S = \{2, -\frac{3}{5}\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $42 + 64y + 24y^2 = 0 \quad \} \div 2$

الحل :

$21 + 32y + 12y^2 = 0$

$(3 + 2y)(7 + 6y) = 0$

أما $3 + 2y = 0 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$

أو $7 + 6y = 0 \Rightarrow 6y = -7 \Rightarrow y = -\frac{7}{6}$

$S = \{-\frac{7}{6}, -\frac{3}{2}\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[4] $36 - 75x + 6x^2 = 0 \quad \} \div 3$

الحل :

$12 - 25x + 2x^2 = 0 \Rightarrow (12 - x)(1 - 2x) = 0$

أما $12 - x = 0 \Rightarrow x = 12$

أو $1 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$S = \{12, \frac{1}{2}\}$

سؤال6 : أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 4m على عرضها ما بعدا الأرض اذا كانت مساحتها $60m^2$ ؟

الحل : نفرض العرض x الطول $x+4$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$x(x+4)=60 \Rightarrow x^2+4x-60=0$

$(x+10)(x-6)=0$

أما $x+10=0 \Rightarrow x=-10$ يهمل

أو $x-6=0 \Rightarrow x=6m$ العرض

$x+4=6+4=10m$ الطول

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل التمرينات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال1 : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[16] $x^2-15x+56=0$

الحل :

$(x-8)(x-7)=0$

أما $x-8=0 \Rightarrow x=8$

أو $x-7=0 \Rightarrow x=7 \Rightarrow S=\{8,7\}$

[17] $y^2+16y+63=0$

الحل :

$(y+9)(y+7)=0$

أما $y+9=0 \Rightarrow y=-9$

$y+7=0 \Rightarrow y=-7 \Rightarrow S=\{-9,-7\}$ أو

[18] $x^2+15x-16=0$

الحل :

$(x+16)(x-1)=0$

أما $x+16=0 \Rightarrow x=-16$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{1,-16\}$

[19] $y^2-y-42=0$

الحل :

$(y-7)(y+6)=0$

أما $y-7=0 \Rightarrow y=7$

أو $y+6=0 \Rightarrow y=-6 \Rightarrow S=\{7,-6\}$

[20] $12x^2-20x+7=0$

الحل :

$(2x-1)(6x-7)=0$

أما $2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

أو $6x-7=0 \Rightarrow 6x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{6}$

$S=\left\{\frac{1}{2},\frac{7}{6}\right\}$

[21] $28+2Z-8Z^2=0$

الحل :

$(7+4Z)(4-2Z)=0$

$7+4Z=0 \Rightarrow 4Z=-7 \Rightarrow Z=$ أما $-\frac{7}{4}$

أو $4-2Z=0 \Rightarrow 2Z=4 \quad Z=\frac{4}{2}=2$

$S=\left\{2,-\frac{7}{4}\right\}$

[22] $81 - 9x - 12x^2 = 0$

الحل :

$(9 - 4x)(9 + 3x) = 0$

أما $9 - 4x = 0 \implies 4x = 9 \implies x = \frac{9}{4}$

$9 + 3x = 0 \implies 3x = -9 \implies x = -\frac{9}{3} =$

أو -3

$S = \left\{-3, \frac{9}{4}\right\}$

[23] $50Z^2 + 10Z - 4 = 0 \quad \} \div 2$

الحل :

$25Z^2 + 5Z - 2 = 0 \implies (5Z + 2)(5Z - 1) = 0$

أما $5Z + 2 = 0 \implies 5Z = -2 \implies Z = -\frac{2}{5}$

أو $5Z - 1 = 0 \implies 5Z = 1 \implies Z = \frac{1}{5}$

$S = \left\{\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}\right\}$

سؤال 2 : قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها . ما بعدا القطعة المعدنية اذا كانت مساحتها $24m^2$ ؟

الحل : نفرض طول القطعة x ، عرض القطعة $x - 2$

مساحة القطعة = الطول × العرض

$x(x - 2) = 24 \implies x^2 - 2x - 24 = 0$

$(x - 6)(x + 4) = 0$

أما $x - 6 = 0 \implies x = 6m$ طول القطعة

أو $x + 4 = 0 \implies x = -4$ يهمل

$x - 2 = 6 - 2 = 4m$ عرض القطعة

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 3 : ما العدد الذي مربعه ينقص عن ثلاثة أمثاله بمقدار 2 ؟

الحل : نفرض العدد x ، مربع العدد x^2 ، ثلاثة أمثاله $3x$

$3x - x^2 = 2 \implies x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$

أما $x - 2 = 0 \implies x = 2$

أو $x - 1 = 0 \implies x = 1 \implies S = \{2, 1\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : صالة طعام ينقص طولها عن مثلي عرضها بمقدار $3m$ ومساحتها $54m^2$. ما أبعاد الصالة ؟

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل : نفرض عرض الصالة $= x$, مثلي عرضها $= 2x$

طول الصالة $= 2x - 3$

مساحة الصالة = الطول × العرض

$x(2x-3) = 54 \implies 2x^2 - 3x - 54 = 0$

$(x-6)(2x+9) = 0$

أما $x - 6 = 0 \implies x = 6m$ عرض الصالة

أو $2x + 9 = 0 \implies 2x = -9 \implies x = -\frac{9}{2}$ يهمل

$2x - 3 = 2(6) - 3 = 12 - 3 = 9m$ طول الصالة

سؤال5 : جد مجموعة الحل للمعادلات التالية في R وتحقق من صحة

[28] $x^2 - 4x + 3 = 0$

الحل :

$(x-3)(x-1) = 0$

أما $x - 3 = 0 \implies x = 3$

أو $x - 1 = 0 \implies x = 1 \implies S = \{3, 1\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x بالمعادلة :

$x = 3 \implies x^2 - 4x + 3 = (3)^2 - 4(3) + 3$
$= 9 - 12 + 3 = 0$

$x = 1 \implies x^2 - 4x + 3 = (1)^2 - 4(1) + 3$
$= 1 - 4 + 3 = 0$

[29] $y^2 - 9y - 36 = 0$

الحل :

$(y-12)(y+3) = 0$

أما $y - 12 = 0 \implies y = 12$

أو $y + 3 = 0 \implies y = -3 \implies S = \{12, -3\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y بالمعادلة :

$y = 12 \implies y^2 - 9y - 36$
$= (12)^2 - 9(12) - 36$
$= 144 - 108 - 36 = 0$

$y = -3 \implies y^2 - 9y - 36$
$= (-3)^2 - 9(-3) - 36$
$= 9 + 27 - 36 = 0$

[30] $4 - 26x + 12x^2 = 0$

الحل :

$(4-2x)(1-6x) = 0$

أما $4 - 2x = 0 \implies 2x = 4 \implies x = \frac{4}{2} = 2$

أو $1 - 6x = 0 \implies 6x = 1 \implies x = \frac{1}{6}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[31] $80 - 38y + 3y^2 = 0$

الحل :

$(8-3y)(10-y) = 0$

أما $8 - 3y = 0 \implies 3y = 8 \implies y = \frac{8}{3}$

أو $10 - y = 0 \implies y = 10 \implies S = \left\{10, \frac{8}{3}\right\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y بالمعادلة :

$y = 10 \implies 80 - 38y + 3y^2$
$= 80 - 38(10) + 3(10)^2$
$= 80 - 380 + 300 = 0$

$y = \frac{8}{3} \implies 80 - 38y + 3y^2 = 80 - 38\left(\frac{8}{3}\right) + 3\left(\frac{8}{3}\right)^2$
$= 80 - \frac{304}{3} + \frac{64}{3} = \frac{240 - 304 + 64}{3} = \frac{0}{3}$

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : **رياضة :** اذا كان طول صورة ملعب كرة القدم بمقدار $4m$ على ضعف عرضها فما بعدا الصورة اذا كانت مساحتها $160m^2$؟

الحل : نفرض عرض الصورة x , ضعف العرض $2x$ طول الصورة $2x+4$

المساحة = الطول × العرض

$$x(2x+4)=160$$
$$2x^2+4x-160=0 \} \div 2$$
$$x^2+2x-80=0$$
$$(x+10)(x-8)=0$$

أما $x+10=0 \Rightarrow x=-10$ يهمل

أو $x-8=0 \Rightarrow x=8m$ عرض الصورة

طول الصورة $2x+4=2(8)+4=16+4=20m$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال2 : **حقل نعام :** اذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار $4m$ عن ضعف عرضه فاذا كانت مساحة الحقل $96m^2$ فهل يكفي سياج طوله $44m$ لتحويط الحقل ؟

الحل : نفرض عرض الحقل x , ضعف العرض $2x$ طول الحقل $2x-4$

المساحة = الطول × العرض

$$x(2x-4)=96 \Rightarrow 2x^2-4x-96=0 \} \div 2$$
$$x^2-2x-48=0 \Rightarrow (x+6)(x-8)=0$$

أما $x+6=0 \Rightarrow x=-6$ يهمل

أو $x-8=0 \Rightarrow x=8m$ عرض

طول الحقل $2x-4=2(8)-4=16-4=12m$

محيط المستطيل $= 2 \times$ (الطول + العرض)

$P=2\times(12+8)=2\times20=40m$ نعم يكفي

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال3 : **أطار صورة :** اشترى سامر اطار لصورة طوله ضعف عرضه يحتاج سامر الى تصغير الاطار بمقدار $2cm$ من طوله وعرضه ليصبح مناسبا للصورة فما أبعاد الاطار الذي اشتراه سامر اذا كانت مساحة الصورة $40cm^2$ ؟

الحل : نفرض عرض الاطار x , طول الاطار $2x$

بعد التصغير يصبح : العرض $(x-2)$, الطول $(2x-2)$ المساحة = الطول × العرض

$$(2x-2)(x-2)=40$$
$$2x^2-4x-2x+4-40=0$$
$$2x^2-6x-36=0 \} \div 2 \Rightarrow x^2-3x-18=0$$
$$(x-6)(x+3)=0$$

أما $x-6=0 \Rightarrow x=6m$ العرض

أو $x+3=0 \Rightarrow x=-3$ يهمل

طول $2x=2(6)=12m$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــــــــكر

سؤال1 : **تحد :** حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

i) $(x-3)(x+2)=14$

الحل :

$x^2+2x-3x-6-14=0 \Rightarrow x^2-x-20=0$

$(x-5)(x+4)=0$

أما $x-5=0 \Rightarrow x=5$

أو $x+4=0 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow S=\{5,-4\}$

ii) $3y^2-11y+10=80$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$3y^2-11y+10-80=0$

$3y^2-11y-70=0 \Rightarrow (y-7)(3y+10)=0$

أما $y-7=0 \Rightarrow y=7$

أو $3y+10=0 \Rightarrow 3y=-10 \Rightarrow y=-\frac{10}{3}$

$S=\left\{7,-\frac{10}{3}\right\}$

سؤال2 : **وضح :** هل أن المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا ؟

ريـــهاب جـــاسم
مدرس مادة الرياضيات

i) $4x^2+2x=30$, $\left\{-\frac{2}{5},3\right\}$

الحل :

$(2x+6)(2x-5)=0$

أما $2x-6=0 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2}=3$

أو $2x-5=0 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$

$S=\left\{\frac{5}{2},3\right\}$ لا تمثل مجموعة حل

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

ii) $42-33y+6y^2=0$, $\left\{2,\frac{7}{2}\right\}$

الحل :

$(7-2y)(6-3y)=0$

أما $7-2y=0 \Rightarrow 2y=7 \Rightarrow y=\frac{7}{2}$

أو $6-3y=0 \Rightarrow 3y=6 \Rightarrow y=\frac{6}{3}=2$

$S=\left\{2,\frac{7}{2}\right\}$ تمثل مجموعة حل

سؤال3 : **أصحح الخطأ** : قالت رنا أن مجموعة الحل للمعادلة : $2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3, 5\}$. حدد خطأ رنا وصححه .

الحل :

$(2x - 4)(x - 15) = 0$

أما $2x - 4 = 0 \implies 2x = 4 \implies x = \frac{4}{2} = 2$

أو $x - 15 = 0 \implies x = 15 \implies S = \{2, 15\}$

خطأ رنا مجموعة الحل .

سؤال4 : **حس عددي** : عدد صحيح مكون من رقمين فاذا كان رقم آحاده يزيد على ضعف عشراته بمقدار 1 وحاصل ضرب رقميه يساوي 10 فما العدد ؟

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل : نفرض العشرات x , ضعف العشرات $2x$

الاحاد $2x + 1$

$x(2x + 1) = 10 \implies 2x^2 + x - 10 = 0$

$(2x + 5)(x - 2) = 0$

أما $2x + 5 = 0 \implies 2x = -5 \implies x = -\frac{5}{2}$

أو $x - 2 = 0 \implies x = 2 \implies S = \left\{2, -\frac{5}{2}\right\}$

سؤال5 : **أكتب //** معادلة تمثل المسألة التالية ثم جد حلها : ما العدد الذي ينقص مربعه على ضعفه بمقدار 35 ؟

الحل : نفرض العدد x , ضعف العدد $2x$, مربع العدد x^2

$x^2 - 2x = 35 \implies x^2 - 2x - 35 = 0$

$(x - 7)(x + 5) = 0$

أما $x - 7 = 0 \implies x = 7$

أو $x + 5 = 0 \implies x = -5 \implies S = \{7, -5\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[1] $y^2 + 10y + 21 = 0$

a) $S = \{3, -7\}$ b) $S = \{-3, 7\}$
c) $S = \{-3, -7\}$ d) $S = \{3, 7\}$

الحل :

$(y + 3)(y + 7) = 0$

أما $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$

أو $y + 7 = 0 \quad y = -7 \Rightarrow S = \{-3, -7\}$

الجواب فرع (c)

[2] $x^2 - 5x - 36 = 0$

a) $S = \{7, -8\}$ b) $S = \{-4, 9\}$
c) $S = \{4, -9\}$ d) $S = \{-4, -9\}$

الحل :

$(x - 9)(x + 4) = 0$

أما $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = \{-4, 9\}$

الجواب فرع (b)

[3] $y^2 + y - 56 = 0$

a) $S = \{7, -8\}$ b) $S = \{-7, 8\}$
c) $S = \{7, 8\}$ d) $S = \{-7, -8\}$

الحل :

$(y + 8)(y - 7) = 0$

أما $y + 8 = 0 \Rightarrow y = -8$

أو $y - 7 = 0 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow S = \{7, -8\}$

الجواب فرع (a)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[4] $4y^2 + 18y + 18 = 0$

a) $S = \left\{-3, \frac{3}{4}\right\}$ b) $S = \left\{3, \frac{3}{4}\right\}$
c) $S = \left\{3, \frac{3}{2}\right\}$ d) $S = \left\{-3, -\frac{3}{2}\right\}$

الحل :

$(2y + 3)(2y + 6) = 0$

أما $2y + 3 = 0 \Rightarrow 2y = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$

أو $2y + 6 = 0 \Rightarrow 2y = -6$

$y = -\frac{6}{2} = -3 \Rightarrow S = \left\{-3, -\frac{3}{2}\right\}$

الجواب فرع (d)

[5] $6Z^2 + 36Z - 42 = 0$

a) $S = \{1, 7\}$ b) $S = \{-1, 7\}$
c) $S = \{-1, -7\}$ d) $S = \{1, -7\}$

الحل :

$6Z^2 + 36Z - 42 = 0 \ \} \div 6 \Rightarrow Z^2 + 6Z - 7 = 0$

$(Z + 7)(Z - 1) = 0$

أما $Z + 7 = 0 \Rightarrow Z = -7$

أو $Z - 1 = 0 \Rightarrow Z = 1 \Rightarrow S = \{1, -7\}$

الجواب فرع (d)

[6] $22 - 20y - 2y^2 = 0$

a) $S = \{11, 1\}$ b) $S = \{1, -11\}$
c) $S = \{11, -1\}$ d) $S = \{-1, -11\}$

الحل :

$22 - 20y - 2y^2 = 0 \ \} \div 2$

$11 - 10y - y^2 = 0$

$(1 - y)(11 + y) = 0$

أما $1 - y = 0 \Rightarrow y = 1$

$11 + y = 0 \Rightarrow y = -11 \Rightarrow S =$

أو$\{1, -11\}$

الجواب فرع (b)

[10] $32 + 12x - 9x^2 = 0$

a) $= \left\{\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{4}{3}, \frac{-8}{3}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{-4}{3}, \frac{8}{3}\right\}$

الحل :

$(4 + 3x)(8 - 3x) = 0$

أما $4 + 3x = 0 \implies 3x = -4 \implies x = -\frac{4}{3}$

أو $8 - 3x = 0 \implies 8x = 3 \implies x = -\frac{8}{3}$

$S = \left\{-\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right\}$

الجواب فرع (d)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[8] ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 42 ؟

a) $S = \{7, 6\}$ b) $S = \{7, -6\}$

c) $S = \{-7, 6\}$ d) $S = \{-7, -6\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل : نفرض العدد x ، مربع العدد x^2

$x^2 - x = 42 \implies x^2 - x - 42 = 0$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$(x - 7)(x + 6) = 0$

أما $x - 7 = 0 \implies x = 7$

أو $x + 6 = 0 \implies x = -6 \implies S = \{7, -6\}$

الجواب فرع (b)

[9] عددان حاصل ضربهما 54 أحدهما يزيد على الآخر بمقدار 3

فما العددان ؟

a) $S = \{6, 9\}$ b) $S = \{6, -9\}$

c) $S = \{-6, 9\}$ d) $S = \{-6, -9\}$

الحل : نفرض العدد الاول x ، العدد الثاني $x + 3$

$x(x + 3) = 54 \implies x^2 + 3x - 54 = 0$

$(x + 9)(x - 6) = 0$

أما $x + 9 = 0 \implies x = -9$

أو $x - 6 = 0 \implies x = 6 \implies S = \{6, -9\}$

الجواب فرع (b)

[10] عددان حاصل ضربهما 48 أحدهما يقل عن الآخر بمقدار 8

فما العددان ؟

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

a) $S = \{8, 6\}$ b) $S = \{12, -4\}$

c) $S = \{10, 4\}$ d) $S = \{-12, -4\}$

الحل : نفرض العدد الاول x , العدد الثاني $x - 8$

$$x(x - 8) = 48 \implies x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x - 12)(x + 4) = 0$$

أما $x - 12 = 0 \implies x = 12$

$x + 4 = 0 \implies x = -4 \implies S = \{12, -4\}$

الجواب فرع (b)

ريـــهاب جـــاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الدرس [4 – 3] : حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

[3 – 4 – 1]	حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

تعرفت سابقا كيفية تحليل مقدار جبري على هيئة مربع كامل والآن سوف نستخدم هذا التحليل في حل معادلات بالتحليل بالمربع الكامل لإيجاد مجموعة الحل للمعادلة . أي أن :

$$ax^2 + bx + c = \left(\sqrt{ax^2} \pm \sqrt{c}\right)^2$$

حيث الإشارة $\pm$ حسب إشارة الحد الوسط (الثاني).

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال1 : الجكوار هو أحد السنوريات الكبرى المنتمية لجنس النمور تمثل المعادلة : $x^2 - 20x + 100 = 0$ مساحة المنطقة المربعة له بالمتر المربع في حديقة الحيوانات . ما المقدار الذي يمثله طول ضلع المنطقة المربعة ؟

الحل :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x - 10)^2 = 0 \implies x - 10 = 0 \implies x = 10$$

طول ضلع المنطقة المربعة المخصصة للنمر هو : $10m$

سؤال2 : حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

[1] $4x^2 + 20x + 25 = 0$

الحل :

$$(2x + 5)^2 = 0 \implies 2x + 5 = 0$$

$$2x = -5 \implies x = -\frac{5}{2}$$

[2] $y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$

الحل :

$$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \implies y - \frac{1}{2} = 0 \implies y = \frac{1}{2}$$

[3] $3 - 6\sqrt{3}Z + 9Z^2 = 0$

الحل :

$$\left(\sqrt{3} - 3Z\right)^2 = 0 \implies \sqrt{3} - 3Z = 0$$

$$3Z = \sqrt{3} \implies Z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2 – 4 – 3] حل المعادلات التربيعية بأكمال المربع

يمكن حل المعادلة من الدرجة الثانية بالمربع الكامل كالآتي :

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx = -c$ حيث $a \neq 0$

2) اذا كان $a \neq 1$ فنقسم المعادلة على a

3) نضيف الى طرفي المعادلة المقدار (مربع نصف معامل x) أي أن : $\left(\frac{1}{2}\ b\right)^2$

4) نحلل الطرف الأيسر الذي أصبح مربعا كاملا ونبسط الطرف الأيمن .

5) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونجد قيم x

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

مثال 1// حل المعادلات التالية بطريقة إكمال المربع :

[1] $x^2 - 4x - 12 = 0$

الحل :

$x^2 - 4x = 12$

$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^4 = 4$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4 \implies (x-2)^2 = 16$ بأخذ الجذر التربيعي الطرفين

$x - 2 = \pm 4 \implies$ أما $x - 2 = 4 \implies x = 4 + 2 = 6$

أو $x - 2 = -4 \implies x = -4 + 2 = -2 \implies S = \{6, -2\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[2] $2y^2 - 3 = 3y$

الحل :

$2y^2 - 3y = 3 \ \} \div 2 \implies y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$

$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{24+9}{16}$

$\left(y - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - \frac{3}{4} = \pm\frac{\sqrt{33}}{4}$

أما $y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \implies y = \frac{\sqrt{33}}{4} + \frac{3}{4} \implies y = \frac{\sqrt{33}+3}{4}$

أو $y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \implies y = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{33}}{4} \implies y = \frac{3-\sqrt{33}}{4}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{33}+3}{4}, \frac{3-\sqrt{33}}{4}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تأكد من فهمك

سؤال 1 : مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm قدر طول المستطيل وعرضه بالتقريب لأقرب عدد صحيح اذا كانت مساحته $36cm^2$ ؟

الحل : نفرض عرض المستطيل x , طول المستطيل $x+2$

\مساحة المستطيل = الطول × العرض

$x(x+2)=36 \Rightarrow x^2+2x=36$

$\left(\frac{1}{2}\times 2\right)^2=(1)^2=1$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2+2x+1=36+1$

$(x+1)^2=37$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x+1=\pm\sqrt{37} \Rightarrow x+1\approx\pm 6$

أما $x+1\approx 6 \Rightarrow x\approx 6-1\approx 5cm$ عرض المستطيل

أو $x+1\approx -6 \Rightarrow x\approx -6-1=-7$ يهمل

$x+2=5+2=7\ cm$ طول المستطيل

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

[1] $x^2+12x+36=0$ الحل : $(x+6)^2=0 \Rightarrow x+6=0 \Rightarrow x=-6$	[2] $y^2-10y+25=0$ الحل : $(y-5)^2=0 \Rightarrow y-5=0 \Rightarrow y=5$
[3] $4x^2-4x+1=0$ الحل : $(2x-1)^2=0 \Rightarrow 2x-1=0$ $2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$	[4] $y^2+2\sqrt{7}\,y+7=0$ الحل : $(y+\sqrt{7})^2=0 \Rightarrow y+\sqrt{7}=0$ $\Rightarrow y=-\sqrt{7}$
[5] $x^2+16x=-64$ الحل : $x^2+16x+64=0 \Rightarrow (x+8)^2=0$ $x+8=0 \Rightarrow x=-8$	[6] $\frac{1}{16}-\frac{1}{2}x+x^2=0$ الحل : $\left(\frac{1}{4}-x\right)^2=0 \Rightarrow \frac{1}{4}-x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

سؤال 3 : حل المعادلات التالية في R بأكمال المربع :

[1] $x^2 - 10x - 24 = 0$

الحل :

$x^2 - 10x = 24$

$\left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2 = (5)^2$

$= 25$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 10x + 25 = 24 + 25$

$(x - 5)^2 = 49$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 5 = \pm 7$

أما $x - 5 = 7 \Rightarrow x = 7 + 5 = 12$

أو $x - 5 = -7 \Rightarrow x = -7 + 5 = -2$

$S = \{12, -5\}$

[2] $y^2 - 3 = 2y$

الحل :

$y^2 - 2y = 3$

$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 2y + 1 = 3 + 1$

$(y - 1)^2 = 4$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 1 = \pm 2$

أما $y - 1 = 2 \Rightarrow y = 2 + 1 = 3$

أو $y - 1 = -2 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1$

$S = \{3, -1\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3] $4x^2 - 3x - 16 = 0$

الحل :

$4x^2 - 3x = 16 \ \} \div 4 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x = 4$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{14}{25}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - \frac{3}{5} = \pm\frac{\sqrt{14}}{5}$

أما $x - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{14}}{5} + \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{14} + 3}{5}$

أو $x - \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x = \frac{3}{5} - \frac{\sqrt{14}}{5} = \frac{3 - \sqrt{14}}{5}$

$S = \left\{\frac{\sqrt{14} + 3}{5}, \frac{3 - \sqrt{14}}{5}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[4] $3y^2 + 2y = 1$

الحل :

$3y^2 + 2y = 1 \ \} \div 3 \Rightarrow y^2 + \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

$\left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{3 + 1}{9}$

$\left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - \frac{1}{3} = \pm\frac{2}{3}$

أما $y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

أو $y - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

$S = \left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$

[5] $x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ نضيف الى طرفي المعادلة

[6] $5y^2 + 15y - 30 = 0$

الحل :

$5y^2 + 15y = 30 \ \} \div 5 \Rightarrow y^2 + 3y = 6$

$\left(\frac{1}{2} \times 3\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$$y^2+3y+\frac{9}{4}=6+\frac{9}{4}$$

$$\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{33}{4}$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$y+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{33}}{2}$$

أما $y+\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{33}}{2}-\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{33}-3}{2}$

أو $y+\frac{3}{2}=-\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=-\frac{\sqrt{33}}{2}-\frac{3}{2}=\frac{-\sqrt{33}-3}{2}$

$$S=\left\{\frac{\sqrt{33}-3}{2},\frac{-\sqrt{33}-3}{2}\right\}$$

$$x^2-\frac{6}{5}x+\frac{9}{25}=\frac{1}{5}+\frac{9}{25} \Rightarrow \left(x-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{5+9}{25}$$

$$x^2-\frac{3}{4}x+\frac{9}{64}=4+\frac{9}{64}$$

$$\left(x-\frac{3}{8}\right)^2=\frac{265}{64}$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x-\frac{3}{8}=\pm\frac{\sqrt{265}}{8}$$

أما $x-\frac{3}{8}=\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{265}}{8}+\frac{3}{8}=\frac{\sqrt{265}+3}{8}$

أو $x-\frac{3}{8}=-\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x=\frac{3}{8}-\frac{\sqrt{265}}{8}=\frac{3-\sqrt{26}}{8}$

$$S=\left\{\frac{\sqrt{265}+3}{8},\frac{3-\sqrt{265}}{8}\right\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

[1] $x^2+24x+144=0$

الحل :

$(x+12)^2=0 \Rightarrow x+12=0 \Rightarrow x=-12$

[2] $y^2+4\sqrt{2}\,y+8=0$

الحل :

$(y+2\sqrt{2})^2=0 \Rightarrow y+2\sqrt{2}=0$

$y=-2\sqrt{2}$

[3] $3y^2+36-12\sqrt{3}\,y=0$

الحل :

$3y^2-12\sqrt{3}\,y+36=0$

$(\sqrt{3}\,y-6)^2=0 \Rightarrow \sqrt{3}\,y-6=0$

$\sqrt{3}\,y=6 \Rightarrow y=\frac{6}{\sqrt{3}}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

[1] $y^2 + 2\sqrt{3}\,y = 3$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$

$= 3$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 + 2\sqrt{3}\,y + 3 = 3 + 3$

$(y + \sqrt{3})^2 = 6$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y + \sqrt{3} = \pm\sqrt{6}$

أما $y + \sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow y = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

أو $y + \sqrt{3} = -\sqrt{6} \Rightarrow y = -\sqrt{6} - \sqrt{3}$

$S = \{\sqrt{6} + \sqrt{3}\,, -\sqrt{6} - \sqrt{3}\}$

[2] $x^2 - 2x = 0$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 2\right)^2 = (1)^2 = 1$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 2x + 1 = 1$

$(x - 1)^2 = 1$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 1 = \pm 1$

أما $x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 = 2$

أو $x - 1 = -1 \Rightarrow x = -1 + 1 = 0$

$S = \{2, 0\}$

[3] $x^2 - \frac{2}{3}x = 4$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9}$

$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{37}{9}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - \frac{1}{3} = \pm\frac{\sqrt{37}}{3}$

أما $x - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37}}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37} + 1}{3}$

أو $x - \frac{1}{3} = \frac{-\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{37}}{3} = \frac{1 - \sqrt{37}}{3}$ $S = \left\{\frac{\sqrt{37} + 1}{3}\,, \frac{1 - \sqrt{37}}{3}\right\}$

الحل :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

[1] $x^2 - 6x = 15$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 6x + 9 = 15 + 9$

$(x - 3)^2 = 24$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 3 \approx \pm 5$

أما $x - 3 \approx 5 \Rightarrow x = \approx 5 + 3 \approx 8$

أو $x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -5 + 3 \approx -2$

$S = \{8, -2\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $y(2y+28)=28$

الحل :

$2y^2+28y=28 \ \} \div 2 \implies y^2+14y=14$

$\left(\frac{1}{2}\times 14\right)^2=(7)^2=49$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2+14y+49=14+49$

$(y+7)^2=63$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y+7=\pm 8$

أما $y+7=8 \implies y=8-7=1$

أو $y+7=-8 \implies y=-8-7=-15$

$S=\{1,-15\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 :

مدينة بابل : مدينة بابل هي مدينة عراقية كانت تقع على نهرالفرات وكانت عاصمة البابليين أيم حكم حمورابي سنة (1792 − 1750) قبل الميلاد . اذا كانت المعادلة $x^2-28x+196=0$ تمثل مساحة أحدى القاعات المربعة الشكل اذ x يمثل طول ضلع القاعة . جد طول ضلع القاعة ؟

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$x^2-28x+196=0 \implies (x-14)^2=0$

$x-14=0 \implies x=14$ طول ضلع القاعة

سؤال2 :

دب الباندا : المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 مترا وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها . جد أبعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح .

الحل : نفرض الطول x , العرض $x-8$

المساحة = الطول × العرض

$x(x-8)=126 \implies x^2-8x=126$

$\left(\frac{1}{2}\times 8\right)^2=(4)^2=16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2-8x+16=126+16$

$(x-4)^2=142$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x-4\approx \pm 12$

أما $x-4\approx 12 \implies x\approx 12+4\approx 16$ الطول

أو $x-4\approx -12 \implies x\approx -12+4\approx -8$ يهمل

$x-8=16-8=8$ العرض

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال3 : **حيتان :** تجنح بعض المجموعات من الحيتان الى الشاطئ ولا يوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة ويحاول حماة البيئة ارجاعها الى البحر. حل المعادلة $x^2 + 20x = 525$ بطريقة اكمال المربع لايجاد قيمة x التي تمثل عدد الحيتان التي جنحن الى أحد شواطئ استراليا .

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 20\right)^2 = (10)^2 = 100$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 + 20x + 100 = 525 + 100$

$(x + 10)^2 = 625$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x + 10 = \pm 25$

أما $x + 10 = 25 \Rightarrow x = 25 - 10 = 15$

أو $x + 10 = -25 \Rightarrow x = -25 - 10 = -35$ يهمل

عدد الحيتان هو 15

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــــكر

سؤال1 : **تحد :** حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

i) $4x(x - 6) = 27$

ريهاب جاسم محمد
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$4x^2 - 24x = 27 \ \} \div 4 \Rightarrow x^2 - 6x = \frac{27}{4}$

$\left(\frac{1}{2} \times 6\right)^2 = (3)^2 = 9$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 6x + 9 = \frac{27}{4} + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = \frac{27 + 36}{4}$

$(x - 3)^2 = \frac{63}{4}$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 3 \approx \pm\frac{8}{4} \Rightarrow x - 3 \approx \pm 2$

أما $x - 3 \approx 2 \Rightarrow x \approx 2 + 3 \approx 5$

أو $x - 3 \approx -2 \Rightarrow x \approx -2 + 3 \approx 1 \Rightarrow S = \{5, 1\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ii) $6y^2 - 48y = 6$

الحل :

$6y^2 - 48y = 6 \ \} \div 6 \implies y^2 - 8y = 1$

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 8y + 16 = 1 + 16$

$(y-4)^2 = 17$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$y - 4 \approx \pm 4$

أما $x - 4 \approx 4 \implies x \approx 4 + 4 \approx 8$

أو $x - 4 \approx -4 \implies x \approx -4 + 4 \approx 0 \implies S = \{8, 0\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : أصحح الخطأ : حلت سوسن المعادلة: $4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ بطريقة اكمال المربع وكتبت مجموعة الحل للمعادلة بالشكل الآتي : $S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right\}$. اكتشف خطأ سوسن وصححه .

الحل :

$4x^2 - 4\sqrt{3}\,x = -3 \ \} \div 4 \implies x^2 - \sqrt{3}\,x = -\frac{3}{4}$

$\left(\frac{1}{2} \times \sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - \sqrt{3}\,x + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

$\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \implies x = \frac{\sqrt{3}}{2} \implies S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : حس عددي : هل أن مجموعة الحل للمعادلة : $y^2 - 4y + 1 = 0$ تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار أحدهما سالبة والأخرى موجبة ؟ وضح اجابتك .

الحل : كلا تحتوي على قيمتين متساويتين ومتشابهتين بالإشارة

$y^2 - 4y + 4 = 0 \implies (y-2)^2 = 0$

$y - 2 = 0 \implies y = 2$

سؤال 4 : أكتب // مجموعة الحل للمعادلة : $\frac{1}{81} - \frac{2}{9}Z + Z^2 = 0$

الحل :

$\left(\frac{1}{9} - Z\right)^2 = 0 \implies \frac{1}{9} - Z = 0 \implies Z = \frac{1}{9}$

الاختيار من متعدد

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

[1] $x^2 + 6x + 9 = 0$

a) $x = 6$ b) $x = -3$ c) $x = 4$ d) $x = 3$

الحل :

$(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

الجواب فرع (b)

[2] $4Z^2 - 20Z + 25 = 0$

a) $Z = -\frac{5}{2}$ b) $Z = -\frac{2}{5}$ c) $Z = \frac{5}{2}$ d) $Z = \frac{2}{5}$

الحل :

$(2Z-5)^2 = 0 \Rightarrow 2Z - 5 = 0$

$2Z = 5 \Rightarrow Z = \frac{5}{2}$

الجواب فرع (c)

[3] $\frac{1}{16} - \frac{1}{2} + x^2$

a) $x = \frac{1}{4}$ b) $x = -\frac{1}{4}$ c) $x = \frac{1}{2}$ d) $x = -\frac{1}{2}$

الحل :

$\left(\frac{1}{4} - x\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - x = 0 \quad x = \frac{1}{4}$

الجواب فرع (a)

[4] $y^2 - 2y + 3 = 0$

a) $y = -3$ b) $y = 3$ c) $y = -\sqrt{3}$ d) $y = \sqrt{3}$

الحل :

$(y - \sqrt{3})^2 = 0 \Rightarrow y - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}$

الجواب فرع (d)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : حل المعادلات التالية في R باكمال المربع :

[5] $x^2 - 12x = 13$

a) $S = \{13, 1\}$ b) $S = \{13, -1\}$
c) $S = \{-13, 1\}$ d) $S = \{-13, -1\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 12\right)^2 = (6)^2$

$= 36$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 12x + 36 = 13 + 36$

$(x-6)^2 = 49$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 6 = \pm 7$

أما $x - 6 = 7 \Rightarrow x = 7 + 6 = 13$

أو $x - 6 = -7 \Rightarrow x = -7 + 6 = -1$

$S = \{13, -1\}$

الجواب فرع (b)

[6] $4y^2 - 32y = 17$

a) $S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{17}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{-1}{2}, \frac{2}{17}\right\}$
c) $S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{17}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{-1}{2}, \frac{17}{2}\right\}$

الحل :

$4y^2 - 32y = 17 \ \} \div 4 \Rightarrow y^2 - 8y = \frac{17}{4}$

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 66$ نضيف الى طرفي المعادلة

$y^2 - 8y + 16 = \frac{17}{4} + 16$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[8] $y^2 - \frac{1}{3}y = \frac{2}{9}$

a) $S = \left\{\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{-3}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}\right\}$

الحل :

نضيف الى طرفي المعادلة $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

$$y^2 - \frac{1}{3}y + \frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{1}{36}$$

$$\left(y - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{8+1}{36}$$

باخذ الجذر التربيعي للطرفين $\left(y - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{9}{36}$

$$y - \frac{1}{6} = \pm\frac{3}{6}$$

أما $y - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \Rightarrow y = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

أو $y - \frac{1}{6} = -\frac{3}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

$S = \left\{\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$

الجواب فرع (c)

[7] $16Z^2 - 40Z - 11 = 0$

a) $S = \left\{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{-11}{4}, \frac{-1}{4}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{11}{4}, \frac{-1}{4}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{-11}{4}, \frac{1}{4}\right\}$

الحل :

$16Z^2 - 40Z = 11 \} \div 16 \Rightarrow Z^2 - \frac{5}{2}Z = \frac{11}{16}$

نضيف الى طرفي المعادلة $\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

$$Z^2 - \frac{5}{2}Z + \frac{25}{16} = \frac{11}{16} + \frac{25}{16}$$

باخذ الجذر التربيعي للطرفين $\left(Z - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{36}{16}$

$$Z - \frac{5}{4} = \pm\frac{6}{4}$$

أما $Z - \frac{5}{4} = \frac{6}{4} \Rightarrow Z = \frac{6}{4} + \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$

أو $Z - \frac{5}{4} = -\frac{6}{4} \Rightarrow Z = \frac{5}{4} - \frac{6}{4} = -\frac{1}{4}$

$S = \left\{\frac{11}{4}, -\frac{1}{4}\right\}$

الجواب فرع (c)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[9] $Z^2 + 2\sqrt{5}\,Z = 4$

الحل :

a) $S = \{3 + \sqrt{5}\,, 3 - \sqrt{5}\}$

b) $S = \{\sqrt{5} - 3\,, 3 - \sqrt{5}\}$

c) $S = \{3 - \sqrt{5}\,, -3 - \sqrt{5}\}$

d) $S = \{\sqrt{5} + 3, \sqrt{5} - 3\}$

$\left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5}\right)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$ نضيف الى طرفي المعادلة

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$Z^2 + 2\sqrt{5}\,Z + 5 = 4 + 5$

$(Z + \sqrt{5})^2 = 9$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z + \sqrt{5} = \pm 3$

أما $Z + \sqrt{5} = 3 \implies Z = 3 - \sqrt{5}$

أو $Z + \sqrt{5} = -3 \implies Z = -3 - \sqrt{5}$ $S = \{3 - \sqrt{5}\,, -3 - \sqrt{5}\}$

الجواب فرع (c)

سؤال 3 : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[13] $x^2 - 8x = 8$

a) $S \approx \{9, 1\}$ b) $S \approx \{9, -1\}$

c) $S \approx \{-9, 1\}$ d) $S \approx \{-9, -1\}$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 8\right)^2 = (4)^2 = 16$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 8x + 16 = 8 + 16$

$(x - 4)^2 = 24$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$x - 4 \approx \pm 5$

أما $x - 4 \approx 5 \implies x \approx 5 + 4 \approx 9$

أو $x - 4 \approx -5 \implies x \approx -5 + 4 \approx -1$

$S \approx \{9, -1\}$

الجواب فرع (b)

الدرس [5 – 3] : حل المعادلات باستعمال القانون العام

[3 – 5 – 1]	حل المعادلات باستعمال القانون العام (الدستور)

يمكن حل المعادلة $a \neq 0$, $ax^2 + bx + c = 0$ باستخدام القانون العام :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

لحل المعادلة بالقانون العام وذلك لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة التربيعية كما يأتي

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة العامة (القياسية) : $ax^2 + bx + c = 0$

2) نكتب قيم المعاملات : a معامل x^2 , b معامل x مع اشارته , c الحد المطلق مع اشارته .

3) نعوض بالقانون العام لإيجاد قيمتي المتغير .

سؤال 1 : أريد رصف ممر على جانبي حديقة منزل بالسيراميك طول الحديقة 7m وعرضها 5m ومساحة الرصف $45m^2$ جد عرض الممر المطلوب رصفه بالسيراميك ؟

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل : نفرض عرض الممر $= x$

فإن مساحة الجزء الأيمن من الممر $= 7x$

مساحة الجزء الممر الأمامي $= 5x$ ومساحة زاوية الممر $= x^2$

ومجموع مساحتي الرصف $45m^2$

$$x^2 + 7x + 5x = 45 \implies x^2 + 12x - 45 = 0$$

$$a = 1 , b = 12 , c = -45$$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \mp \sqrt{(12)^2 - 4(1)(-45)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-12 \mp \sqrt{144 + 180}}{2} = \frac{-12 \mp \sqrt{324}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \mp 18}{2}$$

أما $x = \frac{-12 + 18}{2} = \frac{6}{2}$

عرض الممر $= 3 \text{ m}$

أو $x = \frac{-12 - 18}{2} = \frac{-30}{2}$

يهمل $= -15$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : جد مجموعة حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام في R : $x^2 - 3x - 5 = 0$

الحل :

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$$a = 1 \ , \ b = -3 \ , \ c = -5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

أما $x = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$

أو $x = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$

$$S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{29}}{2} , \frac{3 - \sqrt{9}}{2} \right\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3 – 5 – 2]	المقدار المميز $[\Delta = b^2 - 4ac]$

يمكن معرفة نوع جذري المعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$ باستعمال المميز كالآتي :

1) اذا كان المميز $[b^2 - 4ac > 0]$ موجب ومربع كامل يكون نوع الجذران حقيقيان نسبيان .

2) اذا كان المميز $[b^2 - 4ac > 0]$ موجب وليس مربعا كاملا يكون نوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

3) اذا كان المميز يساوي صفر $[b^2 - 4ac = 0]$ يكون نوع الجذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

4) اذا كان المميز $[b^2 - 4ac < 0]$ سالب يكون نوع الجذران غير حقيقيين (ليس لها حل في R)

مثال1 // حدد جذري المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا :

[1] $2x^2 + 3x - 2 = 0$

الحل :

$a = 2 \ , \ b = 3 \ , \ c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

أما $x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $x = \frac{-3 - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \implies S = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

[2] $y^2 - 4y - 9 = 0$

الحل :

$a = 1, \ b = -4 \ , \ c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-9) = 16 + 36 = 52$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{52}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2}$$

أما $y = \frac{4 + \sqrt{52}}{2}$

أو $y = \frac{4 - \sqrt{52}}{2} \implies S = \left\{\frac{4 + \sqrt{52}}{2}, \frac{4 - \sqrt{52}}{2}\right\}$

[3] $Z^2 + 8Z = -16$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل :

$Z^2 + 8Z + 16 = 0 \implies a = 1, \ b = 8 \ , \ c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان

(لها جذر حقيقي واحد)

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-8}{2} = -4$$

مثال1 // ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة : $x^2-(k+1)x+4=0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $=0$

$a=1 \quad , \quad b=-(k+1) \quad , \quad c=4$

$b^2-4ac=0$

$[-(k+1)]^2=-4(1)(4)=0$

$(k+1)^2-16=0$

$(k+1)^2=16$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k+1=\pm 4$

أما $k+1=4 \implies k=4-1=3$

أو $k+1=-4 \implies k=-4-1=-5$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k=3 \implies x^2-4x+4=0 \implies (x-2)^2=0$

$x-2=0 \implies x=2$

$k=-5 \implies x^2+4x+4=0 \implies (x+2)^2=0$

$x+2=0 \implies x=-2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تأكد من فهمك

سؤال1 / جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام في R

[1] $x^2-4x-5=0$

الحل :

$a=1 \quad , \quad b=-4 \quad , \quad c=-5$

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(1)(-5)}}{2(1)}$

$=\dfrac{4\pm\sqrt{16+20}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{36}}{2}=\dfrac{4\pm 6}{2}$

أما $x=\dfrac{4+6}{2}=\dfrac{10}{2}=5$

أو $x=\dfrac{4-6}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1 \implies S=\{5,-1\}$

[2] $y^2+5y-1=0$

الحل :

$a=1 \quad , \quad b=5 \quad , \quad c=-1$

$y=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$y=\dfrac{-5\pm\sqrt{(5)^2-4(1)(-1)}}{2(1)}$

$=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+4}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{29}}{2}$

أما $y=\dfrac{-5+\sqrt{29}}{2}$ أو $y=\dfrac{-5-\sqrt{29}}{2}$

$S=\left\{\dfrac{-5+\sqrt{29}}{2},\dfrac{-5-\sqrt{29}}{2}\right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3] $3x^2 - 9x = -2$

الحل :

$3x^2 - 9x + 2 = 0 \Rightarrow a = 3 \ , \ b = -9 \ , \ c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$$

أما $x = \frac{9 + \sqrt{57}}{6}$ أو $x = \frac{9 - \sqrt{57}}{6}$

$$S = \left\{\frac{9 + \sqrt{57}}{6} , \frac{9 - \sqrt{57}}{6}\right\}$$

[4] $4y^2 + 8y = 6$

الحل :

$4y^2 + 8y - 6 = 0\} \div 2 \Rightarrow 2y^2 + 4y - 3 = 0$

$a = 2 \ , \ b = 4, \ c = -3$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

أما $y = -1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$ أو $y = - - \frac{\sqrt{10}}{2}$

$$S = \left\{-1 + \frac{\sqrt{10}}{2} , -1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$$

[5] $4x^2 - 12x + 9 = 0$

الحل :

$a = 4 \ , \ b = -12 \ , \ c = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(9)}}{2(4)}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12 \pm 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

[6] $2y^2 - 3 = -5y$

الحل :

$2y^2 + 5y - 3 = 0 \Rightarrow a = 2 \ , \ b = 5, \ c = -3$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

أما $y = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

أو $y = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \Rightarrow S = \left\{\frac{1}{2}, -3\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال2 / حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا

[1] $2x^2 + 3x = 5$

الحل :

$2x^2 + 3x - 5 = 0 \implies a = 2\ ,\ b = 3\ ,\ c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

أما $x = \frac{-3 + 7}{4} = \frac{4}{4} = 1$

أو $x = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2} \implies S = \left\{1\ ,\ -\frac{5}{2}\right\}$

[2] $3x^2 - 7x + 6 = 0$

الحل :

$a = 3\ ,\ b = -7\ ,\ c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4(3)(6) = 49 - 72 = -23$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[9] $y^2 - 2y + 1 = 0$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -2,\ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

[10] $y^2 + 12 = -9y$

الحل :

$y^2 + 9y + 12 = 0 \implies a = 1\ ,\ b = 9\ ,\ c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac =$

$\Delta = (9)^2 - 4(1)(12) = 81 - 48 = 33$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2(1)} = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$$

أما $y = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2}$ أو $y = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}$

$$S = \left\{\frac{-9 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}\right\}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 3 : ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2-(k+2)x+36=0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $=0$

$a=1 \quad , \quad b=-(k+2) \quad , \quad c=36$

$b^2-4ac=0$

$[-(k+2)]^2=-4(1)(36)=0$

$(k+2)^2-144=0$

$(k+2)^2=144$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k+2=\pm 12$

أما $k+2=12 \implies k=12-2=10$

أو $k+2=-12 \implies k=-12-2=-14$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k=12 \implies x^2-(k+2)x+36=0$

$x^2-12x+36=0 \implies (x-6)^2=0$

$x-6=0 \implies x=6$

$k=-14 \implies x^2-(k+2)x+36=0$

$x^2+12x+36=0 \implies (x+6)^2=0$

$x+6=0 \implies x=-6$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2+25=(k-5)y$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $=0$

$4y^2-(k-5)y+25=0$

$a=4 \quad , \quad b=-(k-5) \quad , \quad c=25$

$b^2-4ac=0$

$[-(k-5)]^2=-4(4)(25)=0$

$(k-5)^2-400=0$

$(k-5)^2=400$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k-5=\pm 20$

أما $k-5=20 \implies k=20+5=25$

أو $k-5=-20 \implies k=-20+5=-15$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k=25 \implies y^2-(k-5)y+25=0$

$y^2-20y+25=0 \implies (y-5)^2=0$

$y-5=0 \implies y=5$

$k=-15 \implies y^2-(k-5)y+25=0$

$y^2+20y+25=0 \implies (y+5)^2=0$

$y+5=0 \implies y=-5$

سؤال 5 : ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $Z(k+4) = Z^2 + 16$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+4) \quad , \quad c = 16$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k+4)]^2 = -4(1)(16) = 0$

$(k+4)^2 - 64 = 0$

$(k+4)^2 = 64$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 4 = \pm 8$

أما $k + 4 = 8 \implies k = 8 - 4 = 4$

أو $k + 4 = -8 \implies k = -8 - 4 = -12$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 4 \implies Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0$

$Z^2 - 8Z + 16 = 0 \implies (Z-4)^2 = 0$

$Z - 4 = 0 \implies Z = 4$

$k = -12 \implies Z^2 - (k+4)Z + 16 = 0$

$Z^2 + 8y + 16 = 0 \implies (Z+4)^2 = 0$

$Z + 4 = 0 \implies Z = -4$

سؤال 6 : بين أن المعادلة $z^2 - 6Z + 28 = 0$ ليس لها حل في R

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -6 \ , \ c = 28$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(28) = 36 - 112 = -76$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : جد مجموعة حل المعادلات التالية باستعمال القانون في R

[1] $x^2 - 7x - 14 = 0$

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -7 \ , \ c = -14$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$

$= \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 56}}{2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{105}}{2}$

أما $x = \dfrac{7 + \sqrt{105}}{2}$ أو $x = \dfrac{7 - \sqrt{105}}{2}$

$S = \left\{ \dfrac{7 + \sqrt{105}}{2} , \dfrac{7 - \sqrt{105}}{2} \right\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $y^2 + 3y - 9 = 0$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = 3\ ,\ c = -9$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2}$$

أما $y = \frac{-3 + \sqrt{45}}{2}$ أو $y = \frac{-3 - \sqrt{45}}{2}$

$$S = \left\{\frac{-3 + \sqrt{45}}{2}\ ,\frac{-3 - \sqrt{45}}{2}\right\}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[3] $2x^2 - 8(3x + 2) = 0$

الحل :

$2x^2 - 24x - 16 = 0$

$a = 2\ ,\ b = -24\ ,\ c = -16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 + 128}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{704}}{2}$$

$$= \frac{24 \pm 8\sqrt{11}}{2}$$

أما $x = \frac{24 + 8\sqrt{11}}{2} \Rightarrow x = 12 + 4\sqrt{11}$

أو $x = \frac{24 - 8\sqrt{11}}{2} \Rightarrow x = 12 - 4\sqrt{11}$

$S = \{x = 12 + 4\sqrt{11}\ , x = 12 - 4\sqrt{11}\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[4] $2y^2 - 2 = -10y$

الحل :

$2y^2 + 10y - 2 = 0 \Rightarrow a = 2\ ,\ b = 10\ ,\ c = -2$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 16}}{4} = \frac{-10 \pm \sqrt{116}}{4}$$

$$y = \frac{-10 \pm 2\sqrt{29}}{4} = \frac{2(-5 \pm \sqrt{29})}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

أما $y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}$ أو $y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}$

$$S = \left\{\frac{-5 + \sqrt{29}}{2}\ ,\frac{-5 - \sqrt{29}}{2}\right\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 : حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا

$[1]\ y^2 - 2y - 10 = 0$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -2\ ,\ c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-10) = 4 + 40 = 44$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{44}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{44}}{2}$$

$$y = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{2} = 1 \pm \sqrt{11}$$

أما $y = 1 + \sqrt{11}$ أو $y = 1 - \sqrt{11}$

$S = \{1 + \sqrt{11}\ , 1 - \sqrt{11}\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$[2]\ y^2 - 14y + 49 = 0$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -14\ ,\ c = 49$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-14)^2 - 4(1)(49) = 196 - 196 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان (لهل جذر حقيقي واحد)

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{14}{2} = 7$$

سؤال 3 : ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$a = 1\ ,\ b = -(k + 6)\ ,\ c = 49$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k + 6)]^2 - 4(1)(49) = 0$

$(k + 6)^2 - 196 = 0$

$(k + 6)^2 = 196$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 6 = \pm 14$

أما $k + 6 = 14 \implies k = 14 - 6 = 8$

أو $k + 6 = -14 \implies k = -14 - 6 = -20$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

$k = 8 \implies x^2 - (k+6)x + 49 = 0$
$x^2 - 14x + 49 = 0 \implies (x-7)^2 = 0$
$x - 7 = 0 \implies x = 7$
$k = -20 \implies x^2 - (k+6)x + 49 = 0$
$x^2 + 14x + 49 = 0 \implies (x+7)^2 = 0$
$x + 7 = 0 \implies x = -7$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال4 : بين أن المعادلة $2Z^2 - 3Z + 10 = 0$ ليس لها حل في R

الحل :

$a = 2 \ , \ b = -3 \ , \ c = 10$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(10)$
$= 9 - 80 = -71$

مقدار المميز سالب لذا المعادلة ليس لها حل في R

تدرب وحل مسائل حياتية

سؤال1 : العاب نارية : في احدى المناسبات اطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء وصلت الى ارتفاع 140m . احسب الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع اذا كانت المعادلة التالية : $5t^2 + 60t = 140$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالأمتار الذي وصلت اليه الألعاب النارية بعد t ثانية .

الحل : الطريقة الأولى : *قانون الدستور*

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \quad \} \div 5$
$t^2 + 12t - 28 = 0$
$a = 1 \ , b = 12 \ , \quad c = -28$
$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(1)(28)}}{2(1)}$
$= \dfrac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2} = \dfrac{-12 \pm \sqrt{256}}{2} = \dfrac{-12 \pm 16}{2}$
أو أما $t = \dfrac{-12 + 16}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$
$t = \dfrac{-12 - 16}{2} = \dfrac{-28}{2} = -14$ يهمل

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الطريقة الثانية : بالتجربة

$5t^2 + 60t - 140 = 0 \quad \} \div 5$
$t^2 + 12t - 28 = 0 \implies (t+14)(t-2) = 0$
أو أما $t + 14 = 0 \implies t = -14$ يهمل
$t - 2 = 0 \implies t = 2$ الزمن

سؤال 2 : **تجارة :** يحسب سامر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ للربح ويبيعها للزبائن بمبلغ 120 الف دينار اذا كانت p في المعادلة $p^2 - 30p + 225 = 0$ تمثل مبلغ ربح سامر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير فما سعر كلفة البدلة الواحدة ؟

الحل

$$a = 1 \ , \quad b = -30 \ , \quad c = 225$$

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(225)}}{2(1)}$$

$$= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

فـــــــكر

سؤال 1 : **تحد :** حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R

i) $x^2 + 8x = 10$

الحل :

$$x^2 + 8x - 10 = 0 \implies a = 1 \ , \ b = 8 \ , \ c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8)^2 - 4(1)(-10) = 64 + 40 = 104$$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2(1)} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{26}}{2}$$

$$= \frac{2(-4 \pm \sqrt{26})}{2} = -4 \pm \sqrt{26}$$

أما $x = -4 + \sqrt{26}$ أو $x = -4 - \sqrt{26}$

$$S = \{-4 + \sqrt{26} \, , -4 - \sqrt{26}\}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0$

الحل :

$$3y^2 - 6y - 42 = 0 \ \} \div 3 \implies y^2 - 2y - 14 = 0$$

$$a = 1 \ , \quad b = -2 \ , \quad c = -14$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-14) = 4 + 56 = 60$$

مقدار المميز ليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{60}}{2(1)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{2}$$

$$= \frac{2(1 \pm \sqrt{15})}{2} = 1 \pm \sqrt{15}$$

أما $y = 1 + \sqrt{15}$

أو $y = 1 - \sqrt{15} \implies S = \{1 + \sqrt{15} \, , 1 - \sqrt{15}\}$

سؤال2 : **أصحح الخطأ :** قال سعد أن المعادلة $2x^2 - 3x - 9 = 0$ لي لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية . اكتشف خطأ سعد وصححه .

الحل :

$a = 2 \ , \quad b = -3 \ , \quad c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-9) = 9 + 72 = 81$

مقدار المميز مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان نسبيان .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

أما $x = \frac{3 + 9}{4} = \frac{12}{4} = 3$

أو $x = \frac{3 - 9}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \implies S = \left\{3, -\frac{3}{2}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال3 : **حس عددي :** استعملت مروة المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $Z^2 - 8Z + 16 = 0$ دون تحليلها . فسر كيف استطاعت مروة كتابة جذري المعادلة .

الحل :

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$a = 1 \ , \quad b = -8 \ , \quad c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ولها جذر حقيقي واحد .

سؤال4 : **أكتب** // نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها .

الحل :

$x^2 - 20x + 100 = 0 \implies a = 1 \ , \quad b = -20 \ , \quad c = 100$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-20)^2 - 4(1)(100) = 400 - 400 = 0$

قيمة المقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران حقيقيان متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة الحل للمعادلات باستعمال القانون العام في R :

[1] $x^2 - 3x - 4 = 0$

a) $S = \{4, 1\}$ b) $S = \{4, -1\}$

c) $S = \{-4, 1\}$ d) $S = \{-4, -1\}$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -3\ ,\ c = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

أما $x = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$ أو $x = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$S = \{4, -1\}$

الجواب فرع (b)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $y^2 - 5y - 5 = 0$

a) $S = \left\{\frac{3+5\sqrt{5}}{2}, \frac{3-5\sqrt{5}}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{4}, \frac{3-5\sqrt{5}}{4}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{5-3\sqrt{5}}{2}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{5+3\sqrt{3}}{2}, \frac{3-3\sqrt{3}}{2}\right\}$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -5\ ,\ c = -5$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

أما $y = \frac{5+3\sqrt{5}}{2}$ أو $y = \frac{5-3\sqrt{5}}{2}$

$S = \left\{\frac{5+3\sqrt{5}}{2}, \frac{3-3\sqrt{5}}{2}\right\}$

الجواب فرع (c)

[3] $2x^2 - 8x = -3$

a) $S = \left\{\frac{4+\sqrt{10}}{2}, \frac{4-\sqrt{10}}{2}\right\}$ b) $S = \left\{\frac{2+\sqrt{10}}{2}, \frac{4+\sqrt{10}}{2}\right\}$

c) $S = \left\{\frac{4+\sqrt{5}}{4}, \frac{4-\sqrt{5}}{4}\right\}$ d) $S = \left\{\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2-\sqrt{5}}{2}\right\}$

الحل :

[4] $3x^2 - 6(2x + 1) = 0$

a) $S = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$ b) $S = \{2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\}$

c) $S = \{2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}\}$ d) $S = \{6 + \sqrt{6}, 6 - \sqrt{6}\}$

الحل :

$3x^2 - 12x - 6 = 0\ \} \div 3 \implies x^2 - 4x - 2 = 0$

$a = 1\ ,\ b = -4\ ,\ c = -2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$
$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2}$$
$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 2 \pm \sqrt{6}$$

أما $x = 2 + \sqrt{6}$ أو $x = 2 - \sqrt{6}$

$S = \{2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}\}$

الجواب فرع (c)

$2x^2 - 8x + 3 = 0 \Rightarrow a = 2,\ b = -8,\ c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$
$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{4}$$
$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{2(4 \pm \sqrt{10})}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$$

أما $x = \frac{4 + \sqrt{10}}{2}$ أو $x = \frac{4 - \sqrt{10}}{2}$

$S = \left\{\frac{4 + \sqrt{10}}{2}, \frac{4 - \sqrt{10}}{2}\right\}$

الجواب فرع (a)

سؤال 2 / حدد جذور المعادلة باستعمال المميز :

[6] $2y^2 - 3y - 8 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان . b) جذران حقيقيان غير نسبيين .

c) جذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $\emptyset = R$)

الحل :

$a = 2,\ b = -3,\ c = -8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-8) = 9 + 64 = 73$

المميز موجب ليس مربع كامل الجذران حقيقيان غير نسبيين

الجواب فرع (b)

[5] $x^2 - 6x - 7 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان . b) جذران حقيقيان غير نسبيين .

c) جذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $\emptyset = R$)

الحل :

$a = 1,\ b = -6,\ c = -7$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(-7) = 36 + 28 = 64$

مقدار المميز موجب ومربع كامل والجذران حقيقيان نسبيان .

الجواب فرع (a)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[7] $8x^2 - 8x + 2 = 0$

a) جذران حقيقيان متساويان $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

b) جذران حقيقيان غير نسبيين .

c) جذر حقيقي واحد $\left(\frac{-b}{2a}\right)$

d) جذرين غير حقيقيين (مجموعة الحل في $\emptyset = R$)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

الحل :

$a = 8 \ , \quad b = -8 \ , \quad c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4(8)(2) = 64 - 64 = 0$

المميز يساوي صفر والجذران حقيقيان متساويان لها جذر حقيقي واحد .

الجواب فرع (a)

(8) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة

$y^2 - (k + 10)y + 16 = 0$ متساويين ؟

a) $k = 2 \ , -18$ b) $k = -2 \ , -18$

c) $k = 6 \ , 14$ d) $k = -6 \ , -14$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $= 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k + 10) \quad , \quad c = 16$

$b^2 - 4ac = 0$

$[-(k + 10)]^2 - 4(1)(16) = 0$

$(k + 10)^2 - 16 = 0$

$(k + 10)^2 = 16$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k + 10 = \pm 4$

أما $k + 10 = 4 \implies k = 4 - 10 = -6$

أو $k + 10 = -4 \implies k = -4 - 10 = -14$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الجواب فرع (d)

الدرس [6 – 3] : حل المعادلات الكسرية

نستعمل تحليل المقادير الجبرية لحل المعادلات الكسرية التي في مقامها متغير وذلك بتخلص من الكسور .ثم حلها بإحدى طرق التحليل السابقة .

سؤال1 : اذا كان ثمن شراء التحفية الواحدة $2x+3$ الف دينار وثمن شراع ست تحفيات x^2+3x-1 الف دينار فاذا كان ثمن تحفية واحدة الى ثمن ست تحفيات $\frac{1}{3}$ فما ثمن شراء تحفية واحدة ؟

الحل :

$$\frac{\text{ثمن تحفية واحدة}}{\text{ثمن ست تحفيات}}=\frac{1}{3}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

$$\frac{2x+3}{x^2+3x-1}=\frac{1}{3}$$ الطرفين في الوسطين

$$x^2+3x-1=6x+9$$
$$x^2+3x-1-6x-9=0$$
$$x^2-3x-10=0 \implies (x+2)(x-5)=0$$

أما $x+2=0 \implies x=-2$ يهمل

أو $x-5=0 \implies x=5$

$2x+3=2(5)+3=10+3=13$ الف

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

ثمن شراء تحفية واحدة هو 13 ألف دينار

سؤال2 : جد مجموعة الحل للمعادلة التالية ثم تحقق من صحة الحل : $5x+\frac{x-2}{3x}=\frac{2}{3}$

الحل :

$$5x+\frac{x-2}{3x}=\frac{2}{3} \quad \} \cdot 3x$$
$$3x(5x)+3x\left(\frac{x-2}{3x}\right)=3x\left(\frac{2}{3}\right)$$
$$15x^2+x-2=2x \implies 15x^2+x-2-2=0$$
$$15x^2-x-2=0 \implies (5x-2)(3x+1)=0$$

أما $5x-2=0 \implies 5x=2 \implies x=\frac{2}{5}$

أو $3x+1=0 \implies 3x=-1 \implies x=-\frac{1}{3}$

$$S=\left\{\frac{2}{5},-\frac{1}{3}\right\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

التحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$x=\frac{2}{5} \Rightarrow 5\left(\frac{2}{5}\right)+\frac{\frac{2}{5}-2}{3\left(\frac{2}{5}\right)}=2+\frac{\frac{2-10}{5}}{\frac{6}{5}}=2+\frac{-8}{6}=2-\frac{4}{3}=\frac{6-4}{3}=\frac{2}{3}$ الايمن

$x=-\frac{1}{3} \Rightarrow 5\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{\frac{-1}{3}-2}{3\left(-\frac{1}{3}\right)}=-\frac{5}{3}+\frac{\frac{-1-6}{3}}{-\frac{3}{3}}=-\frac{5}{3}+\frac{-7}{-3}=\frac{-5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$ الايمن

سؤال 3 : جد مجموعة الحل للمعادلة في R :

$$\frac{x}{x-3}+\frac{4x}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$$

الحل :

$\frac{x}{x-3}+\frac{4x}{x+3}=\frac{18}{(x+3)(x-3)} \} \times (x+3)(x-3)$

$x(x+3)+4x(x-3)=18$

$x^2+3x+4x^2-12x-18=0$

$5x^2-9x-18=0 \Rightarrow (x-3)(5x+6)=0$

أما $x-3=0 \Rightarrow x=3$

أو $5x+6=0 \Rightarrow 5x=-6 \Rightarrow x=-\frac{6}{5}$

$S=\left\{3,-\frac{6}{5}\right\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : جد مجموعة حل المعادلة :

$$\frac{2}{x+2}-\frac{x}{2-x}=\frac{x^2+4}{x^2-4}$$

الحل :

$\frac{2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)} \} \times (x+2)(x-2)$

$2(x-2)+x(x+2)=x^2+4$

$2x-4+x^2+2x=x^2+4$

$4x-4+x^2=x^2+4$

$4x-4+x^2-x^2-4=0$

$4x-8=0 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{4}=2$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

تأكد من فهمك

سؤال 1 : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

[1] $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{6}{4x^2}$ $\}\cdot 4x^2$

الحل :

$4x+2x^2=6 \Rightarrow 2x^2+4x-6=0 \} \div 2$

$x^2+2x-3=0 \Rightarrow (x+3)(x-1)=0$

أما $x-3=0 \Rightarrow x=3$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

$x=1 \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{2+1}{2}$

$=\frac{3}{2}$ الطرف الايسر

$\frac{6}{4x^2}=\frac{6}{4(1)^2}=\frac{6}{4}$

$=\frac{3}{2}$ الطرف الايمن

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[2] $\frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{3}{10y}$

الحل :

$\frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{3}{10y}$ $\}\times 10y$

$10y\left(\frac{y}{2}\right)-10y\left(\frac{7}{5}\right)=10y\left(\frac{3}{10y}\right)$

$5y(y)-2y(7)=3$

$5y^2-14y-3=0 \Rightarrow (y-3)(5y+1)=0$

أما $y-3=0 \Rightarrow y=3$

أو $5y+1=0 \Rightarrow 5y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{5}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$y=3 \Rightarrow \frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{3}{2}-\frac{7}{5}=\frac{15-14}{10}$

$=\frac{1}{10}$ الايسر

$\frac{3}{10y}=\frac{3}{10(3)}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$ الايمن

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

[3] $\frac{x+4}{2}=\frac{-3}{2x}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$2x(x+4)=-3(2) \Rightarrow 2x^2+8x=-6$

$2x^2+8x+6=0 \} \div 2 \Rightarrow x^2+4x+3=0$

$(x+3)(x+1)=0$

أما $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow S\{-3,-1\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما : $x=-3$

$\frac{x+4}{2}=\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$ الطرف الأيسر

$\frac{-3}{2x}=\frac{-3}{2(-3)}=\frac{-3}{-6}=\frac{1}{2}$ الطرف الأيمن

[4] $\frac{y+1}{2y^2}=\frac{3}{4}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$2y^2(3)=4(y+1) \Rightarrow 6y^2=4y+4$

$6y^2-4y-4=0 \} \div 2 \Rightarrow 3y^2-2y-2=0$

$a=3 \ , \ b=-2 \ , \ c=-2$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(3)(-2)}}{2(3)}$

$=\frac{2\pm\sqrt{4+24}}{6}$

$y=\frac{2\pm\sqrt{28}}{6}=\frac{2\pm 2\sqrt{7}}{6}=\frac{2(1\pm\sqrt{7})}{6}=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

أما $y=\frac{1+\sqrt{7}}{3}$ أو $y=\frac{1-\sqrt{7}}{3}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

$$y=\frac{1+\sqrt{7}}{3} \Rightarrow \frac{y+1}{2y^2}=\frac{\frac{1+\sqrt{7}}{3}+1}{2\left(\frac{1+\sqrt{7}}{3}\right)^2}$$

$$=\frac{\frac{1+\sqrt{7}+3}{3}}{2\left(\frac{1+2\sqrt{7}+7}{9}\right)}=\frac{\frac{4+\sqrt{7}}{3}}{2\left(\frac{8+2\sqrt{7}}{9}\right)}=\frac{\frac{4+\sqrt{7}}{3}}{\frac{16+4\sqrt{7}}{9}}$$

$$=\frac{4+\sqrt{7}}{3}\times\frac{9}{16+4\sqrt{7}}=\frac{4+\sqrt{7}}{1}\times\frac{3}{4(4+\sqrt{7})}=\frac{3}{4}$$

[6] $\frac{1}{y^2-6}=\frac{2}{y+3}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$2y^2-12=y+3 \Rightarrow 2y^2-12-y-3=0$

$2y^2-y-15=0 \Rightarrow (2y+5)(y-3)=0$

أما $2y+5=0 \Rightarrow 2y=-5 \Rightarrow y=-\frac{5}{2}$

أو $y-3=0 \Rightarrow y=3$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

عندما : $y=3$

الطرف الايسر $\frac{1}{y^2-6}=\frac{1}{(3)^2-6}=\frac{1}{9-6}=\frac{1}{3}$

الطرف الايمن $\frac{2}{y+3}=\frac{2}{3+3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

[5] $\frac{9x-14}{x-5}=\frac{x^2}{x-5}$ } $\cdot(x-5)$

الحل :

$9x-14=x^2 \Rightarrow x^2-9x+14=0$

$(x-7)(x-2)=0$

أما $x-7=0 \Rightarrow x=7$

أو $x-2=0 \Rightarrow x=2$

التحقق : عندما $x=7$

الأيسر $\frac{9x-14}{x-5}=\frac{9(7)-14}{7-5}=\frac{63-14}{2}=\frac{49}{2}$

الطرف لأيمن $\frac{x^2}{x-5}=\frac{(7)^2}{7-5}=\frac{49}{2}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 2 / جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

[1] $\frac{y-4}{y+2}-\frac{2}{y-2}=\frac{17}{y^2-4}$

الحل :

$\frac{y-4}{y+2}-\frac{2}{y-2}=\frac{17}{(y+2)(y-2)}$ $\times (y+2)(y-2)$

$(y-2)(y-4)-2(y+2)=17$

$y^2-4y-2y+8-2y-4-17=0$

$y^2-8y-13=0$

$a=1\ ,b=-8\ ,\quad c=-13$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4(1)(-13)}}{2(1)}$

$=\frac{8\pm\sqrt{64+52}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{116}}{2}$

$y=\frac{8\pm 2\sqrt{29}}{2}=\frac{2(4\pm\sqrt{29})}{2}=4\pm\sqrt{29}$

أم $y=4+\sqrt{29}$ أو $y=4-\sqrt{29}$

[2] $\frac{9}{x^2-x-6}-\frac{5}{x-3}=1$

الحل :

$\frac{9}{(x-3)(x+2)}-\frac{5}{x-3}=1$ $\times (x-3)(x+2)$

$9-5(x+2)=x^2+2x-3x-6$

$9-5x-10=x^2-x-6$

$-1-5x=x^2-x-6$

$x^2-x-6+1+5x=0 \Rightarrow x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0$

أما $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{-5,1\}$

[3] $\frac{12}{y^2-16}+\frac{6}{y+4}=2$

الحل :

$\frac{12}{(y+4)(y-4)}+\frac{6}{y+4}=2$ $\times (y+4)(y-4)$

$12+6(y-4)=2(y+4)(y-4)$

$12+6y-24=2(y^2-16)$

$6y-12=2y^2-32$

$2y^2-32-6y+12=0 \Rightarrow 2y^2-6y-20=0$

$(y-5)(2y+4)=0$

أما $y-5=0 \Rightarrow y=5$

أو $2y+4=0 \Rightarrow 2y=-4 \Rightarrow y=-\frac{4}{2}=-2$

$S=\{5,-2\}$

[4] $\frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$

الحل :

$\frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)}$ $\times (x+1)(x-1)$

$2x(x-1)+3x(x+1)=8+7x+3x^2$

$2x^2-2x+3x^2+3x-8-7x-3x^2$

$2x^2-6x-8=0 \Rightarrow (x-4)(2x+2)=0$

أما $x-4=0 \Rightarrow x=4$

أو $2x+2=0 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{2}=-1$

$S=\{4,-1\}$

ريهاب جاسم
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل التمرينات

سؤال 1 : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل :

[1] $\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{x}$ $\}\cdot(6x^2)$

الحل :

$4+2x^2=6x \Rightarrow 2x^2-6x+4=0 \}\div 2$

$x^2-3x+2=0 \Rightarrow (x-2)(x-1)=0$

أما $x-2=0 \Rightarrow x=2$

أو $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{2,1\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما : $x=2$

$\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{6(2)^2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{24}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1+2}{6}$

$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ الطرف الأيسر

$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$ الطرف الأيمن

عندما : $x=1$

$\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{6(1)^2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{6}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2+1}{3}$

$=\frac{3}{3}=1$ الطرف الأيسر $\left|\frac{1}{x}=\frac{1}{1}=1\right.$ الطرف الأيمن

[2] $\frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=0$

الحل :

$\frac{3y}{4}-\frac{2}{4y}+\frac{1}{4}=0 \}\times 4y$

$3y^2-2+y=0 \Rightarrow 3y^2+y-2=0$

$(y+1)(3y-2)=0$

أما $y+1=0 \Rightarrow y=-1$

أو $3y-2=0 \Rightarrow 3y=2 \Rightarrow y=\frac{2}{3}$

$S=\left\{-1,\frac{2}{3}\right\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

عندما : $y=-1$

$\frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=\frac{3(-1)}{4}-\frac{2}{4(-1)}+\frac{1}{4}$

$=\frac{-3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{0}{4}=0$ الطرف الأيمن

[13] $\frac{9x+22}{x^2}=1$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$x^2=9x+22 \Rightarrow x^2-9x-22=0$

$(x-11)(x+2)=0$

أما $x-11=0 \Rightarrow x=11$

أو $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow S=\{11,-2\}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما : $x=-2$

$\frac{9x+22}{x^2}=\frac{9(-2)+22}{(-2)^2}=\frac{-18+22}{4}=\frac{4}{4}=1$

الطرف الأيمن

[14] $\frac{9}{(y+2)^2}=\frac{3y}{y+2}$

الحل :

$\frac{9}{(y+2)^2}=\frac{3y}{y+2} \}\cdot(y+2)^2$

$9=3y(y+2) \Rightarrow 3y^2+6y-9=0 \}\div 3$

$y^2+2y-3=0 \Rightarrow (y+3)(y-1)=0$

أما $y+3=0 \Rightarrow y=-3$

أو $y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow S=\{-3,1\}$

التحقق من صحة الحل : عندما : $y=1$

$\frac{9}{(y+2)^2}=\frac{9}{(1+2)^2}=\frac{9}{9}=1$ الطرف الأيسر

$\frac{3y}{y+2}=\frac{3(1)}{1+2}=\frac{3}{3}=1$ الطرف الأيمن

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

[1] $\frac{3}{x-4}-\frac{2}{x-3}=1$

الحل :

$$\frac{3}{x-4}-\frac{2}{x-3}=1 \quad \}\cdot(x-4)(x-3)$$
$$3(x-3)-2(x-4)=(x-4)(x-3)$$
$$3x-9-2x+8=x^2-3x-4x+12$$
$$x-1=x^2-7x+12$$
$$x^2-7x+12-x+1=0$$
$$x^2-8x+13=0 \implies a=1\,,b=-8\,,c=13$$
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4(1)(13)}}{2(1)}$$
$$=\frac{8\pm\sqrt{64-52}}{2}$$
$$x=\frac{8\pm\sqrt{12}}{2}=\frac{8\pm2\sqrt{3}}{2}=\frac{2(4\pm\sqrt{3})}{2}=4\pm\sqrt{3}$$

أما $x=4+\sqrt{3}$ أو $x=4-\sqrt{3}$

$$S=\{4+\sqrt{3}\,,4-\sqrt{3}\}$$

[2] $\frac{y-5}{y+5}-\frac{y+5}{y-5}=\frac{4y^2-24}{y^2-25}$

الحل :

$$\frac{y-5}{y+5}-\frac{y+5}{y-5}=\frac{4y^2-24}{(y+5)(y-5)} \quad \}$$
$$\times(y+5)(y-5)$$
$$(y-5)^2-(y+5)^2=2y^2-24$$
$$y^2-10y+25-(y^2+10y+25)=4y^2-24$$
$$4y^2-24-y^2+10y-25+y^2+10y+25=0$$
$$4y^2+20y-24=0 \quad \}\div 4$$
$$y^2+5y-6=0 \implies (y+6)(y-1)=0$$

أما $y+6=0 \implies y=-6$

أو $y-1=0 \implies y=1 \implies S=\{-6,1\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3] $\frac{6-x}{x^2+x-12}-\frac{2}{x+4}=1$

الحل :

$\frac{6-x}{(x+4)(x-3)}-\frac{2}{x+4}=1 \quad \}\times(x+4)(x-3)$

$6-x-2(x-3)=x^2-3x+4x-12$

$6-x-2x+6=x^2+x-12$

$12-3x=x^2+x-12$

$x^2+x-12-12+3x=0$

$x^2+4x-24=0$

$a=1 \ , b=4 \ , \quad c=-24$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4(1)(-24)}}{2(1)}$

$=\frac{-4\pm\sqrt{16+96}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{112}}{2}$

$x=\frac{-4\pm4\sqrt{7}}{2}=-2\pm2\sqrt{7}$

أما $x=-2+\sqrt{7}$ او $x=-2-\sqrt{7}$

[4] $\frac{4+8y}{y^2-9}+\frac{6}{y+3}=3$

الحل :

$\frac{4+8y}{(y+3)(y-3)}+\frac{6}{y+3}=3 \quad \}\times(y+3)(y-3)$

$4+8y+6(y-3)=3(y+3)(y-3)$

$4+8y+6y-18=3(y^2-9)$

$14y-14=3y^2-27$

$3y^2-27+14-14y=0 \Rightarrow 3y^2-14y-13=0$

$a=3 \ , \quad b=-14 \ , \quad c=-13$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4(3)(-13)}}{2(3)}$

$=\frac{14\pm\sqrt{196+156}}{6}=\frac{14\pm\sqrt{352}}{6}$

$y=\frac{14\pm4\sqrt{22}}{6}=\frac{2(7\pm2\sqrt{22})}{6}=\frac{7\pm2\sqrt{22}}{3}$

أما $y=\frac{7+2\sqrt{22}}{3}$ أو $y=\frac{7-2\sqrt{22}}{3}$

$S=\left\{\frac{7+2\sqrt{22}}{3},\frac{7-2\sqrt{22}}{3}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

تدرب وحل مسائل الحياتية

سؤال1 : **نقل مسافرين :** تقطع طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350km بين مدينة بغداد واربيل بسرعة معينة ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 10 km/h لتمكنت الطائرة من قطع المسافة بزمن يقل 10 دقائق عن الزمن الأول . جد سرعة أولاً .

الحل : نفرض السرعة الأولى $= V$

السرعة الثانية $= V + 10$

الزمن الأول $= \frac{35}{V}$ ، الزمن الثاني $= \frac{350}{V+10}$

الزمن = المسافة / السرعة

الزمن الأول – الزمن الثاني $= \frac{1}{6}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال

نحول الزمن من دقائق الى ساعة

$$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{350}{V} - \frac{350}{V+10} = \frac{1}{6} \quad \} \times 6V(V+10)$$

$$2100(V+10) - 210V = V(V+10)$$

$$2100V + 21000 - 2100V = V^2 + 10V$$

$$V^2 + 10V - 21000 = 0$$

$$(V+150)(V-140) = 0$$

أما $V + 150 = 0 \Rightarrow V = -150$ يهمل

أو $V - 140 = 0 \Rightarrow V = 140$ km/h السرعة

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

[20] رياضة : اذا أراد راكب دراجة قطع مسافة 60km بين مدينتين A, B بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتمكن من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول . جد سرعته أولا .

الحل : نفرض السرعة الأولى $= V$

السرع الثانية $= V + 10$

الزمن = المسافة / السرعة

الزمن الأول $= \frac{6}{V}$ ، الزمن الثاني $= \frac{60}{V+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني $= 1$

$$\frac{60}{V} - \frac{60}{V+10} = 1 \quad \} \times V(V+10)$$

$$60(V+10) - 60V = V(V+10)$$

$$60V + 600 - 60V = V^2 + 10V$$

$$V^2 + 10V - 600 = 0$$

$$(V+30)(V-20) = 0$$

أما $V + 30 = 0 \Rightarrow V = -30$ يهمل

أو $V - 20 = 0 \Rightarrow V = 20$ km/h سرعته

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 2 : سباق : شارك نوفل في سباق ثلاثي وتضمن السباق السباحة وركوب الدراجة والجري واستغرق ساعتين لأنهاء السباق كما موضح في الجدول المجاور على اعتبار x تعبر عن معدل سرعته في السباحة . جد معدل السرعة التقريبية في سباق السباحة .

	المسافة km	السرعة km/h	الزمن
السباحة	$d_s = 1$	x	t_s
ركوب الدراجة	$d_b = 20$	$5x$	t_b
الجري	$d_r = 4$	$x + 4$	t_r

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

ملاحظة : أستعمل معادلة الزمن الأجمالي الذي أستغرقه نوفل في السباق بدلالة سرعته في السباحة هو :

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

الحل :

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$t_s = \frac{1}{x} \ , \quad t_b = \frac{20}{5x} = \frac{4}{x} \ , t_r = \frac{4}{x+4} \ , T(x) = 2$$

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{x} + \frac{4}{x+4} = 2 \quad \} \cdot x(x+4)$$

$$x + 4 + 4(x+4) + 4x = 2x(x+4)$$

$$x + 4 + 4x + 16 + 4x = 2x^2 + 8x$$

$$9x + 20 = 2x^2 + 8x$$

$$2x^2 + 8x - 9x - 20 = 0$$

$$2x^2 - x - 20 = 0 \implies a = 2 \ , b = -1 \ , c = -20$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-20)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 160}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{161}}{4} \approx \frac{1 \pm 13}{4}$$

أما $x \approx \frac{1+13}{4} \approx \frac{14}{4} \approx \frac{7}{2} \approx 3.5 \approx 4$

أو $x \approx \frac{1-13}{4} \approx \frac{-12}{4} \approx -3$ يهمل

السرعة تقريباً هي : $x \approx 4 \ km/h$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرسة وأدة الرياضيات

فكـــــر

سؤال 1 :

تحد : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R :

i) $\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2 - 15x + 14}{x^2 - 25}$

الحل :

$$\frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2 - 15x + 14}{(x+5)(x-5)} \quad \} \times (x+5)(x-5)$$

$$3(x-5) - 4(x+5) = x^2 - 15x + 14$$

$$3x - 15 - 4x - 20 = x^2 - 15x + 14$$

$$-x - 35 = x^2 - 15x + 14$$

$$x^2 - 15x + 14 + x + 35 = 0$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$(x-7)^2 = 0 \implies x - 7 = 0 \implies x = 7$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

أصحح الخطأ : استعمل نمير المقدار المميز لبيان جذور المعادلة : $\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1$
فقال نمير أن للمعادلة جذران نسبيان حقيقيان . اكتشف خطأ نمير وصححه .

الحل :

$$\frac{2}{x^2 - x - 7x + 7} = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 8x + 7} = 1 \quad \text{الطرفين في الوسطين}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 2 \implies x^2 - 8x + 7 - 2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 5 = 0 \implies a = 1 \ , b = -8 \ , c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(5) = 64 - 20 = 44$$

المميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيين .

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : أكتب // مجموعة الحل في R

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

الحل :

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2 \ \} \times (x+6)(x-6)$$

$$x - 6 - 5(x+6) = 2(x+6)(x-6)$$

$$x - 6 - 5x - 30 = 2(x^2 - 36)$$

$$-4x - 36 = 2x^2 - 72$$

$$2x^2 - 72 + 4x + 36 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 36 = 0 \ \} \div 2$$

$$x^2 + 2x - 18 = 0 \implies a = 1 \ , b = 2 \ , c = -18$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{2} =$$

$$x = -1 \mp \sqrt{19}$$

أما $x = -1 + \sqrt{19}$ أو $x = -1 - \sqrt{19}$

$$S = \{-1 + \sqrt{19}, -1 - \sqrt{19}\}$$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الاختيار من متعدد

سؤال 1 : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

[1] $\frac{2}{12x^2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4x}$

a) $S=\left\{2,\frac{1}{2}\right\}$ b) $S=\left\{-2,\frac{1}{2}\right\}$

c) $S=\left\{2,-\frac{1}{2}\right\}$ d) $S=\left\{-2,-\frac{1}{2}\right\}$

الحل :

$\frac{1}{6x^2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4x}$ $\}\times 12x^2$

$2-2x^2=3x \Rightarrow 2x^2+3x-2=0$

$(x+2)(2x-1)=0$

أما $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

أو $2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$S=\left\{-2,\frac{1}{2}\right\}$

الجواب فرع (b)

[2] $\frac{5}{6}-\frac{7}{6y}+\frac{y}{3}=0$

a) $S=\left\{1,-\frac{7}{2}\right\}$ b) $S=\left\{-1,-\frac{7}{2}\right\}$

c) $S=\left\{1,\frac{7}{2}\right\}$ d) $S=\left\{-1,\frac{7}{2}\right\}$

الحل :

$\frac{5}{6}-\frac{7}{6y}+\frac{y}{3}=0$ $\}\times 6y$

$5y-7+2y^2=0 \Rightarrow 2y^2+5y-7=0$

$(2y+7)(y-1)=0$

أما $2y+7=0 \Rightarrow 2y=-7 \Rightarrow y=-\frac{7}{2}$

او $y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow S=\left\{1,-\frac{7}{2}\right\}$

الجواب فرع (a)

[3] $\frac{8x}{5}=\frac{5}{8x}$

a) $S=\left\{\frac{5}{8},-\frac{8}{5}\right\}$ b) $S=\left\{\frac{5}{8},\frac{8}{5}\right\}$

c) $S=\left\{\frac{5}{8},-\frac{5}{8}\right\}$ d) $S=\left\{\frac{8}{5},-\frac{8}{5}\right\}$

الحل : الطرفين في الوسطين

$64x^2=25 \Rightarrow x^2=\frac{25}{64} \Rightarrow x$

$=\pm\sqrt{\frac{25}{64}}$

$x=\pm\frac{5}{8} \Rightarrow S=\left\{\frac{5}{8},-\frac{5}{8}\right\}$

الجواب فرع (d)

[4] $\frac{1+2y}{3y+9}=\frac{y}{2}$

a) $S=\left\{1,\frac{1}{3}\right\}$ b) $S=\left\{-1,\frac{1}{3}\right\}$

c) $S=\left\{2,\frac{1}{3}\right\}$ d) $S=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$

الحل : الطرفين في الوسطين

$y(3y+9)=2(1+2y) \Rightarrow 3y^2+9y$

$=2+4y$

$3y^2+9y-2-4y=0 \Rightarrow 3y^2+5y-2$

$=0$

$(y+2)(3y-1)=0$

أما $y+2=0 \Rightarrow y=-2$

أو $3y-1=0 \Rightarrow 3y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{3}$

$S=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$

الجواب فرع (d)

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[5] $\frac{16x-64}{x^2}=1$

a) $x=-8$ b) $x=8$ c) $x=-6$ d) $x=6$

الحل : الطرفين في الوسطين

$x^2=16x-64 \Rightarrow x^2-16x+64=0$

$(x-8)^2=0 \Rightarrow x-8=0 \Rightarrow x=8$

الجواب فرع (b)

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 2 : جد مجموعة حل لكل معادلة من المعادلات التالية في R :

[6] $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-1}=1$

a) $S=\{2+\sqrt{7},2-\sqrt{7}\}$ b) $S=\{1+\sqrt{3},1-\sqrt{3}\}$

c) $S=\{1+\sqrt{7},1-\sqrt{7}\}$ d) $S=\{2+\sqrt{3},2-\sqrt{3}\}$

الحل :

$\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-1}=1 \} \times (x-2)(x-1)$

$2(x-1)-3(x-2)=(x-2)(x-1)$

$2x-2-3x+6=x^2-x-2x+2$

$-x+4=x^2-3x+2$

$x^2-3x+2+x-4=0 \Rightarrow x^2-2x-2=0$

$a=1 \quad , \quad b=-2 \quad , \quad c=-2$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-2)}}{2(1)}$

$x=\frac{2\pm\sqrt{4+8}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{2}=\frac{2\pm 2\sqrt{3}}{2}=1\pm\sqrt{3}$

أما $x=1+\sqrt{3}$ أو $x=1-\sqrt{3}$

$S=\{1+\sqrt{3},1-\sqrt{3}\}$

الجواب فرع (b)

[7] $\frac{y-6}{y+6}-\frac{y+6}{y-6}=\frac{24y^2+6}{y^2-36}$

a) $y=-\frac{1}{3}$ b) $y=-\frac{1}{2}$ c) $y=\frac{1}{3}$ d) $y=\frac{1}{2}$

الحل :

$\frac{y-6}{y+6}-\frac{y+6}{y-6}=\frac{24y^2+6}{(y+6)(y-6)} \} \times (y+6)(y-6)$

$(y-6)^2-(y+6)^2=24y^2+6$

$y^2-12y+36-(y^2+12y+36)=24y^2+6$

$y^2-12y+36-y^2-12y-36=24y^2+6$

$-24y=24y^2+6$

$24y^2+24y+6=0\} \div 6 \Rightarrow 4y^2+4y+1=0$

$(2y+1)^2=0 \Rightarrow 2y+1=0$

$2y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$

الجواب فرع (b)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[8] $\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{x^2+12x+81}{x^2-9}$ a) $x=-9$ b) $x=9$ c) $x=-8$ d) $x=8$

الحل :

$$\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{x^2+12x+81}{(x+3)(x-3)} \quad \} \times (x+3)(x-3)$$

$$x(x-3)-x(x+3)=x^2+12x+81$$

$$x^2-3x-x^2-3x=x^2+12x+81 \implies -6x=x^2+12x+81$$

$$x^2+12x+81+6x=0 \implies x^2+18x+81=0$$

$$(x+9)^2=0 \implies x+9=0 \implies x=-9$$

الجواب فرع (a)

[9] $\frac{3y}{y-4}+\frac{y}{y-2}=\frac{5y^2-4y+8}{y^2-6y+8}$ a) $S=\{4,-2\}$ b) $S=\{-4,-2\}$ c) $S=\{-4,2\}$ d) $S=\{4,2\}$

الحل :

$$\frac{3y}{y-4}+\frac{y}{y-2}=\frac{5y^2-4y+8}{(y-4)(y-2)} \quad \} \times (y-4)(y-2)$$

$$3y(y-2)+y(y-4)=5y^2-4y+8$$

$$3y^2-6y+y^2-4y=5y^2-4y+8$$

$$4y^2-10y=5y^2-4y+8 \implies 5y^2-4y+8-4y^2+10y=0$$

$$y^2+6y+8=0 \implies (y+4)(y+2)=0$$

أما $y+4=0 \implies y=-4$

أو $y+2=0 \implies y=-2 \implies S=\{-4,-2\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

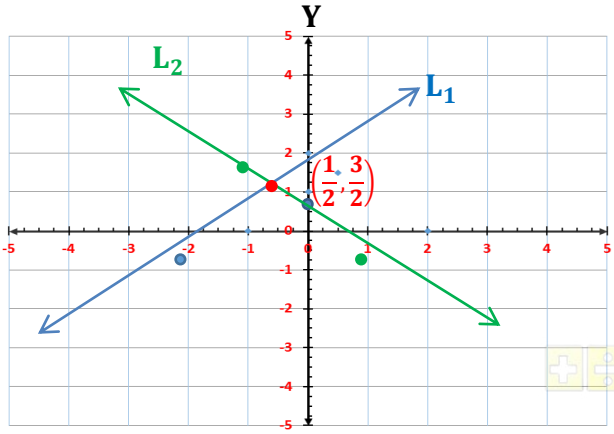
الجواب فرع (b)

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

اختبار الفصل

سؤال 1 : جد مجموعة حل المعادلتين بيانيا في R

$[1]\ y = 1 + x \quad ---(1)$
$y = 2 - x \quad ---(2)$



الحل : نرمز للمعادلة $(1)\ y = 1 + x$ بالرمز L_1

$y = 1 - 0 \Rightarrow y = 1$
$0 = 1 + x \Rightarrow x = -1$

x	y	(x, y)
0	1	(0, 1)
−1	0	(−1, 0)

نرمز للمعادلة $(2)\ y = 2 - x$ بالرمز L_2

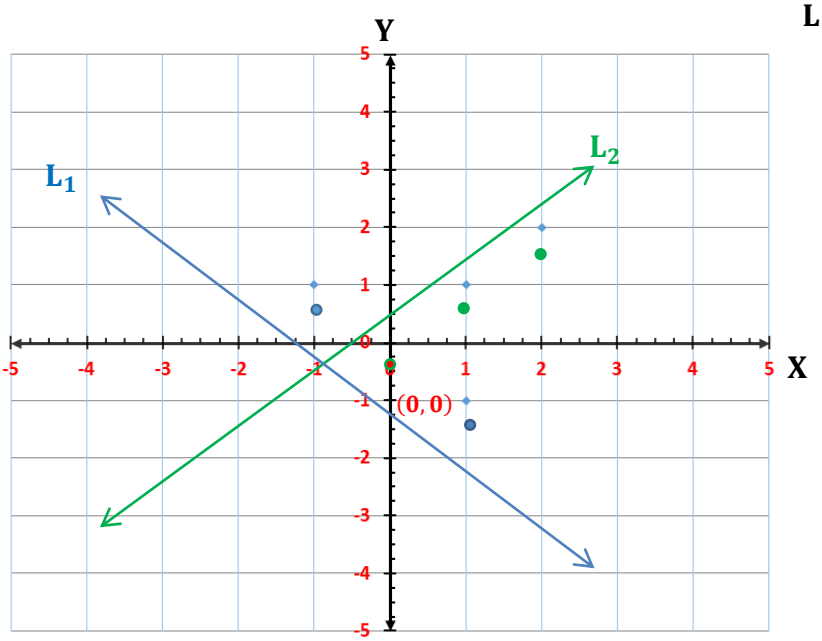
$y = 2 - 0 \Rightarrow y = 2$
$0 = 2 - x \Rightarrow x = 2$

x	y	(x, y)
0	2	(0, 2)
2	0	(2, 0)

مجموعة حل النظام : $\{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

$[2]\ y + x = 0 \quad ---(1)$
$y - x = 0 \quad ---(2)$



الحل : نرمز للمعادلة $(1)\ y + x = 0$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
1	−1	(1, −1)
−1	1	(−1, 1)

$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$
$1 + x = 0 \Rightarrow x = -1$

نرمز للمعادلة $(2)\ y - x = 0$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 2)

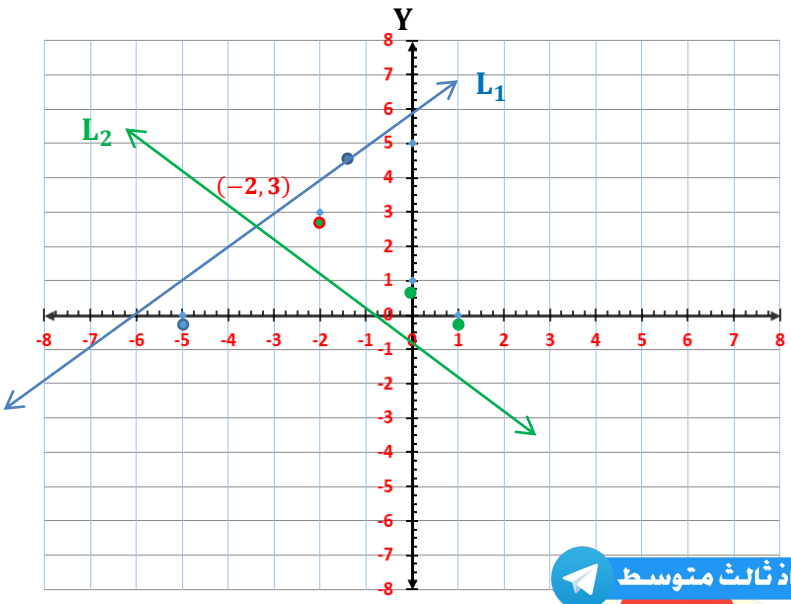
$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$
$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

مجموعة حل النظام : $\{(0, 0)\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[3] $y - x - 5 = 0$ ——— (1)
$y + x - 1 = 0$ ——— (2)



استاذ ثالث متوسط
@stad3m

الحل : نرمز للمعادلة (1) $y - x - 5 = 0$ بالرمز L_1

x	y	(x, y)
0	5	(0, 5)
−5	0	(−5, 0)

$y - 0 - 5 = 0 \Rightarrow y = 5$
$0 - x - 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

نرمز للمعادلة (2) $y + x - 1 = 0$ بالرمز L_2

x	y	(x, y)
0	1	(0, 1)
1	0	(1, 0)

$y + 0 - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$
$0 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

مجموعة حل النظام : $\{(-2, 3)\}$

سؤال 2 : جد مجموعة حل المعادلتين في R باستعمال التعويض أو الحذف لكل مما يأتي :

[4] $2x + y = 1$ ——— (1)
$x - y = 8$ ——— (2)

الحل :

$2x + y = 1$ ——— (1)
$x - y = 8$ ——— (2) بالجمع

$3x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{3} = 3$

نعوض قيمة $x = 3$ في معادلة (1)

$2(3) + y = 1 \Rightarrow 6 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 6$
$= -5$

مجموعة حل النظام : $\{(3, -5)\}$

[5] $4x - 2y = -4$ ——— (1)
$x + y = 6$ ——— (2) } × 2

الحل :

$4x - 2y = -4$ ——— (1)
$2x + 2y = 12$ ——— (2) بالجمع

$6x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

نعوض قيمة $x = \frac{4}{3}$ في معادلة (2)

$\frac{4}{3} + y = 6 \Rightarrow y = 6 - \frac{4}{3} = \frac{18 - 4}{3} = \frac{14}{3}$

مجموعة حل النظام : $\left\{\left(\frac{4}{3}, \frac{14}{3}\right)\right\}$

[6] $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ——— (1) } × 6
$x + y = 2$ ——— (2) } × 3

الحل : بضرب معادلة (1) في العدد 6 ومعادلة (2) في العدد 3

$2x + 3y = 6$ ——— (1)
$\mp 3x \mp 3y = \mp 6$ ——— (2) بالطرح

$-x = 0 \Rightarrow x = 0$

نعوض قيمة $x = 0$ في معادلة (2)

$0 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

مجموعة حل النظام : $\{(0, 2)\}$

سؤال 3 : حل المعادلة التالية في R باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين :

[7] $9x^2 - 25 = 0$

الحل :

$(3x + 5)(3x - 5) = 0$

أما $3x + 5 = 0 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

أو $3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$

$S = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$

[8] $3y^2 - 12 = 0$

الحل :

$3(y^2 - 4) = 0 \} \div 3 \Rightarrow y^2 - 4 = 0$

$(y + 2)(y - 2) = 0$

أما $y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2$

أو $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$

[9] $(7 - Z)^2 - 1 = 0$

الحل :

$(7 - Z + 1)(7 - Z - 1) = 0$

$(8 - Z)(6 - Z) = 0$

أما $8 - Z = 0 \Rightarrow Z = 8$

أو $6 - Z = 0 \Rightarrow Z = 6 \Rightarrow S = \{8, 6\}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 4 : حل المعادلات التالية في R باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

[10] $x^2 = 49$

الحل :

$x = \pm\sqrt{49} \Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$

[11] $81 - y^2 = 0$

الحل :

$y^2 = 81 \Rightarrow y = \pm\sqrt{81} \Rightarrow y = \pm 9$

$S = \{9, -9\}$

[12] $Z^2 = \frac{36}{9}$

$Z = \pm\sqrt{\frac{36}{9}} \Rightarrow Z = \pm\frac{6}{3} = \pm 2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 5 : حل المعادلات التالية في R بالتحليل بالتجربة :

[13] $x^2 + 9x + 18 = 0$

الحل :

$(x+6)(x+3) = 0$

أما $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow S =$

أو $\{-6, -3\}$

[14] $Z^2 - 2Z - 48 = 0$

الحل :

$(Z-8)(Z+6) = 0$

أما $Z - 8 = 0 \Rightarrow Z = 8$

أو $Z + 6 = 0 \Rightarrow Z = -6 \Rightarrow S = \{8, -6\}$

[15] $3x^2 - x - 10 = 0$

الحل :

$(x-2)(3x+5) = 0$

أما $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $3x + 5 = 0 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

$S = \left\{2, -\frac{5}{3}\right\}$

[16] $7Z^2 - 18Z - 9 = 0$

الحل :

$(Z-3)(7Z+3) = 0$

أما $Z - 3 = 0 \Rightarrow Z = 3$

أو $7Z + 3 = 0 \Rightarrow 7Z = -3 \Rightarrow Z = -\frac{3}{7}$

$S = \left\{3, -\frac{3}{7}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 6 : ما العدد الذي مربعه ينقص عن أربعة أمثاله بمقدار 3 ؟

الحل : نفرض العدد $= x$, أربعة أمثاله $= 4x$

مربع العدد $= x^2$

$4x - x^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

أما $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{3, 1\}$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 7 : حوض سباحة يزيد طوله على مثلي عرضه بمقدار $4m$ ومساحته $48m^2$. ما أبعاد المسبح ؟

الحل : نفرض عرض المسبح $= x$ ، مثلي عرضه $= 2x$

طول المسبح $= 2x + 4$

مساحة المسبح = الطول × العرض

$$x(2x+4) = 48 \implies 2x^2 + 4x - 48 = 0$$
$$(x+6)(2x-8) = 0$$

$x + 6 = 0 \implies x = -6$ يهمل أما

$2x - 8 = 0 \implies 2x = 8$ أو

$x = \frac{8}{2} = 4m$ العرض

$2x + 4 = 2(4) + 4 = 8 + 4 = 12m$ الطول

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 8 : حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع :

[1] $x^2 - 16x + 64 = 0$

الحل :

$$(x-8)^2 = 0 \implies x - 8 = 0 \implies x = 8$$

[2] $\frac{1}{9} - \frac{2}{3}Z + \frac{1}{4}Z^2 = 0$

الحل :

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}Z\right)^2 = 0 \implies \frac{1}{3} - \frac{1}{2}Z = 0$$
$$\frac{1}{2}Z = \frac{1}{3} \implies 3Z = 2 \implies Z = \frac{2}{3}$$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 9 :

حل المعادلات التالية في R بالمربع الكامل :

[1] $x^2 - 14x = 32$

الحل :

$\left(\frac{1}{2} \times 14\right)^2 = (7)^2$

$= 49$ نضيف الى طرفي المعادلة

$x^2 - 14x + 49 = 32 + 49$

$(x-7)^2 = 81$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$x - 7 = \pm 9$

أما $x - 7 = 9 \Rightarrow x = 9 + 7 = 16$

أو $x - 7 = -9 \Rightarrow x = -9 + 7 = -2$

$S = \{16, -2\}$

[2] $5Z^2 + 6Z = 9$

الحل :

$5Z^2 + 6Z = 9 \ \} \div 5 \Rightarrow Z^2 + \frac{6}{5}Z = \frac{9}{5}$

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ نضيف الى طرفي المعادلة

$Z^2 + \frac{6}{5}Z + \frac{9}{25} = \frac{9}{5} + \frac{9}{25}$

$\left(Z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{45+9}{25}$

$\left(Z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{54}{25}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$Z + \frac{3}{5} = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$

$Z + \frac{3}{5} = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$

أما $Z + \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow Z = \frac{\sqrt{3}-3}{5}$

أو $Z + \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow Z = \frac{-\sqrt{3}}{5} - \frac{3}{5}$

$Z = \frac{-\sqrt{3}-3}{5} \Rightarrow S = \left\{\frac{\sqrt{3}-3}{5}, \frac{-\sqrt{3}-3}{5}\right\}$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي
استاذ ثالث متوسط
@stad3m

سؤال 10 : جد مجموعة حلول المعادلات التالية باستعمال القانون العام في R

[24] $x^2 - 3x - 7 = 0$

الحل :

$a = 1 \ , \ b = -3 \ , \ c = -7$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-7)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 28}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

أما $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{2}$ أو $x = \frac{3 - \sqrt{37}}{2}$

$$S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{37}}{2} , \frac{3 - \sqrt{37}}{2} \right\}$$

[25] $3y^2 - 12y = -3$

الحل :

$3y^2 - 12y + 3 = 0$

$a = 3 \ , \ b = -12 \ , \ c = 3$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 36}}{6} = \frac{12 \pm \sqrt{108}}{6}$$

$$y = \frac{12 \pm 6\sqrt{3}}{6} = \frac{6(2 \pm \sqrt{3})}{6} = 2 \pm \sqrt{3}$$

أما $y = 2 + \sqrt{3}$

أو $y = 2 - \sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $S = \{2 + \sqrt{3} , 2 - \sqrt{3}\}$

[26] $5Z^2 + 6Z = 9$

الحل :

$5Z^2 + 6Z - 9 = 0$ $\Rightarrow$ $a = 5 \ , \ b = 6 \ , \ c = -9$

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(5)(-9)}}{2(5)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 + 180}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{216}}{10}$$

$$Z = \frac{6 \pm 6\sqrt{6}}{10} = \frac{2(3 \pm 3\sqrt{6})}{10} = \frac{3 \pm 3\sqrt{6}}{5}$$

أما $Z = \frac{3 + 3\sqrt{6}}{5}$ أو $Z = \frac{3 - 3\sqrt{6}}{5}$

$$S = \left\{ \frac{3 + 3\sqrt{6}}{5} , \frac{3 - 3\sqrt{6}}{5} \right\}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات
استاذ ثالث متوسط
@stad3m
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

سؤال 11 : حدد جذور المعادلة أولا ثم جد مجموعة الحل في R اذا كان ممكنا

[1] $2x^2 + 8x + 8 = 0$

الحل :

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

$a = 2\ ,\ b = 8\ ,\ c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - 4(2)(8) = 64 - 64 = 0$

مقدار المميز يساوي صفر ونوع الجذران متساويان ولها جذر حقيقي واحد .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2(2)} = \frac{-8}{4} = -2$$

[2] $y^2 - 6y - 9 = 0$

الحل :

$a = 1\ ,\ b = -6\ ,\ c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(-9) = 36 + 36 = 72$

مقدار المميز موجب وليس مربع كامل ونوع الجذران حقيقيان غير نسبيان .

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{72}}{2(1)} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{4}$$

$$y = \frac{2(3 \pm 3\sqrt{2})}{4} = \frac{3 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

أما $y = \frac{3 + 3\sqrt{2}}{2}$ أو $y = \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2}$

$$S = \left\{\frac{3 + 3\sqrt{2}}{2}, \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2}\right\}$$

[3] $4Z^2 - 3Z + 7 = 0$

الحل :

$a = 4\ ,\ b = -3\ ,\ c = 7$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-3)^2 - 4(4)(7) = 9 - 112 = -103$

مقدار المميز سالب ونوع الجذران غير حقيقيان وليس لها حل في R

سؤال12 : ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2-(k+6)x+9=0$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة .

الحل : يكون جذري المعادلة متساويين اذا كان المميز $=0$

$a=1\ ,\ b=-(k+6)\ ,\ c=9$

$b^2-4ac=0$

$[-(k+6)]^2-4(1)(9)=0$

$(k+6)^2-36=0$

$(k+6)^2=36$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$k+6=\pm6$

أما $k+6=6 \Rightarrow k=6-6=0$

أو $k+6=-6 \Rightarrow k=-6-6=-12$

استاذ ثالث متوسط
@stad3m

التحقق : نعوض قيم k بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة :

عندما : $k=0$

$x^2-(k+6)x+9=0 \Rightarrow x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

عندما : $k=-12$

$x^2-(k+6)x+9=0 \Rightarrow x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3$

سؤال13 : جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية في R وتحقق من صحة الحل

[31] $\frac{6x}{5}=\frac{5}{6x}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$36x^2=25 \Rightarrow x^2=\frac{25}{36} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{25}{36}}$

$x=\pm\frac{5}{6}$

أما $x=\frac{6}{5}$ أو $x=-\frac{6}{5}$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم x في المعادلة الأصلية :

عندما : $x=\frac{5}{6}$

الطرف الايسر $\frac{6x}{5}=\frac{6\left(\frac{5}{6}\right)}{5}=\frac{5}{5}=1$

الطرف الايمن $\frac{5}{6x}=\frac{5}{6\left(\frac{5}{6}\right)}=\frac{5}{5}=1$

[32] $\frac{1}{6y^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{y}$

الحل :

$\frac{1}{6y^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{y}\ \}\times 6y^2$

$1+3y^2=6y \Rightarrow 3y^2-6y+1=0$

$a=1\ ,\ b=-6\ ,\ c=1$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(6)^2-4(3)(1)}}{2(3)}$

$=\frac{6\pm\sqrt{36-12}}{6}=\frac{6\pm\sqrt{24}}{6}$

$y=\frac{6\pm2\sqrt{6}}{6}=\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$

أما $y=\frac{3+\sqrt{6}}{3}$ أو $y=\frac{3-\sqrt{6}}{3}$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[33] $\frac{Z+4}{Z^2}=\frac{1}{2}$ الطرفين في الوسطين

الحل :

$Z^2=2Z+8 \Rightarrow Z^2-2Z-8=0$

$(Z-4)(Z+2)=0$

أما $Z-4=0 \Rightarrow Z=4$

أو $Z+2=0 \Rightarrow Z=-2$

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم Z في المعادلة الأصلية

$Z=4 \Rightarrow \frac{Z+4}{Z^2}=\frac{4+4}{(4)^2}=\frac{8}{16}$

$=\frac{1}{2}$ الطرف الايمن

تحقق من صحة الحل : نعوض قيم y في المعادلة الأصلية :

عندما : $y=\frac{3+\sqrt{6}}{3}$

$\frac{1}{6y^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6\left(\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right)^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6\left(\frac{9+6\sqrt{6}+6}{9}\right)}+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2\left(\frac{15+6\sqrt{6}}{3}\right)}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2(5+2\sqrt{6})}+\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{10+4\sqrt{6}}+\frac{1}{2}=\frac{1}{10+4\sqrt{6}}\times\frac{10-4\sqrt{6}}{10-4\sqrt{6}}+\frac{1}{2}$

$=\frac{10-4\sqrt{6}}{100-96}+\frac{1}{2}=\frac{10-4\sqrt{6}}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5-2\sqrt{6}}{2}+\frac{1}{2}$

$=\frac{6-2\sqrt{6}}{2}=3-\sqrt{6}$ الطرف الايسر

$\frac{1}{y}=\frac{1}{\frac{3+\sqrt{6}}{3}}=\frac{3}{3+\sqrt{6}}\times\frac{3-\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}=\frac{3(3-\sqrt{6})}{9-6}$

$=\frac{3(3-\sqrt{6})}{3}=3-\sqrt{6}$ الطرف الايمن

استاذ ثالث متوسط
@stad3m
ريهاب جاسم
مدرس مادة الرياضيات

سؤال 14 : جد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في R :

[1] $\frac{2y}{y+2}+\frac{y}{2-y}=\frac{7}{y^2-4}$ الحل :

$\frac{2y}{y+2}-\frac{y}{y-2}=\frac{7}{(y+2)(y-2)}$ } $\times(y+2)(y-2)$

$2y(y-2)-y(y+2)=7$

$2y^2-4y-y^2-2y=7$

$y^2-6y-7=0 \Rightarrow (y-7)(y+1)=0$

أما $y-7=0 \Rightarrow y=7$

أو $y+1=0 \Rightarrow y=-1$

www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي

[2] $\frac{4}{x-5}-\frac{3}{x-2}=1$ الحل :

$\frac{4}{x-5}-\frac{3}{x-2}=1$ } $\times(x-5)(x-2)$

$4(x-2)-3(x-5)=(x-5)(x-2)$

$4x-8-3x+15=x^2-2x-5x+10$

$x+7=x^2-7x+10$

$x^2-7x+10-x-7=0$

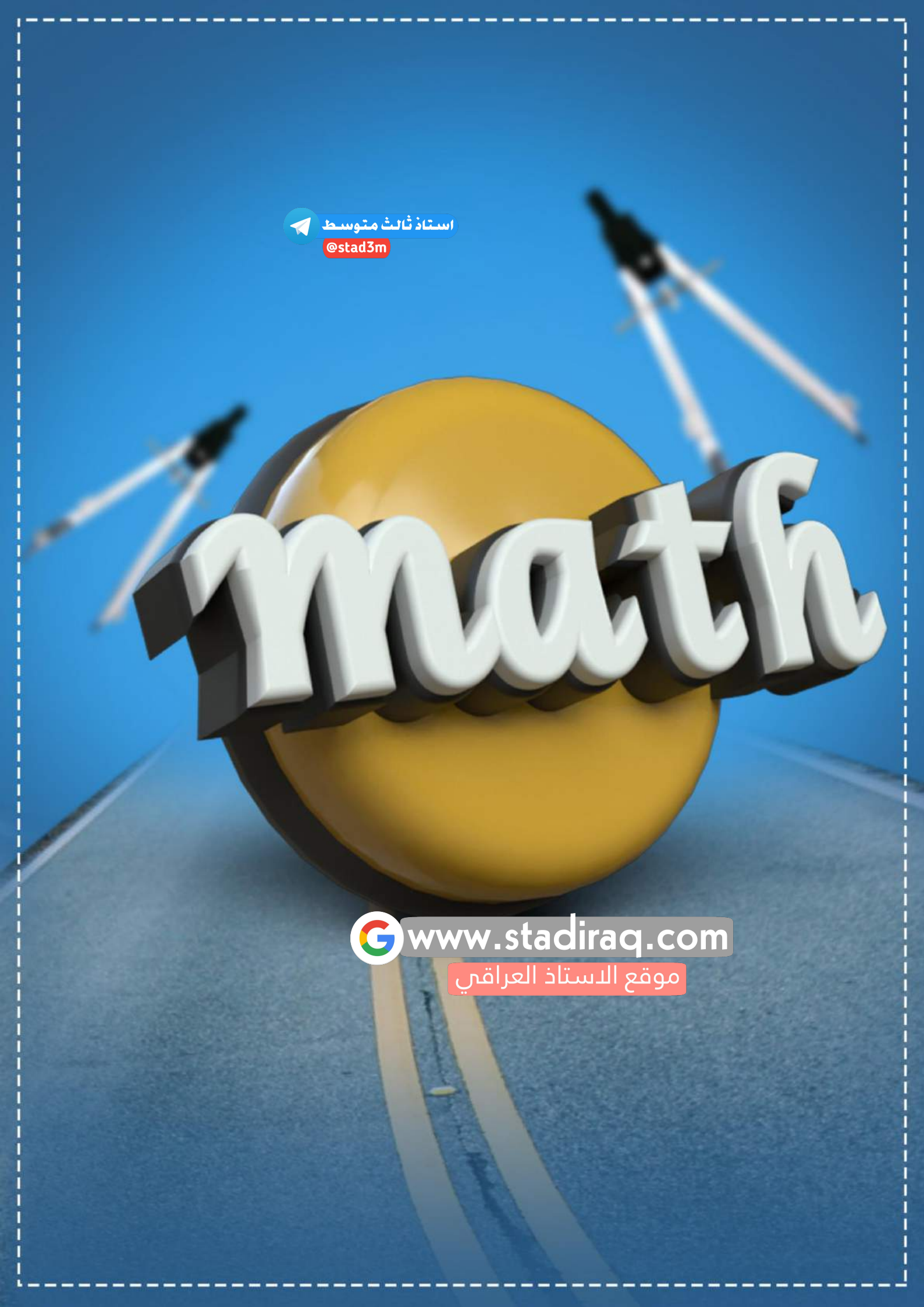
$x^2-8x+3=0 \Rightarrow a=1\ ,\ b=-8\ ,\ c=3$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4(1)(3)}}{2(1)}$

$=\frac{8\pm\sqrt{64-12}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{52}}{2}$

$x=\frac{8\pm2\sqrt{13}}{2}=4\pm\sqrt{13}$ أما $x=4+\sqrt{13}$

أو $x=4-\sqrt{13}$


استاذ ثالث متوسط
@stad3m
math
www.stadiraq.com
موقع الاستاذ العراقي