زيتونة الجبر

LESSON 1 Algebra

الدرس الأول

حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد

" ملخص الدرس "

الصورة العامة للمعادلة التربيعية

$$م س^{٢} + ب س + جـ = ٠$$

الشرط $م \neq ٠$

* الحل الجبرى للمعادلة التربيعية

١ التحليل بانواعة

- اخراج عامل مشترك
- مقدار ثلاثى
- الفرق بين مربعين
- مجموع وفرق المكعبين

الحلاصة حلل بالآله

mode → EQN → 3

[a b c]

٢ القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ م جـ}}{٢ م}$$

← القانون ده يا دكتور بيحل أى معادلة تربيعية بس لازم ١ رتبها ٢ = صفر

← خد بالك

م ← معامل $س^{٢}$

ب ← معامل س

جـ ← الحد المطلق

← بس خد بالك اللى مش موجود = صفر

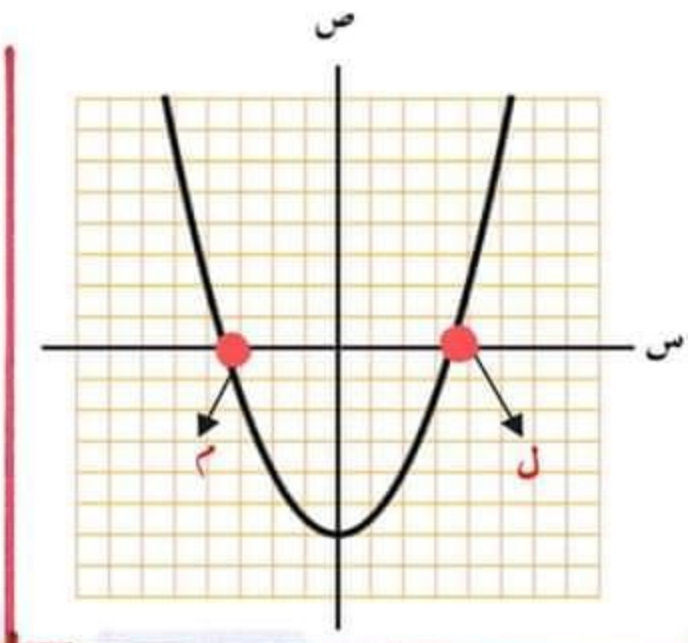
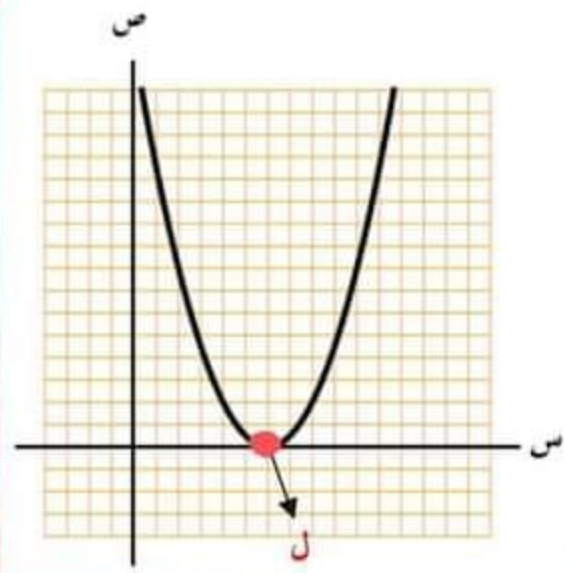
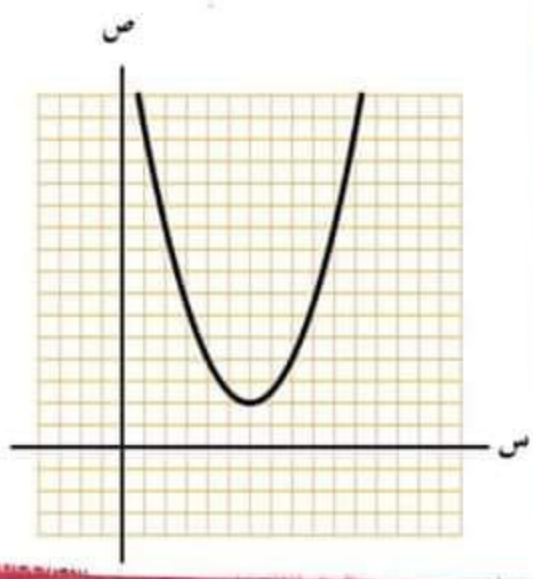
يعنى مثلاً

$س^{٢} + ٣ = ٠$

م = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٣

عشان $س^{٢}$ مش موجودة

* الحل البيانى للمعادلة التربيعية ثلاث حالات

		
يقطع محور السينات في نقطتين	يمس محور السينات في نقطة	لا يقطع محور السينات
عدد الحلول = ٢	عدد الحلول = ١	عدد الحلول = صفر
م ∩ ح = {ل ، م}	م ∩ ح = {ل}	م ∩ ح = ∅ في ح
ب٢ - ٤ أ جـ > ٠ أي ب٢ > ٤ أ جـ	ب٢ - ٤ أ جـ = ٠ أي ب٢ = ٤ أ جـ	ب٢ - ٤ أ جـ < ٠ أي ب٢ < ٤ أ جـ

* تراكمى الدرس الأول

[١] لايجاد نقطة رأس المنحنى للدالة التربيعية هى $\left(\frac{-ب}{٢أ} ، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

[٢] يعنى ايه جذرى المعادلة ← تعنى حلول المعادلة وينفع تكونا بها عنا ← فى المعادلة عندما د(س) = صفر

[٣] حجم متوازى المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

[٤] مساحة المستطيل = الطول × العرض

[٥] محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

زيتونة الجبر

LESSON 2
Algebra

الدرس الثاني

مقدمة في الأعداد المركبة

" ملخص الدرس "

1 العدد التخيلي (ت)

← هو العدد الذى مربعه = -١

أى أن $ت^{٢} = -١$

$ت = ت$		$ت^{٣} = -ت$
$ت^{٢} = -١$	هام	$ت^{٤} = ١$
$ت^{٤ن} = ١$	جداً	$ت^{٨ن} = ١$

$ت^{٤ن+١} = ت^{٤ن} \times ت = ١ \times ت = ت$

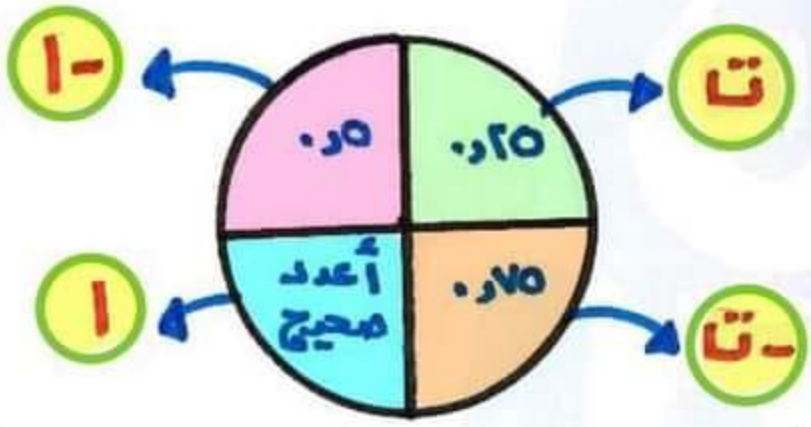
$ت^{٨ن+٢} = ت^{٨ن} \times ت^{٢} = ١ \times -١ = -١$

2 ازاى أضع ت فى أبسط صورة

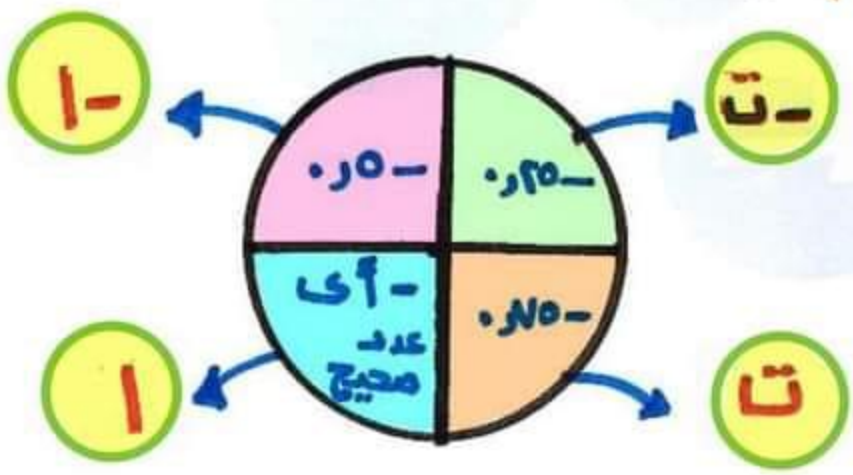
← هتقسم الاسس بناع ت ÷ ٤

و هتحفظ الرسمتين دول وابعيلى

إذا كان آس ت موجبا ←



إذا كان آس ت سالبا ←



3 العدد المركب

← هو العدد الذى يتكون من
جزء حقيقى وجزء تخيلى

يكتب على الصورة

$ع = س + ت ص$

إذا كان $س = ٠$
← فانه يتكون من جزء تخيلى فقط

إذا كان $ص = ٠$
← فانه يتكون من جزء حقيقى فقط

٢ كل الاعداد الحقيقة هى أعداد
مركبة والعكس غير صحيح

4 العددان المترافقان

← يقال للعددين $س + ت ص$ ، $س - ت ص$ أنهما مترافقين
إذا كانوا مختلفين فى اشارة
الجزء التخيلى فقط

هام جدا!!!!! يا حبايبي المعلومة دي 👆

مثلاً
$٢ + ٥ت$ ← المرافق ← $٢ - ٥ت$
$٣ت + ٧$ ← المرافق ← $-٣ت + ٧$
$-٣ت$ ← المرافق ← $٣ت$
٧ ← المرافق ← ٧
العدد الحقيقى مرافقة نفسة

المعكوس الجمعى

← غير اشارات كل المقدار

مثلاً
$٣ + ٢ت$ ← $-٣ - ٢ت$

المعكوس الضربى

← مقلوب المقدار بس

مثلاً
$\frac{١}{٢ + ت}$ ← $٢ + ت$

ازاى اجيب جذر للعدد سالب
← شيل السالب وحط بره الجذر ت

مثلاً
$\sqrt{-٧}$ ← $\sqrt{٧}$ ت
$\sqrt{-٩}$ ← $\sqrt{٩}$ ت $= ٣$ت
$\sqrt{٢٧} \times \sqrt{-٨}$ ← $\sqrt{٢٧} \times \sqrt{٨}$ ت
$= \sqrt{١٦}$ ت $= ٤$ت

5 تساوى عددين مركبين

يتساوى العددان المركبان إذا كان الجزء الحقيقى يساوى الجزء الحقيقى والتخيلى يساوى التخيلى

مثلاً إذا كان

$س + ت ص = ٥ + ٣ت$

فإن: $س = ٥$ ، $ص = ٣$

ملاحظة هامة

$س + ت ص = صفر$

فإن: $س = ٠$ ، $ص = ٠$

ملاحظات عامة على الدرس

1 الجمع والطرح والضرب نفس الحدود الجبرية بالضبط

مثلاً

$(٣ + ٢ت) + (٢ - ٥ت) = ٥ - ٣ت$

$(٢ + ٥ت) - (٤ - ٢ت)$

$= ٢ + ٥ت - ٤ + ٢ت = -٢ + ٧ت$

2 قسمة الاعداد المركبة

لازم نضرب المسأله × مرافق المقام

بسطاً ومقاماً

مثلاً

$$\frac{١٠}{٢+ت} \times \frac{٢-ت}{٢-ت} = \frac{١٠(٢-ت)}{٤-ت^{٢}}$$

$$= \frac{٢٠-١٠ت}{٤+١} = \frac{٢٠-١٠ت}{٥} = ٤ - ٢ت$$

3 حاصل ضرب العددان المترافقان

$ع_{١} ع_{٢}$ = عدد حقيقى

مجموع العددان المترافقان

$ع_{١} + ع_{٢}$ = عدد حقيقى

5 $(س + ص)^{٢}$

$= س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

القوس التربيعى

مربع الأول ± الأول × الثانى × ٢ + مربع الثانى

6 $(س + ص)^{٨}$

$= ((س+ص)^{٢})^{٤}$

لو فى قوس أسة أكبر من ٢ اعمل قوس صغير وكبير

زيتونة الجبر

LESSON 3 Algebra

الدرس الثالث

تحديد جذرى المعادلة التربيعية

" ملخص الدرس "

تحديد جذرى المعادلة التربيعية

أولاً المميز هو $ب^{2} - ٤ أ جـ$

لـ هنحسبة وقدمنا ٥ حالات

1 المميز > ٠ يعنى ⊕

لـ الجذران حقيقيان مختلفان

ومنحنى الدالة يقطع محور السينات فى نقطتين

2 المميز $= ٠$

لـ الجذران حقيقيان متساويان

ومنحنى الدالة يقطع محور السينات فى نقطة واحدة أى يمس محور السينات

3 المميز < ٠ يعنى ⊖

لـ الجذران غير حقيقيان و مركبان

ومنحنى الدالة لا يقطع محور السينات

4 المميز ≥ ٠ ← $ب^{2} - ٤ أ جـ \geq ٠$

لـ لو قالك الجذران حقيقيين فقط

أى قال المميز غير سالب

5 المميز ≤ ٠ ← $ب^{2} - ٤ أ جـ \leq ٠$

لـ لو قالك الجذران مركبان متراافقان

أى قال المميز غير موجب

في المعادلة التربيعية

$$أ س^{2} + ب س + جـ = ٠$$

إذا كانت المعاملات ...

1. أ ، ب ، جـ أعداد نسبية
2. المميز = مربع كامل (ليه جذر)

فإن:

الجذران حقيقيان نسبيان

بس خد بالك لازم الشرطين يتحققو معاً

ملاحظة هامة

إذا كان أحد جذرى المعادلة عدداً مركباً (١ - ت) مثلاً

فإن الجذر الاخر يكون مرافقه (١ + ت)

ملاحظات عامة

يعني ايه عدد نسبي ← أي عدد ميكونش فيه جذر ولا π

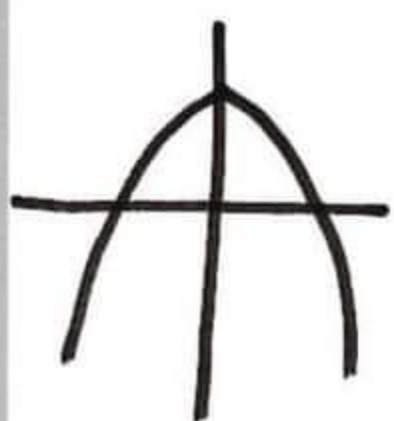
يعني ايه مربع كامل ← أي عدد أو مقدار له جذر تربيعي

زي:

٩ ← $\sqrt{٩}$ ← ٣

٢٥ ← $\sqrt{٢٥}$ ← ٥

في الدالة التربيعية بيانياً

$أ > ٠$	$أ < ٠$
	
المنحنى لأعلى	المنحنى لأسفل

ملاحظة هامة

إذا كان أحد جذرى المعادلة عدداً مركباً (١ - ت) مثلاً

فإن الجذر الاخر يكون مرافقه (١ + ت)

زيتونة الجبر

LESSON 4 Algebra

الدرس الرابع

العلاقة بين جذرى المعادلة التربيعية ومعاملات حدودها

" ملخص الدرس "

العلاقة بين جذرى المعادلة التربيعية

إذا كان ل ، م جذرى المعادلة

أ $س^2$ + ب س + جـ = ٠ فإن

مجموع الجذرين (ل + م) = $\frac{-\text{معامل } س}{\text{معامل } س^2}$ = $\frac{-ب}{أ}$

حاصل ضرب الجذرين (ل م) = $\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل } س^2}$ = $\frac{جـ}{أ}$

فرق الجذرين (ل − م) = $\frac{\sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{أ}$

قام جدا القوانين ربي يا ابطال تحفظ زي اسمك

ملاحظات هامة

إذا كان أحد جذرى المعادلة التربيعية مكوساً حبيكاً فان

معامل س = ٠ يعنى ب = صفر

إذا كان أحد جذرى المعادلة التربيعية مكوساً حربياً فان

الحد المطلق = معامل $س^2$ يعنى جـ = أ

(ملاحظات مهمة فى الامتحان)

عبارات هامة جداً وماذا نستفيد منها

1 لو قالك ل$_1$ ، ل$_2$ جذرا المعادلة
← إذا آحد الجذرين معكوساً جمعياً للاخر :. ب = ٠

2 لو قالك إذا كان ل+م=٠
← إذا آحد الجذرين معكوساً جمعياً للاخر فان ب = ٠

3 لو قالك ل$_1$ ، $\frac{1}{ل_2}$ جذرا المعادلة
← إذا آحد الجذرين معكوساً ضربي للاخر فان جـ = م

4 لو قالك إذا كان جذرا المعادلة صحيحان متتاليان
← فان ل$_1$ - ل$_2$ = ١

يعني $\frac{\sqrt{ب^2 - ٤ م جـ}}{م} = ١$

5 لو قالك جذر المعادلة زوجيان أو (فرديان) متتاليان
فان ل$_1$ - ل$_2$ = ٢

يعني $\frac{\sqrt{ب^2 - ٤ م جـ}}{م} = ٢$

6 لو قالك إذا كان مجموع الجذرين = حاصل ضربهما
فان ل+م = ل م

يعني ب = - جـ

7 لو قالك آحد الجذران ضعف الاخر نفرضهم ل ، ٢ل

8 لو قالك آحد الجذران يزيد عن الجذر الاخر بمقدار ٢
نفرضهم ل ، ل+٢

9 لو قالك آحد الجذران هو ضعف المعكوس الجمعي للاخر نفرضهم
ل ، -٢ل

زيتونة الجبر

LESSON 5

Algebra

الدرس الخامس

تكوين المعادلة التربيعية

" ملخص الدرس "

1 علشان تقدر تكون المعادلة اللى جذرها (ل، م مثلاً) لازم تجيب مجموع الجذرين وحاصل ضرب الجذرين

وتكون المعادلة

$س^2 - (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = 0$

منا الاخر بقى

$س^2 - (ل + م) س + ل م = صفر$

صورة آخرى بالتحليل

$(س - ل)(س - م) = صفر$

2 تكوين معادلة بدلالة معادلة معطاة

من المعادلة المعطاة نوجد ل+م ، ل م ونقولها شكراً ليكى

نوجد مجموع وحاصل ضرب الجذرين المعادلة المطلوبة ونستخدم ل+م ، ل م كوسائل مساعدة

نكون المعادلة المطلوب تكوينها

3 بعض العلاقات الهامة جداً فى الدرس (حفظ)

$$\frac{1}{ل}+\frac{1}{م}=\frac{ل+م}{ل م}$$

$$\frac{ل}{م}+\frac{م}{ل}=\frac{ل^2+م^2}{ل م}=\frac{(ل+م)^2-2ل م}{ل م}$$

إذا كانت النسبة بين جذرى المعادلة ٣ : ٤ مثلاً

فإن ل = ٣ك ، م = ٤ك

لو قالك كون المعادلة التربيعية التى كل من جذريها يساوى مربع نظيره نفرضهم ل٢ ، م٢

لو قالك كون المعادلة التربيعة التى كل من جذريها يساوى نصف نظيرة نفرضهم $\frac{ل}{2}$ ، $\frac{م}{2}$

$$ل^2+م^2=(ل+م)^2-2ل م$$

$$(ل-م)^2=(ل+م)^2-4ل م$$

$$ل^2+م^2=(ل+م)[(ل+م)^2-3ل م]$$

$$ل^3-م^3=(ل-م)[(ل+م)^2-ل م]$$

زيتونة الجبر

LESSON 6
Algebra

الدرس السادس

بحث أشارة الدالة

" ملخص الدرس "

المقصود بحث اشارة الدالة د فى المتغير س هو تحديد قيم س التى تكون عندها قيم الدالة

1. موجبة ← د(س) > صفر
2. سالبة ← د(س) < صفر
3. مساوية للصفر ← د(س) = صفر

احنا بقى هندرس اشارة تلات دوال هما

- الدالة الثابتة (الدرجة الصفرية)
- الدالة الخطية (الدرجة الأولى)
- الدالة التربيعية (الدرجة الثانية)

1 الدالة الثابتة

د(س) = ﻫ حيث ﻫ ∈ ح*

إذا كانت ﻫ

رقم موجب	رقم سالب	يساوى صفر
د(س) موجبة على ح	د(س) سالبة على ح	د(س) = صفر على ح
فمثلاً	فمثلاً	فمثلاً
د(س) = ٣	د(س) = -٥	د(س) = صفر

ملاحظة ح =]-∞ ، ∞[

2 الدالة الخطية

$$د(س) = أ س + ب$$

حيث $أ \neq$ صفر

الخطوات

- ضع المعادلة $د(س) =$ صفر
- أوجد قيمة $س = \frac{-ب}{أ}$
- ارسم خط الاعداد يابرنس

مثل إشارة $د$ | عكس اشارة | معامل $س$ | معامل $س$

فى البيانى

- اللى فوق محور السينات (+)
- واللى تحت محور السينات (−)

3 الدالة التربيعية (هام)

$$د(س) = أ س^{2} + ب س + جـ$$

الخطوات

- ضع المعادلة $د(س) =$ صفر
- أوجد قيم $س$
  - تحليل
  - قانون عام
  - آلة حسابة

1 الجذران حقيقيان مختلفان

مثل إشارة $د$ | عكس اشارة | مثل اشارة

معامل $س^{2}$ | معامل $س$ | معامل $س^{2}$

2 لو الجذران حقيقيان متساويان

مثل اشارة | $د$ | مثل اشارة

معامل $س^{2}$ | معامل $س^{2}$

3 لو الجذران غير حقيقيان ومرفوضان

يعنى المميز $ب^{2} - ٤ أ جـ < ٠$

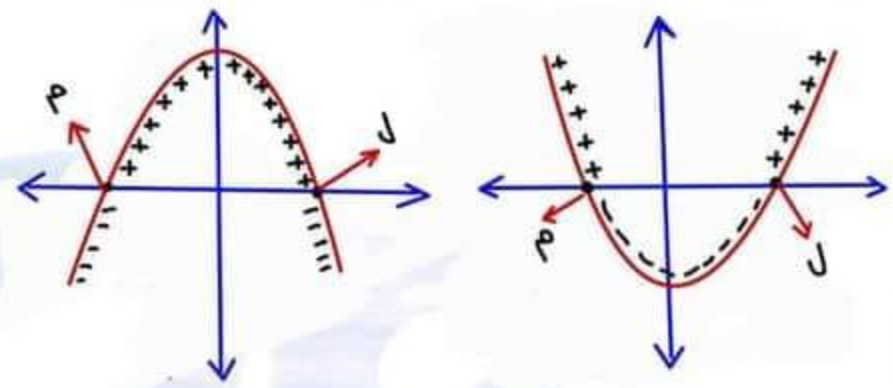
تبقى الاشارة

- معامل $س^{2}$ موجب ∴ الدالة موجبة على ح
- معامل $س^{2}$ سالب ∴ الدالة سالبة على ح

في الحل البياني

جذرا المعادلة التربيعية هما نقط التقاطع مع محور السينات

اللي فوق محور السينات موجب واللي تحت المحور سالب



ملاحظات هامة على الدرس

د(س) = ﻫ لها اشارة مثل ﻫ دائماً

د(س) = ﻫ س² + ب س + جـ تكون مثل اشارة ب إذا كان ﻫ = صفر

لأن ساعتها هتمسح دالة الثابتة

أي دالة مجموع مربعين يعني س² + رقم

لـ تكون موجبة دائماً على ح

مثلاً س² + ١

لـ موجبة دائماً في ح

الدالة التربيعية

د(س) = ﻫ س² + ب س + جـ يكون لها اشارة واحدة في ح عندما المميز د < ٠ يعني ب² − ٤ ﻫ جـ < ٠

لبحث اشارة الدالة د يكون كافياً إذا علم أن منحنى الدالة د يقع بالكامل تحت محور السينات

الدرس الاخير جبر

(حل متباينات الدرجة الثانية)

خطوات حل المتباينة

١) نحلل الدالة التربيعية في طرف لوحدها ومترتبة

٢) نبحث اشارة الدالة زي ما اتعلمنا

٣) نحدد الفترات التي تحقق المتباينة من علامات

> ٠	← +
< ٠	← −
= صفر	← د(س) = صفر