شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot

النواس الفتل

بدل $\theta \to x$	$\Gamma_{\Delta} = -K\theta$ $m.N$
من الخطي للزاوي	$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
$x = \theta . r$	$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$
$v = \omega . r$	$\alpha = -\omega_0^2 . \theta$
$a = \alpha . r$	$E = \frac{1}{2} K \theta^2_{max}$
K هو ثابت فتل السلك	$E_p = \frac{1}{2} K \theta^2$
	$E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

سؤال نظري:

برهن في النواس الفتل أن العزم الحاصل هو عزم الإرجاع

$\sum \Gamma = I_\Delta . \alpha$

$\Gamma_{W/\Delta} + \Gamma_{T/\Delta} + \Gamma_{\tau/\Delta} = I_\Delta . \alpha \Rightarrow -K\theta = I_\Delta . \alpha$

لأن حامل القوة يلاقي محور الدوران   مزدوجة الفتل الإرجاع

سؤال نظري:

ادخلنا من العلاقة $-K\theta = I_\Delta . \alpha$ استنتج صيغة الحركة في النواس الفتل

ومن ثم استنتج دوره الخاص

$-K\theta = I_\Delta . \alpha$

$\alpha = (\theta)''_t$

$-K\theta = I_\Delta (\theta)''_t$

$(\theta)''_t = -\frac{K\theta}{I_\Delta}$ ... (1)

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن كيف:

$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta$ ... (2)

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد:

$-\omega_0^2 \theta = -\frac{K\theta}{I_\Delta}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} > 0$ النبض الخاص للنواس الفتل

صيغة حركة النواس الفتل جيبية دورانية بشرط K و I_Δ موجبات

تابعها الزمني: $\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

الدور الخاص:

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$ s

لا علاقة لـ T_0 بـ θ_{max}

$T_0 \propto \sqrt{I_\Delta}$ $T_0 \propto \frac{1}{\sqrt{K}}$

---

* $(\theta)''_t = \frac{-K}{I_\Delta} . \theta$ * $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

I_Δ ($k.g.m^2$):
- جملة (ساق + كتل) → $I_\Delta = I_{\Delta/\text{جملة}} + I_{\Delta/m}$ (قرص، ساق) (مع $m.r^2$ بعد الجملة عن سلك الفتل)
- ساق + قرص → $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m l^2$ للساق، $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$ للقرص

((تعطى بنص المسألة))

ثابت فتل السلك K $(m.N.rad^{-1})$ نحسبه من علاقة الدور بعد تربيعها

إذا أعطانا النبض الخاص ω_0: $K = I_\Delta . \omega_0^2$

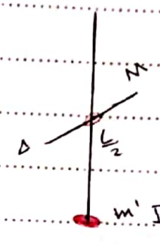
أو نحسبه من العلاقة الدور بعد تربيعها ⟸

$T_0 = \left(2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}\right)^2 \rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{K} \Rightarrow K = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{T_0^2}$

Farah Notebook

4- عزم عطالة جملة مادية حول محور Δ

I_Δ جملة هو مجموع عزوم عطالة مكوناته ساق M + كتلة m'

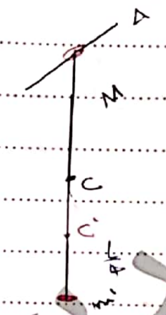


m' $I_{\Delta/m'} = m'\frac{L^2}{4}$

جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c}$ ساق $+ I_{\Delta/m'}$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m'\frac{L^2}{4}$

$I_\Delta = \frac{L^2}{4}(\frac{1}{3}M + m')$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m'}$

هايجنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{ML^2}{4}$

ساق $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$

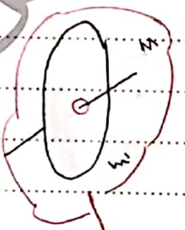
جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 + m'L^2$

جملة $I_\Delta = L^2[\frac{1}{3}M + m']$

حالة خاصة: في حالة M ساق = m' نقطية

$\Rightarrow$ جملة $I_\Delta = ML^2[\frac{1}{3} + 1]$

جملة $I_\Delta = \frac{4}{3}ML^2$



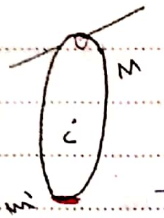
جملة $I_\Delta = I_\Delta$ قرص $+ I_{\Delta/m'}$

$= \frac{1}{2}Mr^2 + m'r^2$

جملة $I_\Delta = r^2(\frac{1}{2}M + m')$

حالة خاصة: M قرص = m' نقطية

جملة $I_\Delta = Mr^2(\frac{1}{2} + 1) = \frac{3}{2}Mr^2$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/O}$ هايجنز قرص $+ I_{\Delta/m'}$

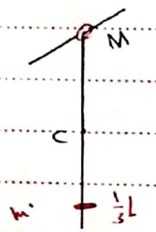
هايجنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2$

$= \frac{3}{2}Mr^2$

جملة $I_\Delta = \frac{3}{2}Mr^2 + m'.4r^2$

$= \frac{3}{2}Mr^2 + 4m'r^2$

جملة $I_\Delta = r^2[\frac{3}{2}M + 4m']$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/O}$ هايجنز $+ I_{\Delta/m'}$

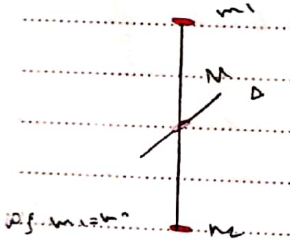
هايجنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2$

$= \frac{1}{2}ML^2 + M\frac{L^2}{4}$

$= \frac{1}{3}ML^2$

جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 + m'\frac{4}{9}L^2$

جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}L^2[M + \frac{4}{3}m']$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m_1r_1^2 + m_2r_2^2$

$r_1 = r_2 = \frac{1}{2}$
$m_1 = m_2$ } $I_{\Delta/m_1} = I_{\Delta/m_2}$ حالة خاصة

جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta/m_1}$

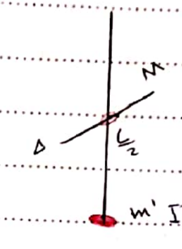
ساق مهملة الكتلة $M = 0$

$I_{\Delta/c} = 0$

جملة $I_\Delta = I_{\Delta/m}$

4- عزم عطالة جملة مادية حول محور Δ

جملة I_{Δ} هو مجموع عزوم عطالة مكوناته ساق M + الكتلة m'

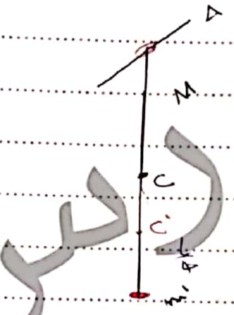


جملة $I_{\Delta} = \underset{\text{ساق}}{I_{\Delta/c}} + I_{\Delta/m'}$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m'\frac{L^2}{4}$

$I_{\Delta/m'} = m'\frac{L^2}{4}$

$I_\Delta = \frac{L^2}{4}(\frac{1}{3}M + m')$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$

هايغنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{ML^2}{4}$

هايغنز $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$

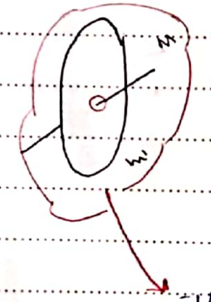
جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 + m'L^2$

جملة $I_\Delta = L^2[\frac{1}{3}M + m']$

حالة خاصة: في حالة M ساق $= m'$ نقطية

$\Rightarrow$ جملة $I_\Delta = ML^2[\frac{1}{3} + 1]$

جملة $I_\Delta = \frac{4}{3}ML^2$



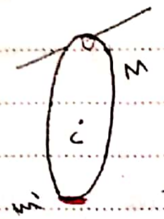
جملة $I_\Delta = \underset{\text{قرص}}{I_\Delta} + I_{\Delta/m'}$

$= \frac{1}{2}Mr^2 + m'r^2$

جملة $I_\Delta = r^2(\frac{1}{2}M + m')$

حالة خاصة: M قرص $= m'$ نقطية

جملة $I_\Delta = Mr^2(\frac{1}{2} + 1) = \frac{3}{2}Mr^2$



جملة $I_\Delta = \underset{\text{قرص هايغنز}}{I_{\Delta/O}} + I_{\Delta/m'}$

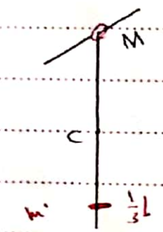
هايغنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2$

$= \frac{3}{2}Mr^2$

جملة $I_\Delta = \frac{3}{2}Mr^2 + m'.4r^2$

$= \frac{3}{2}Mr^2 + 4m'r^2$

جملة $I_\Delta = r^2[\frac{3}{2}M + 4m']$



جملة $I_\Delta = \underset{\text{هايغنز}}{I_{\Delta/O}} + I_{\Delta/m'}$

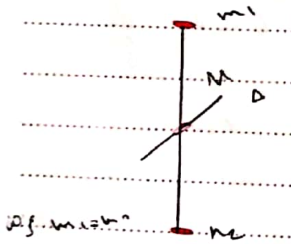
هايغنز $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2$

$= \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4}$

$= \frac{1}{3}ML^2$

جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 + m'\frac{4}{9}L^2$

جملة $I_\Delta = \frac{1}{3}L^2[M + \frac{4}{3}m']$



جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m_1r_1^2 + m_2r_2^2$

حالة خاصة: $r_1 = r_2 = \frac{L}{2}$ ، $m_1 = m_2$ $\Rightarrow I_{\Delta/m_1} = I_{\Delta/m_2}$

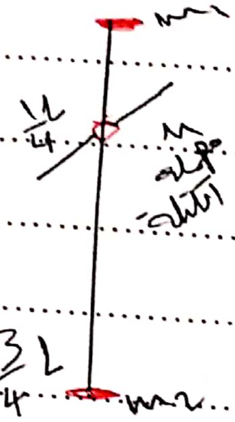
جملة $I_\Delta = I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta/m_1}$

ساق مهملة الكتلة: $m = 0$ ساق

$I_{\Delta/c} = 0$

جملة $I_\Delta = I_{\Delta/m_1}$

Farah Notebook

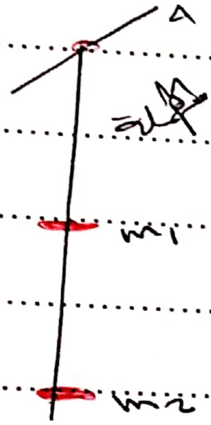


I_Δ جملة $= \cancel{I_{\Delta,c}} + I_{\Delta,m_1} + I_{\Delta,m_2}$

$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= m_1 \frac{L^2}{16} + m_2 \frac{9}{16} L^2$

I_Δ جملة $= \frac{L^2}{16}\left[m_1 + 9m_2\right]$

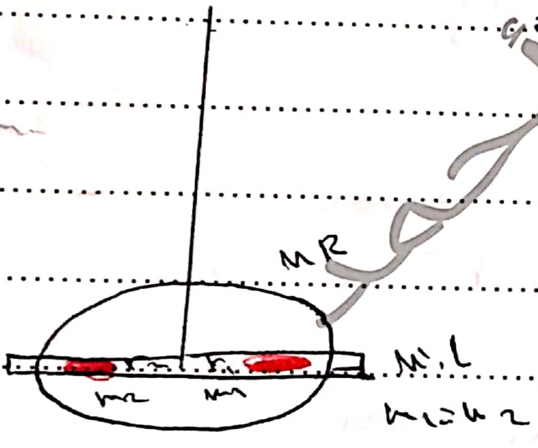


I_Δ جملة $= \cancel{I_{\Delta/c}} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= m_1 \frac{L^2}{4} + m_2 L^2$

I_Δ جملة $= L^2\left[\frac{m_1}{4} + m_2\right]$



I_Δ جملة $= \underbrace{I_{\Delta 1}}_{قرص} + \underbrace{I_{\Delta 2}}_{ساق} + 2 I_{\Delta m}$

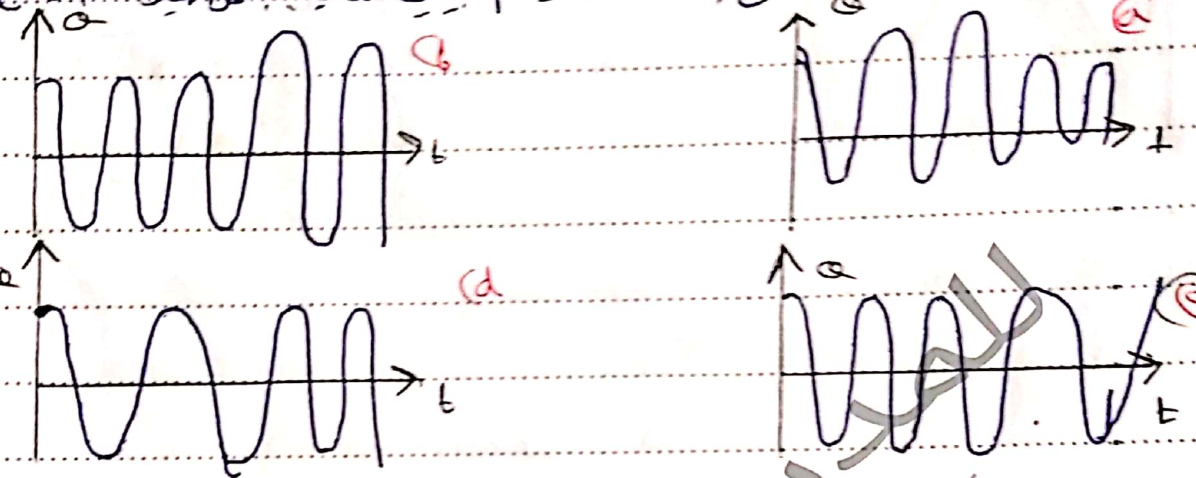
$= \frac{1}{2} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2 + 2 m r_1^2$

/ /

اختبر نفسك

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1- بندول لي فتل بدون احتكاك مع الهواء وأثناء حركته اقتربت الكتلتان من محور الدوران بالمقدار نفسه كما هو موضح بالشكل فالرسم البياني الذي يعبر عن تغير الإزاحة مع الزمن لأحد الكتل هو



عند ابتعاد الكتل عن محور الدوران يزداد I_Δ علاقة طردية يزداد T_0 يقل التردد

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

$I_\Delta = I_{\Delta/G} + 2mr^2$

2- ميقاتية يعتمد في عملها على بندول لي فتل كما في الشكل المجاور ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها قدم الطلاب مقترحاتهم، فإن الاقتراح الصحيح هو:

a- زيادة طول سلك الفتل بمقدار ضئيل

b- زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره

c- إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل

d- زيادة قطر القرص مع المحافظة على كتلته

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

$k = \frac{k'(2r)^4}{L}$

T_0 عكسي $\sqrt{k}$ طردي $\sqrt{L}$

طردي

/ /

2. اذا كان قانون مصونية الطاقة الميكانيكية برهن ان حركة النواس الفتل حركة جيبية دورانية

$E = E_p + E_k = const$

$E = \frac{1}{2} K\theta^2 + \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن

$0 = \frac{1}{2}K(2\theta(\theta)'_t) + \frac{1}{2}I_\Delta(2\omega(\omega)'_t)$

حيث $(\theta)'_t = \omega$ ، $(\omega)'_t = \alpha$

$\omega[K\theta + I_\Delta\alpha] = 0 \Rightarrow \omega \neq 0$

$K\theta + I_\Delta \alpha = 0$

$K\theta + I_\Delta (\theta)''_t = 0$ $\qquad \alpha = (\theta)''_t$

$(\theta)''_t = \frac{-K\theta}{I_\Delta}$ .... (1

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن :

$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta$ .... (2

بالمساواة بين (1) و (2)

$-\frac{K\cancel{\theta}}{I_\Delta} = -\omega_0^2 \cancel{\theta}$

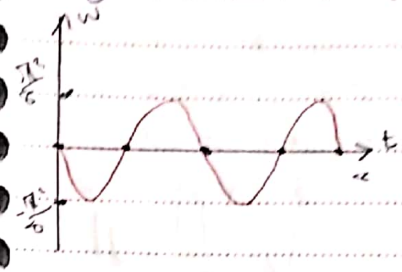
$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$

نتيجة حركة النواس الفتل جيبية دورانية بشرط K ، I_Δ ثوابت

تابعها الزمني $\Leftarrow$ $\theta = \theta_{max}(\omega_0 t + \varphi)$

/ /

3. يمثل الخط البياني المجاور تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغير الزمن والتابع الزمني للسرعة الزاوية الممثلة بالمنحني هو



a. $\omega = \frac{\pi^2}{6} \sin 3\pi t$

b. $\omega = -\frac{\pi^2}{6} \sin 2\pi t$

c. $\omega = \frac{\pi^2}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$

d. $\omega = -\frac{\pi^2}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$

$\frac{8T_0}{4} = 2$ $\qquad$ $\omega = \omega_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow T_0 = 4s$ $\qquad$ $\omega = \omega_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\, rad.s^{-1}$ $\qquad$ $t = 0$ ، $\omega = 0$

$0 = \omega_{max} \sin\varphi$

$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

ثانياً: أجب عن الأسئلة :

1. نعلق ساقين متماثلين بسلكي فتل متماثلين طول الأول L_1 وطول الثاني L_2 فإذا علمت ان $T_{01} = 2T_{02}$ اوجد العلاقة بين طولي السلكين

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{\frac{K'(2r)^4}{L}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta L}{K'(2r)^4}}$

$T_0 = const\sqrt{L} \Rightarrow$ النواس الاول $T_{01} = const\sqrt{L_1} \Rightarrow$ النواس الثاني $T_{02} = const\sqrt{L_2}$

نأخذ النسبة بين المعادلتين :

$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{const\sqrt{L_1}}{const\sqrt{L_2}}$

نعوض

$\frac{2T_{02}}{T_{02}} = \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}}$

$4 = \frac{L_1}{L_2}$

$L_1 = 4L_2$

$\theta = \pi$ … $\theta = \frac{\pi}{2}$ … $\theta = 2\pi$

المسألة الأولى

يتألف نواس فتل من قرص متجانس كتلته $m = 2\,kg$ ونصف قطره $r = 4\,cm$ معلق من مركزه إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 16\times10^{-3}\ N.m.rad^{-1}$ ندير القرص في مستوٍ أفقي زاوية $\theta = \frac{\pi}{4}\,rad$ عن وضع توازنه ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$، والمطلوب:

1. احسب الدور الخاص للنواس
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام
3. احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاوي $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$ ثم احسب الطاقة الحركية عندئذ

(عزم عطالة قرص حول محور عمودي على مستويه ومار من مركزه $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$)

$m = 2\,kg \quad r = 4\cdot10^{-2}\,m \quad k = 16\cdot10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

$\theta = \frac{\pi}{4} \quad t = 0 \quad \omega = 0$

-1

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{k}}$

$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$

$= \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 16\cdot10^{-4} \Rightarrow I_{\Delta/c} = 16\cdot10^{-4}\,kg.m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\cdot10^{-4}}{16\cdot10^{-3}}} = 2s$

-2

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad.s^{-1}$

$\theta = \theta_{max} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \theta \Leftarrow t = 0$ تترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة

$\theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad$

نعين φ من الشروط البدئية $\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Leftarrow t = 0,\ \theta = \theta_{max}$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$\theta = \frac{\pi}{4}\cdot\cos\pi t \ m$

-3

$E_p = ? \quad \theta = \frac{\pi}{8}\,rad \quad E_k = ?$

$E_p = \frac{1}{2} k\theta^2$

$E_p = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot10^{-3}\cdot\frac{\pi^2}{64} = \frac{\pi^2}{8}\cdot10^{-3} = \frac{1}{8}\cdot10^{-2}\,J$

$E = \frac{1}{2} k\theta^2_{max} = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot10^{-3}\cdot\frac{\pi^2}{16} = \frac{1}{2}\cdot10^{-2}\,J$

$E_k = E - E_p = \frac{1}{2}\cdot10^{-2} - \frac{1}{8}\cdot10^{-2} = \frac{3}{8}\cdot10^{-2}\,J$

طلب إضافي: احسب السرعة الزاوية عندئذ.

$\omega = \omega_0\sqrt{\theta^2_{max} - \theta^2}$

$= \pi\sqrt{\frac{\pi^2}{16} - \frac{\pi^2}{64}} = \pi\sqrt{\frac{4\pi^2}{64} - \frac{\pi^2}{64}}$

$= \pi\sqrt{\frac{3\pi^2}{64}}$

$\omega = \frac{\pi}{8}\sqrt{30}\ m.s^{-1}$

إذا علمت أن الدور الخاص $T_0 = 2s$ و $K = 16\cdot10^{-3}\,N.m.rad^{-1}$ احسب كتلة هذا القرص المعلق من مركزه بسلك الفتل علماً أن نصف قطر هذا القرص $r = 4cm$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}}$

$T_0^2 = 4\pi^2\frac{I_{\Delta}}{k}$

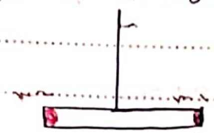
$T_0^2 = 4\pi^2\frac{\frac{1}{2}mr^2}{k}$

$4 = 4\pi^2\,\frac{\frac{1}{2}m\cdot16\cdot10^{-4}}{16\cdot10^{-3}}$

$4 = 2m \Rightarrow m = \frac{4}{2} = 2\,kg$

المسألة الثانية:

ساق مهملة الكتلة طولها L نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية $25\,g$ ونعلق الجملة من منتصفها الى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 16.10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$ لتتوقف الجملة بوضع توازنها في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}\,rad$ وتترك دون سرعة ابتدائية لحظة بدء الزمن، فتهتز حركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 2.5\,s$ المطلوب:



1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام ثم عين لحظتي مرور الجملة بوضع توازنها الأفقي للمرة الأولى والثانية.
2. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها بوضع التوازن.
3. احسب طول الساق.

$m = 125.10^{-3}\,kg$ $\quad K = 16.10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$ $\quad T_0 = 2.5\,s$

$\theta = \frac{\pi}{3}\,rad$ $\quad t = 0$ $\quad \omega = 0$ $\quad I_{\Delta} = ?$ $\quad L = ?$

1.
$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi \times 2}{2.5 \times 2} = \frac{4\pi}{5}\,rad.s^{-1}$

$t = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة

$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$

$t = 0 \quad \theta = \theta_{max}$ نعوض شرط البدء بتابع المطال

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega t + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}\cos\frac{4\pi t}{5}$

$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{25 \times 2}{4 \times 2} = \frac{5}{8}\,s$

$t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3 \times 2.5}{4} = \frac{7.5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{15}{8}\,s$

2. لحظة المرور الأول بوضع التوازن

$t = \frac{1}{4}T_0 \Rightarrow = \frac{1}{4}\cdot\frac{5}{2} = \frac{5}{8}\,s$

$\omega = -\frac{4\pi}{15}\sin\frac{4\pi}{5}\cdot\frac{5}{8}$

$= -\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{2} = \frac{-4\pi}{15}\times 1 = -\frac{4\pi}{15} = -\frac{8}{3}\,rad.s^{-1}$

3. طول الساق $L = ?$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}} \Rightarrow I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$I_{\Delta} = 2I_{\Delta/m_1} \Rightarrow I_{\Delta} = 2m_1(\frac{L}{2})^2 = 2m_1\frac{L^2}{4}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m_1 L^2}{2}}{K}}$

$25.10^{-1} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{125.10^{-3}.L^2}{2}}{16.10^{-3}}}$

$625.10^{-2} = 4\pi^2\cdot\frac{\frac{125L^2}{2}}{16}$

$625.10^{-2} = 4\pi^2\cdot\frac{125L^2}{2}$

$L^2 = \frac{625.10^{-2}.16.4}{2\pi^2.125}$

$L^2 = 4.10^{-2} \Rightarrow L = 2.10^{-1}\,m$

Farah Notebook

المسألة الثالثة

ساق أفقية متجانسة طولها [illegible] معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي [illegible] نزيح الساق في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = 60°$ انطلاقاً من وضع توازنها [illegible] في اللحظة [illegible] [illegible] دوراً خاصاً [illegible] $T_0 = 1s$ [illegible] عزم عطالة الساق بالنسبة [illegible] $I_\Delta = 2\cdot10^{-3}$ المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

2- احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.

3- احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما [illegible] $(\theta = -30°)$ مع وضع توازنها.

4- نثبت [illegible] كتلتين نقطيتين [illegible] $m = 7.5\cdot10^{-3}$ [illegible] استنتج قيمة الدور [illegible] الجديد للجملة المهتزة، ثم احسب قيمة [illegible] فتل السلك.

5- نقسم سلك الفتل إلى قسمين متساويين، ونعلق الساق [illegible] الطرف العلوي [illegible] من الأعلى، والآخر من الأسفل ومن منتصفها [illegible] من الأسفل بحيث [illegible] استنتج قيمة الدور الخاص الجديد [illegible] وعند كل تقطيعة). اعتبر $\pi^2 = 10$.

$I_\Delta = 2\cdot10^{-3}\ kg.m^2$ [illegible] $T_0 = 1s$ [illegible] $\theta = 60°$ [illegible]

1- $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

$\theta = 60°$

$\theta = \theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}\ rad$ لأنها تركت دون سرعة ابتدائية

نعين φ من شروط البدء

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ تابع حركة القراءة

$\theta = \frac{\pi}{3}\cos 2\pi t\ rad$

2- $\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}s$ ، $t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}s$

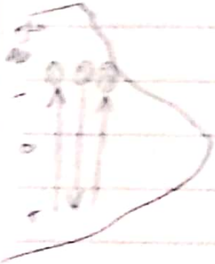
$\omega = -2\pi\frac{\pi}{3}\sin(2\pi\frac{1}{4} + 0)$ ، $\omega = -2\pi\frac{\pi}{3}\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\omega = -\frac{2\pi^2}{3}\ rad.s^{-1}$ ، $\omega = \frac{2\pi^2}{3}$

ط2: $\omega = \omega_0\,\theta_{max}$

$\omega = 2\pi\frac{\pi}{3}$

$= \frac{2\pi^2}{3}\ rad.s^{-1}$



3- $\alpha = ?$ $\theta = -30° = -\frac{\pi}{6}\ rad$

$\alpha = -\omega_0^2\,\theta = -4\pi^2\cdot -\frac{\pi}{6} = \frac{2\pi^3}{3}\ rad.s^{-2}$

$m = 7.5\cdot10^{-3}\ kg$

I_Δ للجملة $= I_{\Delta} + 2I_{m}$

$= I_\Delta + 2mr^2$

$= I_\Delta + 2m\frac{L^2}{4}$

$= 2\cdot10^{-3} + 2\cdot7.5\cdot10^{-3}\frac{(\ldots)^2}{4}$

I_Δ للجملة $= 8\cdot10^{-3}\ kg.m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$ قبل تعليق الكتل

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{k}}$ بعد تعليق الكتل

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}} = \sqrt{\frac{I'_\Delta}{I_\Delta}}$

$T_0' = \sqrt{\frac{I'_\Delta}{I_\Delta}}\;T_0$

$T_0' = \sqrt{\frac{8\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-3}}}\cdot 1 \Rightarrow T_0' = 2s$

Farah Notebook

/ /

حالة ثابت فتل السلك نحسبه من علاقة الدور

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{k}}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta/c}}{k}$$

$$k = 4\pi^2 \frac{I_{\Delta/c}}{T_0^2}$$

$$k = 4 \cdot 10 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1}$$

$$k = 8 \cdot 10^{-2}\ m \cdot N \cdot rad^{-1}$$

ثابت فتل السلك الأول $k_1 = \frac{k'(2r)^4}{L_1} = \frac{k'(2r)^4}{\frac{L}{2}}$ $\qquad k = \frac{k'(2r)^4}{L}$

$$= 2\frac{k'(2r)^4}{L} \Rightarrow k_1 = 2k$$

ثابت فتل السلك الثاني $k_2 = \frac{k'(2r)^4}{L_2} = \frac{k'(2r)^4}{\frac{L}{2}}$

$$= 2\frac{k'(2r)^4}{L} \Rightarrow k_2 = 2k$$

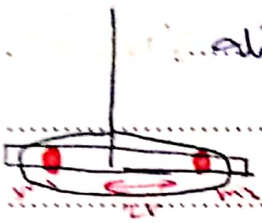
$k_{\text{الجملة}} = k_1 + k_2 \Rightarrow k_{\text{الجملة}} = 4k$

$$T_0'' = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{k}} \Rightarrow T_0'' = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{4k}}$$

$$T_0'' = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{k}}\right) \Rightarrow T_0'' = \frac{1}{2}T_0 \Rightarrow T_0'' = \frac{1}{2}\,s$$

مسألة للتحاور

تتألف ميقاتية من قرص من زجاج كتلته $M_1 = 0.12\ kg$ نصف قطره $R = 0.05\ m$ مثبت عليه ساق كتلتها $M_2 = 0.012\ kg$ طولها $L = 0.1\ m$ تحمل في طرفيها كتلتين نعدهما نقطيتين $m_1 = m_2 = 0.05\ kg$ كتلتان تبعدان عن بعضهما البعض مسافة قدرها $2r = 0.04\ m$ يمكن تغييرها بواسطة برغي، يخترق مركز القرص وما عليه من مركز عطالتهما إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 8 \times 10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$ كما في الشكل المجاور



1- احسب دور الميقاتية.

2- إذا أردنا أن يزداد بمقدار 0.186 وذلك بزيادة البعد بين الكتلتين m فما البعد الجديد الذي يجب أن نضع بينهما؟

(عزم عطالة القرص حول محور عمودي مار من مركز عطالته $I_1 = \frac{1}{2} M_1 R^2$ وعزم عطالة الساق حول محور عمودي على مستويها ومار من مركز عطالتها $I_2 = \frac{1}{12} M_2 L^2$ ، $\pi = 3.14$ ، $\pi^2 = 10$)

قرص $M_1 = 0.12 = 12 \cdot 10^{-2}\ kg$

قرص $R = 0.05\ m = 5 \cdot 10^{-2}\ m$

ساق $M_2 = 12 \cdot 10^{-3}$

ساق $L = 10^{-1}\ m$

نقطية $m = m_2 = 5 \cdot 10^{-2}\ kg$

البعد بين النقطيتين $2r = 4 \cdot 10^{-2}\ m$

$r = 2 \cdot 10^{-2}\ m$

$K = 8 \cdot 10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$

1. الكلية $I_\Delta = I_\Delta$ (قرص) $+ I_\Delta$ (ساق) $+ 2 I_{\Delta m_1}$

$I_{\Delta_1} = \frac{1}{2} M R^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 15 \cdot 10^{-6}$

$I_{\Delta_1} = 15 \cdot 10^{-5}\ kg.m^2$

$I_{\Delta_2} = \frac{1}{12} M_2 L^2 = \frac{1}{12} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}$

$I_{\Delta_2} = 1 \cdot 10^{-5}\ kg.m^2$

نقطية $I_{\Delta m_1} = m_1 r^2 = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-4}$

$I_{\Delta m_1} = 2 \cdot 10^{-5}\ kg.m^2$

الكلية $I_\Delta = 15 \cdot 10^{-5} + 1 \cdot 10^{-5} + 4 \cdot 10^{-5}$

$= 10^{-5}(15+1+4) = 10^{-5} \cdot 20 = 2 \cdot 10^{-4}$

الكلية $I_\Delta = 2 \cdot 10^{-4}\ kg.m^2$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-4}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{4}}$

$= 2\pi (\frac{1}{4})$

$T_0 = \pi\ s$

$T_0 = 3.14\ s$

2. $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$2r'$؟ البعد بين الكليتين

$I_{\Delta m_1} = m_1 r^2$

$T_0' = T_0 + 0.86$

$T_0' = 3.14 + 0.86 = 4\ s$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta \text{الكلية}}}{K}}$

الكلية $I_\Delta = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2} + 2 I_{\Delta m_1}$

$I_\Delta = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2} + 2 m_1 r'^2$

$= 15 \cdot 10^{-5} + 1 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot r'^2$

$4 = 2\pi \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-5} + 10^{-1} \cdot r'^2}{8 \cdot 10^{-4}}}$

$16 = 40 \frac{(16 \cdot 10^{-5} + 10^{-1} \cdot r'^2)}{8 \cdot 10^{-4}}$

$16 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 40 \cdot 16 \cdot 10^{-5} + 40 \cdot 10^{-1} \cdot r'^2$

$128 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4} + 4 r'^2$

$128 \cdot 10^{-4} - 64 \cdot 10^{-4} = 4 r'^2$

$(128 - 64) 10^{-4} = 4 r'^2$

$64 \cdot 10^{-4} = 4 r'^2$

البعد بين الكليتين $2r' = 8 \cdot 10^{-2}$

Farah Notebook

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot