a, b, c أعداد حقيقية ولتكن $a, 2b, 3c$ ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية

تحقق $a.b.c = \frac{32}{3}$ عندئذٍ قيمة b هي:

إعداد: م. أحمد الرفاعي

A	$\sqrt[3]{\frac{32}{3}}$	B	$\sqrt{\frac{32}{3}}$	C	8	D	4	E	2

الحـــــــل:

بما أن $a, 2b, 3c$ ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية فإن :

$4b^2 = 3a.c$ ومنه $a.c = \frac{4b^2}{3}$ ولدينا $a.b.c = \frac{32}{3}$ فيكون :

$\frac{32}{3} = \frac{4b^3}{3}$ فيكون $b^3 = 8$ إذاً $\boxed{b = 2}$ فالخيار الصحيح هو E

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = 2 \, , \, u_{n+1} = (2\lambda - 1)u_n + 8$

إعداد: م. علي جمول

فإن قيمة λ التي تجعل المتتالية ثابتة هي :

A	2	B	-3	C	-1	D	-2	E	1

الحـــــــل:

$$u_{n+1} = u_n = u_0$$

$$\rightarrow \; 2 = 2(2\lambda - 1) + 8$$

$4\lambda = 2 - 6$ ومنه نجد : $\lambda = -1$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لنتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1 \ , u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$

فإذا علمت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً وأن $0 \leq u_n \leq 1$

فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ تساوي:

إعداد: م. عامر خالد

A	1	B	0	C	-1	D	$\ln 2$	E	$\ln 3$

الحـــــــــل:

بما أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً ومحدودة من الأدنى فهيِ متقاربة من عدد ℓ و $0 \leq \ell \leq 1$

التابع $f(x) = xe^{-x}$ مستمر على المجال $[0,1]$ فهو مستمر عند ℓ

حيث ℓ هو حل المعادلة $f(x) = x$

$$f(x) = x \to xe^{-x} = x \quad \to x(e^{-x} - 1) = 0$$

إما $x = 0$ وإما $e^{-x} = 1$ أي $x = 0$

ومنه نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لنتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1 \,, u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$

فإذا علمت أن $u_n < u_{n+1} < \frac{5}{2}$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ تساوي:

إعداد: م. عبد الحميد السيد

A		B		C		D		E	
A	1	B	$\frac{5}{2}$	C	2	D	-1	E	$+\infty$

الحـــــــــل:

بما أن $u_n < u_{n+1} < \frac{5}{2}$ فإن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة من ℓ و $u_0 < \ell < \frac{5}{2}$

التابع $f(x) = \sqrt{2 + x}$ مستمر على المجال $]0, +\infty[$ فهو مستمر عند ℓ

حيث ℓ هو حل المعادلة $f(x) = x$ فيكون $\sqrt{2+x} = x$ ومنه $2 + x = x^2$

$$(x-2)(x+1) = 0 \leftarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$$

إما $x = 2$ مقبول وإما $x = -1$ مرفوض

وبالتالي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن a, b عددان حقيقيان $a < b < 0$ ولتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ معرفة وفق:

$u_n = \dfrac{a^n}{b^n - a^n}$ عندئذٍ نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$:

إعداد: م. عبد الحميد السيد

A	$+\infty$	B	1	C	0	D	-1	E	غير موجودة

الحـــــــــل:

$$u_n = \frac{a^n}{b^n - a^n} = \frac{1}{\left(\frac{b}{a}\right)^n - 1}$$

بما أن $a < b < 0$ فإن $0 < \frac{b}{a} < 1$ ومنه نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{b}{a}\right)^n = 0$

وبالتالي نجد : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$ فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية : $S_0 = 1$، $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{u_n + S_{n+1}}{2}$ ، $S_{n+1} = \frac{u_{n+1} + S_n}{2}$

نعرف المتتالية $w_n = S_n - u_n$ إن:

A	$w_{n+1} = \frac{1}{3} w_n$	B	$w_{n+1} = -\frac{1}{3} w_n$	C	$w_{n+1} = w_n$
D	$w_{n+1} = 3w_n$	E	$w_{n+1} = -3w_n$	إعداد: م. مهند الشريف	

الحـــــــل:

$$w_{n+1} = S_{n+1} - u_{n+1} = \frac{u_{n+1} + s_n}{2} - \frac{u_n + s_{n+1}}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{-(s_{n+1} - u_{n+1}) + s_n - u_n}{2} = \frac{-w_{n+1} + w_n}{2}$$

$$2w_{n+1} = -w_{n+1} + w_n \Rightarrow 3w_{n+1} = w_n$$

ومنه $w_{n+1} = \frac{1}{3} w_n$ فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية المعرفة وفق: $u_n = \frac{5n+1-\sin n}{1-n}$

عندئذٍ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ تساوي:

إعداد: م. فيصل علي الخليد

A	5	B	$-\infty$	C	-5	D	18	E	$+\infty$

الحـــــــل:

$$u_n = \frac{5n+1-\sin n}{1-n} = \frac{5n+1}{1-n} + \frac{\sin n}{n-1}$$

حسب مبرهنة الإحاطة نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\sin n}{n-1} = 0$ ولدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5n+1}{1-n} = -5$

ومنه نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -5$ فالخيار الصحيح هو C

أتمتة تمارين رياضيات
البكالوريا السورية

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$$u_n = \frac{1}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{3^2}{5^3} + \;\dots\dots + \frac{3^{n-1}}{5^n}$$

عندئذٍ تكتب u_n بدلالة n

A	$\frac{1}{5}\left(1+\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}\right)$	B	$\frac{1}{5}\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right)$	C	$\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^{n}\right)$
D	$\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}\right)$	E	$\frac{2}{5}\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^{n}\right)$	إعداد: أ. محمد أحمد العيسى	

الحـــــــــل:

$$u_n = \frac{1}{5}\left[1 + \frac{3}{5} + \frac{3^2}{5^2} + \;\dots\dots + \frac{3^{n-1}}{5^{n-1}}\right]$$

$$u_n = \frac{1}{5}\left[\left(\frac{3}{5}\right)^1 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^3 + \;\dots\dots + \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}\right]$$

مابين قوسين هو مجموع حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ وعدد الحدود (n)

$$u_n = \frac{1}{5}\frac{\left[1+\left(\frac{3}{5}\right)^n\right]}{1-\frac{3}{5}} = \frac{1}{5}\frac{\left[1-\left(\frac{3}{5}\right)^n\right]}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{3}{5}\right)^n\right]$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو C

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_{20} = -100$

إعداد: م. يوسف منصور

وليكن المجموع $S = u_7 + u_{10} + u_{30} + u_{33}$ عندئذٍ S يساوي:

A	-200	B	-100	C	-400	D	-300	E	0

الحـــــل:

$$S = u_7 + u_{33} + u_{10} + u_{30}$$

$$S = 2u_{20} + 2u_{20} = 4u_{20} = -400$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها 1 وفيها $v_0 = 4$ ولتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة

وفق: $u_n = \frac{1}{v_n-3}$ عندئذٍ قيمة المجموع $S = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots\dots + \frac{1}{u_n}$ هي:

A	$\frac{(n+8)(n+1)}{2}$	B	$\frac{n^2+3n+8}{2}$	C	$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$
D	$\frac{n^2-1}{2}$	E	$\frac{n^2+1}{2}$		**إعداد:** م. عبدو عبدو

الحــــــــل:

لدينا $u_n = \frac{1}{v_n-3}$ ومنه $\frac{1}{u_n} = v_n - 3$

$$S = v_0 - 3 + v_1 - 3 + \dots\dots + v_n - 3$$

$$S = \frac{(v_0+v_n)}{2}(n+1) - 3(n+1)$$

$$S = \frac{(v_0+v_0+nr)(n+1) - 6(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+8) - 6(n+1)}{2}$$

$S = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$(u_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة وفق : $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ والتي تكتب بالشكل $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

حسبنا المجموع $s_{10} = u_1 + u_2 + \;\dots\; + u_{10}$ فحصلنا على :

إعداد: أ. جهاد حبيب

A		B		C		D		E	
A	$\frac{12}{11}$	B	$\frac{10}{11}$	C	$-\frac{10}{11}$	D	$\frac{11}{10}$	E	1

الحـــــل:

$$s_{10} = \left(1 - \cancel{\frac{1}{2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{4}\right) + \;\dots\; + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$$

$s_{10} = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$ فالخيار الصحيح هو B

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. عبد الحميد السيد

نتأمل متتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق العلاقة التدريجية :

$$u_{n+1} = 2u_n - 1 \text{ ،} \quad u_0 = 0$$

والمتتالية الهندسية $(t_n)_{n\geq 0}$: $t_n = 1 - u_n$ ، عندئذٍ تكون نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$:

A	0	B	1	C	$+\infty$	D	$-\infty$	E	غير موجودة

الحـــــــل:

$$t_{n+1} = 1 - u_{n+1} = 1 - 2u_n + 1 = 2 - 2u_n = 2(1 - u_n)$$

$$t_{n+1} = 2t_n \qquad , t_0 = 1$$

بما أن $q = 2 > 1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = +\infty$ ومنه نجد:

$\lim\limits_{n\to+\infty} t_n = \lim\limits_{n\to+\infty}(1 - t_n) = -\infty$ فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إن قيمة المجموع $S = 6 + \frac{6^2}{5} + \frac{6^2}{5^2} + \dots\dots + \frac{6^8}{5^7}$ هي:

A	$30 + 30\left(\frac{6}{5}\right)^7$	B	$-30 + 30\left(\frac{6}{5}\right)^8$	C	$30 - 30\left(\frac{5}{6}\right)^7$
D	$-30 - 30\left(\frac{6}{5}\right)^8$	E	$-30 + 30\left(\frac{6}{5}\right)^7$	إعداد: أ. محمد غوش	

الحـــــــل:

S مجموع 8 حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها $\frac{6}{5}$ وحدها الأول 6

$$S = 6\frac{\left(1-\left(\frac{6}{5}\right)^8\right)}{1-\frac{6}{5}} = 6\frac{\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^8\right)}{-\frac{1}{5}} = -30\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^8\right)$$

$S = -30 + 30\left(\frac{6}{5}\right)^8$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ليست مطردة فيها $u_3 = \frac{1}{2}$ و $u_7 = \frac{1}{32}$.

فإن الحد ذي الدليل n هو :

A	$32\left(\frac{1}{4}\right)^n$	B	$-4\left(\frac{-1}{2}\right)^n$	C	$4\left(\frac{-1}{2}\right)^n$
D	$32\left(\frac{-1}{4}\right)^n$	E	$-4(4)^n$	إعداد: م. محمد غوش	

الحـــــــل:

$u_7 = u_3 . q^4$ ومنه $q^4 = \frac{u_7}{u_3}$ وبالتالي $q^4 = \frac{\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}}$

$q^4 = \frac{1}{16}$ فيكون $q = \mp\frac{1}{2}$ والمتتالية ليست مطردة وبالتالي $q = -\frac{1}{2}$

$$u_n = u_3 . q^{n-3} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-3} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n} = \frac{1}{2}(-2)^3\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$u_n = -4\left(\frac{-1}{2}\right)^n$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

a, b, c ثلاثة حدود متعاقبة لمتتالية حسابية متزايدة تماماً أساسها r حيث

إذا علمت $a + b + c = 9$ & $a.c = -16$ فإن أساس المتتالية r يساوي :

إعداد: م. بلال أبو حصيني

A	-5	B	-2	C	5	D	3	E	8

الحـــــــل:

نعلم $a + c = 2b$ ومنه $3b = 9$ وبالتالي $\boxed{b = 3}$

$\{b = a + r$ ومنه $a = 3 - r\}$ & $\{c = b + r$ ومنه $c = 3 + r\}$

بالتعويض في $a.c = -16$ فنجد $(3 - r)(3 + r) = -16$

$9 - r^2 = -16$ ومنه $r^2 = 25$ وبالتالي $(r = 5 \ , r = -5)$

بما أن المتتالية متزايدة فنجد $\boxed{r = 5}$ فالخيار الصحيح هو C

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = 2\,,\, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $v_n = u_n + a$

فإن قيمة a التي تجعل $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية هي:

إعداد: م. محمد السيد علي

A	2	B	-3	C	-1	D	-2	E	3

الحـــــــل:

$$v_{n+1} = u_{n+1} + a = \frac{1}{3}u_n + 2 + a = \frac{1}{3}(u_n + 6 + 3a)$$

تكون $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية إذا كان $v_n = u_n + 6 + 3a$

ولدينا $v_n = u_n + a$ ومنه $u_n + a = u_n + 6 + 3a$

$\leftarrow 2a = -6$ ومنه $\boxed{a = -3}$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إن قيمة المجموع $S = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \ldots\ldots + 20$ يساوي:

إعداد: م. صلاح أحمد سالم

A	1120	B	605	C	3630	D	1210	E	1200

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الحـــــل:

المجموع هو مجموع حدود متعاقبة من متتالية حسابية

أساسها $r = \frac{1}{6}$ وعدد الحدود $n = \frac{20 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} + 1 = 120$

$s = \frac{a+\ell}{2} \times n = \frac{\frac{1}{6}+20}{2} \times 120 = 1210$ فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: م. خليل شيخو

نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0 = 1$, $2u_{n+1} = u_n - 2$

ليكن $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $v_n = u_n - a$ فإن قيمة a التي تجعل المتتالية هندسية هي:

A	-2	B	-1	C	$\frac{1}{4}$	D	$\frac{1}{2}$	E	0

الحـــــــل:

$$v_{n+1} = u_{n+1} - a = \frac{u_n}{2} - 1 - a = \frac{u_n}{2} - \frac{a}{2} - 1 - \frac{a}{2}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - a) - \left(1 + \frac{a}{2}\right)$$

تكون v_n هندسية عندما $1 + \frac{a}{2} = 0$ ومنه $\boxed{a = -2}$ فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

نتأمل المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $x_n = 3n - 2^n$

إن قيمة المجموع $S = x_0 + x_1 + \dots\dots + x_5$ تساوي:

إعداد: م. محمود المحمود

A	$-13/2$	B	$137/2$	C	108	D	-18	E	$13/2$

الحـــــل:

نضع $t_n = 3n$ متتالية حسابية و $v_n = 2^n$ هي متتالية هندسية فيكون :

$$S = t_0 + t_1 + \dots + t_5 - (v_0 + v_1 + \dots\dots + v_n)$$

$$S = \frac{6}{2}(t_0 + t_5) - 2^0\left(\frac{1-2^6}{1-2}\right)$$

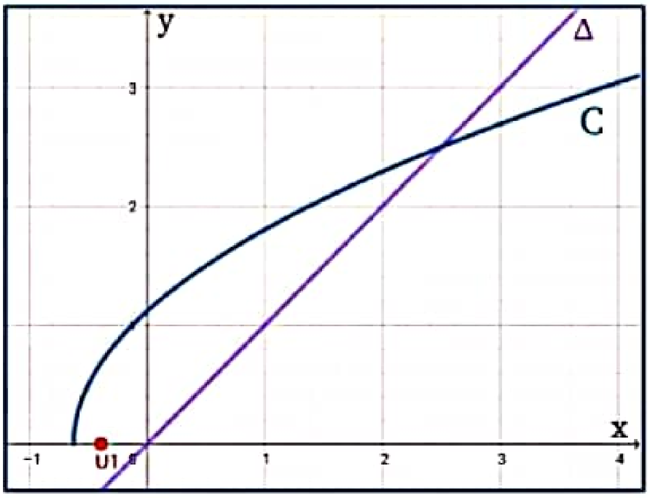
$$S = 3(0+15) + 1 - 64 = 45 - 63 = -18$$

فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

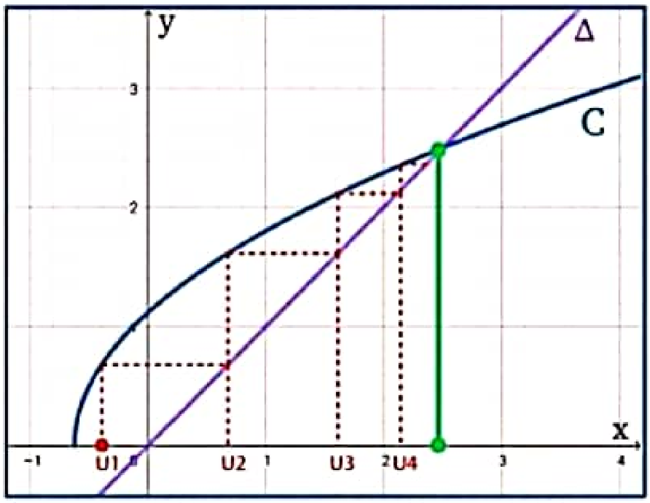
تمرين نهاية متتالية

في الشكل المجاور C هو الخطّ البياني للتابع f المُعرَّف بالعلاقة $f(x) = \frac{\sqrt{8x+5}}{2}$ ، والمستقيم Δ المنصف للربع الأوّل.
لُعرّف المتتالية التدريجيّة $u_{n+1} = f(u_n)$ ونوضِّع العدد الحقيقي u_1 . عندئذٍ تكون المتتالية:



A	متقاربة من (0)	B	متقاربة من $\left(-\frac{5}{8}\right)$
C	متباعدة نحوَ $+\infty$	D	متقاربة من $\left(\frac{5}{2}\right)$
E	متقاربة من $\left(-\frac{1}{2}\right)$		

الجواب	D



توضيح الحل:

بتمثيل حدود المتتالية هندسيًا

نلاحظ أنّ المتتالية متزايدة

وتقترب من نقطة تقاطع الخطّ C

مع المستقيم Δ .

نحلّ المعادلة $f(x) = x$:

$$\frac{\sqrt{8x+5}}{2} = x$$ نربع بشرط $x \geq 0$

$$4x^2 - 8x - 5 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

إمّا $x = -\frac{1}{2} < 0$ (مرفوض)

أو $x = \frac{5}{2}$ (مقبول)

إذاً المتتالية تتقارب من $\left(\frac{5}{2}\right)$

إعداد: م. خليل شيخو

لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ فيها $u_{10} = 16$ و $u_{25} = 61$

إن قيمة المجموع $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_{15} + u_{16} + u_{17}$ يساوي:

A	B	C	D	E
96	-31	41	-41	32

الحـــــــل:

طريقة 1): $S = u_3 + u_{17} + u_4 + u_{16} + u_5 + u_{15}$

$S = 2u_{10} + 2u_{10} + 2u_{10}$

$S = 6u_{10} = 6(16) = 96$ فالخيار الصحيح هو **A**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

طريقة 2): $S = u_{10} - 7r + u_{10} - 6r + u_{10} - 5r + u_{10} + 5r + u_{10} + 6r + u_{10} + 7r$

$S = 2u_{10} + 2u_{10} + 2u_{10}$ ومنه $S = 6u_{10} = 6(16) = 96$ فالخيار الصحيح هو **A**

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ معرفة بالتدريج وفق: $u_0 = 4$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4}$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $v_n = u_n + k$

إن قيمة k التي تجعل المتتالية v_n هندسية هي:

إعداد: أ. أغيد محمد

A	3	B	-3	C	12	D	1	E	-1

الحـــــل:

$$v_{n+1} = u_{n+1} + k = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4} + k = \frac{1}{4}(u_n + k) + \frac{9}{4} + \frac{3}{4}k$$

ولكي تكون المتتالية هندسية يجب أن يكون المقدار $\frac{9}{4} + \frac{3}{4}k = 0$

أي $\boxed{k = -3}$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية حسابية فيها $u_1 + u_2 + u_3 = 9$ & $u_{10} + u_{11} = 40$

عندها يكون أساس المتتالية r هو :

إعداد: م. باسل سطمة

A	-1	B	2	C	3	D	4	E	-2

الحـــــــل:

$$u_1 = u_0 + r \quad \& \quad u_2 = u_0 + 2r \quad \& \quad u_3 = u_0 + 3r$$

$$u_{10} = u_0 + 10r \quad \& \quad u_{11} = u_0 + 11r$$

بالتعويض في العلاقتين المفروضتين نجد:

$$2u_0 + 21r = 40 \;\dots\dots(2 \qquad\qquad u_0 + 2r = 3 \;\dots\dots(1$$

نضرب 1) ب -2 ونجمع 2) فنجد : $17r = 34$

$\boxed{r = 2}$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

23 – a, b, c أعداد حقيقية ولتكن $a, 2b, 3c$ ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية تحقق $a.b.c = \dfrac{32}{3}$ عندئذٍ قيمة b هي :

Ⓐ	$\sqrt[3]{\dfrac{32}{3}}$	Ⓑ	$\sqrt{\dfrac{32}{3}}$
Ⓒ	8	Ⓓ	4
Ⓔ	2		أ . أحمد ذياب الرفاعى

بما أن $a, 2b, 3c$ ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية فإن :

$4b^2 = 3a.c \Rightarrow a.c = \dfrac{4b^2}{3}$ ولدينا $a.b.c = \dfrac{32}{3}$ فيكون :

$$\frac{4b^3}{3} = \frac{32}{3} \Rightarrow b^3 = 8 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

محمد السيدعلي

a, b, c ثلاث حدود متعاقبة من متتالية حسابية متناقصة أساسها r وتحقق:

$b^2 = ac + 4$ عندئذ أساسها r يساوي:

إعداد: أ. عدي الخميس

A		B		C		D		E	
A	3	B	2	C	-1	D	-3	E	-2

الحـــــــل:

لدينا $a = b - r$ و $c = b + r$ نعوض في العلاقة المفروضة:

$b^2 = (b - r)(b + r) + 4$ ومنه $b^2 = b^2 - r^2 + 4$

$r^2 = 4$ ومن نجد $\{r = 2, r = -2\}$

وبما أن المتتالية متناقصة فالحل المقبول هو $\boxed{r = -2}$ فالخيار الصحيح هو E

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} \dots\dots - \frac{1}{5^2}$

إن نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هي:

إعداد: أ. عبد الرزاق

A	0	B	$\frac{1}{5}$	C	1	D	$\frac{3}{4}$	E	$-\infty$

الحـــــل:

$$u_n = 1 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \dots\dots + \left(\frac{1}{5}\right)^n\right]$$

$$u_n = 1 - \frac{1}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{1 - \frac{1}{5}} = 1 - \frac{1}{4}\left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right]$$

بما أن $-1 < q = \frac{1}{5} < 1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ و بالتالي:

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1 - \frac{1}{4}[1 - 0] = \frac{3}{4}$ فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

Me En
Math Team

تمرين نهاية متتالية

نتأمّل المتتالية $(x_n)_{n\geq0}$ المُعرّفة وفق: $x_n = 3n - 2^n$. إنَّ قيمة المجموع $S = x_0 + x_1 + \cdots + x_5$ تساوي:

A	$-13/2$	B	$137/2$	C	108	D	-18	E	$13/2$

الجواب	D

إعداد: محمود المحمود 0936 838 276

توضيح الحل:

نضع $T_n = 3n$ وهي متتالية حسابية، و $V_n = 2^n$ وهي متتالية هندسية، فيكون:

$$S = T_0 + T_1 + \cdots + T_5 - (V_0 + V_1 + \cdots + V_5)$$

$$S = \frac{6}{2}(T_0 + T_5) - 2^0\left(\frac{1-2^6}{1-2}\right)$$

$$S = 3(0+15) + 1 - 64 = 45 - 63 = -18$$

u_n متتالية حسابية فيها $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

و $u_3 = -1$ كانت

$u_n = 3n - 2$	A
$u_n = 12 - 5n$	B
$u_n = 4n - 13$	C
$u_n = n^2 + 1$	D
$u_n = 2 - 4n$	E

من الأولى نجد $u_5 = 7$ نصنع الفرق

$$u_5 - u_3 = (5-3)r$$

$$8 = 2r \rightarrow r = 4$$

والجواب هو C

30 – لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية فيها $U_{20} = -100$

وليكن المجموع $S = U_7 + U_{10} + U_{30} + U_{33}$ عندئذٍ S يساوي :

Ⓐ	-200	Ⓑ	-100
Ⓒ	-400	Ⓓ	-300
Ⓔ	0		أ . يوسف منصور

$$S = U_7 + U_{10} + U_{30} + U_{33}$$
$$= U_7 + U_{33} + U_{10} + U_{30}$$
$$= 2U_{20} + 2U_{20} = -400$$

محمد السيد علي

12 – لنتأمل المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق :

$$U_0 = 1 , U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$$

فإذا علمت أن $U_n < U_{n+1} < \frac{5}{2}$

فإن $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ تساوي :

Ⓐ	1	Ⓑ	$\frac{5}{2}$
Ⓒ	2	Ⓓ	-1
Ⓔ	$+\infty$		م . عبد الحميد السـيد

بما أن $\frac{5}{2} > U_{n+1} > U_n$ فإن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة من عدد ℓ و $1 \leq \ell < \frac{5}{2}$

التابع $f(x) = \sqrt{x + 2}$ مستمر على المجال $]0 , \infty[$

فهو مستمر عند ℓ حيث ℓ هو حل المعادلة $f(x) = x$

$$f(x) = x \Rightarrow \sqrt{x + 2} = x \Rightarrow x + 2 = x^2 \Rightarrow$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ مرفوض

و بالتالي : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 2$

24 – لتكن المتتالية المعرفة وفق : $U_n = \dfrac{5n+1-\sin n}{-n+1}$

عندئذٍ $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ تساوي :

Ⓐ	5	Ⓑ	$-\infty$
Ⓒ	-5	Ⓓ	1
Ⓔ	$+\infty$		أ . فيصل على الخليد

$$U_n = \frac{5n+1-\sin n}{-n+1} = \frac{5n+1}{-n+1} + \frac{\sin n}{n-1}$$

حسب الإحاطة نجد $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\sin n}{n-1} = 0$

ونه نجد : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -5$

محمد السيدعلي

27 – لنتأمل المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق :

$$U_0 = 1, U_{n+1} = U_n e^{-U_n}$$

فإذا علمت أن $(U_n)_{n \geq 0}$ متناقصة تماماً وأن $0 \leq U_n \leq 1$

فإن $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ تساوي :

Ⓐ	1	Ⓑ	0
Ⓒ	-1	Ⓓ	$\ln 2$
Ⓔ	$\ln 3$		أ . عامر الخالد

بما أن $(U_n)_{n \geq 0}$ متناقصة تماماً ومحدودة من الأدنى $0 \leq U_n \leq 1$

فهي متقاربة من عدد ℓ و $0 \leq \ell \leq 1$

التابع $f(\mathcal{X}) = \mathcal{X}e^{-\mathcal{X}}$ مستمر على المجال $[0,1]$

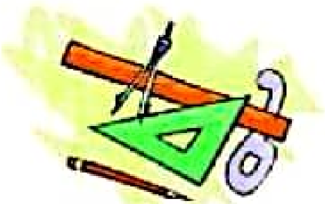
فهو مستمر عند ℓ حيث ℓ هو حل المعادلة $f(\mathcal{X}) = \mathcal{X}$

$$f(\mathcal{X}) = \mathcal{X} \Rightarrow \mathcal{X}e^{-\mathcal{X}} = \mathcal{X} \Rightarrow \mathcal{X}e^{-\mathcal{X}} - \mathcal{X} = 0 \Rightarrow$$

$$\mathcal{X}(e^{-\mathcal{X}} - 1) = 0 \Rightarrow \mathcal{X} = 0 \ \vee \ e^{-\mathcal{X}} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{X} = 0$$

و بالتالي : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$



محمد السيدعلي

إن قيمة المجموع $S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \; \ldots\ldots + 10$ يساوي: **إعداد:** أ. هاني الحسين

A	210	B	108	C	300	D	105	E	202

الحـــــــــــل:

المجموع هو مجموع حدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ وعدد الحدود $n = \frac{10-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} + 1 = 20$

$s = \frac{a+\ell}{2} \times n = \frac{\frac{1}{2}+10}{2} \times 20 = 105$ فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إعداد: أ. أحمد الرفاعي

$u_{n\geq0}$ متتالية حسابية فيها $u_2 = 6$ و $u_{11} = 3a$

إن قيمة a التي تجعل المجموع $u_2 + u_3 + u_4 + \cdots \ldots + u_{11} = 225$ هي:

A		B		C		D		E	
A	36	B	39	C	13	D	26	E	23

الحـــــــل:

$$u_2 + u_3 + u_4 + \cdots \ldots + u_{11} = \frac{(u_2 + u_{11})}{2} \times 10$$

$5(6 + 3a) = 225$ ومنه $6 + 3a = 45$

وبالتالي $\boxed{a = 13}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

لتكن المتتالية $u_{n\geq 0}$ المعرفة وفق الصيغة : $u_n = 5 + \frac{1}{n^2+1}$ عندئذٍ تحقق :

A	حدها الأعلى 5	B	حدها الأدنى 5	C	غير محدودة
D	متزايدة تماماً	E	العدد 5.0001 عنصر راجح عليها		إعداد: أ. ربيع الشيخ عبيد

الحــــــل:

لدينا : $u_n > 5$ ومنه $u_n - 5 = \frac{1}{n^2+1} > 0$

فالمتتالية محدودة من الأدنى بالعدد 5

وهيِ متناقصة بزيادة قيمة n *فالخيار الصحيح هو* **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

22 – لتكن $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $U_2 = 6\,,\,U_{11} = 3a$

إن قيمة a التي تجعل $U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{11} = 225$ هي :

Ⓐ	36	Ⓑ	39
Ⓒ	13	Ⓓ	26
Ⓔ	21		أ . أحمد ذياب الرفاعي

$$U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{11} = 225 \Rightarrow$$

$$\frac{10}{2}(6+3a) = 225 \Rightarrow 30 + 15a = 225 \Rightarrow$$

$$15a = 195 \Rightarrow a = \frac{195}{15} = \frac{39}{3} \Rightarrow \boxed{a = 13}$$

محمد السيد علي

a , b , c ثلاثة حدود متعاقبة لمتتالية حسابية متزايدة تمام أساسها r حيث $a+b+c=9$

اذا علمت ان $a*c=-16$ فأن أساس المتتالية r يساوي :

A	-5	B	-2	C	5	D	3	E	8

الحل :

$$a+b+c=9 \Rightarrow 3b=9 \Rightarrow b=3$$

$$b=a+r \Rightarrow a=3-r$$

$$c=b+r \Rightarrow c=3+r$$

بالتعويض :

$$a\times c=-16$$

$$(3-r)\times(3+r)=-16$$

$$9-r^2=-16$$

$$r^2=25$$

مقبول $r=5$ اما

مرفوض $r=-5$ او

الإجابة C

أ . بلال أبوحصيني

لتكن المتتالية $u_{n\geq 0}$ معرفة بالتدريج وفق: $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4}$

ولتكن المتتالية $v_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $v_n = u_n + k$

إن قيمة k التي تجعل المتتالية v_n هندسية هي:

إعداد: أ. أغيد محمد

A	3	B	-3	C	12	D	1	E	-1

الحـــــــل:

$$v_{n+1} = u_{n+1} + k = \frac{1}{4}u_n + \frac{9}{4} + k = \frac{1}{4}(u_n + k) + \frac{9}{4} + \frac{3}{4}k$$

ولكي تكون المتتالية هندسية يجب أن يكون المقدار $\frac{9}{4} + \frac{3}{4}k$ مساوياً الصفر

أي $\boxed{k = -3}$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إنّ قيمة المجموع $s = 6 + \frac{6^2}{5} + \frac{6^3}{5^2} + \cdots \frac{6^8}{5^7}$ هي:

A	$30 + 30(\frac{6}{5})^7$	B	$-30 + 30(\frac{6}{5})^8$	C	$30 - 30(\frac{5}{6})^7$
D	$-30 - 30(\frac{6}{5})^8$	E	$-30 + 30(\frac{6}{5})^7$	د. محمد غوش	

لدينا مجموع 8 حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساها $\frac{6}{5}$ وحدها الأول 6 بتطبيق قانون الجمع نجد الإجالة الصحيحة B

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ليست مطردة فيها $u_3 = \frac{1}{2}$ و $u_7 = \frac{1}{32}$. فإن الحد ذي الدليل n هو:

$4(\frac{-1}{2})^n$	C	$-4(\frac{-1}{2})^n$	B	$32(\frac{1}{4})^n$	A
د. محمد غوش		$-4(4)^n$	E	$32(\frac{-1}{4})^n$	D

نحو الحل

$q^4 = \frac{1}{16} \Longrightarrow q = \pm\frac{1}{2}$ والمتتالية ليست مطردة وبالتالي $q = -\frac{1}{2}$

$$u_n = u_3 . q^{n-3} = \frac{1}{2} . (\frac{-1}{2})^{n-3} = -4(\frac{-1}{2})^n$$

الاجابة الصحيحة: B

$(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها 1 وفيها $v_0 = 4$ ولتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $u_n = \frac{1}{v_n - 3}$ عندئذ قيمة المجموع $S = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \cdots + \frac{1}{u_n}$ هي :

E	D	C	B	A
$\frac{n^2+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{2}$	$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$	$\frac{n^2+3n+8}{2}$	$\frac{(n+8)(n+1)}{2}$

أ. عبدو عبدو

الحل

$u_n = \frac{1}{v_n-3}$ ومنه $v_n - 3 = \frac{1}{u_n}$ ومنه $S = v_0 - 3 + v_1 - 3 + \cdots + v_n - 3$ ومنه

$$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_n - 3 - 3 - \cdots - 3 = \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n) - 3(n+1)$$
$$= \frac{(n+1)(v_0 + v_0 + nr) - 6(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+8) - 6(n+1)}{2}$$
$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

فالاجابة C صحيحة

11 – لتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق :

$$U_{n+1} = (2\lambda - 1)U_n + 8 \ , \ U_0 = 2$$

فإن قيمة λ التي تجعل المتتالية ثابتة هي :

Ⓐ	2	Ⓑ	-3
Ⓒ	-1	Ⓓ	-2
Ⓔ	1		أ . علي جمول

$$U_{n+1} = U_n = U_0 \Rightarrow$$
$$2 = 2(2\lambda - 1) + 8 \Rightarrow 4\lambda - 2 + 8 = 2 \Rightarrow$$
$$4\lambda = 2 - 6 \Rightarrow 4\lambda = -4 \Rightarrow \lambda = -1$$

محمد السيد علي

7 – لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية أساسها : $U_0 = 1, r = 2$

وليكن المجموع $S = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_{19}$ عندئذ S تساوي :

Ⓐ	39	Ⓑ	20
Ⓒ	200	Ⓓ	400
Ⓔ	100		أ . محمد السيدعلي

$$U_{19} = U_0 + 19r = 1 + 38 = 39$$

$$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_{19} = \frac{n(a+\ell)}{2}$$

$$= \frac{20(U_0 + U_{19})}{2} = \frac{20(1+39)}{2} = \frac{20 \times 40}{2}$$

$$= 10 \times 40 = 400$$

حيث عدد الحدود يساوي : $(19 - 0 + 1 = 20)$

20 – لتكن $(U_n)_{n \geq 1}$ حيث $U_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

وليكن $S_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_n$

عندئذٍ $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ تساوي :

Ⓐ	-1	Ⓑ	1
Ⓒ	0	Ⓓ	$+\infty$
Ⓔ	$\frac{1}{2}$		أ . جهاد حبيب

$$S_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_n$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots\ldots\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$\lim_{n \to +\infty} S_n = \lim_{n \to +\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$$

محمد السيدعلي

2 – ليكن التابع f المعرف على وفق: $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 1}{x + 1}$

وليكن C خطه البياني عندئذٍ معادلة Δ المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$ هي :

Ⓐ $\Delta : y = x - 6$	Ⓑ $\Delta : y = x - 4$
Ⓒ $\Delta : y = x + 4$	Ⓓ $\Delta : y = x + 6$
Ⓔ $\Delta : y = -x + 6$	

أ. حسين رشيد

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1} = \frac{x^2 + x - 6x - 6 + 7}{x + 1}$$

$$= \frac{x(x+1) - 6(x+1) + 7}{x + 1} = x - 6 + \frac{7}{x + 1}$$

$$\lim_{x \to \infty} \left[f(x) - y_{\Delta} \right] = \lim_{x \to \infty} \frac{7}{x + 1} = 0$$

ومنه : $\Delta : y = x - 6$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية