المساعد في الرياضيات

لطلاب التاسع الفصل الاول

اعداد : أمين المحمد

٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

Amen Almohamd

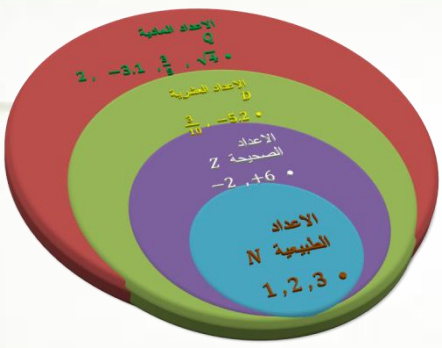
عرض ملفك الشخصى

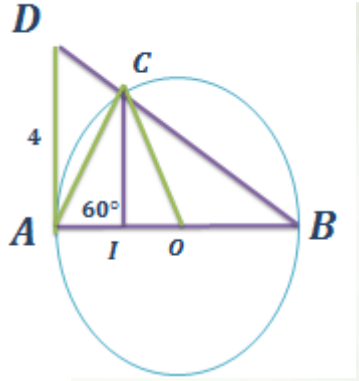
لكل عمل اذا تم نقصان

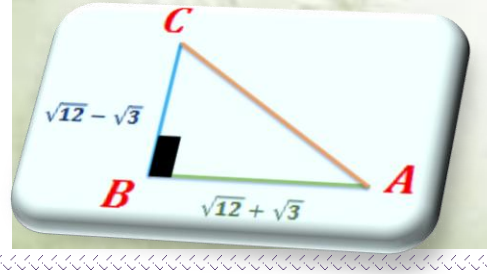
ارجو من الله ان اكون قد وفقت في تقديم ما ينفع وارجو التماس العذر لكل هفوة

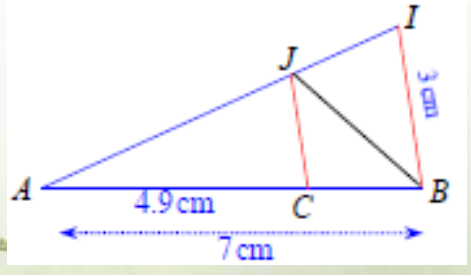
هذا العمل موجه لطلابي لتبسيط الدراسة لهم . ما كان من توفيق فهو من الله

وما كان من خطأ او نسيان فهو مني ومن الشيطان



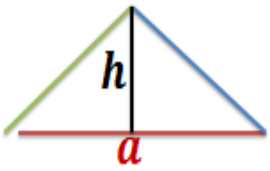






اساسيات في الهندسة:

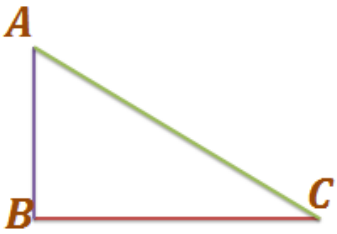
قوانين المساحة والمحيط لبعض الاشكال



١ـ المثلث

المساحة : القاعدة ضرب الارتفاع المتعلق بها تقسيم ٢ أي $s = (a \times h)/2$

اذا كان المثلث قائم نكتب جداء الضلعين القائمين تقسيم اثنان أي

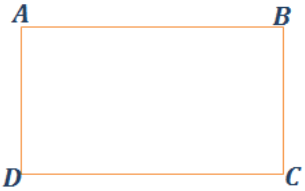


$S = (AB \times BC)/2$

اذا كان متساوي الاضلاع يكون الارتفاع $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ و المساحة

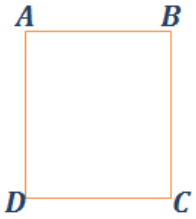
$s = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ حيث a طول الضلع

المحيط : مجموع اطوال الاضلاع $P = AB + BC + AC$



٢ ـ المستطيل:

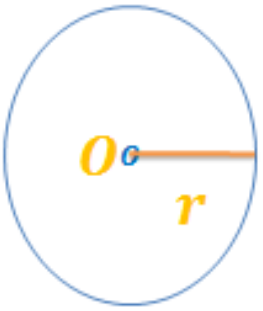
المساحة: الطول ضرب العرض أي $S = AB \times AD$



المحيط : ٢(الطول + العرض) أي $P = 2(AB + AD)$

٣ ـالمربع

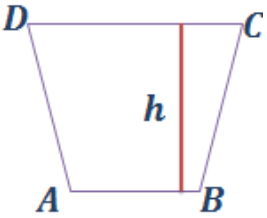
المساحة: طول الضلع للتربيع أي $S = AB^2$ والمحيط: $P = 4AB$



٤ ـ الدائرة :

المساحة : $S = \pi r^2$ والمحيط: $P = 2\pi r$ حيث r نصف القطر

٥ ـ شبه المنحرف :

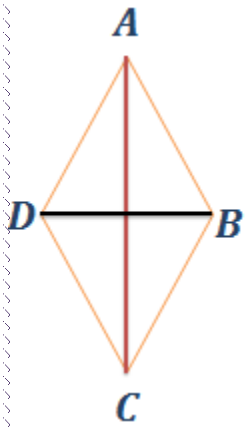


المساحة :$\frac{1}{2}$(القاعدة الصغر +القاعدة الكبرى)× الارتفاع

أي $S = \frac{AB+DC}{2} \times h$

أحمد المحمد ٠٩٣٩٢٧٩

المحيط: مجموع اطوال الاضلاع $P = AB + BC + CD + DA$



٦ ـ المعين :

المساحة جداء القطرين $S = AC \times BD$

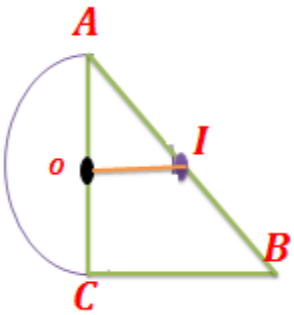
المحيط مجموع اطوال الاضلاع $P = 4AB$

امين المحمدي ٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مبرهنة المنتصفات

القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الثالثة وتساوي نصفها

تفيد في اثبات التوازي



مثال :في الشكل o مركز الدائرة التي قطرها AC و B صورة A وفق I و $CB = 8$ اثبت ان $OI//CB$ واحسب طول OI

الحل

مبرهنة فيثاغورس

مبرهنة فيثاغورث المباشرة :في المثلث القائم مجموع مربعي الضلعين القائمين يساوي مربع الوتر

الفائدة : حساب ضلع مجهول في مثلث قائم علم منه ضلعان

مثال : في الشكل الجانبي احسب طول الضلع AC علما ان المثلث قائم في B و $AB=5$و $BC=10$

الحل : ----------

مبرهنة فيثاغورث العكسية :

في اي مثلث اذا كان مجموع مربعي ضلعين يساوي مربع الضلع الثالث كان المثلث قائم

مثال : مثلث اطوال اضلاعه $AC = 2.4\ ,\ BC = 3.2\ ,\ AB = 4$

اثبت ان المثلث قائم وعين الزاوية القائمة

الحل : ----------

مثال :في الشكل الجانبي لدينا المثلث ABC فيه $CB = 10$ و $AC = 5$ و $AB = 5\sqrt{5}$ اثبت ان المثلث قائم واحسب مساحته

امين المحمد ٠٩٦٩٩٣٢٧٩

المستقيمات في المثلث

المتوسط : هو المستقيم من الراس الى منتصف الضلع المقابل ونقطة تلاقي المتوسطات هي مكز ثقل (توازن) المثلث

بما ان المتوسط دوما داخل المثلث أيا كان نوعه فان المركز يكون داخل المثلث

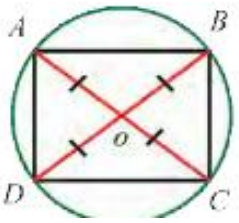
المحور : هو العمود على الضلع في منتصفه ونقطة تلاقي المحاور هي مركز الدائرة المارة بالرؤوس

اذا كان المثلث قائم فان مركز الدائرة منتصف الوتر واذا كان منفرج الزاوية تكون خارج المثلث

الارتفاع: العمود النازل من الراس الى الضلع المقابل او امتداده

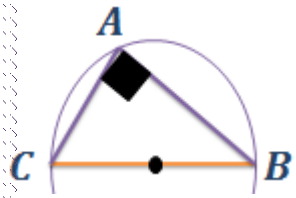
المنصف الزاوي: المستقيم الذي يقسم الزاوية الى قسمين متساويين ونقطة تلاقي المنصفات هي مركز الدائرة المماسة لأضلاع المثلث

المثلث المرسوم داخل دائرة

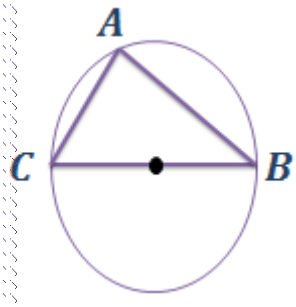


لتكن لدينا الدائرة في الشكل الجانبي والقطران AC وBD ان الشكل $ABCD$ مستطيل وذلك لان الاقطار متناصفة ومتساوية

بالتالي المثلث ABC مثلث قائم في B



النتيجة : اي ان المثلث الذي احد اضلاعه قطر في الدائرة المارة برؤوسه هو مثلث قائم



مثال : في الشكل الجانبي ما نوع المثلث ABC مع التعليل

أمين المحمد ٠٦٣٩٣٧٩

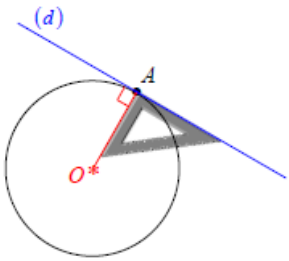
بعد نقطة عن مستقيم : هو اقصر مسافة بين النقطة والمستقيم ونحصل عليه برسم عمود من النقطة الى المستقيم

الوضع النسبي بين المستقيم والدائرة

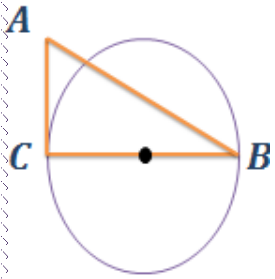
١- المستقيم خارج الدائرة : بعد المستقيم عن المركز اكبر من نصف القطر يشترك مع الدائرة باي نقطة

٢- المستقيم مماس للدائرة : بعد المستقيم عن المركز يساوي نصف القطر يشترك مع الدائرة بنقطة

٣- المستقيم قاطع للدائرة : بعد المستقيم عن المركز اصغر من نصف القطر يشترك مع الدائرة بنقطتان



نتيجة: ان بعد مركز الدائرة عن المماس يساوي نصف قطرها بتالي المماس يكون عمودي على نصف القطر في نقطة التماس

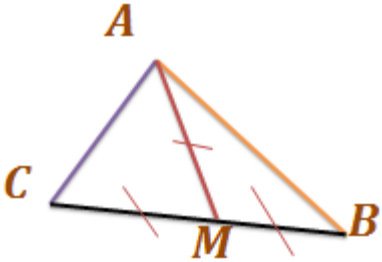


مثال : في الشكل الجانبي $C(O,r)$ و AC مماس مانوع المثلث ABC مع التعليل

اساسيات

في المثلث القائم طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر والعكس صحيح

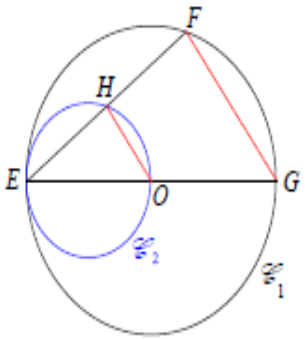
مثال :في المثلث ABC لدينا M منتصف CB و $CB = 10$ و $AM = 5$ ما نوع ABC مع التعليل



الحل ---

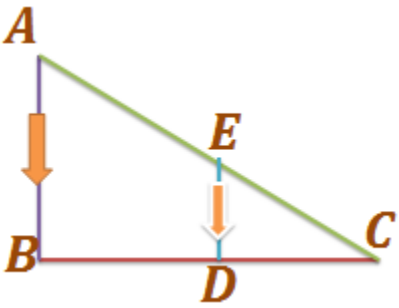
امين المحمد ٠٩٦٩٢٩٢٧٩

المستقيمان العموديان على مستقيم واحد متوازيان



مثال : ما نوع المثلثان EOH, EGF واثبت ان OH يوازي GF

المستقيم العمودي على احد مستقيمان متوازيان عمودي على الاخر

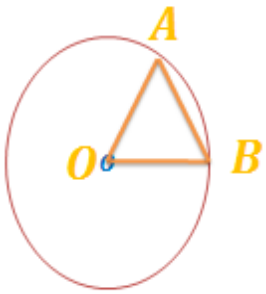


مثال : في الشكل ABC مثلث فيه AB=6 و BC=8 و AC=10
و AB يوازي ED اثبت ان ABC مثلث قائم وما نوع المثلث
EDC واحسب مساحة ABC

المستقيمان الموازيان (المساويان) لثالث متوازيان (متساويان)

في المثلث المتساوي الساقين زوايا القاعدة متساوية اي ان $\widehat{D} = \widehat{C}$

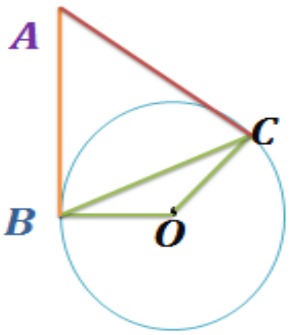
اذا كان المثلث متساوي الساقين فيه زاوية 60 يصبح متساوي الاضلاع



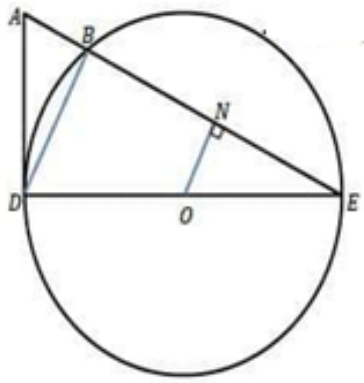
مثال : ليكن لدينا $C(o,3)$ و $O\widehat{A}B = 60$ اثبت ان المثلث OAB
متساوي الاضلاع واحسب مساحته

امين احمد ٠٩٤٩٢٩٢٧٩

لإثبات ان مستقيم مماس : نثبت ان الزاوية بين نصف القطر والمستقيم تساوي 90



مثال : لتكن الدائرة $C(o,r)$ فيها القوس $\widehat{o} = 120$ والمثلث ABC متساوي الاضلاع اثبت ان AB و AC مماسين



مثال : في الشكل الجانبي لدينا المثلث ADE فيه

$AD = 5, DE = 10, AE = 5\sqrt{5}$

اثبت ان AD مماس واثبت ان ON يوازي DB

الحل :

امين الصمد ٠٩٤٩٢٩٢٧٩

اساسيات في الجبر

الحدود الجبرية : هي المقادير التي تحوي احرف مثل $3x$ او $2z$ نسمي x و z المتغيرات و 2 و 3 الامثال

الحدود الجبرية المتشابهة

نقول عن حدين جبرين انهما متشابهين اذا كان لهما نفس القسم الحرفي ومن نفس الدرجة مثل $2x$ و $5x$ متشابهين لكن $2x$ و $2x^2$ غير متشابهين وايضا $3x$ و$3y$ غير متشابهين

جمع الحدود الجبرية المتشابهة : نترك المجهول كما هو ونجمع الامثال

مثال :اوجد ناتج العمليات التالية

$$3x^2 + 7x^2$$

$$2y - y + 3y$$

ضرب الحدود الجبرية:

نضرب الامثال بالأمثال والمجهول بالمجهول مع مراعاة ان ضرب القوى جمع الاسس

ملاحظة : $x \times x = x^2$ و $x + x = 2x$ و $z \times z^2 = z^3$

مثال :اوجد ناتج ما يلي

$$3x.(-2x^2) =$$

$$-2x \times 5x^2 \times -3x^2 =$$

$$3x^3 \times 2x^{-1} \times x^{-2} =$$

العبارة الجبرية : هي عمليات جبرية على الحدود الجبرية ودرجة العبارة هي اكبر قوة للمجهول واختزال العبارة هو جمع الحدود المتشابهة

امين الصمد ٠٩٦٩٣٩٩٢٧٩

مثال : $2x^3 - x$ عبارة جبرية من الدرجة الثالثة

مثال: $2z^5 + 3x - 2$ عبارة جبرية من الدرجة الخامسة وبمجهولين

مثال : اختزل العبارة الجبرية

$$A(x) = 3x^2 - 5x + 7x^2 - 2x$$

$$B(z) = 6z^2 - 3z \times 2z + z$$

المعادلة : هي مساواة بين عبارتين جبريتين

مثال : المعادلة $2x - 10 = 3x^2$ من الدرجة الثانية وبمجهولين

مثال : $2z^2 + 3y = 2(-z + 3)$ من الدرجة الثانية بمجهولين

نلاحظ ان الطرف الاول من المعادلة مغاير للطرف الثاني لكن هناك رقم او اكثر يجعل الطرفان متساويان يسمى حل المعادلة

حل المعادلة : هي قيمة المجهول (المجاهيل) التي تجعل المساواة صحيحة

مثال : بين اي من القيم $x = 8, x = 2$ حل للمعادلة

$$2(x + 3) = 3x - 2$$

ملاحظة: عدد حلول المعادلة اقل او يساوي درجة المعادلة

نشر عبارة جبرية

تعريف : هو تحويل جداء عبارتين جبريتين من الدرجة الاولى الى عبارة من الدرجة الثانية يمكن التعميم (اي التخلص من الاقواس)

امين المحمد ٠٩٤٩٢٩٣٧٩

طرق النشر :

١- $a(b+c)=ab+ac$

مثال :انشر ثم اختزل العبارات التالية

$$A(x)=-2x(5x^2+2x)+5x^2$$

٢- $(a+b)(c+d)=ac+ad+dc+bd$

مثال : انشر ثم اختزل العبارات التالية

$$B(x)=(-x-2)(x+3)$$

$$C(z)=(3z+2)(-z-7)-3z(5z-2)$$

$$D(x)=(x+1)^2-(3x-1)(z-2)$$

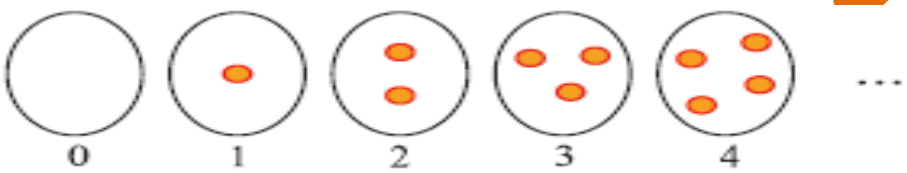
أمين المحمد ٠٩٤٩٩٣٢٧٩

الوحدة الاولى في الجبر

١ ـ مجموعات الاعداد

١ ـ الاعداد الطبيعية :

تستخدم لعد العناصر في مجموعة ولا تحوي على اجزاء عشرية يرمز لها N



نلاحظ المجموعة الاولى تحوي صفر عنصر و الثانية تحوي عنصر و الثالثة تحوي عنصران بالتالي فإن $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مثال : اثبت ان المقدار التالي $A = \frac{2}{5} + \frac{8}{5}$ عدد طبيعي

٢ ـ الاعداد الصحيحة z

تستخدم الأعداد الصحيحة للتعبير عن الارتفاع (الزيادة) او الانخفاض (النقصان) ولا تملك قسم عشري نرمز لها ب Z

بتالي $Z = \{\dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}$

جمع الاعداد الصحيحة :

- اذا كان العددان متماثلان بالإشارة نضع الاشارة نفسها ونجمع
- اما اذا كانا مختلفان بالإشارة فنضع اشارة الاكبر ونطرح

ضرب وقسمة الاشارات :

$+ \times - = -$ و $- \times + = -$ و $+ \times + = +$ و $- \times - = +$

أ/ محمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

ملاحظة :اولويات العمليات ١ – الاقواس ٢ – القوى ٣- الضرب والقسمة ٤ – الجمع والطرح

امثلة: اوجد ناتج ما يلي

$$A = (-3) + (-5) \times (-2) - (+4) =$$

$$B = -(-4) + (+2) - (-5) =$$

$$C = -\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{3} \times 2\right) =$$

مثال : بين اذا كان العدد $B = \frac{5\pi}{3} \times \frac{15}{2\pi} + \frac{1}{2}$ عدد طبيعي

٣ - الاعداد العشرية D

هي كل عدد قسمه العشري منتهي اي يمكن كتابته على الشكل $a \times 10^n$

مثل العدد 3.234 هو عدد عشري لأنه يمكن كتابته على الشكل $\frac{3234}{10^3}$ اي 3234×10^{-3} .

الاعداد الغير عشرية : هي الاعداد التي قسمها العشري غير منتهي قد تكون دورية او غير دورية

مثل : الجذور الصماء $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ و $3.\overline{3} = \frac{10}{3}$ والعدد pi الذي رمزه π و $\sin 3$ وغيرها

امثلة: بين فيما اذا كان المقدارين اعداد عشرية

$$A = \frac{3}{4} \times \frac{16}{9} =$$

$$B = \frac{1}{2} - \frac{21}{2} \times \frac{4}{7}$$

ملاحظة :الكسر العشري هو كسر مقامه 10 او 100 او ...

يوجد علاقة بين العدد العشري والكسر العشري حيث $3.521 = \frac{3521}{1000}$

امين المحمد ٠٩٦٣٩٣٧٧٧٥

٤- الاعداد العادية Q

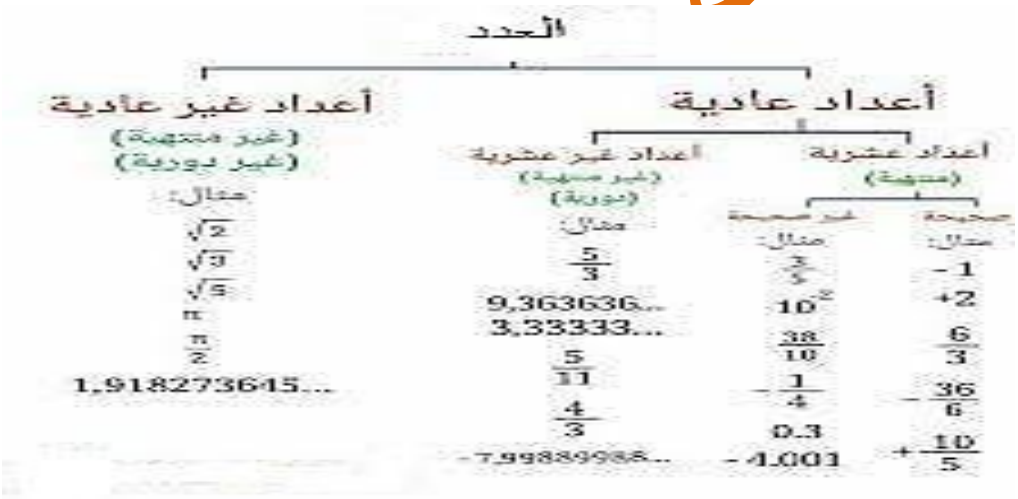
هي كل عدد يكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث $a \in Z$ و $b \in N^*$

مثال : العدد $\frac{5}{4}$ و العدد $2.5 = \frac{25}{10}$ و العدد $\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$ والعدد و -5

الاعداد الغير عادية Q' : هي الاعداد غير العشرية وغير الدورية

مثل : $pi = \pi$ وهو نسبة محيط الدائرة على قطرها والجذور الصماء $\sqrt{3}$

٥ -الاعداد الحقيقية R: هي اجتماع الاعداد العادية والغير عادية اي $Q \cup Q'$



طبيعة العدد : هي اصغر مجموعة ينتمي لها العدد ولتبيان طبيعة مقدار نقوم بإجراء العمليات الحسابية ثم نحدد اصغر مجموعة ينتمي لها المقدار

ملاحظة : اذا كان الجواب النهائي يحوي π او $\sqrt{2}$ او .. فان العدد غير عادي

مثال : بين طبيعة المقادير

$$A = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$$

$$C = \pi \times \frac{2}{\pi} + \frac{1}{3} =$$

$$D = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{15}{3\pi} \times \pi =$$

ملاحظة: معكوس العدد a و $-a$ (نغير الاشارة) ومقلوب العدد a هو $\frac{1}{a}$ نبدل البسط والمقام

مثال : ضع اشارة صح او خطأ

١ - نظير كل عدد طبيعي هو عدد طبيعي

٢ – اذا كان $a \in Z^*$ فان مقلوب a ينتمي ل Z

٣ – كل عدد صحيح هو عدد طبيعي

٤ – مقلوب كل عدد عشري غير معدوم هو عدد عشري

٥ - ارتفاع مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 3 هو عدد عادي

٦ - كل عدد عشري هو عدد عادي

٧ – مقلوب اي عدد غير معدوم هو عدد اصغر منه

٨ – العدد $\frac{5}{13}$ هو عدد عشري

٩- العدد $A = 5\pi \times (\frac{15}{8}) \times (\frac{16}{25\pi})$ غير صحيح

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : أي الاعداد التالية غير عشري $\frac{5}{3}$ ، $\frac{11}{5}$ ، $\frac{13}{4}$

مثال :أي الاعداد التالية صحيح

$$C = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} \text{ ، } B = \frac{12}{6}\pi \text{ ، } A = \frac{3\pi}{5} \div \frac{15\pi}{10}$$

مثال دورة: العدد $5\pi \times (-\frac{8}{7}) \times (\frac{3\pi}{25\pi})$ هو عادي ، غير عادي ، صحيح

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

٢- القاسم المشترك الاكبر والكسور المختزلة

- **القاسم:** نقول ان $a \neq 0$ قاسم (يقسم) العدد b اذا كان ناتج $\frac{b}{a}$ هو عدد طبيعي

(اذا كان a قاسم لـ b قلنا ان b مضاعف لـ a)

مثال : ان 2 قاسم لـ 12 لان $\frac{12}{2} = 6$ لكن 2 غير قاسم لـ 5 لان $\frac{5}{2} = 2.5$

هل 27 مضاعف ل 9 ؟

- **القاسم المشترك الاكبر لعددان a, b**

تمهيد : ان قواسم العدد 12 هي $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

ان قواسم العدد 30 هي $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

ان قواسم العدد 35 هي $\{1, 5, 7, 35\}$

بتالي نجد

القواسم المشتركة بين العددان $(12, 30)$ هي $\{1, 2, 3, 6\}$

- وان اكبر هذه القواسم هو 6 يسمى القاسم المشترك الاكبر ونرمز لذلك ب $GCD(12, 30) = 6$
- القواسم المشتركة بين العددان $(12, 35)$ هي $\{1\}$ فقط بتالي القاسم المشترك الاكبر هو 1 اي $GCD(12, 35) = 1$

نتيجة لذلك نورد التعاريف التالية

تعريف 1 : القاسم المشترك الاكبر لعددان هو اكبر القواسم المشتركة ونرمز له اختصارا GCD

تعريف 2 : نقول ان عددان اوليان فيما بينهما اذا كان القاسم المشترك الاكبر هو الواحد

تعريف 3 : نقول ان الكسر مختزل اذا كان البسط والمقام اوليان فيما بينهما

مثال : الكسر $\frac{12}{35}$ هو كسر مختزل لان البسط والمقام اوليان فيما بينهما $GCD(12, 35) = 1$

بينما الكسر $\frac{30}{12}$ غير مختزل لان البسط والمقام غير اوليان فيما بينهما اي $GCD(30, 12) \neq 1$

أمين المعلم ٠٩٦٣٩٣٧٧٩

من هذه التعاريف نحصل على النتائج التالية

١ – اذا كان a يقسم b فان $GCD(a,b)=a$ مثال : $GCD(50,25)$ هو : 50 ، 25 ، 2

٢ - واضح ان $GCD(a,a)=a$ مثال : $GCD(15,15)$ هو 1 ، 15 ، 0

٣ –اذا كان $a>b$ فان $GCD(a,b)=GCD(b,a-b)$

مثال: ان $GCD(112,50)=GCD(62.50)=GCD(12,50)$

ملاحظة : اذا كان $a,b,c\in N$ و $a=b\times c$ فان b,c قواسم لـ a

مثال: اذا علمت ان $a=3\times b$ و $a,b\in N$

$$GCD(a,b)=3$$

$$GCD(a,3)=3$$

$$GCD(a,b)=b$$

اذا كان c مضاعف ل b فإن $GCD(b,c)=c$

طرق ايجاد القاسم المشترك الاكبر

١- الطرح المتتالي للإيجاد GCD

مثال : اوجد القاسم المشترك الاكبر لـ $a=14964$ و $b=11223$ بالطرح المتتالي

a	14964	11223	7482	3741
b	11223	3741	3741	3741
$a-b$	3741	7482	3741	0

القاسم المشترك الاكبر هو اخر ناتج غير معدوم أي ان

$$GCD(14964\ ,\ 11223)=3741$$

أمين أحمد ٠٩٦٣٩٢٣٢٧٩

ملاحظة: يوجد طريقتان للقسمة ١- القسمة العشرية ٢- القسمة مع باقي (اقليدس)

مبرهنة اقليدس وخوارزمية القسمة الاقليدية

مبرهنة اقليدس: من اجل اي عددان a و b يوجد عددان وحيدان q و r حيث $a = b \times q + r$ حيث $0 \leq r < b$

نسمي a المقسوم و b المقسوم عليه و r باقي القسمة و q ناتج القسمة

مثال: عبر عن القسمة العشرية و الاقليدية للعددين 5 و 32

مثال : ان التعبير عن القسمة الاقليدية للعددين $a = 945$ و $b = 420$

بتالي فان $945 = 420 \times 2 + 105$

$$\begin{array}{r|l} 420 & 945 \\ \hline & -840 \\ & 105 \end{array}$$ 2

٢ -خوارزمية اقليدس لإيجاد القاسم المشترك الاكبر لعددين

مثال: اوجد القاسم المشترك الاكبر للعددين $a = 10165$, $b = 3745$

مقسوم	مقسوم عليه	باقي	العملية
10165	3745	2675	$10165 = 2 \times 3745 + 2675$
3745	2675	1070	$3745 = 1 \times 2675 + 1070$
2675	1070	535	$2675 = 2 \times 1070 + 535$
1070	535	0	$1070 = 2 \times 535 + 0$

القاسم المشترك الاكبر هو اخر باقي غير معدوم بالتالي ان القاسم المشترك الاكبر $GCD(10165, 3745) = 535$

أمين المحمد ٠٩٣٢٧٩

ملاحظة : لاختزال الكسر نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الاكبر

مثال نموذجي: ليكن لدينا العددين $a = 4900$ و $b = 6125$ المطلوب

١ – اوجد القاسم المشترك الاكبر ل a و b

٢ - لماذا الكسر $\frac{a}{b}$ غير مختزل واختزله

٣ - عين طبيعة العدد $A = \frac{a}{b} - \frac{1}{2}$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال : لدى مدرسة 693 قلم و 154 دفتر وتريد توزيعها بشكل متساوي على عدد من التلاميذ .

١ – ما هو اكبرعدد من التلاميذ لتحقيق الغاية

٢- ما هو عدد الدفاتر وعدد الاقلام الموزعة لكل طالب

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

٣- الجذور التربيعية

تعريف: الجذر التربيعي لعدد موجب a هو العدد الموجب b الذي يحقق $b \times b = a$ ونرمز بـ $\sqrt{a} = b$

مثال : $\sqrt{4} = 2$ و؟= $\sqrt{17}$ جذر اصم و ؟ $= \sqrt{-9}$

مثال : هل $\sqrt{16} = -4$

للحفظ : $\sqrt{121} = 11$ و $\sqrt{144} = 12$ و $\sqrt{169} = 13$ و

$\sqrt{196} = 14$ و $\sqrt{225} = 15$ و $\sqrt{256} = 16$ و $\sqrt{289} = 17$

ترميز و خواص الجذور التربيعية

١ – نرمز ل $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ بتالي $9^{\frac{1}{2}} = 3$ و $16^{\frac{1}{2}} = 4$

ولكن $(-4)^{\frac{1}{2}}$ تنسيق خطأ في مجموعة الاعداد الحقيقية

٢ – اذا كان $a > 0$ فإن $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

الاثبات : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2} \times 2} = a$

اي ان $\sqrt{\frac{2}{7}}^2 =$, $\sqrt{3.2}^2 =$

٣ – توزيع الجذر على الجداء اي $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

مثال : اوجد $\sqrt{12} \times \sqrt{3} =$

مثال : اوجد $\sqrt{16 \times 4} =$

٤ - قابلية توزيع الجذر على القسمة $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

مثال : اوجد ناتج $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$

مثال :اوجد ناتج $\sqrt{\frac{36}{16}} =$

مثال :اوجد ناتج $\sqrt{0,00025} =$

ملاحظة:

١- ان $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ لا يمكن توزيع على الجمع

مثال: هل $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

٢-ان $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ لا يمكن توزيع على الطرح

جمع وضرب الحدود الجذرية و تبسيطها

الحد الجذري من الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a امثال الجذر

١- لجمع حدان جذريان لابد ان يكونان متجانسان (اي جذور لنفس العدد) نترك الجذر كما هو ونجمع الامثال

مثال: بسط العبارة التالية

$$A = 3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

٢ - لضرب حدان جذريان لا شرط للتجانس هو بالشكل $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = a \times c\sqrt{b \times d}$

ملاحظة : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

مثال : بسط العبارة التالية

$$B = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$$

مثال : بسط العبارة التالية

$$C = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{20} - 3\sqrt{12} \times 3\sqrt{3}$$

احمد المحمد ٠٩٦٣٩٣٢٢٧٩

مثال دورة ٢٠١٨: ناتج المقدار

$$A=\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}}$$

كتابة $a\sqrt{b}$ على شكل $\sqrt{c}$

ان $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2\times b}=\sqrt{c}$

مثال: اكتب $3\sqrt{5}$ على الشكل $\sqrt{c}$ ثم $\sqrt{180}=$

$A=2$	$A=3$	$A=4$

مثال: ان $5\sqrt{5}$ هو $\sqrt{5}$، $\sqrt{25}$ ، $\sqrt{125}$

مثال: ان $6\sqrt{2}$ هو $\sqrt{12}$، $\sqrt{72}$ ، $\sqrt{10}$

كتابة $\sqrt{c}$على شكل $a\sqrt{b}$ عكس السابقة

في هذه الطريقة نكتب c على شكل ضرب رقمان احدهما له جذر واذا صعب معرفة الرقمان نحلل c

مثال : اكتب المقدار $\sqrt{c}$ على شكل $a\sqrt{b}$

$\sqrt{8}=$

$\sqrt{12}=$

$\sqrt{48}=$

$\sqrt{50}=$

$\sqrt{90}=$

$\sqrt{108}=$

$\sqrt{125}=$

أمين أحمد ٠٩٢٩٣٩٢٧٨

مثال :اكتب العبارة A على شكل $a\sqrt{3}$

$$A = 3\sqrt{12} + 2\sqrt{108} - 5\sqrt{48} + \sqrt{3}$$

مثال :اكتب العبارة B على شكل $a\sqrt{2}$

$$B = 3\sqrt{50} - 7\sqrt{32} + 2\sqrt{8} + 5\sqrt{200} + \sqrt{2}$$

مثال : ليكن $ABCD$ مستطيل فيه $AB = \sqrt{27} + \sqrt{3}$ و $BC = \sqrt{48}$

١ – اثبت ان $ABCD$ مربع

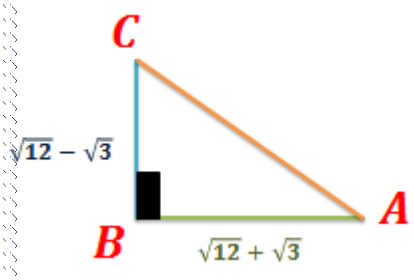
٢ – احسب المحيط والمساحة

٣ – احسب AC

٤ – احسب $\sin BAC$

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٢٧٩

مثال : دورة ٢٠١٩



في الشكل الجانبي ABC مثلث قائم في B

فيه $AB=\sqrt{12}+\sqrt{3}$ و $BC=\sqrt{12}-\sqrt{3}$

١ - اكتب AB و BC على الشكل $a\sqrt{3}$

٢ - احسب $\tan A$ واكتبه بشكل مختزل واحسب AC

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال : ليكن ABC مثلث فيه

$$AC = \sqrt{3}(\sqrt{27} + \sqrt{12})\ ,\ AB = \sqrt{6\sqrt{121} + 15}\ ,\ BC = \sqrt{3}(\sqrt{108} - \sqrt{12})$$

١ – اكتب الاضلاع بأبسط شكل

٢ – اثبت ان المثلث قائم وعين الزاوية القائمة والوتر

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال: ليكن لدينا ABC مثلث اطوال اضلاعه $AB = 3\sqrt{8}$ و$BC = \sqrt{32} + 2\sqrt{2}$ و$AC = \sqrt{72}$

١- اثبت انه متساوي الاضلاع

٢ - احسب مساحته ومحيطه

٣ – احسب ارتفاعه

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال : اذا كان $A+B=34$ و $\frac{A}{B}=\frac{232}{261}$

١ - اكتب A/B بصيغة كسر مختزل ثم كسر عشري

٢ – اوجد العددان A و B

٣- احسب ناتج $C=\frac{3B-A}{3B+A}$ وبين طبيعته

مثال : A و B و C ثلاث اعداد :

$A=\sqrt{18}-\sqrt{20}$ و $B=\sqrt{50}-\sqrt{5}$ و $C=-4\sqrt{2}+3\sqrt{5}$

١) اكتب A و B بأبسط شكل

٢) احسب المجموع $S=A+B-C$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : ليكن لدينا المربع $MATH$ الذي طول ضلعه $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{12}$

١) اكتب طول الضلع بأبسط شكل

٢) احسب طول AH

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

الوحدة الاولى في الهندسة

الاعداد العادية (النسبية) Q هي كل عدد يكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث $a \in Z$ و $b \in N^*$ لذلك العدد $\frac{5}{\sqrt{2}}$ غير عادي

نقول ان العدد العادي مختزل اذا كان القاسم المشترك الاكبر للبسط والمقام هو الواحد فقط لذلك العدد $\frac{2}{3}$ مختزل

العدد $\frac{24}{16}$ غير مختزل

ملاحظة : نختزل أي كسر بقسمة البسط والمقام على القاسم المشترك الاكبر

ان الكسر $\frac{24}{32}$ غير مختزل لكن $\frac{24\div8}{32\div8}$ يصبح $\frac{3}{4}$ وهو كسر مختزل

التناسب

نسمي $\frac{a}{b}$ نسبة a الى b

مثال : لصنع حلوى نحتاج 10 كيلو طحين و5 كيلو سكر ما هي نسبة السكر للطحين وما نسبة السكر للخليط كامل

التناسب: هو مساواة بين نسبتين اي $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث $b \neq 0, d \neq 0$

الكسران $\frac{15}{25}$ و $\frac{60}{100}$ يشكلان تناسب لان $\frac{15\div5}{25\div5} = \frac{3}{5}$ و $\frac{60\div20}{100\div20} = \frac{3}{5}$ اي ان $\frac{60}{100} = \frac{15}{25}$

نسمي a, d الطرفان ونسمي c, b الوسطان

في المثال السابق $\frac{60}{100} = \frac{15}{25}$ نلاحظ ان

جداء الطرفان $15 \times 100 = 1500$

جداء الوسطان $25 \times 60 = 1500$

أمين أحمد ٠٩٦٣٩٣٢٧٧٩

الخاصة الاولى: جداء الطرفان يساوي جداء الوسطان اي $a.d = b.c$

الفائدة: تفيد الخاصة السابقة بمعرفة المجهول الذي يجعل التناسب محقق

مثال: اوجد قيمة المجهول الذي يجعل التناسب محقق $\frac{x-1}{7} = \frac{1}{3}$

مثال: اوجد قيمة المجهول x الذي يجعل التناسب محقق $\frac{x+1}{2} = \frac{x-5}{3}$

الخاصة الثانية : اذا بدلنا طرفي التناسب نحصل على تناسب جديد اي اذا كان $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ فإن $\frac{3}{5} = \frac{y}{x}$

بالمثل اذا بدلنا بين وسطي التناسب نحصل على تناسب جديد اي اذا كان $\frac{3}{5} = \frac{y}{x}$ فإن $\frac{3}{y} = \frac{5}{x}$

الخاصة الثالثة: اذا قلبنا نسبتي التناسب نحصل على تناسب جديد اي اذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

الخاصة الرابعة: ليكن لدينا التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ بجمع (١) للطرفين نجد

$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$ وبتوحيد المقامات والجمع نجد $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

بتالي اذا ثبتنا المقام وجمعناه مع البسط المقابل سوف نحصل على تناسب جديد

وبالمثل اذا ثبتنا البسط وجمعناه مع المقام المقابل نحصل على تناسب جديد $\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$

أمين المحمد ٠٩٦٣٩٣٢٧٩

تطبيقات الخاصة الرابعة

نستخدم هذه الخاصة اذا حوى التناسب مجهولين ووجد علاقة جمع بين هذين المجهولين

تطبيق أول: ليكن لدينا a, b عددان موجبان تماما يحققان $a + b = 15$ و $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ اوجد a و b

---

تطبيق ثاني : اذا كانت A و B زاويتان متتامتان تحققان $\frac{A}{4} = \frac{B}{5}$ اوجد قياس الزاويتان

أمين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩

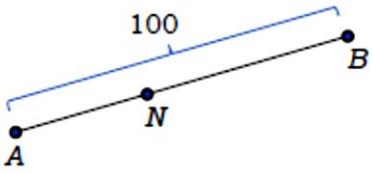
تطبيق ثالث : اذا كان عمر خالد يزيد على عمر محمد بمقدار اربع سنوات وكان نسبة عمريهما $\frac{3}{5}$

احسب عمر كل منهما

تطبيق رابع : طريق طوله $100\ Km$ ينطلق متسابق من بدايته A

ثم يستريح عند نقطة محددة N ثم يكمل المسير الى نقطة B حيث

احسب المسافة AB والمسافة BC $\frac{AN}{2} = \frac{NB}{3}$



امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

الخاصة الخامسة: ليكن لدينا التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ بطرح (١) من الطرفين نجد

$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$ وبتوحيد المقامات والطرح نجد $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

بتالي اذا ثبتنا المقام وطرحناه من البسط المقابل سوف نحصل على تناسب جديد

بالمثل اذا ثبتنا البسط وطرحناه من المقام المقابل نحصل على تناسب جديد $\frac{a}{b-a}=\frac{c}{d-c}$

تطبيق على الخاصة الخامسة: اوجد عددان فرقهما 27 ونسبتهما $\frac{2}{3}$

تطبيق: عددان موجبان x وy الفرق بينهما 3 ونسبتهما $\frac{4900}{6125}$

١ – احسب $GCD(6125,4900)$

٢ – اختزل النسبة $\frac{4900}{6125}$

٣ – اوجد العددان x و y

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

ضع عبارة صح او خطأ

- اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فان $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$
- اذا علمت ان $5.x=6.y$ فان $\frac{5}{6}=\frac{x}{y}$
- اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فان $\frac{a\times c}{b\times d}=\frac{c}{d}$
- اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن $\frac{b}{a}=\frac{c}{d}$

مثال : ABC مثلث فيه $C=110$ و $\frac{A}{B}=\frac{3}{4}$ احسب قياس الزاويتان A و B

مثال : اوجد عددان موجبان فرقهما 28 ونسبتهما $\frac{12}{5}$

أمين أحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

مثال : لدى وداد لعبة مكعبات فيها 30 مكعب ملونة بالاصفر والاحمر ونسبة المكعبات الصفراء الى الحمراء $\frac{3}{2}$ احسب عدد المكعبات الصفراء وعدد الحمراء

امين المحمد ٠٧٧٩٣٠٠٠٠٠

تذكرة :عناصر المثلث القائم

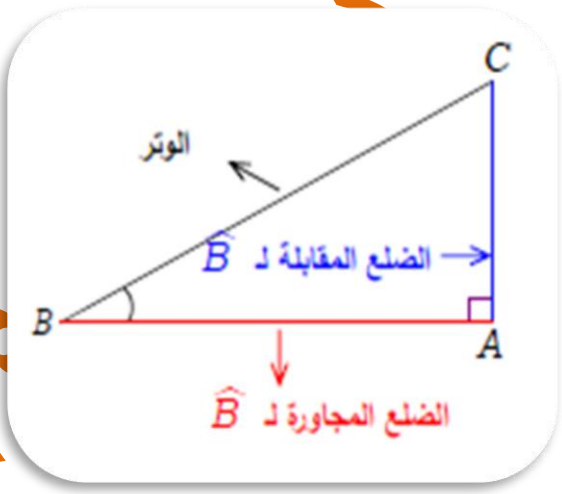
الوتر : هو اطول اضلاع المثلث القائم وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة

الضلعان القائمان: هما AC و AB

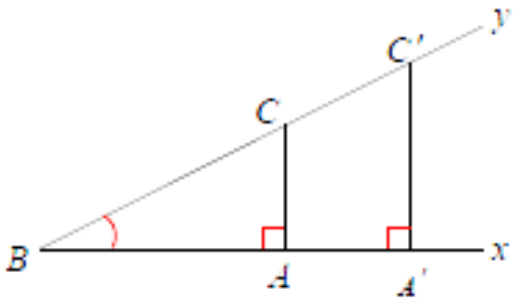
الزاويتان الحادتان: $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$

AC مقابل ل $\widehat{B}$ ومجاور لـ $\widehat{C}$

AB مقابل ل $\widehat{C}$ ومجاور لـ $\widehat{B}$



النسب المثلثية للزاوية الحادة في المثلث القائم sin و Cos و Tan



في الشكل الجانبي : لدينا AC و $A'C'$

متوازيان حسب مبرهنة النسب المتساوية

يكون: $\frac{AC}{BC} = \frac{A'C'}{BC'}$ نسمي النسبة السابقة $sin\,B$

او جيب الزاوية الحادة المشتركة B

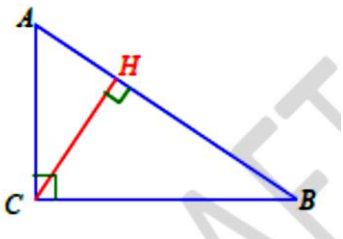
بتالي فان $sinB = \frac{\text{المقابلة}}{\text{الوتر}}$

في الشكل السابق حسب مبرهنة النسب المتساوية يكون: $\frac{BA}{BC} = \frac{BA'}{BC'}$

نسمي النسبة السابقة $cos\,B$ تجب الزاوية الحادة المشتركة B

بتالي فان $cosB = \frac{\text{المجاورة}}{\text{الوتر}}$

بالمثل نجد ظل الزاوية المشتركة B هو $tanB = \frac{\text{المقابلة}}{\text{المجاورة}}$



تامل الشكل المرافق ثم اجب

١ – اكتب عبارة $sinB$ و $CosB$ في المثلث ABC ثم BHC

٢ – عبر بطريقتين عن $TanA$

أمين أحمد ٠٩٤٩٢٩٢٧٧

الفائدة من النسب المثلثية

تفيد في حساب اضلاع مجهولة في مثلث قائم علم منه ضلع

مثال : ABC مثلث قائم في B فيه $BC = 8$ و $\sin A = \frac{4}{5}$

احسب AC ثم AB ثم مساحة المثلث

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

خواص ونتائج

اذا كانت A زاوية حادة في مثلث قائم

١) $0 < \sin A \text{ and } \cos A < 1$

٢) $\tan A > 0$

٣) قد يكون $\tan A = 1$ فيكون المثلث قائم ومتساوي الساقين

٤) قد يكون $\tan A > 1$ وقد يكون $\tan A < 1$

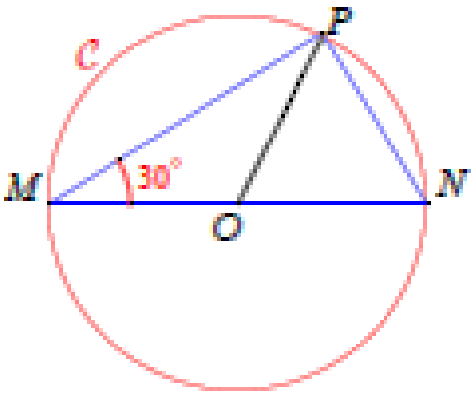
مسالة: في الشكل الجانبي دائرة $C(o,6)$ و P نقطة تحقق $\widehat{PMN} = 30$

١ – ما نوع المثلث MPN واستنتج قياس $\widehat{N}$

٢ – ما نوع المثلث PON واستنتج PN

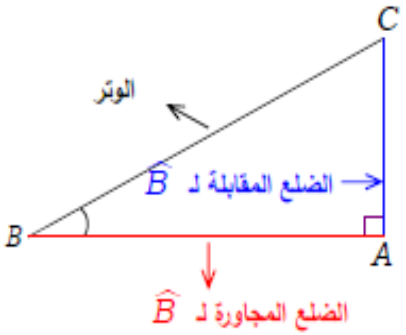
٣ – احسب PM

٤ – احسب مساحة PON و PMN والمساحة المحصورة بين الدائرة والمثلث القائم



أمين أحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

علاقتان مهمتان للنسب المثلثية



العلاقة الاولى

في الشكل الجانبي نلاحظ $BC^2=AC^2+AB^2$

وان $sinB=\frac{AC}{BC}$ و $cosB=\frac{AB}{BC}$ بتالي فإن:

ومنه $sin^2B=\frac{AC^2}{BC^2}$, $cos^2B=\frac{AB^2}{BC^2}$

$$sin^2B+cos^2B=\frac{AC^2}{BC^2}+\frac{AB^2}{BC^2}=\frac{AC^2+AB^2}{BC^2}=\frac{BC^2}{BC^2}=1$$

نستنتج ان $sin^2x+cos^2x=1$

العلاقة الثانية : في الشكل السابق

$sinB=\frac{AC}{BC}$ و $cosB=\frac{AB}{BC}$ بتالي فإن

$$\frac{sinB}{cosB}=\frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}}=\frac{AC}{BC}=tanB$$

بتالي نستنتج: $tanB=\frac{sinB}{cosB}$

نستنتج ان

1) $sin^2x+cos^2x=1$

2) $tanA=\frac{sinA}{cosA}$

أمين أحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تستخدم هاتين العلاقتين لحساب نسبة مثلثية لزاوية حادة في مثلث قائم اذا علمت الاخرى

مثال: ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في B اذا علمت ان $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$ احسب $cosA$ و $tanA$

مثال: ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في B اذا علمت ان $\tan A = \frac{2}{\sqrt{7}}$ احسب $cosA$ و $sinA$

ضع كلمة صح او خطأ

١ - $sin^2x - cos^2x = -1$

٢ - $tan^2 x \times \frac{1}{sin^2 x} + sin^2 x = 1$

٣ - $(sin x + cos x)^2 - 2sinx.cosx = 0$

٤ - اذا علمت ان $tanA = \frac{2}{3}$ فان $cosA = \frac{3}{\sqrt{13}}$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

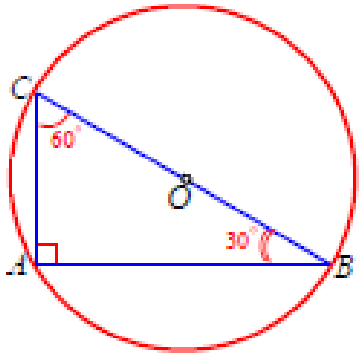
النسب المثلثية للزوايا الشهيرة

النسب المثلثية للزاوية 45

في الشكل الجانبي ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين فيه $AB = AC = x$

احسب CB واستنتج النسب المثلثية ل 45

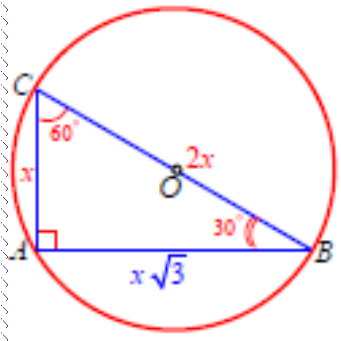
استنتاج النسب المثلثية للزاويتين 60 , 30



ليكن لدينا المثلث القائم ABC المرسوم في دائرة نصف قطرها $r = x$ فيه $\widehat{C} = 60$ و $\widehat{B} = 30$

ما نوع المثلث AOB واحسب AC و AB

أمين المحمد ٠٦٣٢٧٩



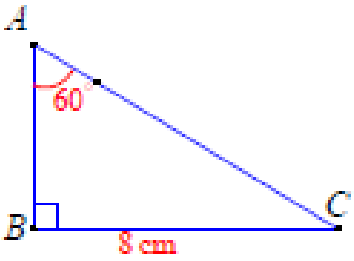
بتالي سيكون لدينا المثلث كما في الشكل

استنتج النسب المثلثية ل الزاويتان $\widehat{C} = 60$ و $\widehat{B} = 30$

نستنتج الجدول التالي

	30	45	60
sin			
cos			
tan			

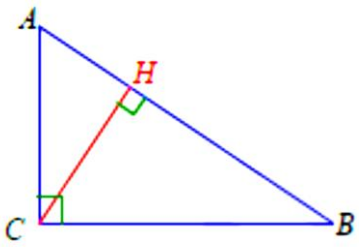
نستفيد من هذه النسب في حساب اضلاع مجهولة في المثلث القائم اذا علم منه ضلع وزاوية شهيرة



تطبيق : لدينا المثلث ABC قائم في B فيه $BC = 8$

$\widehat{A} = 60$ المطلوب: احسب AC و AB

امين المحمد ٠٩٢٢٧٩٢٦٤



مثال : ليكن ABC مثلث قائم في C فيه CH ارتفاع و $AC = 8$ و $\widehat{B} = 30$ المطلوب

١ – احسب طول الضلع CB

٢ – احسب طول الضلع AB

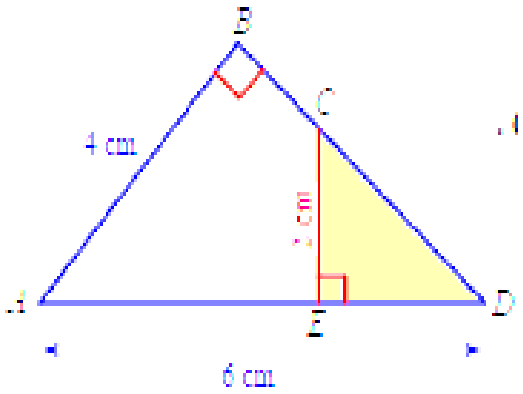
٣ – احسب طول الضلع CH

٤– احسب طول الضلع HB

٥ – احسب طول الضلع AH

٦ – احسب مساحة ABC

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩



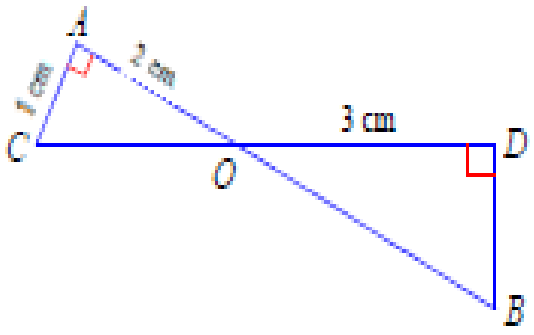
تطبيق: ليكن لدينا ABC مثلث قائم في B فيه $AD = 6$ و $AB = 4$ و $CE = 2$ المطلوب:

١ – احسب BD

٢ – اكتب $sinD$ في المثلثان DCE و ABD

٣ – استنتج قياس CD ثم استنتج BC

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩



تطبيق: في الشكل الجانبي المستقيمان (CD)و (AB) متقاطعان في O و $OD = 3$

$OA = 2$ و $AC = 1$ المطلوب

١ – لماذا الزاويتان AOC و DOB متساويتان

٢ – احسب $\tan DOB$ و $\tan AOC$

٣ – استنتج قياس DB

تمرين : ليكنِ ABC مثلث فيه $AB = 2$ $AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{3}$

اثبت ان المثلث ABC قائم

امين المحمد ٠٩٤٩٢٩٣٢٧٩

اختر الاجابة الصحيحة: في مثلث ABC قائم الزاوية في B

١ – اذا علمت ان $cosA = \frac{1}{3}$ فان $sin\,C$ هو

$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$

٢ – قيمة العبارة التالية $cos^2 A\, tan^2 A + cos^2 A$

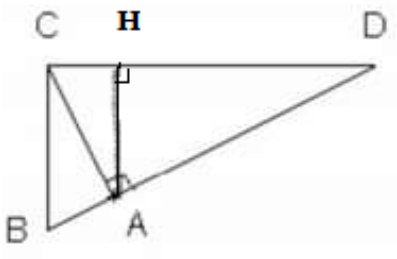
الواحد	ن الواحد	واحد

٣ – اذا علمت ان $sinA = \frac{2}{\sqrt{5}}$ فان $cos\,A$

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$

أمين الصعيدي ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مسالة: في الشكل الجانبي لدينا $AB = 2$ و $AD = 8$ و $BC = 2\sqrt{5}$



١ – احسب AC ثم احسب CD

٢ – اثبت ان BCD قائم

٣ – احسب $\sin D$ في المثلثان ADH و BDC

٤ – استنتج قياس AH

أمين أحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمرين : اذا كان $A + B = 34$ و $\frac{A}{B} = \frac{232}{261}$

١ – اكتب A/B بصيغة كسر مختزل ثم كسر عشري

٢ – اوجد العددان A و B

٣– احسب ناتج $C = \frac{3B-A}{3B+A}$ وبين طبيعته

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمارين داعمة في الوحدتين

اختر الاجابة الصحيحة

١) ناتج المقدار التالي $six^2A+\cos^2 A-1$ هو		
0	1	3
٢) نقطة تلاقي المتوسطات هي		
مركز الثقل	مركز الدائرة المارة بالرؤوس	مركز الدائرة المرسومة داخل
٣) ان قيمة x في التناسب $\frac{x}{3}=\frac{x+1}{2}$		
3	-3	2
٤) اذا كان ABC مثلث قائم في B و $sinA=cos20$ فان A		
20	90	70
٥) اذا كان b مضاعف لـ a فان $GCD(a,b)$ هو		
2	a	b
٦) دائرة نصف قطرها $\frac{2}{\pi}$ فان العدد الدال على محيطها		
صحيح	غير صحيح	غير عادي
٧) ناتج المقدار التالي $A=\sqrt{12+\sqrt{21-\sqrt{25}}}$		
2	3	4
٨) اذا كان العددان a,b اوليان فيما بينهما فان $GCD(a,b)$		
a	0	1
٩) الكسر العشري للعدد 2^{-2} هو		
A) 0.25	B) $\frac{1}{4}$	C) $\frac{25}{100}$
١٠) $Tan\,A=1$ فان A هي		
A) $30°$	B) $45°$	C) $60°$
١١) اذا كان $\sin x=\frac{1}{2}$ فان $Cos\,x$ هو		
A) $\frac{1}{2}$	B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
١٢) اذا كان $sinx=\frac{2}{3}$ و $cosx=\frac{\sqrt{5}}{3}$ فان $Tanx$ هو		

أمين المحمد ٠٩٦٣٩٣٢٧٩

A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$	B) 1	C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
١٣) اذا كان b مضاعف ل a فان $GCD(a,b)$ هو		
A) a	B) b	C) 1
١٤) ان الكسر $\frac{2}{\sqrt{3}}$ يكتب على الشكل		
A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$	B) $\frac{2}{3}$	C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
١٥) قيمة المقدار $\sqrt{12}+\sqrt{3}$ هو		
A) $\sqrt{15}$	B) $3\sqrt{3}$	C) $5\sqrt{3}$
١٦) قيمة المقدار التالي $(2\sqrt{3})^2$		
A) $\sqrt{6}$	B) 6	C) 12
١٧) العدد $A=\frac{\pi}{5}(\frac{3}{2\pi}+\frac{4}{\pi})$ هو		
A) غير عادي	B) عادي غير عشري	C) عادي عشري
١٨) أي الكسور التالية مختزل		
A) $\frac{34}{35}$	B) $\frac{2574}{1272}$	C) $\frac{33}{270}$
١٩) دائرة نصف قطرها $\frac{2}{\pi}$ فان العدد الدال على المساحة		
A) صحيح	B) غير صحيح	C) غير عادي
٢٠) العدد 222π		
A) يقبل القسمة على 3	B) يقبل القسمة على 5	C) لا يقبل القسمة على 3
٢١) القاسم المشترك الاكبر للعددين 420 و 945 هو		
A) 30	B) 5	C) 105
٢٢) العدد 10^3		
A) صحيح	B) غير صحيح	C) غير عادي
٢٣) قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ هو		
A) 2	B) 6	C) $\sqrt{3}$
٢٤) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري		

أمين المعلم ٠٩٦٩٢٧٧٩

0.75 (A	0.3 (B	0.4 (C
٢٥) قيمة العبارة $(sinx+cosx)^2-2sinx.Cosx$		
3 (A	2 (B	1 (C
٢٦) قيمة y في التناسب $\frac{y+1}{2}=\frac{2y}{3}$		
3 (A	2 (B	1 (C
٢٧) اذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم فان		
$0\leq cos\theta\leq 1$ (A	$0<Cos\theta\leq 1$ (B	$0<Cos\theta<1$ (
٢٨) اذا علمت ان $cos3x=sin2x$ فان x		
54 (A	18 (B	36 (C
٢٩) العدد $A=\frac{1}{2}-\frac{21}{2}\times\frac{4}{7}$		
عادي غير عشري (A	عادي عشري (B	عادي صحيح (C
٣٠) $\frac{1}{2}\sqrt{3}(4+2\sqrt{3})$		
$2\sqrt{3}+3$ (A	$-2\sqrt{3}-3$ (B	$2\sqrt{3}-3$ (C
٣١) $Cos(90-A)$		
$\frac{1}{2}$ (A	$sinA$ (B	$cosA$ (C
٣٢) التعبير عن القسمة الاقليدية للعددين 37 و 4 هي		
$37=4\times 8+5$ (A	$37=4\times 9+1$ (B	$37=4\times 10-3$ (C
٣٣) يقبل العدد القسمة على 3 اذا		
كان الاحاد من مضاعفات 3 (A	مجموع ارقامه من مضاعفات 3 (B	جداء ارقامه مضاعف للعدد 3 (C
٣٤) يقبل العدد القسمة على 5 اذا كان		
الاحاد 0 او 5 (A	مجموع ارقامه من مضاعفات 5 (B	ضرب ارقامه من مضاعفات 5 (C
٣٥) اذا كان A و B زاويتان متتامتان فان		
$A+B=90$ (A	$A-B=90$ (B	$A+B=180$ (C
٣٦) تتلاقى ارتفاعات المثلث القائم في		
منتصف الوتر (A	منتصف الضلع القائم (B	الراس القائم (C
٣٧) ان مماس الدائرة يكون		

امين الصغير ٠٥٢٩٢٢٧٩

A) عمودي على أي وتر	B) عمودي على نصف القطر في نقطة التماس	C) غير عمودي على نصف القطر
٣٨) اذا كان المثلث ABC قائم في A فان AC هو		
$BC \times sinC$ (A	$\frac{BC}{CosC}$ (B	$\frac{AB}{TanC}$ (C
٣٩) قيمة x في المقدار $\sqrt{x-\sqrt{115+\sqrt{36}}}=5$		
13 (A	12 (B	5 (C
٤٠) ان العدد $A=\left(\frac{(2\sqrt{3})^2}{2}-1\right)^2$ هو عدد		
A) عادي غير صحيح	B) عادي صحيح	C) غير عادي
٤١) ان $sin^2B-Cos^2(90-B)$ يساوي		
1 (A	0 (B	$TanB$ (C
٤٢) مربع مجموع X مع 5 يكتب		
$(x+5)^2$ (A	X^2+5 (B	$2x+5$ (C
٤٣) ناتج $A=\sqrt{7+\sqrt{8-\sqrt{16}}}$		
4 (A	5 (B	3 (C
٤٤) اذا كان $sin\,A=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{108}}$ فان A هي		
$30°$ (A	$45°$ (B	$60°$ (C
٤٥) $sin^240+cos^240=$		
0 (A	1 (B	2 (C
٤٦) العدد 10^{-3}		
صحيح (A	B) غير صحيح	C) غير عادي
٤٧) الزاوية A تحقق $TanA=1/\sqrt{3}$ هي		
45 (A	30 (B	60 (C
٤٨) $\sqrt{6}\times 2\sqrt{6}$		
12 (A	6 (B	8 (C
٤٩) العدد π ناتج عن قسمة		
A) محيط الدائرة على نصف قطرها	B) مساحة الدائرة على قطرها	C) محيط الدائرة على قطرها

أمين أحمد ٠٩٦٩٣٩٢٧٩

٥٠) ناتج $\sqrt{(2^2+3)^4}$		
A) 40	B) 25	C) 49
٥١) قيمة العبارة التالية $\cos^2 A \tan^2 A + \cos^2 A$		
A) اكبر من الواحد	B) اصغر من الواحد	C) تساوي الواحد

ضع اشارة صح او خطأ

١) اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فان $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$

٢) اذا علمت ان $5.x=6.y$ فان $\frac{5}{6}=\frac{x}{y}$

٣) اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فان $\frac{a\times c}{b\times d}=\frac{c}{d}$

٤) اذا كان التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن $\frac{b}{a}=\frac{c}{d}$

٥) العدد $A=5\pi\times(\frac{15}{8})\times(\frac{16}{25\pi})$ غير صحيح

٦) $tan15=\frac{sin15}{sin75}$

٧) القاسم المشترك للعددين الغير الاوليان a و b هو 1

٨) ان الكسر $\frac{2335}{3425}$ هو كسر مختزل

٩) مقلوب كل عدد عادي غير معدوم هو عدد عادي

١٠) كل عدد عادي هو عدد صحيح

١١) ان $\begin{cases} sinx \\ \cos x \end{cases} > 1$

١٢) $tanx=\frac{\cos x}{\sin x}$

١٣) اذا كان ABC مثلث قائم في B فان الضلع المجاور ل C يكون مقابل ل A

أمين أحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

١٤) اذا كان $tanx = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فان $X = 60°$

١٥) ان $sin^2x - cos^2x = -1$

١٦)اذا كانت A زاوية حادة فان $0 \leq cosA \leq 1$

١٧) مقلوب أي عدد هو عدد اصغر منه

تمرين

اذا كان ABC مثلث قائم في B حيث $cosA = \frac{1}{\sqrt{5}}$ احسب $sinA$ و $tanA$

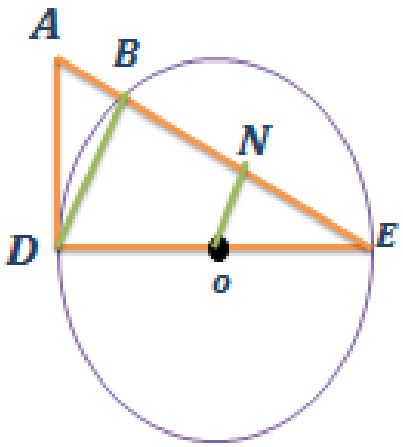
تمرين : ليكن ABC مثلث فيه $AB = x + 1$ و $BC = 4$ و $AC = x + 3$

قيمة x ليكون المثلث قائم في B حيث

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

تمرين : ليكن ABC مثلث فيه $a = 5$ و $b = 3$ و $sinc = \frac{1}{4}$ احسب مساحة المثلث

مسالة :



في الشكل الجانبي دائرة $C(O,5)$ و AD مماس و $AD = 5$ و ON عمودي AE

١ – ما نوع المثلث ADE مع التعليل

٢ – ما نوع المثلث BDE مع التعليل

٣ – احسب AE

٤ – احسب $sinE$ في المثلثان BDE و ADE واستنتج DB

٥ – احسب $cosE$ في المثلثان ADE و BDE و استنتج BE

٦ – استنتج AB

٧ – اثبت ان ON يوازي DB وان N منتصف BE

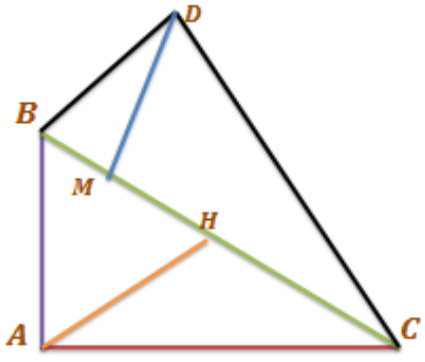
٨ – احسب طول ON ومساحة ADE

٩ – احسب مساحة الدائرة ومساحة المنطقة المظللة

امين الحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

امين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩

مسالة :



في الشكل الجانبي $BD = 5$ و $DC = 5\sqrt{3}$ و $AH = 5$ و $BA = 6$ و $BC = 10$

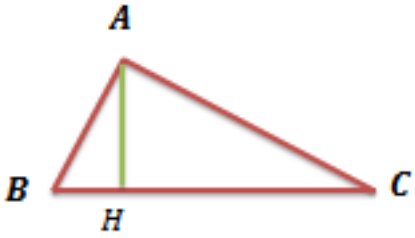
١ – اثبت ان BDC قائم واحسب $Cos(DBC)$

٢ – بفرض H منتصف BC اثبت ان ABC قائم

٣ – اوجد $\cos(DBM)$ واستنتج طول MB

امين المحمد ٠٩٦٣٩٣٢٧٩

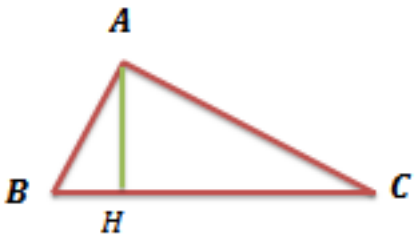
تمرين :في الشكل الجانبي



١) احسب $Cos\ A$ واستنتج A

٢) احسب BC ومساحة ABC

تمرين : في الشكل الجانبي لدينا ABC مثلث قائم في A



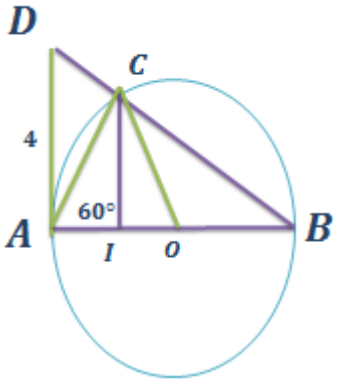
وفيه $AB = 5$ و $AC = 8$ و $BH = 3$ و $AH = 4$

١) اثبت ان AH ارتفاع

٢) احسب BC ومساحة ABC

أمين المحمد ١٣٢٧٩ ٩٤٠

مسالة : لتكن $C(O,3)$ حيث AD مماس و $C\hat{A}B = 60°$ و $AD = 4$



١) نوع المثلث BCA مع التعليل

٢) نوع المثلث BAD مع التعليل

٣) نوع المثلث OCA مع التعليل

٤) استنتج طول AC واحسب BC

٥) احسب طول BD

٦) احسب CD

٧) مساحة OCA وطول CI

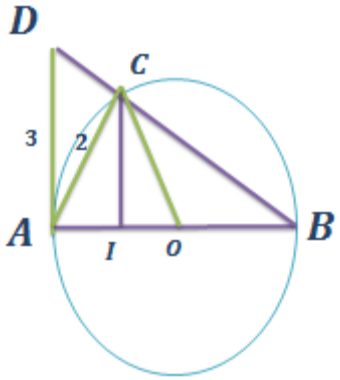
٨) مساحة ABC واستنتج مساحة OCB

٩) مساحة الدائرة ومحيطها

١٠) واثبت توازي CI و AD واحسب مساحة $ADCI$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

امين المحمد ٠٩٦٤٩٣٢٧٩



مسالة : لتكن $C(O,3)$ حيث AD مماس و $CA = 2$ و $AD = 3$

١) نوع المثلث BCA مع التعليل

٢) نوع المثلث BAD مع التعليل

٣) احسب BC

٤) احسب طول BD

٥) احسب CD

٦) مساحة ABC و مساحة الدائرة ومحيطها واستنتج مساحة المنطقة المظللة

أيمن المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

الوحدة الثانية في الجبر القوة والتحليل والنشر

تعريف: ليكن $a \neq 0$ عدد عادي نرمز للمقدار $\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\text{مرة}}$ بـ a^n أي أن $a^3 = a \times a \times a$

مثال : اختر العبارة الصحيحة $2^3 = \begin{cases} 2+2+2=6 \\ 2\times 2\times 2=8 \\ 3\times 2=6 \end{cases}$ واوجد ناتج $\sqrt{5}^3 =$ ــــــــــــ

ونرمز للمقدار التالي $\underbrace{\frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \ldots \times \frac{1}{a}}_{n\text{مرة}}$ بـ a^{-n} اي $a^{-3} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a}$

مثال : العدد $0.25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 2^{-2}$ والعدد $3^{-3} =$ ــــــــــــــــــــــــ

نسمي المقدار a^n قوة للعدد a حيث a الاساس و n الاس

نتيجة مباشرة

١ - مقلوب a^n هو $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

مثال : الشكل العشري للعدد 2^{-3} هو

-8	8	$0,125$

مثال : مقلوب العدد 4^2 هو

مثال : مقلوب العدد $-(5^{-3})$

٢ – نصطلح ان $a^0 = 1$ بالتالي $\pi^0 = 1$ و $0.5^0 =$ و $10^0 =$ و $1^0 =$

٣ – $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ضرب قوة عدد جمع الاسس

الاثبات : $a^n \times a^m = \underbrace{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\text{مرة}} \times \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m\text{مرة}}}_{m+n} = a^{n+m}$

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

$A = 7^3 \times 7^2 \times 7$ $B = 3^{-2} \times 3^{-1}$

$C = 4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3$ $D = 2^5 + 2^5 =$

أمين المحمد ٠٩٦٣٩٩٣٢٧٩

٤ ـ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ قسمة قوة عدد a طرح الاسس

الاثبات : $\frac{a^n}{a^m} = a^n \times \frac{1}{a^m} = a^n \times a^{-m} = a^{n-m}$

مثال : اوجد ناتج المقادير

$\frac{2^6}{2^5} =$ و $\frac{3^{-2}}{3^{-5}} =$ و $\frac{\sqrt{2}^3}{\sqrt{2}^5} =$ و $\frac{\pi^6}{\pi^{-4}} =$

مثال : اوجد ناتج ما يلي

$$A = \frac{a^2 \times b^{-5} \times c^{-1}}{\sqrt{a}^4 \times c^4 \times b^3}$$

٥ ـ $(a^n)^m = a^{n \times m}$ قوة قوة لعدد ضرب الاسس

الاثبات : سوف نثبت هذه الخاصة من اجل $m = 2$ و $n = 3$

$$(a^3)^2 = (a^3) \times (a^3) = a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$$

مثال : اوجد ناتج ما يلي

$A = (\sqrt{a})^6 + 2a^3$ $\quad$ $B = (7^2)^4 =$

٦ ـ يمكن توزيع القوة على الضرب والقسمة اي

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$ و $(a \div b)^n = a^n \div b^n$

مثال : اوجد ناتج $(\sqrt{5x})^2 =$ و $2^5 \times 5^5 =$ و

ملاحظة : لا يمكن توزيع القوة على الجمع والطرح

اي $(a+b)^5 \neq a^5 + b^5$ و $(a-b)^n \neq a^n + b^n$

مثال : اوجد ناتج : $(2+3)^2 =$ واوجد ناتج $2^2 + 3^2 =$

ماذا تستنتج

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : اوجد ناتج بدون الة حاسبة

$$A = \frac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 15^2} =$$

$$B = \frac{3^{-1} \times 5^{-2} \times (2^{-1} \times 3)^{-1}}{3^2 \times 5^{-2} \times 2^2} =$$

مثال : اكتب الاعداد بصيغة قوة عدد واحد

$5^3 \times 2^3 =$	$4^2 \times 2^5 =$	$\frac{2^3}{5^3} =$
$\frac{10^7}{20^7} =$	$\frac{25^3}{5^3} =$	$\frac{2^7}{8^7} =$

مثال : ضع كلمة صح او خطأ امام العبارة

$(x+1)^2 = x^2 + 1$	ليكن $3^n = 27$ فإن قيمة n هي 1
ناتج العبارة $(2\sqrt{5})^2 - 5^2$ هو عدد صحيح	$\sqrt{4x^2} = 4x^2$
$\sqrt{(x^2 \times y^2} = xy^2$	$3\sqrt{(2x^2)^2} = 6x^2$
$\sqrt{(4 + x^2)} = 2 + x$	

اختر الاجابة الصحيحة

نصف العدد 4^8 هو

$A = 2^8$	$A = 2^{15}$	$A = 4^4$

مربع مساحة مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 2 هو

عادي غير صحيح	عادي صحيح	غير عادي

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

3	2	1

اذا كان $a^2+a^2+a^2=27$ بتالي فإن a هي

مثال : اختزل المقدار

$$A=\frac{\sqrt{3^6}\times(3^2)^{-5}\times\sqrt{15\times2}^2}{6^{-1}\times\sqrt{3}^4\times4^2}$$

$$B=\frac{6^4\times2^{-2}\times5^7}{2^{-1}\times15^4}$$

قوة العدد 10

$$10^n\begin{cases}\underbrace{0.0\ldots..0}_{n\text{صفرا}}1: n<0\\ 1\underbrace{000\ldots0}_{n\text{ صفرا}}: n>0\end{cases}$$

مثال : اكتب القيم 10^{-2} و 10^4

مثال: اكتب العددان بصيغة قوة للعدد عشرة 1 و 0.0001 و 1000000

الصيغة المعيارية للعدد : هي كتابته على شكل عدد قسمه الصحيح مؤلف من منزلة واحدة غير معدومة

معلومة : ازاحة الفاصلة لليمين يضيف قوة سالبة وازاحة الفاصلة لليسار يضيف قوة موجبة

مثال : اكتب الاعداد التالية بالصيغة المعيارية $A=573.55$ و $B=8$ و $C=0.00035$ و $D=0,006\times10^{-7}$

نشر عبارة جبرية

تعريف : هو تحويل جداء عبارتين جبريتين من الدرجة الاولى الى عبارة من الدرجة الثانية يمكن التعميم (اي التخلص من الاقواس)

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

طرق النشر :

١- $a(b+c)=ab+ac$

مثال : انشر ثم اختزل العبارتين

$A(x)=-3(6x+5)+2(x-3)+10$

$B(x)=-2(x^2-4x+1)+5(x^2-3)$

٢- $(a+b)(c+d)=ac+ad+dc+bd$

مثال : انشر ثم اختزل العبارتين

$A(x)=(x-2)(6x+5)+2(x-3)$

$B(x)=(2x-3)(x-1)+(x+4)^2$

٣- $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

تسمى مطابقة اولى : مربع الاول + ضعفي الاول في الثاني + مربع الثاني

مثال : انشر ثم اختزل العبارة التالية :

$A(x)=-2(4x+1)^2+5(x^2-3)$

$B(x)=(x+5)^2+(x+3)^2$

٤- $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$

تسمى مطابقة ثانية : مربع الاول - ضعفي الاول في الثاني + مربع الثاني

امين المحمد ٠٩٤٣٩٢٢٧٩

مثال : انشر ثم اختزل العبارة التالية :

$$A(x) = -2(3x-1)^2 - 5(x^2+3)$$

$$B(x) = (2x-5)^2 - (x-3)^2$$

٥ - $(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$

مثال : انشر ثم اختزل العبارة التالية :

$$A(x) = (x-4)(x+4) - 5(x^2-3)$$

$$B(x) = (2x-y)(2x+y)$$

امثلة :انشر العبارات التالية واختزلها :

$$A(x) = (x+5)(-x-2)$$

$$B(x) = -3(x+2)(-x+1)$$

$$C(x) = (\sqrt{x}-1)^2$$

$$D(x) = (2x+5\sqrt{y})^2$$

$$E = (\sqrt{2}+\sqrt{8})^2$$

$$A(x) = (2x+5)(-x-2) + x(-x+3)$$

$$B(x) = -3(x+2) - (-x+1)$$

امين المحمد ٠٩٤٣٥٣٢٧٩

$$C(x) = \left(2\sqrt{x} - 1\right)^2 + 3(x-4) + 5x$$

$$D(y) = \left(2 + 5\sqrt{y}\right)^2 + 2(y-3)(y+3)$$

تحليل العبارة الجبرية :

تعريف : تحليل العبارة الجبرية هو كتابة العبارة التي درجتها اكبر من الواحد على شكل جداء عبارات جبرية من الدرجة الاولى

ملاحظة: ان عملية تحليل العبارة هي معاكسة لعملة النشر وهي مهمة جدا لحل المعادلات الصفرية من الدرجة اكبر من الواحد

طرق تحليل العبارة الجبرية

١- العامل المشترك

نخرج العامل المشترك من جميع حدود العبارة الجبرية الى خارج القوس ثم نقسم جميع الحدود عليه قد يكون العامل المشترك عبارة جبرية من الدرجة الاولى (قوس كامل)

مثال : حلل العبارتان الجبريتان التاليتان

$$A(x) = 3x^2 + x$$

$$B(x) = (x-2)^2 - (x-2)(3x-1)$$

$$C(x) = (3x-1)(5x+1) - (x-2)(3x-1)$$

$$D(x) = 3x^2 - 7x$$

أمين أحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

٢ ـ المطابقات

قد تكون العبارة الجبرية المكونة من ثلاث حدود هي منشور مطابقة اذا كان ضعف جداء جذري حدين مساويا الثالث

مثال : حلل العبارتان الجبريتان التاليتان

$$A(x) = 9x^2 - 6x + 1$$

$$B(y) = (y+2)^2 - 2(y+2) + 1$$

$$A(x) = 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$$

$$D(x) = 16x^2 - 8x + 1$$

٢ ـ التحليل بالمطابقة الثالثة $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

مثال : حلل العبارة الجبرية

$$A(x) = x^2 - 3^2 =$$

$$B(x) = x^2 - 25 =$$

$$D(x) = 16x^2 - 100 =$$

$$B(x) = (x+1)^2 - 16 =$$

$$E(x) = (7x+1)^2 - (2x+5)^2 =$$

$$F(x) = 25 - (x+5)^2 =$$

$$Q(x) = 16x^2 - (2x+5)^2 =$$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

٣- التحليل بخطوتين (التحليل بالتجميع) وبهذه الطريقة نحلل جزء من العبارة ثم نحلل جميع الحدود

مثال : حلل العبارة التالية

$$A(x) = (x-2)(x+3) + x^2 - 4$$

$$B(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3x(x+1)$$

$$C(x) = x^2(x-1) - 9(x-1)$$

قابلية القسمة

١ – يقبل العدد القسمة على 2 اذا كان احاده عدد زوجي

٢ - يقبل العدد القسمة على 3 اذا كان مجموع ارقامه مضاعف ل العدد 3

٣ – يقبل العدد القسمة على 4 اذا كان احاده وعشراته مضاعف للعدد 4 او احاده وعشراته اصفار

٤ - يقبل العدد القسمة على 5 اذا كان احاده صفرا او خمسة

٥ - يقبل العدد القسمة على 6 اذا كان يقبل القسمة على 2 و 3 معا

سؤال : ما هو ثلث العدد 27^{-7}

ملاحظة : اذا كان $a^n = a^m$ فان $m = n$

مثال : اوجد قيمة العدد x المحقق للعلاقة $2^{3x+1} = 4^5$

امين المحلاوي ٠٩٤٩٢٣٩٢٧

اختر الاجابة الصحيحة

١ – ربع العدد 4^{12} هو		
$A)\ 4^3$	$B)\ 1^{12}$	$C)\ 4^{11}$
٢ – العدد $0,0003$		
$A)\ 3\times10^3$	$B)\ 3\times10^{-4}$	$C)\ 3\times10^4$
٣ – الصيغة المعيارية (القياسية) للعدد 0.032 هي		
$A)\ 3.2\times10^{-2}$	$B)\ 3.2\times10^2$	$C)\ 0.32\times10^{-1}$
٤ – الكسر العشري للعدد 2^{-2} هو		
$A)\ 0.25$	$B)\ \frac{1}{4}$	$C)\ \frac{25}{100}$
٥ – ناتج العبارة $2\times3^4+9^2$ هو		
$A)\ 3^7$	$B)\ 3^6$	$C)\ 3^5$
٦ – نصف ثلث الربع هو		
$A)\ 24$	$B)\ \frac{2^{-3}}{3}$	$C)\ \frac{3}{2^{-3}}$
٧ – منشور المقدار $(2x+1)^2$ هو		
$A)\ 4x^2+1$	$B)\ 4x^2+4x+1$	$C)\ 4x^2-4x+1$
٨ – قيمة المقدار $\frac{2^8\times3^2\times5^7}{2^4\times3^2\times5^8}$ هو		
$A)\ \frac{24}{5}$	$B)\ \frac{32}{5}$	$C)\ \frac{16}{5}$
٩ – ثلاث ارباع العدد $\frac{2^3}{9^2}$ هو		
$A)\ \frac{2}{3^3}$	$B)\ \frac{2}{26}$	$C)\ \frac{1}{2}$
١٠ – ناتج المقدار التالي $A=\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2$		
$A)\ 10$	$B)\ 18$	$C)\ 5$
١١ – ناتج العدد $(3)^{(2)^0}$ هو		
$A)\ 9$	$B)\ 3$	$C)\ 1$
١٢ – ربع العدد 2^{17} هو		
$A)\ 2^{15}$	$B)\ 2^{14}$	$C)\ 2^{16}$
١٣ – ان $\frac{a^6\times b^{-3}\times c^1}{a^2\times b^3\times c^{-2}}$ هو		
$A)\ a^3\times b^4\times c^2$	$B)\ a^4\times b^{-6}\times c^3$	$C)\ a^4\times b^6\times c^3$

امين الحمد ٠٧٩٣٩٣٢٧٩٠

١٤ – اذا كان $2^n = 8^4$ فان n هو		
A) 4	B) 8	C) 12
١٥ – عند تحليل العبارة $(x+3)^2 - 36$ فان احد المضاريب		
A) $(x+3)$	B) $(x-3)$	C) x
١٦ – تحليل العبارة $(x+3)^2 - 5x - 15$ هو		
A) $(x+3)(x-2)$	B) $(x-3)(x+2)$	C) $(x+3)(x-1)$
١٧ – $(a^n)^m$ هو		
A) a^{m+n}	B) $a^{m\times n}$	C) a^{m-n}
١٨ – المقدار $\frac{a^3}{5\sqrt{5}}$ هو		
A) $\left(\frac{a}{3\sqrt{5}}\right)^3$	B) $\left(\frac{a}{5}\right)^3$	C) $\left(\frac{a}{\sqrt{5}}\right)^3$
١٩ – $\left(\left(\sqrt{3}\right)^3\right)^2$ هو		
A) 36	B) 3^3	C) 3^5
٢٠ – اذا $5^n = 1$ فان n هي		
A) 0	B) 1	C) 5
٢١ – اذا كان $7^n = 7$ فان n هي		
A) 7	B) 1	C) 0
٢٢ – $\left(\sqrt{2}\right)^3 . (\sqrt{2})^5$ هي		
A) 2^3	B) 2^4	C) 2^5
٢٣ – ان $5a^{-1}b^2$ هو		
A) $\frac{b^2}{5a}$	B) $-\frac{5b^2}{a}$	C) $\frac{5b^2}{a}$
٢٤ – ثلاث امثال 9^2 هو		
A) 3^5	B) 27^2	C) 3^4
٢٥ – نصف العدد $\sqrt{36}$ هو		
A) 2	B) 3	C) $\sqrt{18}$
٢٦ – نظير العدد x^{-1}		
A) x	B) $-x^{-1}$	C) $-x$
٢٧ – سعر كرة 2000 ل.س نقص من سعرها 10% فاصبح السعر		
A) 1600 ل.س	B) 1980 ل.س	C) 1800 ل.س

امين الصعيدي ٠٩٦٩٣٩٣٢٧٩

٢٨ – ربع العدد $(8^{-2})^{-3}$ هو		
4^6 (A	2^6 (B	2^{16} (C
٢٩ – قيمة المقدار $2^{2^{2^0}} + 2^{2^0} + 2^0 =$		
3 (A	7 (B	5 (C
٣٠ – ثلاث امثال $\sqrt{12}$ هو		
$6\sqrt{2}$ (A	$6\sqrt{3}$ (B	$3\sqrt{3}$ (C
٣١ – ناتج $2^3 - 2^2$ هو		
2^6 (A	2 (B	4 (C
٣٢ – اذا كان $A = \frac{2^3 \times 3}{8 \times 3^{-2}}$ و $B = 18$ فان		
$A = B$ (A	$A > B$ (B	$A < B$ (C

ضع عبارة صح او خطا

١) العدد الوحيد الذي مربعه يساوي ضعفه هو 2

٢) الشكل العشري للعدد 2^{-3} هو $0,125$

٣) ناتج ما يلي $A = (\sqrt{a})^6 + 2a^3$ هو $3a^6$

٤) ليكن $3^n = 27$ فإن قيمة n هي 1

٥) $a^2 + a^2 + a^2 = 27$ بتالي فإن a هي 3

٦) العدد $\frac{15^3 \times 8}{10^3 \times 27}$ عدد اولي

٧) العدد $\left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$ هو عدد اولي

٨) ناتج $2^4 + 2^4$ هو 2^5

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمرين : ليكن لدينا $E = (x+5)^2 - 2x - 10$ و $f = x^2 + 8x + 15$

١-حلل عبارة E

٢- انشر عبارة E واثبت ان $F = E$

٣-احسب E من اجل $x = 0$ و $x = 1$

مسالة : لتكن لدينا $f(x) = 9x^2 - 64 - (3x - 8)(x + 2)$

١-انشر عبارة f ثم اختزلها

٢-حلل العبارة السابقة

٣-اوجد القيمة من اجل $x = 1$

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٢٧٩

تمرين : لتكن العبارة $K = (2x+1)^2 + (x-5)(2x+1)$

١ - انشر واختزل K

٢ – حلل عبارة K

تمرين : ليكن لدينا المثلث ABC حيث

$AB = \frac{15^3 \times 9^3 \times 8^3}{3^6 \times 10^3 \times 12^2}$ و $BC = GCD(136, 32)$ و $AC = \frac{\sqrt{125} \times 2\sqrt{2} + \sqrt{40}}{\sqrt{50} - \sqrt{8}}$

١- اكتب الاطوال بأبسط شكل

٢- اثبت ان المثلث قائم

امين المحمد ٠٩٦٤٩٣٢٧٩

تمرين : لتكن لدينا العبارة $E = 5(3x - 7) + (3x - 7)^2$

١-انشر العبارة E ثم اوجد قيمتها العددية لاجل $x = 3$

٢-حلل E

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٣٢٧٩

حلل بالطريقة المناسبة

$x^2 - 8x + 16$	$(x+4)^2 - 1$	$(3x-5)^2 - 2(3x-5)$
$15x^2 - 5x$	$(x+1)^2 - (3x+1)^2$	$4x^2 - 12xz + 9z^2$
$x^3 - x$	$(2x+5)^2 - (x-4)^2$	$(t+3)^2 + 8(t+3) + 16$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

انشر العبارات

$A(x) = (x+5)(-x-2)$	$B(x) = -3(x+2)(-x+1)$
$C(x) = \left(2x + 5\sqrt{y}\right)^2$	$D(x) = \left(\sqrt{x} - 1\right)^2$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمرين : لتكن لدينا العبارة $A(x) = (x^2 - 4) + (x - 2)(x + 3)$

١- انشر ثم اختزل $A(x)$

٢- حلل عبارة $A(x)$ الى عوامل اولية

٣- لتكن $B(x) = x(2x - 1) + 2(x - 5)$ اثبت ان $A(x) = B(x)$

امين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩

تمرين : بين فيما اذا كان العدد صحيح

$$G = \frac{0.003 \times 10^{-2} \times 8^3}{60 \times 10^{-5} \times (10^0)^9}$$

تمرين : اختزل كل من A و B

$$A = \frac{16 \times 10^{-2} \times 12}{(10^3)^2 \times 48 \times 10^{-8}}$$

$$B = \frac{7^8 \times 25^2 \times 10^3}{2^2 \times 35^7}$$

$$C = \frac{16^2 \times 15^7 \times \sqrt{5}^4}{(3 \times 5)^{-1} \times (3^{-2})^4}$$

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٣٢١٧٩

تمرين : ليكن $ABCD$ مستطيل فيه $AB = \sqrt{5} + 3\sqrt{20}$ و $BC = \sqrt{80} + \sqrt{45}$

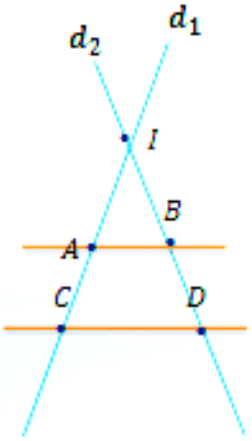
اثبت انه مربع واحسب المحيط واكتبه على الشكل $a\sqrt{5}$

تمرين : اوجد العددان $A = \frac{16\times10^{-1}\times2}{(10^3)^2\times10^{-8}\times80}$ $B = \frac{-2\times10^{-3}\times25\times(10^2)^2}{50\times10^5\times(-0.1)\times10^{-3}}$

امين المحمد ٠٩٦٩٢٩٢٢٧٩

الوحدة الثانية في الهندسة

مبرهنة النسب الثلاثة



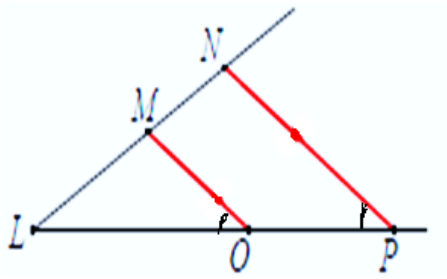
اذا كان d_1 و d_2 مستقيمان متقاطعان في I وكان A و C نقطتان من d_1 و B و D نقطتان من d_2 حيث AB يوازي CD

فان الاضلاع المتقابلة اطوالها متناسبة اي $\frac{IA}{IC}=\frac{IB}{ID}=\frac{AB}{CD}$

الفائدة من المبرهنة:

حساب اضلاع مجهولة

مثال : في الشكل الجانبي علل توازي MO و NP وعين النسبة الصحيحة

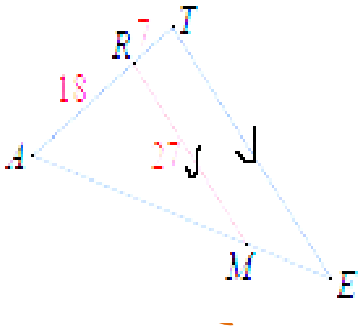


١ - $\frac{LM}{MN}=\frac{LO}{Op}=\frac{OM}{PN}$

٢ - $\frac{LM}{Lo}=\frac{LN}{LP}=\frac{OM}{PN}$

٣ - $\frac{LM}{LN}=\frac{LO}{LP}=\frac{OM}{PN}$

٤ - $\frac{LM}{LN}=\frac{LO}{OP}=\frac{OM}{PN}$



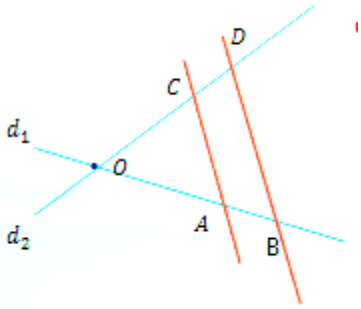
تطبيق : في الشكل الجانبي ATE مثلث فيه RM يوازي TE

و $AR=18$ $RT=7$ و $RM=27$ والمطلوب احسب TE

الحل :

امين المحمد ٠٩٣٢٧٩

حالات مبرهنة النسب الثلاثة

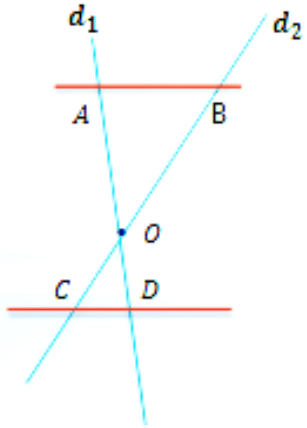


الحالة الاولى :ان يكون المستقيمان المتوازيان بنفس الجهة من نقطة التقاطع

المثلث الاول	O	A	C
المثلث الثاني	O	B	D

بالتالي نجد النسب الثلاثة التالية

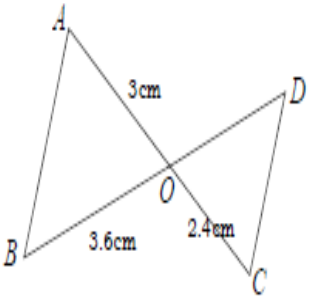
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD}$$



الحالة الثانية :ان يكون المستقيمان المتوازيان مختلفين في الجهة من نقطة التقاطع

المثلث الاول	A	O	B
المثلث الثاني	D	O	C

بتالي نجد النسب الثلاثة التالية $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$

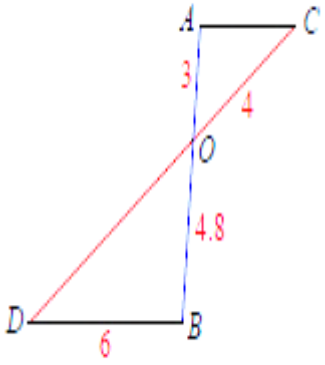


تطبيق : في الشكل الجانبي (AC) و (BD) متقاطعين في O

و $AB \,//\, DC$ و $AO = 3$ و $OC = 2.4$ و $BO = 3.6$

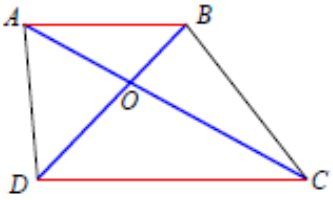
احسب OD

بن المحمد ٠٦٩٣٢٧



تطبيق : في الشكل الجانبي (AB) و (CD) متقاطعين في O و $AC // DB$ المطلوب احسب OD و AC

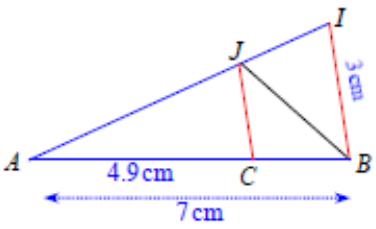
تطبيق : $ABCD$ شبه منحرف ، قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ والقطران متقاطعان في O حيث $OA = 3$ و $OC = 5$ و $OB = 2$ و $AB = 4$



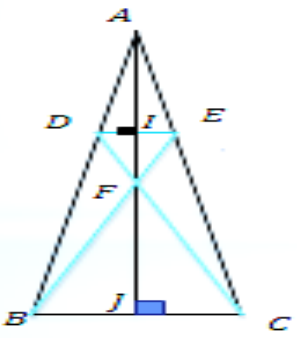
١- سم مثلثان تشملهما النسب الثلاثة

٢ - احسب $[OD]$ و $[CD]$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩



تطبيق : في الشكل (JI) و (CB) متقاطعين في A و $JC \,//\, IB$ اثبت ان $\widehat{CJB} = \widehat{CBJ}$.

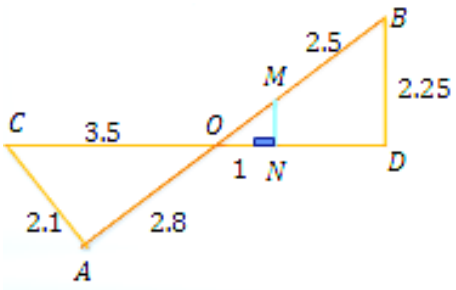


تطبيق : في الشكل ABC مثلث فيه AJ ارتفاع و $DE \perp AJ$ و $BF = x + 1$ و $FE = x$ و $AD = 1$ و $BD = 2$

١ - اثبت ان $DE \,//\, BC$ واكتب النسب الثلاثة للمثلثين ADE و ABC

٢ - اكتب النسب الثلاثة في شبه المنحرف $BCED$ واستنتج قيمة x

امين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٧٩



مسألة : في الشكل (CD) و (AB) متقاطعين في O و

لدينا $[ND] = Z$ و$[MN] = y$ و$[OM] = x$

المطلوب :

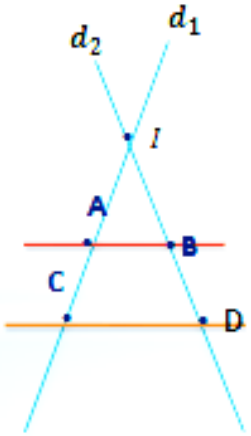
١ - اثبت ACO قائم في A وعلل $\widehat{AOC} = \widehat{MON}$

٢ - اكتب $Cos\widehat{MON}$ و$Cos\widehat{AOC}$ واثبت ان $\frac{1}{x} = \frac{4}{5}$ واحسب x وما طبيعته

٣ - من اجل $MN \,//\, BD$ اكتب النسب الثلاثة في المثلث BOD واحسب z و y

٤ - اثبت ان الرؤوس A, B, C, D تقع على نفس الدائرة وعين المركز

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩



مبرهنة عكس النسب الثلاثة

اذا كان d_1 و d_2 مستقيمان متقاطعان في I

وكان A و C نقطتان من d_1 و B و D نقطتان من d_2

وبنفس الترتيب

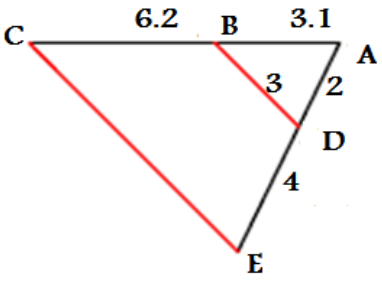
وكان $\frac{IA}{IC} = k$ و $\frac{IB}{ID} = k'$

. اذا كان $k = k'$ فان AB يوازي CD

. اذا كان $k \neq k'$ فان AB لا يوازي CD

الفائدة : اثبات توازي مستقيمان

مثال : دورة ٢٠٢٠



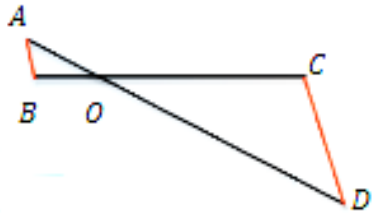
في الشكل الجانبي تأمل الاطوال واجب

١ ــ احسب النسبتين $\frac{AB}{AC}$ و $\frac{AD}{AE}$ واكتبها على شكل كسر مختزل واستنتج ان $BD \,//\, CE$

٢ ــ اكتب النسب الثلاثة المتساوية في المثلثان BAD و CAE واحسب CE

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٢٢٧٩

مثال : دورة ٢٠١٩

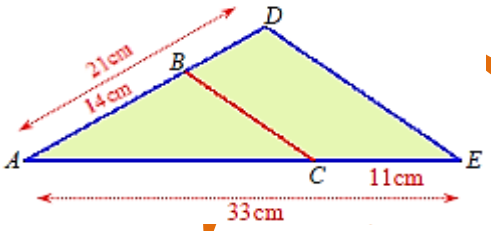


المستقيمان (AD) و (BC)متقاطعان في O ونعلم ان

$OA = 3$ و $DO = 9$ و $OB = 2.4$ و $OC = 7$

ادرس الوضع النسبي لـ AB و CD

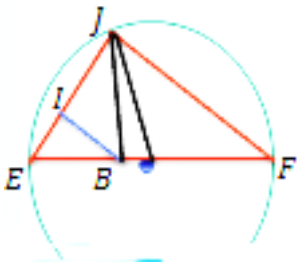
مثال : في الشكل الجانبي تأمل الاطوال واثبت ان $BC \,//\, DE$



الحل :

أمين المحمد ٠٩٦٣٢٧٩

مسالة : في الشكل $C(O,5)$ و $JF=8$ و $EI=2$ و $EB=\frac{10}{3}$



١- ما نوع المثلث EFJ ثم احسب EJ

٢ – اثبت ان BI يوازي JF مع التعليل

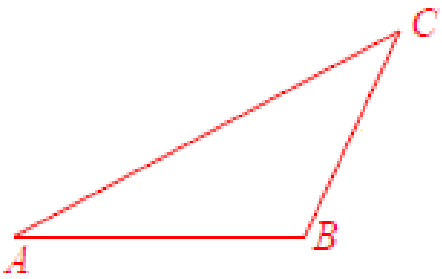
٣ – عبر عن $Sin\ E$ في المثلثان EIB و EJF واستنتج IB

٤ – احسب اطوال $\overset{\Delta}{JBO}$ وما طبيعة العدد الدال على محيطه

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

التشابه

تعريف : نقول عن مضلعان لهما نفس عدد الاضلاع انهما متشابهان اذا تساوت قياس الزوايا المتقابلة وتناسبت اطوال الاضلاع المتقابلة

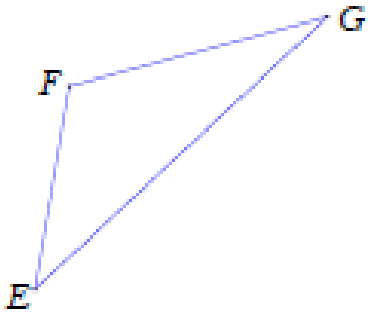


اي في الشكل الجانبي نقول ان المثلثين متشابهان اذا وفقط اذا

$$\frac{AC}{EG}=k \text{ و } \frac{AB}{FG}=k \text{ و } \frac{BC}{FE}=k$$

هنا نميز ثلاث حالات

١) $k<1$ فان ABC تصغير لـ EFG

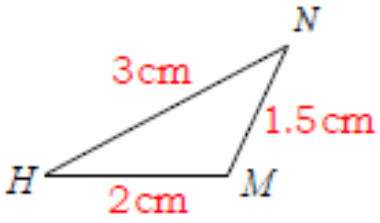


٢) $k=1$ فان ABC مطابق لـ EFG

٣) $k>1$ فان ABC تكبير لـ EFG

ملاحظة : ان $k>0$ دوما

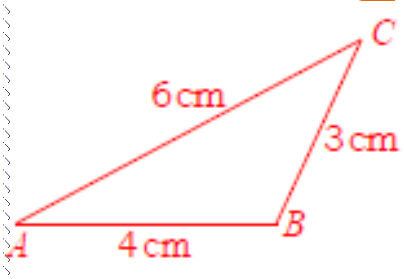
مثال : في الشكل الجانبي ادرس تشابه المثلثان HMN و ABC



الحل : نقسم الاضلاع المتقابلة

$$\frac{HN}{AC}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \text{ و } \frac{HM}{AB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \text{ و } \frac{MN}{BC}=\frac{1.5}{3}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$$

بتالي ان $\frac{HN}{AC}=\frac{HM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$



اي ان HMN تصغير ل ABC بنسبة $K=\frac{1}{2}$

خواص تشابه مثلثان

خاصة ١ : ان التشابه يحافظ على قياس الزوايا

خاصة ٢ : ان التشابه يضرب الاطوال والمحيطات بـ k

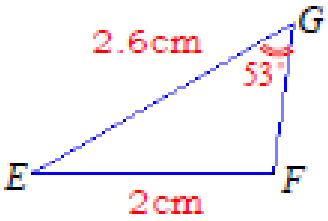
أمين أحمد ٠٦٩٢٧٩

مثال : ليكن ABC تكبير لـ EFG بنسبة 1.5 و ان $\widehat{EFG} = \widehat{ABC}$

١) استنتج قياس الزاويتان $\widehat{C}$ و $\widehat{E}$

٢) احسب اطوال الاضلاع AB و AC

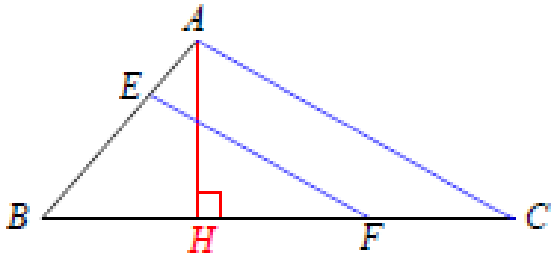
٣) اذا علمت ان محيط ABC هو 8 استنتج محيط EFG وما طبيعة العدد



أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

خاصة ٣: ان التشابه يضرب مساحات الاشكال المتشابهة بـ k^2

خاصة ٤: ان التشابه يضرب حجوم الاشكال المتشابهة بـ k^3



مثال : ABC مثلث فيه $EF \,//\, AC$ و AH ارتفاع

ولدينا $BF = 2.8$ و $BC = 4$ و $AH = 1.5$

١) اثبت ان BFE تصغير لـ ABC

٢) احسب مساحة ABC واستنتج مساحة BEF

أمين المحمد ٠٩٦٩٢٩٣٢٧٩

تطبيقات

اختر الاجابة الصحيحة

١ – كرة حجمها $2\pi\ cm^3$ تصغير لكرة حجمها $16\pi\ cm^3$ فان نسبة التصغير

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

٢ – مثلثان متشابهان مساحة الاول ربع مساحة الثاني فان نسبة التصغير

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

٣ - اسطوانة A ارتفاعها $8\ cm$ واخرى B ارتفاعها $4\ cm$ بتالي حجم A يساوي

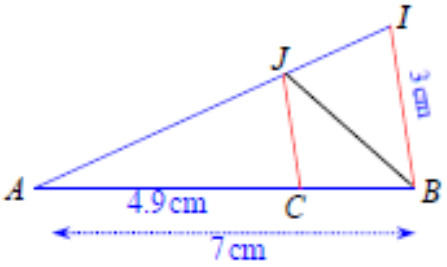
مثلي حجم B	اربعة امثال حجم B	ثمانية امثال حجم B

٤ – اذا ضربنا اطوال اضلاع مثلث بالعدد 3 فان قياس الزوايا

تضرب بـ 3	تضرب بـ 9	لا تتغير

٠٩٤٩٣٩

مسالة



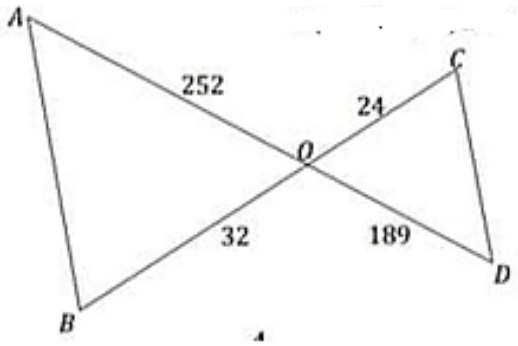
ليكن ABI مثلث فيه $JC \,//\, IB$ و $AB = 7$ و $AC = 4.9$ و $IB = 3$ والمطلوب

١) اثبت ان المثلث JCB متساوي الساقين

٢) اثبت ان JOC تصغير لـ IOB واستنتج نسبة التصغير

٣) اذا علمت ان مساحة $JOC = 4.9$ استنتج مساحة IOB

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩



تمرين: تأمل الشكل المرسوم جانبا

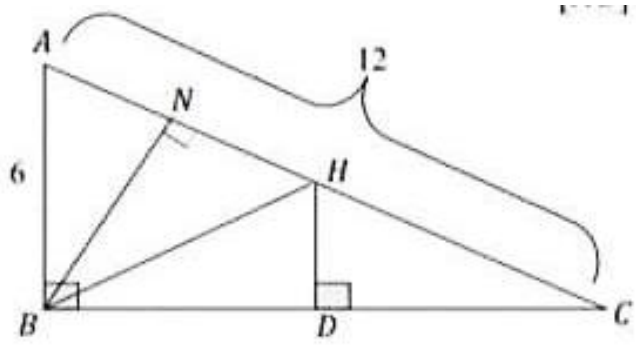
١) اوجد $GCD(252, 189)$

٢) اوجد الكسر المختزل للكسر $\frac{189}{252}$

٣) اثبت ان $AB//CD$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

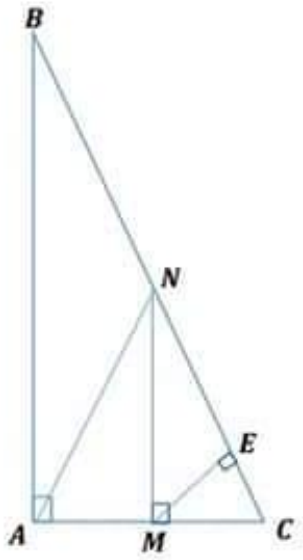
مسالة :



في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في B
فيه $BN \perp AC$ و H منتصف $[AC]$
و$BC \perp DH$ و $AC = 12$ و $AB = 6$

١) استنتج قياس الزاوية A
٢) احسب طول BC
٣) احسب طول BH وطول BN
٤) استنتج قياس $\widehat{NBH}$
٥) اثبت ان HDC و ABC متشابهان واكتب نسبة التصغير
٦) احسب مساحة المثلث ABC واستنتج مساحة HDC

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩



مسالة : في الشكل جانبا ABC مثلث قائم في A وفيه $AC = NC = 2\sqrt{3}$ و M منتصف $[AC]$ و $NM \perp AC$ و $ME \perp NC$

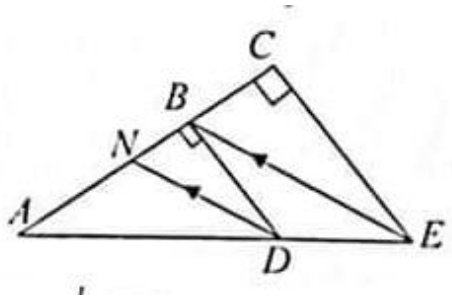
١) برهن تشابه المثلثان NMC و ABC

٢) احسب كلا من BC و AB و AN

٣) ماذا نوع المثلث ANC واستنتج قياس $\widehat{B}$

٤) احسب $\sin C$ ثم استنتج ME

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩



مسألة : في الشكل الجانبي ACE مثلث فيه $C = 90°$ و $DN//EB$ و $BD \perp AC$

١) اكتب النسب الثلاثة في المثلثين AEB و ADN

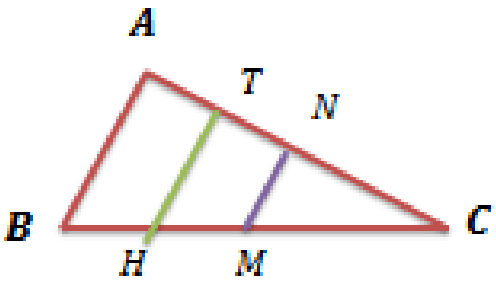
٢)اكتب النسب الثلاثة في المثلثين AEC و ADB

٣) قارن بين النسبتين $\frac{AN}{AB}$ و $\frac{AB}{AC}$ واستنتج ان $AB^2 = AN.AC$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مسالة: في الشكل الجانبي ABC مثلث فيه $BC = 10$ و $AB = 6$ و $AC = 8$

و AH ارتفاع و $HT \perp AC$ و $MN \perp AC$



١) اثبت ان المثلث قائم الزاوية وعين الزاوية

٢) احسب AH ارتفاع ABC

٣) احسب HC و BH

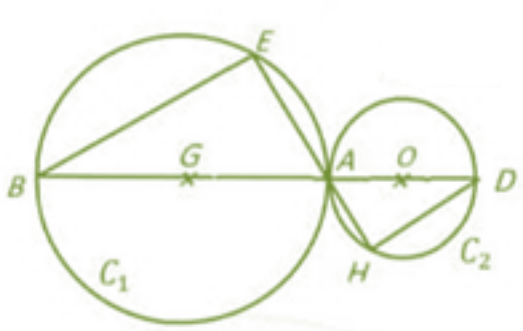
٤) احسب HT في المثلث AHC

٥) احسب TC و AT

٦) اثبت ان M منتصف BC و N منتصف AC احسب محيط ABC ثم محيط ومساحة MNC بالاعتماد على التشابه

أمين أحمد ٠٩٦٩٢٩٢٧٩

امين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩



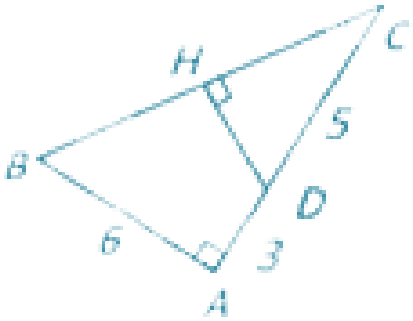
تمرين : في الشكل المجاور الدائرة C_1 مركزها G ونصف قطرها $AB = 10cm$ و الدائرة C_2 قطرها $AD = 5cm$ ومركزها o و $AH = 3$ المطلوب

١) اثبت ان $BE//HD$

٢) احسب طول AE

٣) بفرض مساحة EAB هي $24cm^2$ احسب مساحة ADH

أمين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩



مسالة : في الشكل الجانبي ABC مثلث قائم في A فيه

$AB = 6$ و $AD = 3$ و $DC = 5$

١) اثبت ان $BC = 10$

٢) احسب $\sin C$ واستنتج طول DH

٣) احسب طول CH

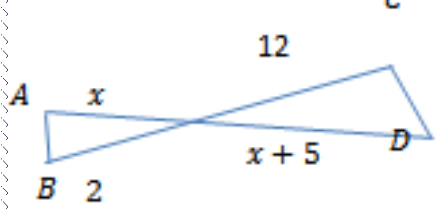
٤) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين DH و AB

٥) اثبت ان المثلث CDH تصغير للمثلث ACB وعين معامل التصغير

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٢٧٩

تمرين : اقترح مهندس معماري بناء صومعة بحجم $900m^3$ فصمم نموذجا مصغرا بمقياس $\frac{1}{20}$ احسب حجم النموذج المصغر

مسالة: في الشكل الجانبي لدينا AD و BC متقاطعان في O و $AB//DC$



١) احسب قيمة x

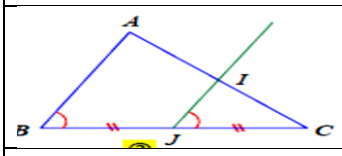
٢) اثبت ان المثلثان AOB و DOC متشابهان

٣) اذا علمت ان محيط AOB هو 15 احسب محيط DOC

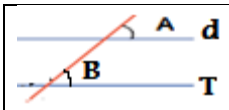
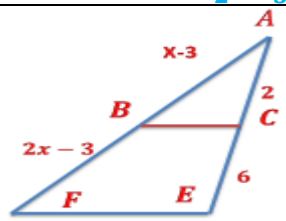
٤) اذا علمت ان مساحة $DOC = 100$ احسب مساحة AOB

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

اختر الاجابة الصحيحة

١ – اذا ضربنا اضلاع مسدس بالعدد 3 فان مساحة المسدس الجديد		
A) ثلاث اضعاف الاول	B) ستة اضعاف الاول	C) تسعة اضعاف الاول
٢ – المستقيمان HG و FK متقاطعان في O و $FG//HK$ بالتالي		
A) $\frac{OF}{OK}=\frac{OH}{OG}$	B) $\frac{OF}{OK}=\frac{FG}{OG}$	C) $\frac{OF}{OK}=\frac{FG}{HK}$
٣ – يؤول التشابه الى تصغير اذا كانت نسبة التشابه		
A) $K<1$	B) $K>1$	C) $K=1$
٤ – مثلثين متشابهين بنسبة k فان نسبة محيطي المثلثين		
A) k	B) k^2	C) k^3
٥ – في الشكل الجانبي		
A) $\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AE}=\frac{ED}{BC}$	B) $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{ED}{BC}$	C) $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{ED}{BC}$
٦ – مربعان متشابهان مساحة الاول 0.3 ومساحة الثاني 1.2 فان نسبة التكبير		
A) 4	B) 2	C) 0.5
٧ – F هرم حجمه $V=216$ و f هرم مصغر حجمه $v=27$ فان نسبة التصغير		
A) $\frac{1}{8}$	B) $\frac{1}{4}$	C) $\frac{1}{2}$
٨ – للمثلث متساوي الاضلاع		
A) ثلاث محاور تناظر	B) محور تناظر	C) مركز تناظر
٩ – مجسمين متشابهان حجميهما $v_1=30cm^3$ و $v^2=240cm^3$ فان نسبة التصغير		
A) $k=\frac{1}{8}$	B) $k=\frac{1}{4}$	C) $k=\frac{1}{2}$
١٠ – مكعب حجمه $27cm^3$ صمم مكعب مكبرا له حجمه $125cm^3$ معامل التكبير		
A) $\frac{3}{5}$	B) $\frac{5}{3}$	C) $\frac{125}{27}$
١١ – مربع طول قطره 8 فان مساحته		
A) $32cm^2$	B) $4cm^2$	C) $64cm^2$
١٢ – في الشكل IJ يوازي AB السبب 		
A) التناظر	B) التبادل الداخلي	C) التجاور

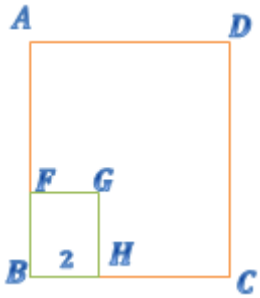
ابن المحمودية

١٣ – المستقيمان d و T في الشكل متوازيان لان $A = B$ وهما 		
A) متبادلتان داخلا	B) متبادلتان خارجا	C) متناظرتان
١٤ – اذا كان F_1 و F_2 شكلين متشابهان وكان $\frac{P_{F_1}}{P_{F_2}} = k$ فان $\frac{S_{F_1}}{S_{F_2}}$		
k (A	k^2 (B	k^3 (C
١٥ – اذا كان F_1 تصغير F_2 بنسبة $\frac{1}{2}$ و F_2 تصغير لـ F_3 بنسبة $\frac{1}{3}$ فان نسبة التشابه بين F_1 و F_3 هي		
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ (A	$\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{2}$ (B	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ (C
١٦ – قيمة x في الشكل 		
6 (A	8 (B	2 (C
١٧ – المثلثان ABC و AEF متشابهان بنسبة تصغير في الشكل السابق		
$\frac{2}{6}$ (A	$\frac{1}{4}$ (B	$\frac{2}{4}$ (C

صح او خطأ

١ – اذا كان F_2 ناتج عن ضرب اضلاع F_1 بالعدد 2 فان النسبة $\frac{V_{F_1}}{V_{F_2}}$ هو 0.5

٢– في الشكل لدينا $BHGF$ تصغير ل $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$



١– طول الضلع $AB = 6$

٢ – نسبة مساحتي المربع الصغير الى الكبير هي $\frac{1}{3}$

٣ – نسبة محيط المضلع الصغير الى الكبير $\frac{1}{3}$

أمين المحمدي ٠٦٣٢٧٧٠٠٠

الوحدة الثالثة في الجبر: حل المعادلات والمتراجحات

اولا : معادلات الدرجة الاولى وبمجهول واحد

تمهيد:

الحد الجبري والاختزال

الحدود الجبرية : هي المقادير التي تحوي احرف مثل $3x$ او $2z$ نسمي x و z المتغيرات و 2 و 3 الامثال

العبارة الجبرية : هي عمليات على الحدود الجبرية ودرجة العبارة هي اكبر قوة للمجهول مثل $2z^2 - 3z$ عبارة جبرية من الدرجة الثانية

الاختزال : هو جمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثال : اختزل العبارة التالية

$$A(x) = 3x^3 - 5x^2 - x^3 + x^2 - x$$

تعريف :المعادلة وحل المعادلة

المعادلة : هي مساواة بين عبارتين جبريتين

مثل : $2z^2 + 3z = 2(-z + 3)$ معادلة من الدرجة الثانية بمجهول

مثال : $x + 5 = 4(-3x + 2)$ معادلة من الدرجة الاولى بمجهول

حل المعادلة : هي قيمة المجهول (المجاهيل) التي تجعل المساواة صحيحة

ملاحظة: عدد حلول المعادلة اقل او يساوي درجة المعادلة

للمعادلة ثلاث انواع من الاسئلة

١) اثبات ان مقدار هو حلل للمعادلة (هنا نعوض)

٢) حل المعادلة (أي ايجاد الحلول حسب الخوارزمية)

٣) نمذجة الموقف ونص المسالة بمعادلة ثم الاجابة عنه بحلها

أمين الحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : بين اي من القيم $x = 2, x = 8$ حل للمعادلة $2(x + 3) = 3x - 2$

الحل : نعوض $x = 2$ في المعادلة نجد $2((2) + 3) = 3(2) - 2$

بالحساب نجد $4 \neq 10$ بتالي $x = 2$ ليست حل

نعوض $x = -8$ في المعادلة نجد $2((8) + 3) = 3(8) - 2$

بالحساب نجد $22 = 22$ بتالي $x = 8$ حل

مثال : لتكن لدينا المعادلة $x(x - 1) + 3 = 5x^2 + 3$ بين أي من القيم حل $x = 0$ و $x = 1$ و $x = -\frac{1}{4}$

تعريف المعادلات المتكافئة وخواص المعادلات

نقول عن معادلتان انهما متكافئتان اذا كان لهما نفس الحلول

خواص:

١ - اضافة او طرح مقدار من طرفي معادلة يعطي معادلة مكافئة للأصلية

اي اذا كان $a = b$ فإن $a + c = b + c$ مهما كان $c \in R$

مثال : اذا كان $a = b$ فان $a + 2 = b + 2$

٢ - ضرب او قسمة طرفي معادلة بمقدار غير صفري يعطي معادلة مكافئة للأصلية

اي ان اذا كان $a = b$ فان $a \times c = b \times c$ حيث $c \neq 0$

أمين الأحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

خوارزمية حل معادلة الدرجة الاولى

تشرح في المثال (حل المعادلة $3(x+2)-4(2x-1)=5-2x$)

١ – نشر الاقواس تصبح $3x+6-8x+4=5$

٢ – ننقل المجاهيل الى طرف و المعاليم الى طرف مع تغير اشارة المنقول تصبح

$$3x-8x+2x=5-6-4$$

٣ – الاختزال : تصبح $-3x=-5$

٤ – نقسم على امثال المجهول : تصبح $\frac{-3x}{-3}=\frac{-5}{-3}$ اي $x=\frac{5}{3}$

مثال : حل المعادلة $3(-x+5)=-5(x+3)$

خاصة الجداء الصفري وحل المعادلة من الدرجة اكبر من الاولى

اذا كان $A\times B\times C=0$ فان اما $A=0$ او $B=0$ او $C=0$

مثال : حل المعادلة $4(2x-6)(-x+5)=0$

الحل : نلاحظ انها معادلة من الدرجة الثانية ومحللة بتالي نستخدم خاصة الجداء الصفري

اما $2x-6=0$ بتالي $2x=6$ اي $x=\frac{6}{2}=3$

او $-x+5=0$ بتالي $-x=-5$ اي $x=-\frac{5}{-1}=5$ للمعادلة حلان لأنها من الدرجة الثانية

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال : حل المعادلة : $(2x-4)(3x+2)=0$

مثال : حل المعادلة : $x(2x-10)=0$

مثال : حل المعادلة : $3x(x-5)(5x-5)=0$

مثال : حل المعادلة $3(x+6)(x-7)=0$

مثال : حل المعادلة $\left(\frac{y}{2}+2\right)\left(3y-\frac{5}{3}\right)=0$

مثال : حل المعادلة $\left(\sqrt{12}-3y\right)\left(2y+\sqrt{8}\right)=0$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

المعادلة من الشكل $x^2 = k$ نناقش بحسب قيم k

١) $k < 0$ تكون مستحيلة الحل

٢) $k = 0$ يكون $x = 0$

٣) $k > 0$ للمعادلة حلان $x_1 = -\sqrt{k}$ و $x_2 = +\sqrt{k}$

مثال : حل المعادلة : $x^2 + 5 = 54$

مثال : حل المعادلة : $x^2 - 7 = 74$

مثال : حل المعادلة : $z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

مثال : حل المعادلة : $3z^2 = \sqrt{9}$

مثال : حل المعادلة : $z^2 = (2.07)^2$

مثال : حل المعادلة : $y^2 + 1 = 1$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

ملاحظة : $0 = {}^{n}$مقدار فان المقدار هو الصفر أي $x^n = 0 \Rightarrow x = 0$

مثال : حل المعادلة : $(3x - 9)^3 = 0$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

المعادلة

درجة اولى

نشر اقواس ثم نقل المجاهيل والمعليم ثم اختزال ثم نقسم على امثال المجهول

مثال : حل المعادلة $3x - 4(2x - 1) = x - 2$

الحل :

.....

.....

محللة : نستخدم خاصة الجداء الصفري

مثال :حل المعادلة $(3x - 4)(2x - 1) = 0$

الحل:.....

.....

درجة ثانية

نحلل بالعامل المشترك: مثال حل المعادلتان

$x^2 - 5x = 0$

.....

$(x + 5)^2 - (2x + 7)(x + 5) = 0$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

غير محللة

نحلل بالمطابقات :امثلة حل المعادلات التالية

$(t - 1)^2 + 4(t - 1) + 4 = 0$

.....

.....

$(x + 7)^2 - 25 = 0$

.....

.....

.....

.....

$(3x - 5)^2 - 9(x + 1)^2 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

نحلل على مرحلتين : حل المعادلة التالية

$(x^2 - 25) + (x - 5)(3x + 1) = 0$

.....

.....

.....

.....

امين المحمد

مثال : حل المعادلة $9-(2x-1)^2=0$

الحل : نلاحظ انها معادلة من الدرجة الثانية لكنها غير محللة ، نحلل ثم نستخدم خاصة الجداء الصفري

تكتب المعادلة $(3-(2x-1))(3+(2x-1))=0$ **بتالي**

$$(3-2x+1)(3+2x-1)=0$$

$$(-2x+4)(2x+2)=0$$

نستخدم خاصة الجداء الصفري

اما $-2x+4=0$ **بتالي** $-2x=-4$ **اي ان** $x=-\frac{4}{-2}=2$

او $2x+2=0$ **بتالي** $2x=-2$ **اي ان** $x=-\frac{2}{2}=-1$

امثلة : حل المعادلات التالية

١) $x(x-2)+3(x-2)=0$

---

٢) $(3x+5)^2-9x^2=0$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

٣) $4x^2 - 9x = 0$

٤) $(3x+1)^2 + (3x+1)(x-1) = 0$

مثال : لتكن لدينا العبارة الجبرية $E(x) = (3x+2)^2 - (3x+2)(x+7)$

١) انشر ثم اختزل

٢) حلل عبارة E

٣) اوجد قيمة العبارة من اجل $x = 2$

٤) حل المعادلة $E(x) = 0$

أمين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

مثال : ليكن لدينا المقدارين $A = (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4)$ و $B = (3x - 10)(x + 1)$

١) اثبت ان $A = B$

٢) حل المعادلة $A = 0$

تطبيقات المعادلات يمكن نمذجة المواقف بمعادلات

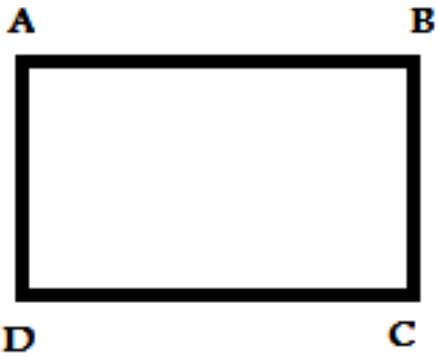
مثال : اشترت سلمى علبة اقلام تلوين وعلبة ادوات هندسة بسعر 710ل.س علبة الهندسة اغلى من علبة الالوان بـ 110 ل.س اوجد سعر علبة الالوان وسعر علبة الهندسة

امين المحمد ٠٩٤٩٢٣٢٧٩

مثال : مثلث ABC اطوال اضلاعه $AB = x + 1$ و $AC = x + 3$ و $BC = 4$

احسب x ليكون المثلث قائم الزاوية في B

مثال : $ABCD$ مستطيل فيه $AB = 2x + 4$ و $BC = 3$



١ – عين قيمة x ليكون محيط المستطيل هو 17

٢ – عين قيمة x ليكون محيط المستطيل يساوي مساحته

مثال : مثلث قائم في A فيه $AB = 7cm$ و طول BC يزيد على AC بمقدار 5 احسب $[AC]$ ثم $[BC]$

امين المحمد ٩٦٩٣٢٧٩

حل المعادلات التالية

$5-3(x+1)=3-x$	$(3x-1)(x+2)=(x-1)(2x+4)$
$(2x+3)(x-5)=2x(x-2)$	$(2x-9)(8x-1)=(4x+3)^2$
$6(x-3)=2(3x-2)-3x$	$(x-1)^2-3(x-1)=0$
$25x^2-(x+3)^2=0$	$(x^2-4)^2=0$
$(z^2-9)(z+1)=0$	$x(x-1)(3x+6)=0$
$(x-5)^3(x+1)=0$	$(x^2-25)-(x+5)(3x+2)=0$

أ/ محمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

امين المحمد ٠٩٦٩٣٢٧٩

ثانيا :متراجحات الدرجة الاولى وبمجهول واحد

ترميز و تعريف

١ - $x < 7$ تقرأ x اصغر تماما من 7

٢ - $x > 7$ تقرأ x اكبر تماما من 7

٣ - $x \leq 7$ تقرأ x اصغر او تساوي من 7

٤ - $x \geq 7$ تقرأ x اكبر تماما من 7

تمثيل العبارة $x < a$ او $x > a$ على مستقيم اعداد

نرسم مستقيم اعداد ونحدد الرقم عليه اذا كانت اصغر نحدد اليسار اذا كانت اكبر نحدد اليمين نغلق المجال اذا وجد يساوي

مثال : مثل على مستقيم اعداد المتراجحات $x \leq 3$ و $x > -1$ و $z < \pi$ و $y \geq 2.1$

تعريف

١ - المتراجحة هي مقارنة بين عبارتين جبريتين

٢ – حلول المتراجحة هو قيم المجهول التي تجعل العبارة منطقية

مثال : لتكن لدينا المتراجحة $3x - 2 \leq x + 1$

بين اي من القيمتين حل للمتراجحة $x = 2$ و $x = -5$

الحل :

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

خواص المتراجحات

١ - جمع او طرح مقدار من طرفي متراجحة يعطي متراجحة مكافئة للأصل

مثال : اذا كان $a < b$ فان $a - 4 < b - 4$

٢ – ضرب او قسمة طرفي متراجحة بمقدار موجب تماما لا يغير جهة المتراجحة

اذا كان $a > b$ فان $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$

٣ - ضرب او قسمة طرفي متراجحة بمقدار سالب تماما يغير جهة المتراجحة

مثال: ضع كلمة صح او خطأ

اذا كان $a < b$ و $c < 0$ فان $a.c < b.c$

اذا كان $a < b$ و $c < d$ فان $c + a < d + b$

خوارزمية حل المتراجحات من الدرجة الاولى

تشرح في المثال التالي : اوجد حل المتراجحة $3(y - 1) - 2(4y + 1) \geq 0$

١ – نشر الاقواس تصبح

$$3y - 3 - 8y - 2 \geq 0$$

٢ – المجاهيل بطرف و المعاليم بطرف تصبح

$$3y - 8y \geq 2 + 5$$

٣ – الاختزال تصبح

$$-5y \geq 7$$

٤- نقسم على امثال المجهول ونغير جهة المتراجحة تصبح

$$y \leq -\frac{7}{5}$$

امين المعهد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٥

للمتراجحة ثلاث انواع من الاسئلة

١) اثبات ان مقدار هو حلل للمتراجحة (هنا نعوض)

٢) حل المتراجحة (أي ايجاد الحلول حسب الخوارزمية)

٣) نمذجة الموقف ونص المسالة بمتراجحة ثم الاجابة عنه بحلها

مثال (نموذجي)

لتكن لدينا المتراجحة التالية $\frac{1}{4}(3z+1) < \frac{1}{6}(5z+1)$

١- هل $z = 1$ حل للمتراجحة

٢- حل المتراجحة

٣ – مثل الحل على مستقيم اعداد

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

امثلة: حل المتراجحات التالية ومثلها على مستقيم اعداد

١) $x - 4 < 3x + 2$

٢) $4x + 3 \geq -x - 2$

٣) $\frac{x}{2} - 1 < \frac{1}{2}$

٤) $2x - 5 \leq \frac{3}{2} - 11x$

٥) $3x - 2 > x + 5$

٦) $2x - \frac{1}{4} \leq 3x - \frac{1}{4}$

٧) $\frac{1}{4}(3z + 1) < \frac{1}{6}(5z + 1)$

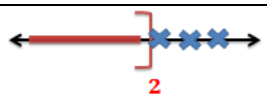
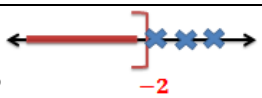
٨) $3(y - 1) - 2(4y + 1) \geq 0$

امين الحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال (نموذجي): ان تكلفة شراء وجبة غداء من المطعم تكل 23000ل.س و تكلفة شراء الوجبة بخدمة الوجبات السريعة ب 22000بالإضافة لتكلفة النقل 3500 ل.س ما هو عدد الوجبات المطلوب شرائها ليكون الشراء بخدمة الوجبات اوفر

امين الحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

اختر الاجابة الصحيحة

١ – حل المعادلة $X^2 = a$ حيث $a < 0$		
A) $-\sqrt{a}, +\sqrt{a}$	B) 0	C) مستحيلة
٢ – حلول المتراجحة $3x \leq 6$ هي		
A) 	B) 	C)
٣ – التمثيل التالي يعبر عنه بالمتراجحة		
A) $x > -1$	B) $x \geq -1$	C) $x \leq -1$
٤ – احد حلول المتراجحة $x - 4 \geq 2(x + 1)$ هو		
A) -6	B) 0	C) 1
٥ – عدد اذا جمعنا ثلاث ارباعه مع ثلثيه كان الناتج 85 نعبر عن النص		
A) $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}x = 85$	B) $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3}x + 85$	C) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = 85$
٦ – للمعادلة من الدرجة الثانية		
A) على الاكثر حلان	B) على الاقل حلان	C) حلان مختلفان
٧ – حلول المعادلة $(3x - 1)(x + 2) = (x - 1)(2x + 4)$		
A) $(-2, -1)$	B) $(2, 1)$	C) $(-2, 1)$
٨ – تحليل العبارة $(x + 3)^2 - 5x - 15$ هو		
A) $(x + 3)(x - 2)$	B) $(x - 3)(x + 2)$	C) $(x + 3)(x - 1)$
٩ – حل المتراجحة $-3x < 12$ هو		
A) $x > 4$	B) $x < 4$	C) $x = 4$
١٠ – ناتج العبارة $E = (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$ هو		
A) $8x^2 + 2$	B) $8x$	C) 0
١١ – تحليل العبارة $3(2x - 7)^2 - (2x - 7)(4x + 7)$		
A) $(x - 14)(2x - 7)$	B) $(2x - 7)(2x - 28)$	C) $2x(2x - 7)$
١٢ – حل المعادلة $2x^2 - 16 = 0$ هو		
A) $+4, -4$	B) $+2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$	C) $0, 16$
١٣ – اذا كان $x < 3$ فان		
A) $-x < -3$	B) $-x > -3$	C) $x - 3 > 0$

أ. فؤاد الحمد ٠٩٦٢٧٩٦٣٢٧٧

١٤ – حل المعادلة $\sqrt{3}x = \sqrt{12}$ هو		
A) 2	B) $\sqrt{3}$	C) 4
١٥ – العبارة التي قيمتها 10 عند $x = 4$ هي		
A) $x(x+1)$	B) $(x+1)(x-2)$	C) $(x-1)^2$
١٦ – جذر المعادلة $2 = (8+3x) - 2x$ هو		
A) 2	B) 10	C) -10

ضع اشارة صح أو خطا

١) يرمز x الى عدد موجب . يمكن ان يكون المستطيل الذي بعداه $2x+1$ و $3x+4$ مربعا

٢) جذرا المعادلة $x^2 - 25 = 0$ هما موجبان

٣) العدد الوحيد الذي مربعه يساوي ضعفه هو 2

٤) كل عدد اكبر من 3 يكون مقلوبه اكبر من 3

٥) أي عدد موجب ليس حلا للمتراجحة $-3x + 1 > 10$

تمرين : لان عمر سامر 11 سنة وعمر غيث 26 سنة بعد كم سنة يصبح عمر غيث مساويا ضعفي عمر سامر

أمين المحمد ٠٩٤٩٢٩٢٧٩

تمرين : ما العدد الذي اذا جمعنا ثلاثة ارباعه مع خمسيه حصلنا على 460

تمرين : تظم مكتبة رولا اربعة اصناف من الكتب ، نصفها كتب مدرسية ،وربعها روايات وخمسها علمية بالاضافة لمعجمين ، ما عدد كتب رولا

امين احمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : ABC مثلث قائم في A فيه $AB = 7$ و طول BC يزيد على AC بمقدار $5cm$

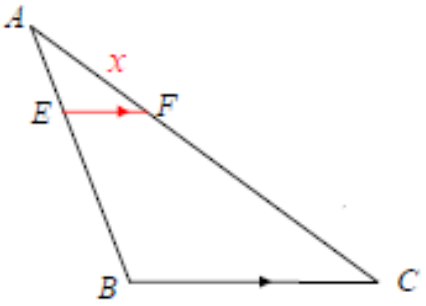
نرمز بـ x لطول الضلع AC ، احسب x

مثال : ليكن $m = \frac{4x+2}{5}$. احسب قيمة M من اجل $x = \frac{3}{4}$

١ ــ هل العدد $\frac{3}{4}$ حل للمتراجحة $\frac{4x+2}{5} < 3$

٢ ــ حل المتراجحة $\frac{4x+2}{5} < 3$ ومثل الحل على محور الاعداد الحقيقية

امين المحمد ٠٩٦٩٣٩٢٢٧٩

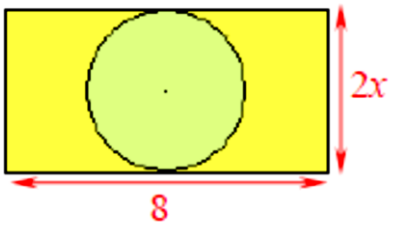


مثال : ليكن ABC مثلث فيه $AB = 6$ و E نقطة من AB تحقق $AE = 2$ والمستقيم المرسوم من E موازيا BC يقطع AC في F نعلم ان $FC = 6$ ونضع $AF = x$

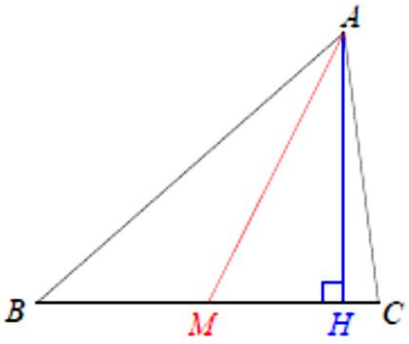
١ - اشرح لماذا $\frac{x}{x=6} = \frac{1}{3}$

٢ - حل المعادلة وما طول AF و AC

تمرين : في الشكل الجانبي ، نرمز لـ x بعدد موجب تماما القرص الدائري والمستطيل لهما نفس المركز اوجد قيمة x التي تجعل مساحة القرص تساوي مساحة الجزء الملون بالاصفر



أمين المحمد ٠٩٦٣٩٢٧٨



مثال : في المثلث ABC لدينا AH ارتفاع و AM متوسط
ونعلم ان $AB = 9$ و $AC = 6$ و $MH = 3$ نضع
$BM = x$ و $AH = h$

١ ــ باستعمال مثلثين قائمين اثبت ان

$1)\ h^2 = -x^2 + 6x + 27$ و $2)\ h^2 = -x^2 - 6x + 72$

٢ ـ استنتج قيمة x

مثال : لتكن لدينا العبارة $f(x) = (x-1)(3x+2) + 6x^2 + 4x$

١) انشر ثم اختزل

٢) حلل العبارة واستنتج حل المعادلة $f(x) = 0$

امين المحمد ٠٩٤٩٩٣٢٧٩

تمرين : لتكن العبارات الجبرية التالية

$f(x) = (3x+1)^2 - 9$ و $g(x) = 4(x-)^2 + 12(x+1) + 9$

و $h(x) = 4(x+1)^2 - (x+5)^2$

١) حلل العبارات السابقة

٢) حل المعادلة $f(x) \times g(x) \times h(x) = 0$

تمرين : لتكن العبارات الجبرية : $f(x) = (z+1)^2 - (z+2)(z+1)$ و

$g(x) = (z+1)(3z-2) + (z+1)(5z+3)$

١) حلل عبارات $f(x)$ و $g(x)$

٢) حل المعادلة $f(x) - g(x) = 0$

أمين المحمد ٠٩٦٩٣٩٣٢٧٩

تمرين : حلل العبارة الجبرية التالية $g(y) = y^2(y-1) - (y+1)^2(y-1)$ ثم حل المعادلة $g(y) = 0$

تمرين : أي المعادلات التالية حلها 2 –

$3x + 1 = 2x - 3$ او $5y + 2 = 3y - 2$ او $\frac{z}{2} - 3 = z - 2$

تمرين : حل المتراجحة التالية: $3(z-5) + 5z \leq -5(z+2)$

ملاحظة : ميز بين المعادلة $a + x = b$ هذه حلها $x = b - a$ و $a \times x = b$ هذه حلها $x = \frac{b}{a}$

امين الصمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمرين : لتكن لدينا المتراجحة $3x - 5 \leq 5(3x - 4) + 12x$

١) هل $x = 0$ حلا للمتراجحة

٢) حل المتراجحة

٣) مثل الحل على محور الاعداد الحقيقية

تمرين : لتكن لدينا المتراجحة $\frac{5(z+1)}{3} \leq \frac{1}{2}(z + 3)$

١) هل $z = 1$ حل للمتراجحة

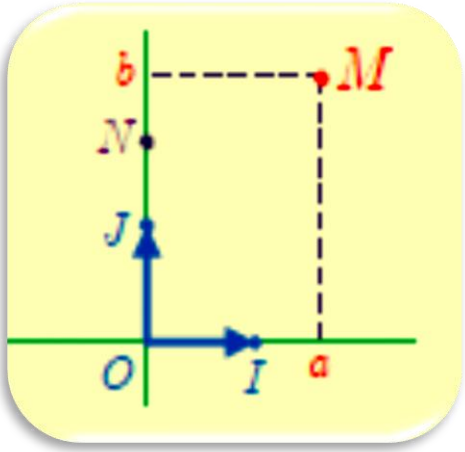
٢) حل المتراجحة ومثل الحل على مستقيم اعداد

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

الوحدة الرابعة في الجبر: المعادلة الخطية بمجهولين

تذكرة: المحاور الاحداثية وتمثيل على مستقيم اعداد

هما مستقيمان متعامدان في الصفر الشاقولي يسمى التراتيب والافقي يسمى الفواصل

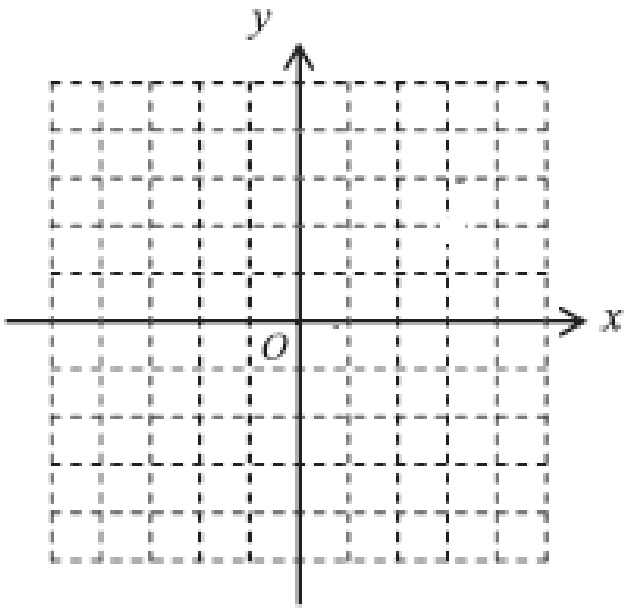


النقطة $M(a,b)$ اما على محور او في الربع

١) على محور xx' اذا كان $b=0$

٢) على محور yy' اذا كان $a=0$

٣) في الربع اذا كان $a\neq 0$ و $b\neq 0$



مثال: عين النقاط في مستوي احداثي $A(0,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-1,-1)$ و $D(-2,0)$ و $F(0,-2)$

تعريف: هي كل معادلة تصبح بعد النشر والاختزال من الشكل $ax+by=c$

مثال :

١ – المعادلة $2x-5y=6$

٢ – المعادلة $2(x+3y)-y=5(x-4)$

تصبح بعد النشر $2x+6y-y=5x-20$

تصبح بعد الاختزال $-3x+5y=-20$

امين احمد ٠٩٤٢

حل المعادلة $ax + by = c$

نقول ان الثنائية (c, d) حلا للمعادلة اذا كانت المساوة صحيحة بعد التعويض

مثال : لتكن لدينا المعادلة $-2x + 3y = 10$

١ - هل الثناية $(1, 3)$

٢- عين قيمة a لتكون الثنائية $(a, 2)$ حلا

الحل:

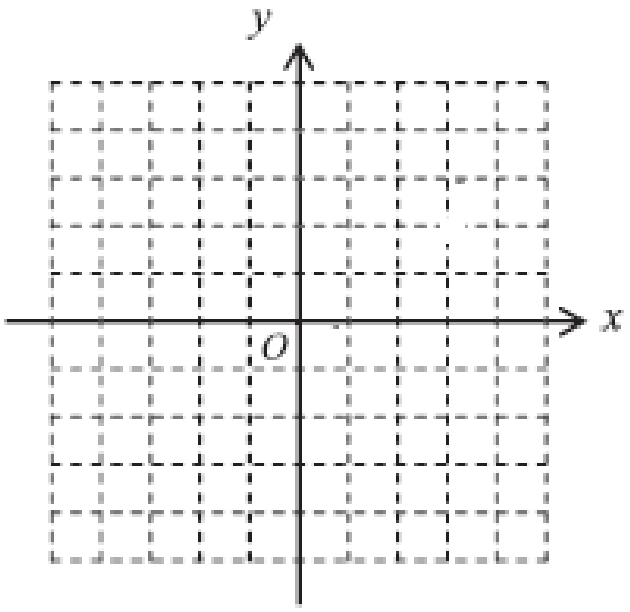
أمين المحمد ٢٧٧

التمثيل البياني للمعادلة $ax + by = c$

١- كل معادلة تصبح بعد النشر و الاختزال من الشكل $ax + by = c$ حيث $a, b, c \neq 0$ تمثل معادلة مستقيم d غير مار من المبدأ ولرسمه في معلم متجانس نحتاج نقطتين

مثال: ارسم المستقيم الذي معادلته

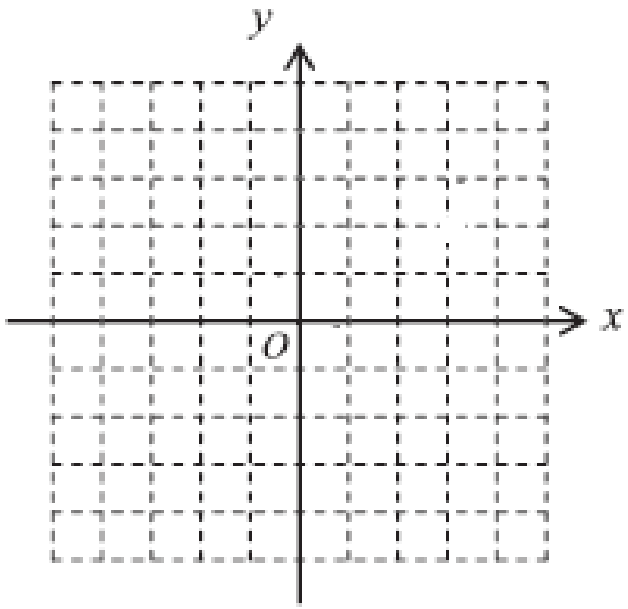
$d: 2x + y = 4$



٢ - كل معادلة تصبح بعد النشر و الاختزال من الشكل $ax + by = 0$ حيث $a, b, \neq 0$ تمثل معادلة مستقيم d مار من المبدأ ولرسمه في معلم متجانس نعين نقطة منه

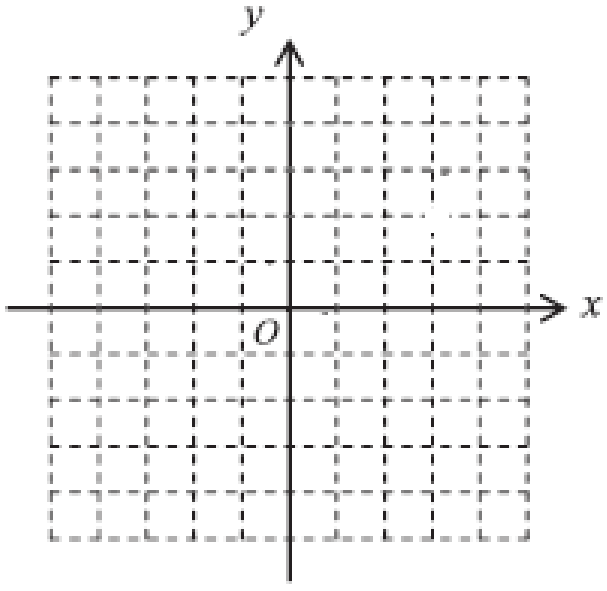
مثال : ماذا تمثل المعادلة $3(x + 1) = 2y + 3$ ثم ارسمها

الحل :



٣ - كل معادلة تصبح بعد النشر و الاختزال من الشكل $ax = c$ حيث $a, c \neq 0$ تمثل معادلة مستقيم d يوازي محور التراتيب yy'

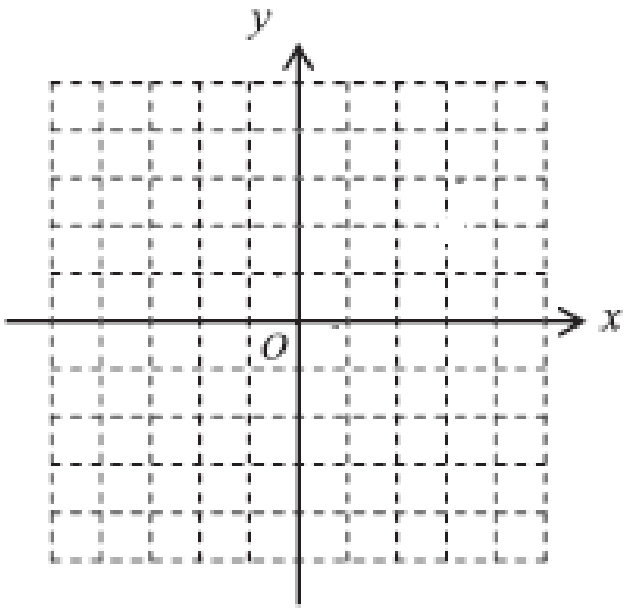
مثال : ماذا تمثل المعادلة $-2(3x + y) + 4 = -(y + 1)$ ثم ارسم المستقيم



أمين المحمد ٩٢٩٩٣٢٧٩

٤ - كل معادلة تصبح بعد النشر و الاختزال من الشكل $by = c$ حيث $b, c, \neq 0$ تمثل معادلة مستقيم d يوازي محور الفواصل xx'

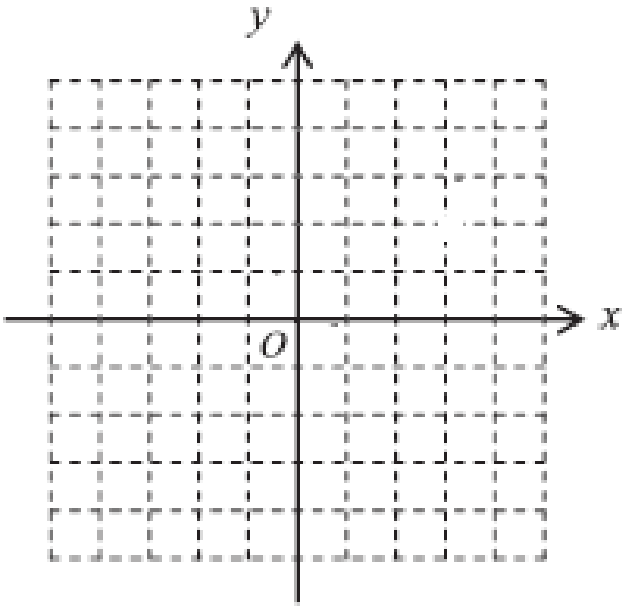
مثال : ماذا تمثل المعادلة $-2(3x + y) + 4 = -(y + 1)$ ثم ارسم المستقيم



امين المحمد ٠٧٩٢٣٢٢٧٩

مثال: اذا علمت ان عمر احمد يزيد عن ضعف عمر خالد ب 6 سنوات عبر عن العلاقة بين العمرين بمعادلة ثم ارسم المستقيم المكافئ

الحل : نفرض عمر احمد x وعمر خالد y بتالي الفرق بين عمر احمد وضعف عمر خالد هو 6 فتكون المعادلة $x - 2y = 6$



جملة معادلتين بمجهولين

الشكل العام للجملة $S\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$: $a, b, a', b' \in R$

مثال :جملة المعادلتين $S\begin{cases} 2\,x+\ y=4 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$

تعريف : نقول ان الثنائية(a, b)حل للجملة اذا كانت حلل للمعادلتين معا

مثال :في الجملة السابقة هل الثنائية $(1, 2)$ حل للجملة

خواص:

١- ضرب او جمع طرفي معادلة بعدد ثابت يعطي معادلة مكافئة للأصلية وكذلك بالنسبة للقسمة والطرح

مثال : الجملتين $S\begin{cases} x+\ y=2 \\ x-2y=1 \end{cases}$ و $S'\begin{cases} 2\,x+2y=4 \\ x-2y=1 \end{cases}$ متكافئتان

٢ – ان جملة المعادلتين بمجهولين تملك حل وحيد اي ثنائية واحدة فقط

ملاحظة: الحصول على جملة مكافئة للأصلية مهم جدا في حل جملة معادلتين

حل جملة معادلتين (جبريا طريقة الحذف بالجمع)

في هذه الطريقة يتم حذف مجهول (ذو الامثال المتعاكسة)من المعادلتين عن طريق جمعهما واذا لم تكن متعاكسة نحولها الى متعاكسة بضربها برقم ثم نجمع

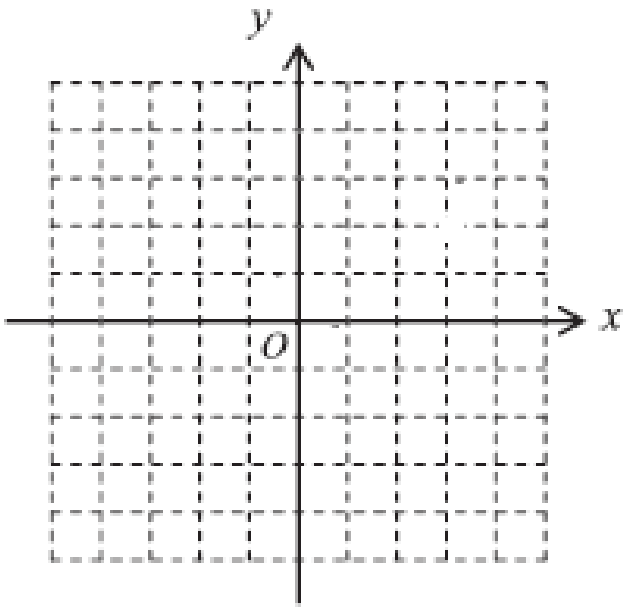
امين المحمد ٠٩٦٣٩٢٣٧٩

مثال : اوجد الحل المشترك جبريا للجملة $S\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

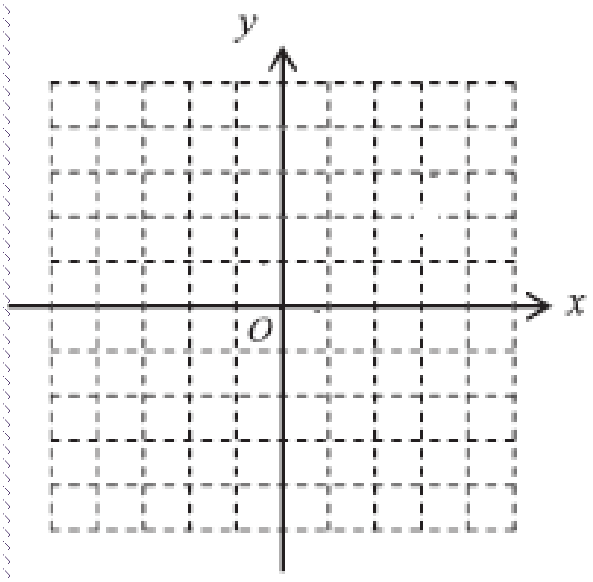
الحل : بجمع المعادلتين طرفا لطرف نجد $5x=5$ بتالي $x=1$

نعوض في المعادلة الاولى نجد $y=2$ الحل هو $(1,2)$

التأكد بيانيا



مثال : اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases} 0.3x+0.2y=1 \\ x-2y=2 \end{cases}$ ثم تأكد بالرسم



امين المحمد ٠٧٩٣٩٢٣٩٢

حل جملة معادلتين (جبريا طريقة الحذف بالتعويض)

وتعتمد هذه الطريقة على عزل مجهول من احد المعادلتين ثم تعويضه في الاخرى

مثال : حل الجملة التالية $S\begin{cases} x+2y=8 \ \dots\dots(1) \\ 3x-y=3 \ \dots\dots(2) \end{cases}$

الحل :

من (1) نجد $x=8-2y \quad ---(3)$ نعوض في (2) نجد

$3(8-2y)-y=3$ ومنه $24-6y-y=3$ ومنه $-7y=-21$

بتالي $y=3$ نعوض في (3) نجد $x=8-2(3)$ بتالي $x=2$ الحل المشترك هو الثنائية $(x=2,y=3)$

مسألة : ليكن x و y عددان حقيقيان حيث يزيد x عن ضعف y بـ 1

a – عبر عن ما سبق رمزيا وسمها d_1

b - اذا كان $d_2=x+2y=5$

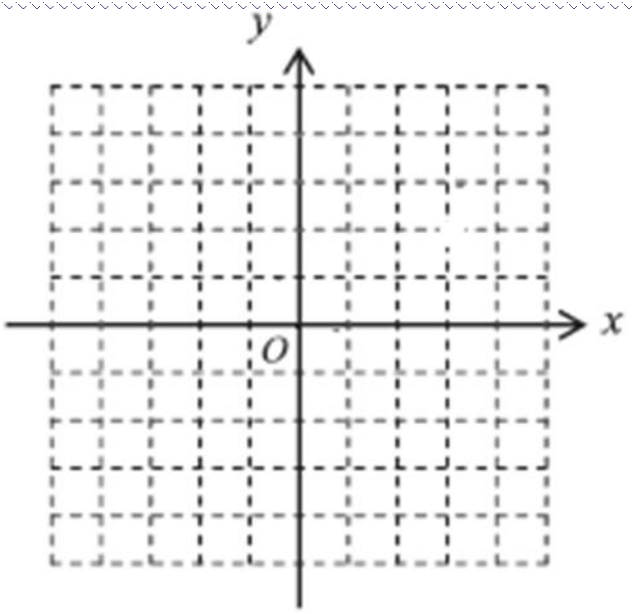
١- عين a لتنتمي النقطة $A(1,a)$ الى d_2

٢- اوجد الحل المشترك لجملة d_1 و d_2

٣ – عين M و N نقاط تقاطع d_2 مع محور الفواصل والتراتيب وارسم d_1 و d_2

٤– احسب $tan\,OMN$

أمين المحمد ٠٩٤٩٩٣٢٧٩



امين الدعدور ٠٩٦٢٧٧٢٧٢٧

اختر الاجابة وصح وخطأ

المستقيم الذي معادلته $d: 3(x+4y)-5x=-2(x+1)$

يوازي محور الفواصل	يوازي محور التراتيب	مار من المبدأ

المعادلة من الشكل $ax+by=c$ تملك

حل	حلان	عدد لانهائي من الحلول

حل المعادلة $2x+3y=11$ هو الثنائية

$(1,2)$	$(1,3)$	$(3,1)$

للإيجاد نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب نعوض

نعوض $x=0$	نعوض $y=0$	نعوض $x=1$

١ – المعادلتان المتكافئتان تمثلان مستقيمان طبوقان

٢- المعادلة الخطية بمجهولين تمثل هندسيا منحني

٣- الثنائية $(3,1)$ حلا للمعادلة $2x-y=5$

٤– اذا كان ناتج قسمة x على y هو 4 والباقي 11 فان المعادلة هي $x-4y=11$

تمرين : ليكن لدينا المستقيمين $d_2: 4x + by = 10$ و $d_1: ax + 3y = 6$

١ – عين قيمة المجهولين a و b لتكون المعادلتان متكافئتان

٢ – عين A و B نقطة التقاطع مع محور الفواصل ومع محور التراتيب

٣ – ارسم المستقيم في معلم متجانس واحسب AB و جيب الزاوية BAO

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مسالة : مجموعة من المضلعات الخماسية و الثلاثية عددها 21وعدد الاضلاع 59.

المطلوب : ما هو عدد المثلثات وما عدد المخمسات

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

تمرين : ليكن المستقيم d الذي معادلته $x + by = 3$

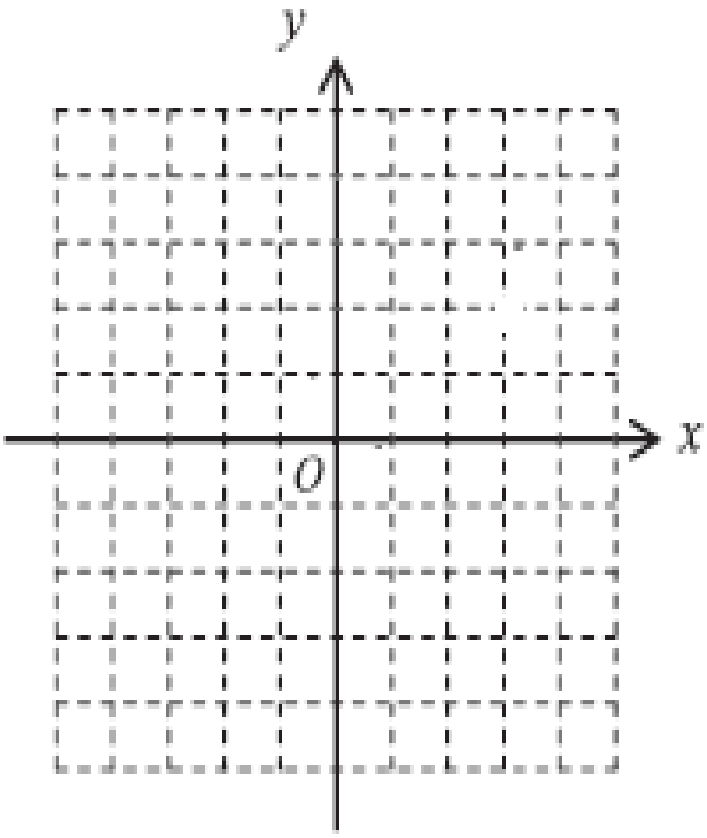
١- عين قيمة b لتكون النقطة $A(1,1)$ من المستقيم d

٢- اذا علمت ان ضعفي x يزيد على y بمقدار 6

a) عبر عن العبارة اللفظية جبريا ولتكن d'

b) اوجد الحل المشترك لجملة معادلتي d و d'

٣ - تأكد من الحل الجبري بيانيا



امین المحمد ۰۹۴۹۳۹۳۲۷۹

مسالة: ليكن لدينا المستقيمين $d: y + x = 1$ و $d': y - x = 2$

١ - عين A و B نقطة تقاطع d مع محور الفواصل ومحور التراتيب

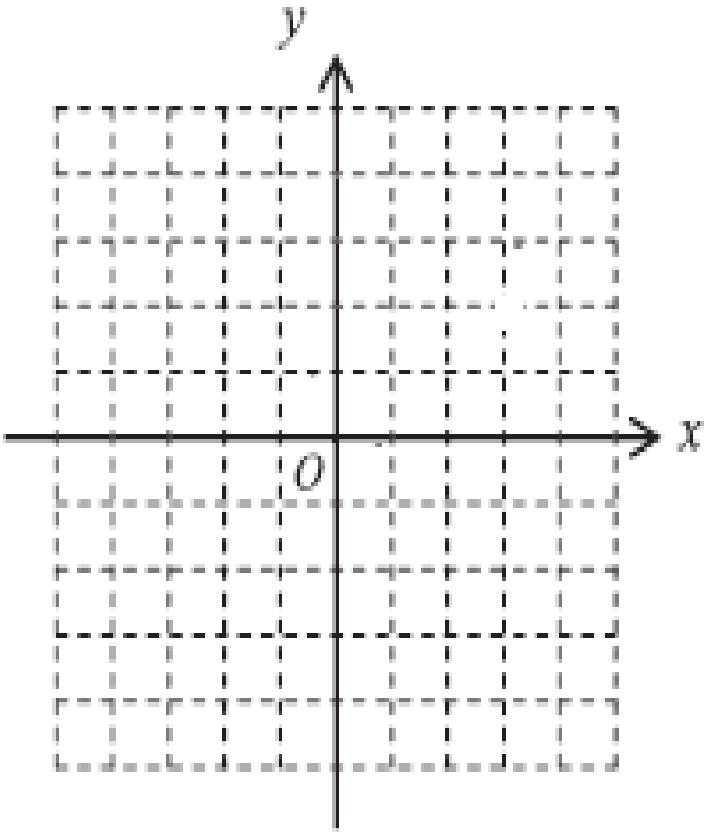
٢ - عين C و D نقاط تقاطع d' مع محور الفواصل والتراتيب

٣ – اوجد الحل المشترك جبريا

٤ - ارسم d و d' في معلم متجانس و اثبت ان d و d' متعامدين

٥ - اثبت ان $ANBO$ رباعي دائري

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩



امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٢٧٩

تمرين: اشترى احمد 3 دفاتر وقلمان ب 100 ليرة سورية واشترى خالد 2 دفترو 4 اقلام بـ 110 ليرة سورية ما هو سعر الدفتر وسعر القلم

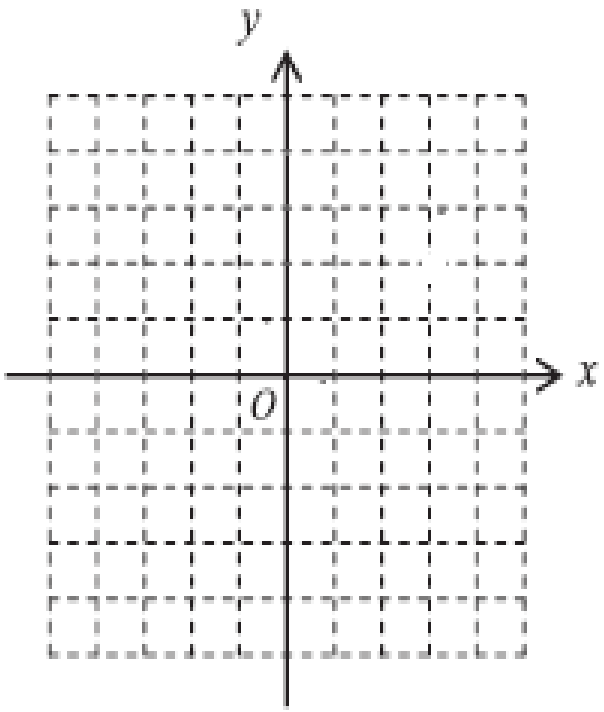
تمرين: اوجد حل الجملة التالية $S\begin{cases}3(x+y)-5y=2x+1 \ \dots\dots(1)\\ -x+3y=4 \dots\dots(2)\end{cases}$

تمرين: هل الثنائية $(1,3)$ حل للجملة $S\begin{cases}x+2y=7 \ \dots\dots(1)\\ 4x-y=1 \dots\dots(2)\end{cases}$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

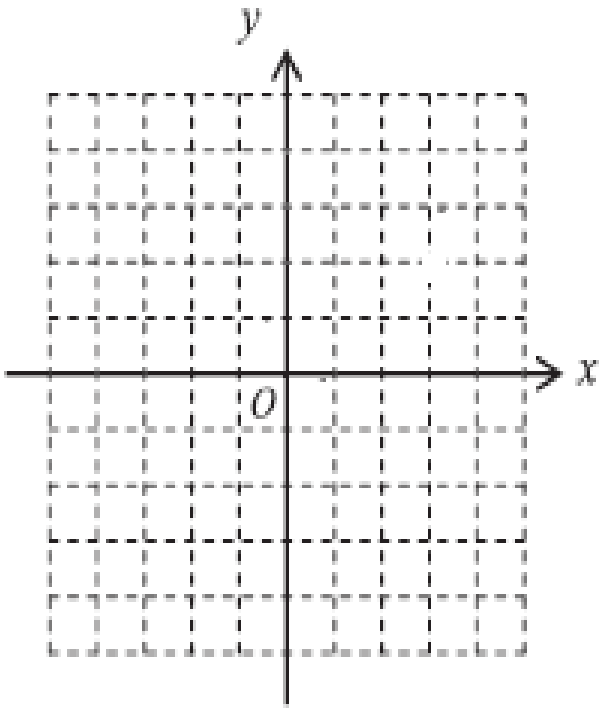
ملاحظة: نعطي قيم للمتحول الذي يحوي امثال واذا اعطينا قيمة يجب ان تدرس بحيث يكون الجواب يقبل القسمة على امثال المجهول الاخر واذا كان احد المجاهيل معزول نعوض في الاخر

مثال : ارسم المستقيم $d: y = 3x - 2$



امين المحمد ٠٩٧٢٢٠٠٠٠٠

مثال : ارسم المستقيم الذي معادلته $d: x + 3y = 4$



تمرين: اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases} y = 2x + 7 \ \dots\dots(1) \\ y = 12x - 3 \dots\dots(2) \end{cases}$

تمرين : اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases} x - 3y = 4 \ \dots\dots(1) \\ 2x + 5y = 7 \dots\dots(2) \end{cases}$

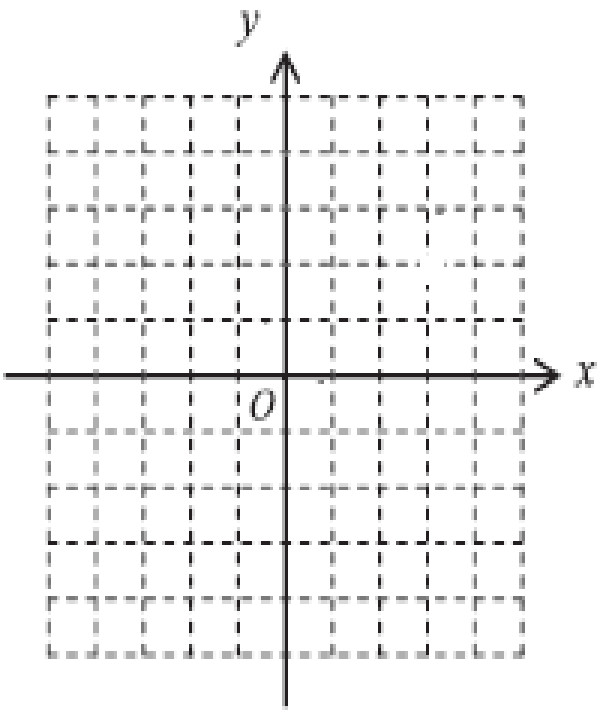
امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

مثال : ليكن المستقيم $d: 2x - 3y = 6$

١) عين A نقطة التقاطع مع xx'

٢) عين B نقطة التقاطع مع yy'

٣) احسب مساحة المثلث AOB



أمين المحمد ٧٩ ٠٩٤٩٣٩٢

مثال : اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases}3x+y=5 \ \dots\dots(1)\\ x+2y=4 \dots\dots(2)\end{cases}$

مثال : هل الثنائية $(x,y)=(1,2)$ حل للجملة $S\begin{cases}x+2y=5 \ \dots\dots(1)\\ 3x+y=5 \dots\dots(2)\end{cases}$

مثال : هل الثنائية $(x,y)=(3,5)$ حل للجملة $S\begin{cases}x+2y=5 \ \dots\dots(1)\\ x-y=1 \dots\dots(2)\end{cases}$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

مثال : اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases} 2x+y=10 \ \dots\dots(1) \\ -2x+4y=5 \dots\dots(2) \end{cases}$

مثال : اوجد الحل المشترك للجملة $S\begin{cases} 2x+3y=4 \ \dots\dots(1) \\ 3x+2y=1 \dots\dots(2) \end{cases}$

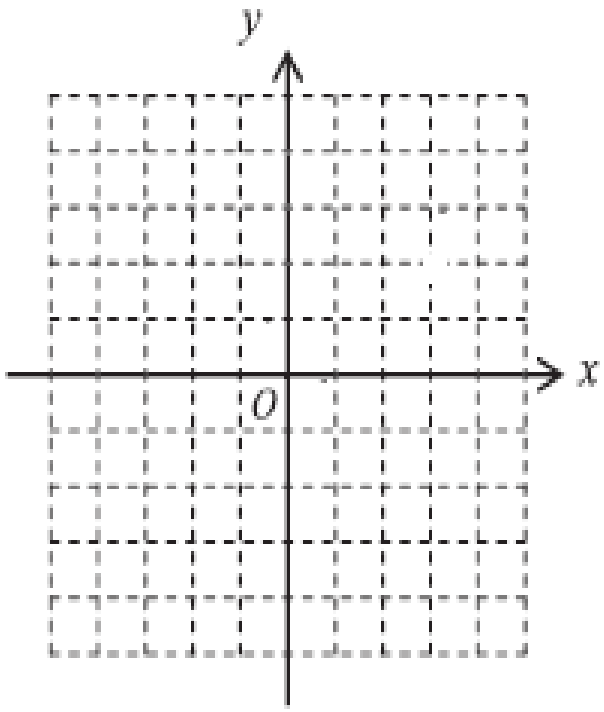
مثال : لتكن لدينا المعادلتان $S\begin{cases} 3y+x=5 \ \dots\dots(1) \\ 2y-x=3 \dots\dots(2) \end{cases}$

١) اثبت ان $3y-5=2y-3$

٢) استنتج y ثم احسب x واستنتج الحل المشترك

٣) تاكد من الحل بيانيا

امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩



امين المحمد ٠٩٤٩٣٢٧٩

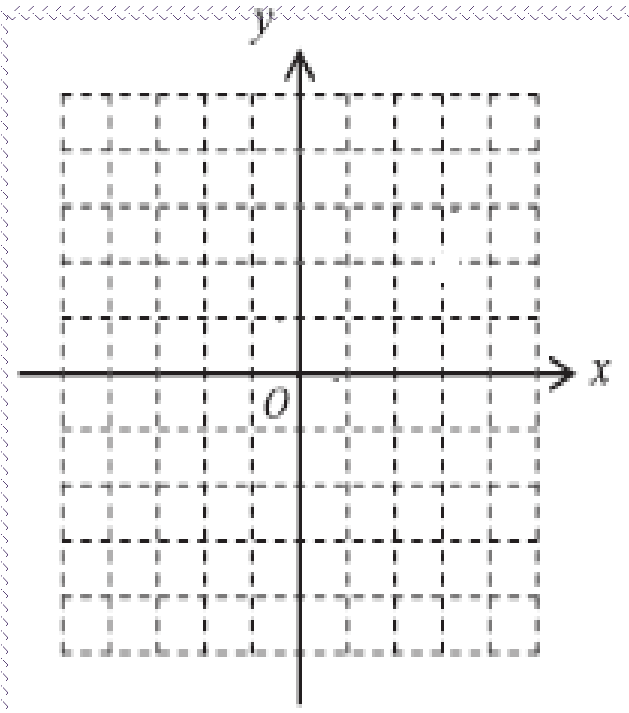
مسالة : ليكن لدينا المستقيم $d: x + by = 3$

١) اوجد قيمة b ليمر d من النقطة $A(1,1)$

٢) اذا علمت ان ضعفي x يزيد على y بمقدار 6

a) عبر عن هذه الجملة رمزيا وسمي المعادلة d'

b) اوجد الحل المشترك جبريا للمعادلتين d وd' وتاكد بيانيا



تمرين : عمرلجين الان ثلاث اضعاف عمر سارة وبعد 15 سنة عمر لجين مثلي عمر سارة ما عمر لجين وما عمر سارة

تمرين : في مزرعة ارانب ودجاجات

عدد رؤوس الحيوانات 28 وعدد القوائم 76 ماهو عدد الارانب وما هو عدد الدجاجات

امين المحمد ٠٩٤٩٣٥٣٢٧٩

تمرين :مجموع ما يقتني ماهر وعامر من الطوابع 144 اعطى ماهر اثنين من الطوابع لعامر فاصبح لدى عامر مثلي ما لدى ماهر بعد الاعطاء ماعدد طوابع ماهر وما عدد طوابع عامر

تمرين : مزرعة تحوي ارانب ودجاجات عدد الدجاجات ثلاث اضعاف الارانب فتح باب المزرعة هرب 15 دجاجة فاصبح عدد الارانب ضعف الدجاجات ماهو عدد الدجاجات وما هو عدد الارانب

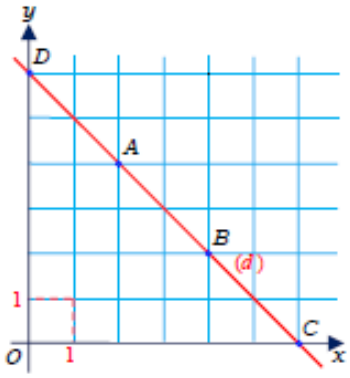
تمرين : اوجد الحل المشترك للمعادلتان $2x + 3y = 5$ و $x + 2y = 3$

امين المحمد ٠٩٤٩٣٩٣٢٧٩

تمرين : اوجد الحل المشترك للمعادلتان $\sqrt{2}x + y = 5$ و $x - \sqrt{2}y = 0$

تمرين : هل الثنائية $(3, 1)$ حل للجملة $S\begin{cases} 2x + y = 7 \ \ldots\ldots (1) \\ x - 5y = -2 \ \ldots\ldots (2) \end{cases}$

تمرين: ليكن d المستقيم المرسوم جانبا



١) اكتب احداثيات النقاط A و B و C و D ماذا تلاحظ عند جمع الفواصل والتراتيب لكل نقطة

٢) هل تقع النقطة $D(1, 4)$ تقع على d وماذا تلاحظ

امين المحمد ٠٩٤٩٢١٣٢٧٩