دورة 2017 الأولى:

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$

الحل:

$$(3^2)^x + 3^x.3^1 - 4 = 0$$

نعلم أن $(a^n)^m = a^{n.m}$

$$3^{2x} + 3.3^x - 4 = 0$$
$$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$$

إما $3^x = -4 < 0$ مرفوض

أو $3^x = 1$

$$\Rightarrow e^{x.\ln 3} = e^0$$
$$x.\ln 3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

① احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب الافقي والشاقولي.

② ادرس تغيرات التابع f، ونظم جدولاً بها، ثم دلّ على القيمة الحدية محلياً.

③ جد معادلة المماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

④ ارسم كل مقارب وجدته، وارسم المماس Δ ثم ارسم C.

⑤ احسب S مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيم $x = e$.

الحل:

①

$$\lim_{x\to0^+} f(x) = \frac{\ln(0^+)}{0} = -\infty$$

$x = 0$ مقارب شاقولي للخط C، ويكون C على يمين المقارب.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}.\frac{1}{x}\right)$$
$$= 0 \times 0 = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

② f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}.x^2 - 2x.\ln(x)}{x^4}$$
$$f'(x) = \frac{x - 2x.\ln(x)}{x^4}$$
$$f'(x) = \frac{1 - 2\ln(x)}{x^3}$$
$$f'(x) = 0$$
$$1 - 2\ln(x) = 0 \Rightarrow 1 = 2\ln(x)$$
$$\Rightarrow \ln(x) = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \in$ مجموعة التعريف

$$f\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)}{\left(e^{\frac{1}{2}}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2}\ln(e)}{e^{\frac{2}{2}}} = \frac{1}{2e}$$

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
f'	‖	$+$	0	$-$	
f	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2e}$	$\searrow$	0

$f(\sqrt{e}) = \frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً

3 معادلة المماس تحتاج:

$$f'(1) = m$$
$$f(1) = y_0$$
$$f(1) = 0 = y_0$$
$$f'(1) = 1 = m$$
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$\Delta: y = x - 1$$

4 الرسم:

مقاربات + معادلة المماس

$x = 0$ مقارب شاقولي

$y = 0$ مقارب أفقي

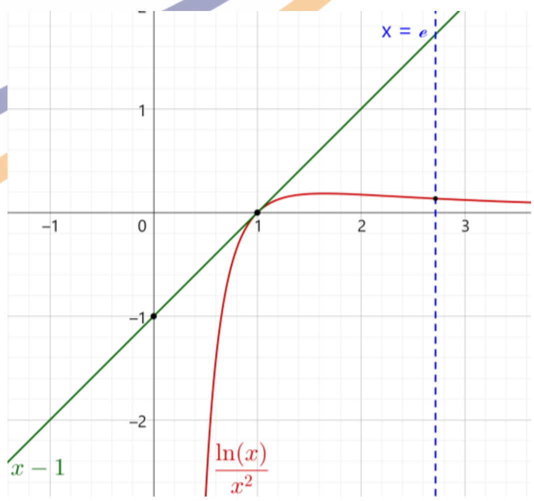
$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (0,-1)$$
$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1,0)$$

نقاط الجدول:

$$(0,-\infty)\,,\left(\sqrt{e},\frac{1}{2e}\right)\quad(+\infty,0)$$

نقاط مساعدة:

$$y = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$
$$ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1,0)$$



5 السطح ملزوق بـ xx' من فوق

$$S = \int_1^e f(x)\,dx$$
$$S = \int \frac{1}{x^2}.\ln x\ dx$$

تجزئة

$$u = ln(x) \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$$
$$v' = \frac{1}{x^2} \Rightarrow v = -\frac{1}{x}$$
$$S = \left[-\frac{1}{x}.ln(x)\right]_1^e - \int_1^e \frac{-1}{x}.\frac{1}{x}\,dx$$
$$S = \left[-\frac{1}{x}.ln(x)\right]_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2}\,dx$$
$$S = \left[-\frac{1}{x}.ln(x)\right]_1^e + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^e$$
$$= -\frac{1}{e} - 0 - \frac{1}{e} + 1$$
$$S = -\frac{2}{e} + 1 = \frac{-2+e}{e} > 0$$

ترقبوا الإعلان الرسمي للجلسات الامتحانية

لمحافظة حلب و طلاب الاونلاين

احمد تكروري رياضيات @Ahmad_Tkrory احمد تكروري 099 444 60 57

دورة 2017 الثانية:

السؤال الثالث:

حل المعادلة التفاضلية الآتية:

$2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(ln(4)\,,1)$.

الحل:

$$2y'+3y=0$$

نعزل y'

$$y'=-\frac{3}{2}y$$

حلها من الشكل $f(x)=k.e^{ax}$

$$f(x)=k.e^{-\frac{3}{2}x}$$

نعوض إحداثيات $A(ln(4)\,,1)$ في $f(x)$

$$1=k.e^{-\frac{3}{2}ln(4)}$$
$$1=k.e^{-\frac{3}{2}.2\,ln(2)}$$
$$1=k.e^{-3\,ln(2)}$$
$$1=k.e^{3\,ln\left(\frac{1}{2}\right)}$$
$$1=k.e^{ln\left(\frac{1}{8}\right)}$$

نعلم أن $e^{ln(g(x))}=g(x)$

$$1=\frac{1}{8}k\Rightarrow k=8$$

$$f(x)=8.e^{-\frac{3}{2}x}$$

المسألة الأولى:

ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+x(ln\,x)^2$ وليكن $g(x)=(ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

① أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$

② أثبت أن $f'(x)=g(x)$

③ حل المعادلة $g(x)=0$

④ نظم جدول بتغيرات f

⑤ اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=\frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

الحل:

❶ $f(x)=x+x(ln\,x)^2$

$$f(x)=x+\left(\sqrt{x}\right)^2\left[ln\left(\sqrt{x}\right)^2\right]^2$$
$$f(x)=x+\left[\sqrt{x}.\,ln\left(\sqrt{x}\right)^2\right]^2$$
$$f(x)=x+\left[2\sqrt{x}.\,ln\left(\sqrt{x}\right)\right]^2$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$
$$\lim_{x\to0^+}f(x)=0$$

لأن $\lim_{x\to0}\sqrt{x}.\,ln\sqrt{x}=0$

❷ $f'(x)=1+(ln(x))^2+2\,ln(x).\frac{1}{x}.x$

$$f'(x)=1+(ln(x))^2+2\,ln(x)$$
$$f'(x)=ln^2(x)+2\,ln(x)+1$$

جذر إشارة جذر للتربيع

$$f'(x) = (ln(x)+1)^2 = g(x)$$

③ $g(x) = 0$

$$(ln(x)+1)^2 = 0$$

$$ln(x) = -1 \Rightarrow x = e^{-1}$$

$$x = \frac{1}{e}$$

④ f معرف ومستمر واشتقاقي على المجال

$]0, +\infty[$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{2}{e}$$

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
f'	‖	$+$	0	$+$	
f	‖ 0	$\nearrow$	$\frac{2}{e}$	$\nearrow$	$+\infty$

⑤ $f'\left(\frac{1}{e}\right) = 0 = m$

ومنه معادلة Δ: $y = \frac{2}{e}$

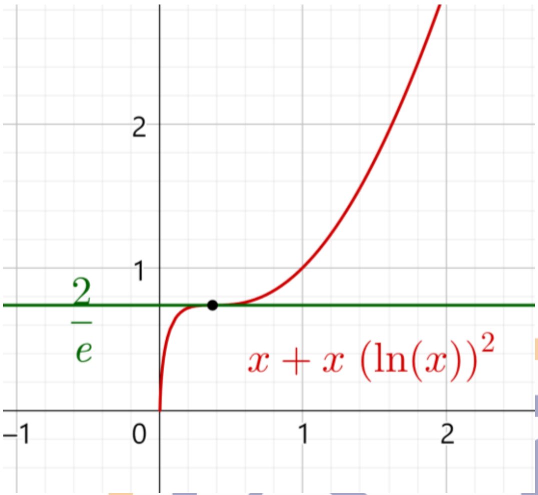
الرسم:

مقاربات + معادلات المماس

$y = \frac{2}{e}$ مماس أفقي

نقاط الجدول:

$(0,0)$ $\left(\frac{1}{e}, \frac{2}{e}\right)$ $(+\infty, +\infty)$



دورة 2018 الأولى:

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = ln(e^{-x}+1)$

① جد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

② أثبت أن $f(x) = -x + ln(e^{x}+1)$

③ أثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

④ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

⑤ ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الحل:

❶ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

$$f(x) = ln[e^{-x}(1+e^{x})]$$

نعلم أن $ln(a.b) = ln(a) + ln(b)$

❷ $f(x) = ln(e^{-x}) + ln(1+e^{x})$

$$f(x) = -x + ln(1+e^{x})$$

④ يجب أن نبرهن:

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$$
$$\lim_{x\to-\infty}(-x+ln(1+e^{x})+x)$$
$$\lim_{x\to-\infty}(ln(1+e^{x}))=ln(1)=0$$

بما أن نهاية الفرق تساوي الصفر، فإن $y=-x$ مقارب مائل في جوار $-\infty$

④ f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$$f'(x)=\frac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}<0$$

f متناقص تماماً

x	0		$+\infty$
f'	$\Vert$	$-$	
f	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	0

⑤ الرسم:

مقاربات + معادلات مماس

$y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

$y=-x$ مقارب نائل في جوار $-\infty$

$x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow(0,0)$

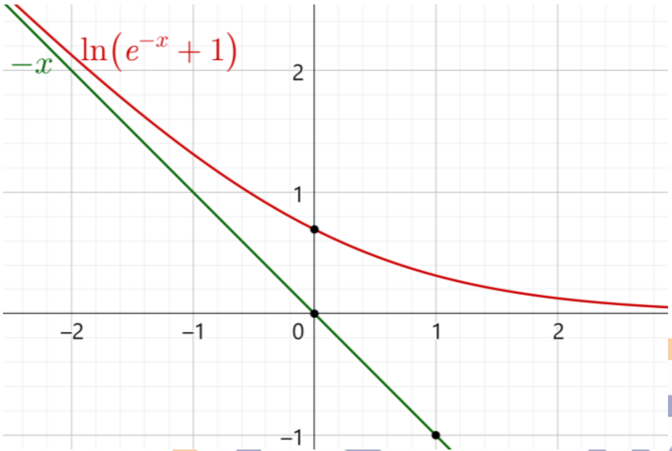
$x=1\Rightarrow y=-1\Rightarrow(1,-1)$

نقاط الجدول:

$(-\infty,+\infty)\ \ (+\infty,0)$

نقاط مساعدة:

$x=0\in\mathbb{R}\Rightarrow f(0)=ln(2)$
$\Rightarrow(0,ln(2))$



دورة 2018 الثانية:

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{x}-1$ والمطلوب:

① جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\le 0$.

② احسب $\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx$

الحل:

❶ $e^{x}-1\le 0$
$e^{x}\le 1\Rightarrow x\le 0\Rightarrow x\in]-\infty,0]$

❷ $\int_0^{ln(2)}(e^{x}-1)\,dx=[e^{x}-x]_0^{ln(2)}$
$=2-ln(2)-1=1-ln(2)$

ترقبوا الإعلان الرسمي للجلسات الامتحانية

لمحافظة حلب و طلاب الاونلاين

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق

$$f(x) = x^2 - \ln x$$

والمطلوب:

① جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

② ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

③ اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

④ في معلم متجانس ، ارسم المماس T والخط البياني C.

⑤ احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = e , x = 1$

⑥ نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث $u_n = n^2 - \ln(n)$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

الحل:

❶ $D_f =]0,+\infty[$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 - (-\infty) = +\infty$$

$x = 0$ مقارب شاقولي للخط C و C يمين المقارب.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty - \infty$$ عدم تعيين

$$\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(1-\frac{\ln(x)}{x^2}\right)\right] = +\infty(1-0) = +\infty$$

❷ f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$f'(x) = 0$$

$$2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

إما $= -\frac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض أو $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ مقبول

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln 2$$

x	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
f'	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

❸ $f(1) = 1 , f'(1) = 1$

$T: y - y_0 = m(x - x_0)$

$T: y - 1 = 1(x - 1)$

$T: y = x$

❹ الرسم:

مقاربات:

$T: y = x$

$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$

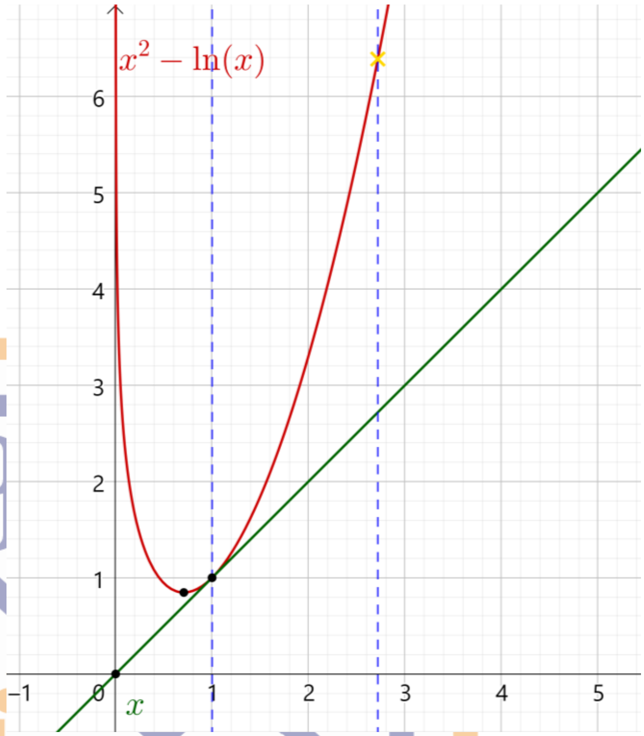
$x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1,1)$

نقاط الجدول

$(0,+\infty)$ $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 2\right)$ $(+\infty,+\infty)$

ترقبوا الإعلان الرسمي للجلسات الامتحانية

لمحافظة حلب و طلاب الاونلاين



⑤

$$S = \int_1^e f(x)\,dx = \int_1^e (x^2 - ln(x))dx$$

$$= \int_1^e x^2\,dx - \int_1^e ln(x)\,dx$$

$$= I - J$$

$$I = \int_1^e x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e = \frac{e^3 - 1}{3}$$

$$J = \int_1^e ln(x)\,dx$$

تجزئة

$$u = ln\,x \Rightarrow u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = 1 \Rightarrow v = x$$

$$J = [x\,ln(x)]_1^e - \int_1^e dx = e - [x]_1^e x$$

$$J = e - e + 1 = 1$$

$$S = I - J = \frac{e^3 - 1}{3} - \frac{3}{3}$$

$$S = \frac{e^3 - 4}{3}$$

⑥ من خلال جدول التغيرات نجد $f(x)$ متزايد تماماً على المجال $[\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty[$ فالتابع $f(x)$ متزايد تماماً فالمتتالية u_n المعرفة بالعلاقة $n \geq 1$ متتالية متزايدة تماماً.

دورة 2019 الأولى:

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I =]e^{-1}, +\infty[$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{2 + ln\,x}{1 + ln\,x}$ والمطلوب:

① جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9\,, 1.1[$.

② احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

الحل:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$$ عدم تعيين

$$f(x) = \frac{ln(x)\left[\frac{2}{ln(x)} + 1\right]}{ln(x)\left[\frac{1}{ln(x)} + 1\right]}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$

تعيين A عدداً حقيقياً

$$c = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$

$$r = \frac{b - a}{2} = \frac{1.1 - 0.9}{2} = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$|f(x) - 1| < \frac{1}{10}$$

$$\left|\frac{2+ln(x)}{1+ln(x)}-1\right|<\frac{1}{10}$$

$$\left|\frac{2+ln(x)-1-ln(x)}{1+ln(x)}\right|<\frac{1}{10}$$

$$\left|\frac{1}{1+ln(x)}\right|<\frac{1}{10}$$

$$1+ln(x)>10$$

$$ln(x)>9 \Rightarrow x>e^9$$

$$A=e^9$$

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$$

نفرض $f(x)=X$

$$\lim_{x\to\infty} f\big(f(x)\big)=\lim_{x\to 1} f(x)=2$$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب:

① جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

② ادرس تغييرات التابع f ونظم جدولاً بها.

③ جد معادلة المماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C, T.

④ في معلم متجانس ، ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C.

⑤ ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$، استنتج الخط البياني C' للتابع g.

الحل:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{4}{1+e^{-x}}=4$$

$y=4$ مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{4}{\infty}=0$$

$y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$$f'(x)=\frac{-4e^x}{(1+e^x)^2}<0$$

f متناقص تماماً

x	$-\infty$	$+\infty$
f'	$-$	
f	4 $\searrow$	0

$$f(0)=2-y_0$$
$$f'(0)=-1$$
$$T: y-y_0=m(x-x_0)$$
$$y-2=-1(x-0)$$
$$T: y=-x+2$$

دراسة الوضع النسبي:

تكرورية هامة:

لدراسة الوضع النسبي بين التابع و معادلة مماس نشكل الفرق بين التابع و معادلة المماس و نضطر لدراسة تغيرات الفرق

$$g(x)=f(x)-y_T=\frac{4}{1+e^x}+x-2$$

الرياضيات ـ الجزء الاول

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$
$$g'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{(1+e^x)^2} \geq 0$$
$$g'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1$$
$$\Rightarrow x = 0$$
$$g(0) = 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		$+$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
الوضع النسبي		C يقع تحت T		C يقع فوق T	

الرسم:

المقاربات:

$y = 4\ ,y = 0$ مقاربين أفقيين

$y = -x + 2$

$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (0,2)$

$y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2,0)$

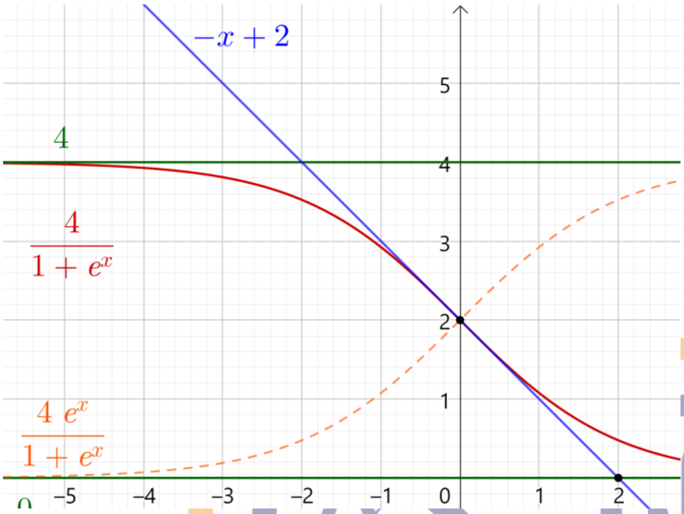
نقاط الجدول:

$(-\infty, 4)\ ,\qquad (+\infty, 0)$

نقاط مساعدة:

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 2$

$(0,2)$ نقطة المماس



$$g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x} = \frac{4e^x}{e^x(e^{-x}+1)}$$
$$g(x) = \frac{4}{1+e^{-x}} = f(-x)$$

C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب.

دورة 2019 الثانية:

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$

والمطلوب:

① عين العددين الحقيقيين b, a إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y = 3x$.

② من أجل $a = 4\ , b = -4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x -$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

الحل:

$f(1) = 0$

$a + b = 0$

$$f'(x) = a - \frac{1 - ln(x)}{x^2}$$

الميل هو أمثال x بعد عزل y

$f'(1) = 3$

$a - 1 = 3$

$a = 4\,, b = -4$

$$f(x) = 4x - 4 - \frac{ln(x)}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(4x - 4 - \frac{ln(x)}{x} - 4x + 4\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(-\frac{ln(x)}{x}\right) = 0$$

بما ان نهاية الفرق تساوي الصفر فإن $y =$ $4x - 4$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي:

$$f(x) - y_\Delta = -\frac{ln(x)}{x}$$

$-ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

x	0		1		$+\infty$
$-ln\,x$	‖	$-$	0	$+$	
x	‖		$+$		
$\frac{-ln\,x}{x}$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖	تحت C		فوق C	

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب:

① جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

② ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

③ في معلم متجانس، ارسم الخط C.

④ احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$.

⑤ استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق $g(x) = 2xe^x$.

⑥ أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 2e^{-x}$

الحل:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{2e^x - 2xe^x}{e^{2x}}$$

$$f'(x) = \frac{2 - 2x}{e^x}$$

$f'(x) = 0$

$2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1$

$$f(1) = \frac{2}{e}$$

الرياضيات ـ الجزء الأول

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{2}{e}$	$\searrow$	0

الرسم:

مقاربات:

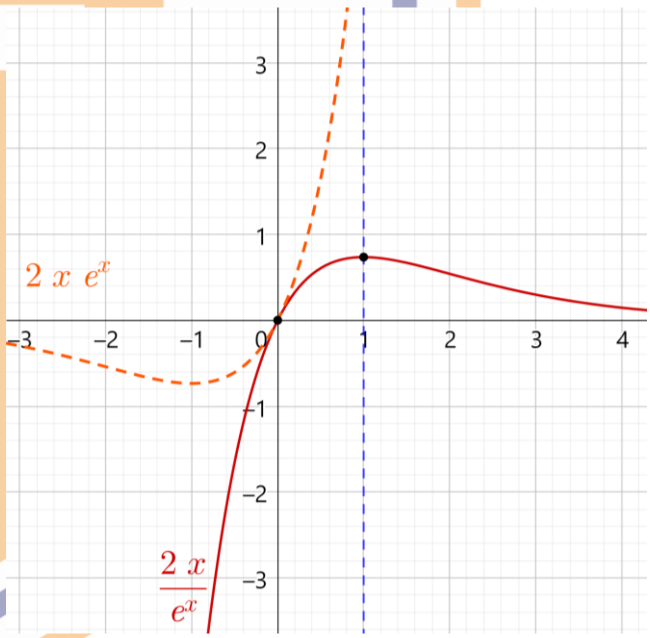
$y = 0$ **مقارب أفقي**

نقاط الجدول:

$(-\infty, -\infty)$ $\left(1, \frac{2}{e}\right)$ $(+\infty, 0)$

نقاط مساعدة:

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$



$$S = \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$S = \int_0^1 2x.e^{-x}\,dx$$

تحتاج تجزئة

$$S = [-2x.e^{-x}]_0^1 + \int_0^1 2e^{-x}\,dx$$

$$S = [-2x.e^{-x}]_0^1 - [2e^{-x}]_0^1$$

$$S = \frac{2e-4}{e}$$

$$f(x) = 2x.e^{-x}$$
$$\Rightarrow f(-x) = -2xe^{x}$$
$$\Rightarrow= f(-x) = 2x.e^{x}$$

ومنه $g(x) = -f(-x)$

C' **نظير** C **بالنسبة لمبدأ الإحداثيات**

$$y = f(x) = \frac{2x}{e^x}$$

$$y' = f'(x) = \frac{2-2x}{e^x}$$

$$y' + y = \frac{2x}{e^x} + \frac{2-2x}{e^x} = \frac{2}{e^x}$$

$$y + y' = 2e^{-x}$$

دورة 2020 الأولى:

السؤال الرابع:

أثبت أن $ln(x+1) < \sqrt{x+1}$

أياً كان $x > -1$

الحل:

$$ln(x+1) - \sqrt{x+1} < 0$$

نفرض $f(x) = ln(x+1) - \sqrt{x+1}$

$$f(x) < 0$$

ندرس اطراد f **على المجال** $]-1, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-2,2[$ وفق

$$f(x)=ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$$

والمطلوب:

① أثبت أن f تابع فردي.

② ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.

③ اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$

④ في معلم متجانس ارسم الخط البياني C.

⑤ استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=ln(2-x)-ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$

الحل:

$\forall x\in]-2,2[\,;\ -x\in]-2,2[$

الشرط الأول محقق

$$f(-x)=ln\left(\frac{-x+2}{2+x}\right)$$

$$ln\left(\frac{a}{b}\right)=-ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$=-ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$$

$$=-f(x)$$

f تابع فردي

f معرف ومستمر واشتقاقي على $[0,2[$

$f(0)=0$

$$f'(x)=\frac{2-\sqrt{x+1}}{2(x+1)}$$

$f'(x)=0$

$2-\sqrt{x+1}=0$

$2=\sqrt{(x+1)}$

$4=x+1\Rightarrow x=1$

$f(3)=ln(4)-2<0$

x	-1	3	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$
f	$\nearrow$	$ln(4)-2$	$\searrow$

من جدول التغيرات نجد

$f(x)\le ln(4)-2<0$

$f(x)<0$

منه

$ln(x+1)-\sqrt{x+1}<0$

محققة $x>-1$

ترقبوا الإعلان الرسمي للجلسات الامتحانية لمحافظة حلب و طلاب الاونلاين

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = +\infty$$

$x = 2$ مقارب شاقولي للخط و C على يسار المقارب.

$$f'(x) = \frac{4}{4-x^2} > 0$$

متزايد تماماً

معادلة المماس:

$$f(0) = 0 = y_0$$
$$f'(0) = 1 = m$$
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$T: y = x$$

القيمة التقريبية:

$$f(a+h) \simeq f(a) + f'(a).h$$
$$f(0.1) \simeq f(0) + (0.1)(1) = 0 + 0.1$$
$$= 0.1$$

الرسم:

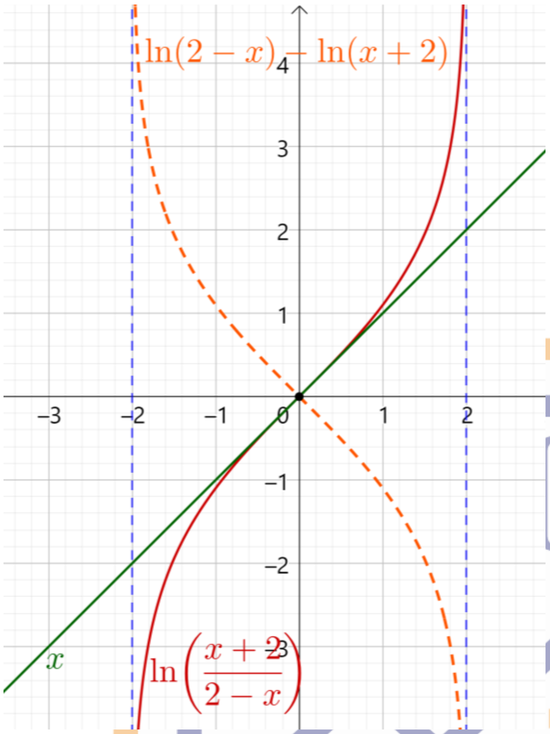
مقاربات:

$x = 2$ مقارب شاقولي

$y = x$ معادلة المماس

نقاط الجدول:

$(0,0)$ $(2,+\infty)$



$$g(x) = ln(2-x) - ln(x+2)$$
$$f(x) = ln(x+2) - ln(2-x)$$
$$g(x) = -f(x)$$

C' نظير C بالنسبة لمحور الفواصل

دورة 2020 الثانية:

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{ln\, x}{x}$$

والمطلوب:

① احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

② ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

③ أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}[$

④ في معلم متجانس ارسم الخط C.

⑤ استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$

الحل:

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\frac{\infty}{0} = -\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي للخط C و يكون C على يمين المقارب.

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}\right) = 0$$ حسب المبرهنة

$y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}+\frac{1-\ln(x)}{x^2}$$

$$f'(x) = -\frac{\ln(x)}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$-\ln(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 1$$

x	0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

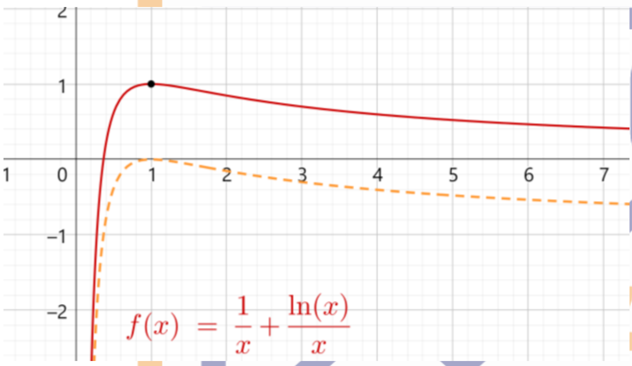
f معرف ومستمر ومتزايد على المجال $]0,1[$

فهو متزايد تماماً على $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2-2\ln(2) > 0$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right).f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$$

بالتالي $f(x)=0$ لها حل وحيد على المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$



$$g(x) = \frac{1}{x}+\frac{\ln(x)}{x}-1 = f(x)-1$$

C' ينتج عن C وفق انسحاب الشعاع $\vec{u}(0,-1)$

دورة 2021 الأولى:

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق

$$f(x)=x-4+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

① أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$

② أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

③ ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

الحل:

$$f(x)=x-4+\ln(x)-\ln(x+2)$$

$$f'(x)=1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$$

$$f'(x)=1+\frac{1}{x(x+1)}>0$$

ومنه f متزايد تماماً على I

$$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$$

ومنه

$$f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$$

$$\lim_{x\to +\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(x-4+\ln\left(\frac{x}{x-4}\right)-(x-4)\right)$$

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\ln\left(\frac{x}{x-4}\right)\right)=\ln(1)=0$$

بما أن نهاية الفرق تساوي الصفر فإن $y=x-4$ مقارب في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي:

$$\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)<0$$

لأن $x<x+1$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f العرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب:

① احسب نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

② أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

③ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودلّ على القيم الحدية مبيناً نوعها.

④ ارسم C في معلم متجانس.

⑤ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

⑥ جد مجموعة تعريف التابع $h(x)=\ln(f(x))$

الحل:

$$f(x)=(x^2+2x+1)e^{-x}$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$$

$$f(x)=\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}$$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

$f(x) = (x^2 + 2x = 1)e^{-x}$

$f'(x) = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x + 1)$

$f'(x) = e^{-x}(1 - x^2)$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

$f'(x) = 0 \ , e^{-x} > 0$

$1 - x^2 = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

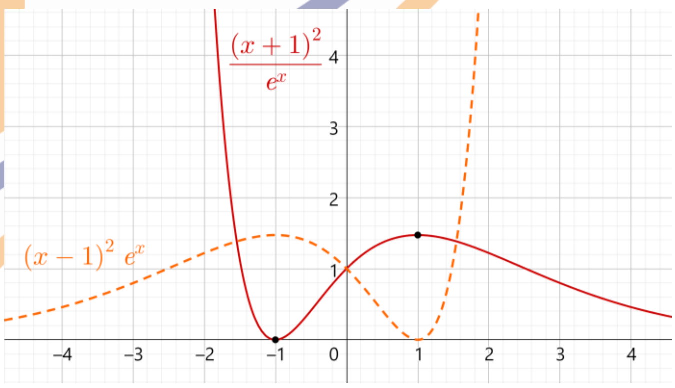
$f(1) = \frac{4}{e}$

$f(-1) = 0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	0

$f(-1) = 0$ قيمة حدية صغرى

$f(1) = \frac{4}{e}$ قيمة حدية كبرى



$g(x) = (x-1)^2 e^x = (-x+1)e^x$
$= (-x+1)^2 e^x = f(-x)$
$g(x) = f(-x)$

وبالتالي C' هو نظير C بالنسبة لمحور التراتيب.

من خلال جدول تغيرات $f(x)$ نلاحظ أن $f(x) > 0$ أياً كانت $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$

ومنه:

$h(x) = ln\big(f(x)\big)$

معرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

دورة 2021 الثانية:

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = (ax + b)e^{-x}$

المطلوب:

① احسب قيمة كل من b, a إذا علمت أن $f(-1) = e$ قيمة حدية للتابع.

② لتكن المعادلة التفاضلية $y' + y = \lambda e^{-x}$، عين قيمة λ إذا علمت أن $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ حلاً لها.

الحل:

لدينا $f(-1) = e$ قيمة حدية

$x_0 = -1 \ , y_0 = e \ , m = 0$

لأنها قيمة حدية

$f(-1) = e \ , f'(-1) = 0$

$-a + b = 1 \ \ldots(1)$

$f'(x) = ae^{-x} - (ax + b)e^{-x}$

$f'(x) = e^{-x}(a - ax - b)$

$f'(-1) = 0$

$2a - b = 0 \dots (2)$

بجمع (1) و (2):

$a = 1 \,, b = 2$

$f(x) = (x+2)e^{-x}$

$f'(x) + f(x) = \lambda e^{-x}$

$e^{-x}(-1-x) + (x+2)e^{-x}$

$= e^{-x}(-1-x+x+2) = e^{-x}$

$\Rightarrow \lambda = 1$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق

$$f(x) = e^{-x}(1 + ln\, x)$$

والمطلوب:

① ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها.

② بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

③ جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

④ أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

⑤ مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

⑤ في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

الحل:

$$\lim_{x\to 0} g(x) = \frac{1}{0^+} - (-\infty) = +\infty$$

$x = 0$ مقارب شاقولي للخط C و يكون C على يمين المقارب

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0 - 1 - (+\infty) = -\infty$$

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{-1-x}{x^2} < 0$$

x	0		1		$+\infty$
g'		$-$	$-$	$-$	
g	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	0

g معرف ومستمر ومتناقص تماماً على المجال $]0,+\infty[$

$g(\,]0,+\infty[\,) =]-\infty,+\infty[$

$0 \in]-\infty,+\infty[$

$g(x) = 0$ حل وحيد هو $x = 1$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1(1-\infty) = -\infty$$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0(\infty)$ عدم تعيين

نغير شكل التابع

$$f(x) = e^{-x} + \frac{ln(x)}{e^x}$$
$$= e^{-x} + ln(x)\,.\,e^{-x}$$

نضرب بـ x ونقسم على x

$$f(x) = e^{-x} + \left(\frac{ln(x)}{x} \times \frac{x^x}{e}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 + (0\times 0) = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

المشتق:

$$f'(x) = e^{-x}(1+ln(x)) + \left(\frac{1}{x}e^{-x}\right)$$

$$f'(x) = e^{-x}\left(\frac{1}{x} - 1 - ln(x)\right)$$

$$f'(x) = e^{-x}.g(x)$$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x}}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

باعتبار $\forall x \in \mathbb{R} \ \ e^{x} > 0$

$f'(x) > 0$ عندما $g(x) > 0$

عندما $x \in]0,1[$

$f'(x) < 0$ عندما $g(x) < 0$

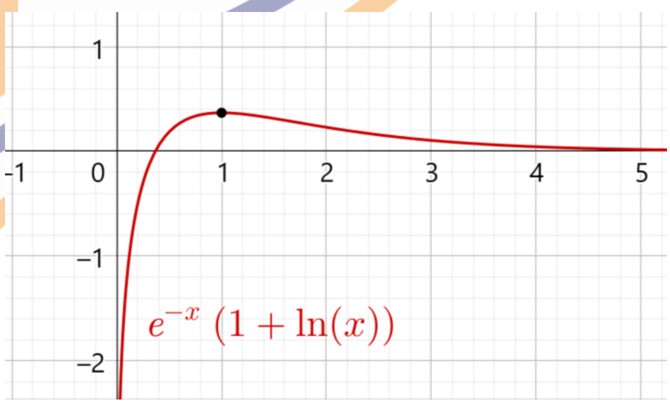
عندما $x \in]1,+\infty[$

$f'(x) = 0$ عندما $g(x) = 0$

عندما $x = 1$

ومنه $f(1) = \frac{1}{e}$

x	0		1		$+\infty$
f'	‖	$+$	0	$-$	
f	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0



دورة 2022 الأولى:

التمرين الثاني:

ليكن f تابعاً معرفاً على $[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x - ln\,x} & ; \ x > 0 \\ 0 & ; \ x = 0 \end{cases}$$

المطلوب:

① أثبت أن f مستمر عند الصفر.

② ادرس قابلية اشتقاق التابع عند الصفر وفسر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

③ بين أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

④ اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها 1 واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$

الحل:

حتى يكون f مستمر عند الصفر يجب أن نبرهن:

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$0 = 0$$

f مستمر عند الصفر

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{x(x - ln(x))}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x - x.ln(x)} = 0$$

f قابل للاشتقاق عند الصفر

حيث $f'(0) = 0$

C يقبل مماساً أفقياً في النقطة $(0,0)$

معادلته $y = 0$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x\left(1 - \frac{ln(x)}{x}\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$

$y = 1$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

$f(1) = 1$

$$f'(x) = \frac{-ln(x) + 1}{(x - ln(x))^2}$$

$f'(1) = 1$

$T: y = x$

نعوض في معادلة المماس $f(1.1) \simeq 1.1$

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$

المطلوب:

① احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

② بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C, Δ

③ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، ثم بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1, 0]$.

④ ارسم C, Δ ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x = 1$.

⑤ استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = -e^{2x} + 2x + 2$

الحل:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)$$
$$= \lim_{x\to-\infty} (e^{-2x}(1 + 2x.e^{2x}) - 2)$$
$$= +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$$
$$\lim_{x\to+\infty} (e^{-2x} + 2x - 2 - (2x - 2))$$
$$= 0$$

بما أن نهاية الفرق تساوي الصفر

فإن $y = 2x - 2$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي:

$$f(x) - y_\Delta = e^{-2x} > 0$$

C يقع فوق Δ

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

$f'(x) = -2e^{-2x} + 2$

$f'(x) = 0$

$-2e^{-2x} + 2 = 0$

$e^{-2x} = 1 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$

f'	$-$	0	$+$
f	$+\infty \searrow$	-1	$\nearrow +\infty$

f معرف ومستمر ومتناقص على المجال $]-\infty, 0[$

$f(]-\infty,0[) =]1,+\infty[$

$0 \in]1,+\infty[$

يوجد حل وحيد للمعادلة

$f(x) = 0$ في المجال $]-\infty, 0[$

f معرف ومستمر ومتزايد تماماً على المجال $[0,+\infty[$

$f([0,+\infty[) = [-1,+\infty[$

$0 \in [-1\,,+\infty[$

وبالتالي $f(x) = 0$ لها حلان مختلفان في $\mathbb{R}$

$f(0) = -1 < 0$

$f(-1) = e^2 - 4 > 0$

$f(0).f(-1) < 0$

وبالتالي أحد حلول المعادلة $f(x) = 0$ يقع ضمن $]-1,0[$

الرسم:

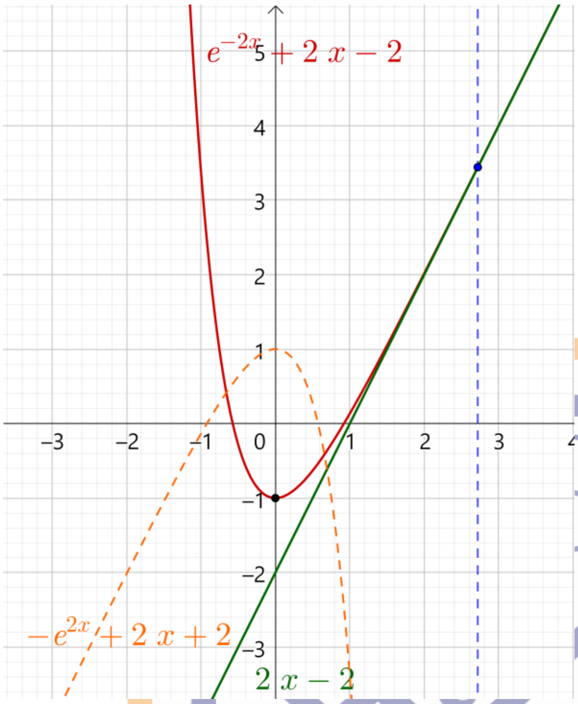
مقاربات: $y = 2x - 2$

$x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow (0,-2)$

$y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1,0)$

نقاط الجدول:

$(-\infty,+\infty)\ (0,-1)\ (+\infty,+\infty)$



مساحة السطح المحصور

$$S = \int_0^1 (f(x) - y_\Delta)\, dx$$

$$S = \int_0^1 e^{-2x} dx$$

$$S = \left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\right]_0^1$$

$$S = -\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2e^2}$$

$$g(x) = -[e^{-2(-x)} + 2(-x) - 2]$$

$$g(x) = f\big(f(-x)\big)$$

C' نظير C بالنسبة لمبدأ الإحداثيات.

دورة 20222 الثانية:

السؤال الثالث:

ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$g(x) = ln(2 + sin\, x)$$

المطلوب:

① احسب $g'(0), g'(x)$

② استنتج $\lim_{x\to0} \frac{ln(2+sin\, x)-ln(2)}{x}$

الحل:

g اشتقاقي على $\mathbb{R}$

$$g'(x) = \frac{cos\, x}{2 + sin\, x}$$

$$g'(0) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to0} \frac{ln(2 + sin\, x) - ln\, 2}{x}$$

$$= \lim_{x\to0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0}$$

حسب تعريف العدد المشتق

$$\lim_{x\to0} \frac{ln(2 + sin\, x) - ln(2)}{x} = g'(0)$$

$$= \frac{1}{2}$$

السؤال الرابع:

$$x > 0\,, y > 0$$

من (1) نجد

$$ln(x.y) = ln(6)$$

$$x.y = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{y}$$

$$x + y = 5 \Rightarrow x = 5 - y$$

$$(5 - y)y = 6$$

$$5y - y^2 = 6$$

$$y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$(y - 3)(y - 2) = 0$$

إما $y = 2$ أو $y = 3$

$$y = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 3 \Rightarrow x = 2$$

الحلان مقبولان

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 1[$ وفق:

$$f(x) = e^x + ln(1 - x)$$

وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$g(x) = (1 - x)e^x - 1$ والمطلوب:

① ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x) \leq 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

② تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty, 1[$ ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

③ اكتب معادلة للمستقيم المماس T في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

④ في معلم متجانس، ارسم المستقيم T، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f.

الحل:

g معرف واشتقاقي على $\mathbb{R}$

$$g'(x) = -e^x + e^x(1-x) = -x.e^x$$
$$g'(x) = 0$$
$$e^x \neq 0$$
$$-x = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$g(0) = 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g		$\nearrow$	0	$\searrow$	

من جدول اطراد $g(x)$ نجد $g(x) \leq 0$

f معرف واشتقاقي على مجموعة تعريفه

$$f'(x) = e^x - 1(1-x)$$
$$= \frac{e^x(1-x) - 1}{1-x}$$
$$f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$$

باعتبار $1 - x > 0$ على المجال $]-\infty, 1[$

فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

منه $f'(x) \leq 0$

تكافئ عندما $x = 0$ يعطي $f(0) = 1$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$$

$x = 1$ مقارب شاقولي للخط C و C على يسار المقارب.

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

ترقبوا الإعلان الرسمي للجلسات الامتحانية

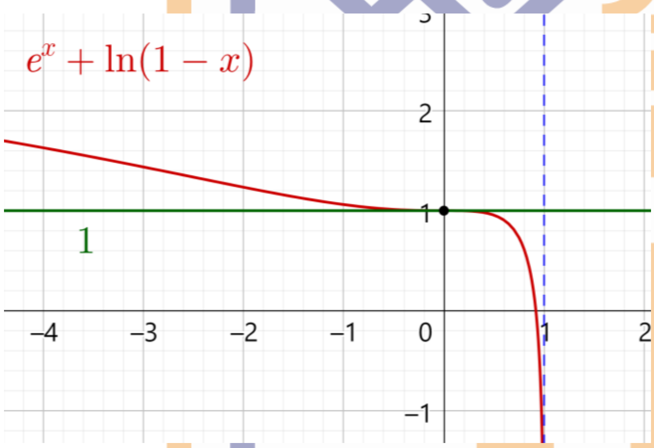
لمحافظة حلب و طلاب الاونلاين

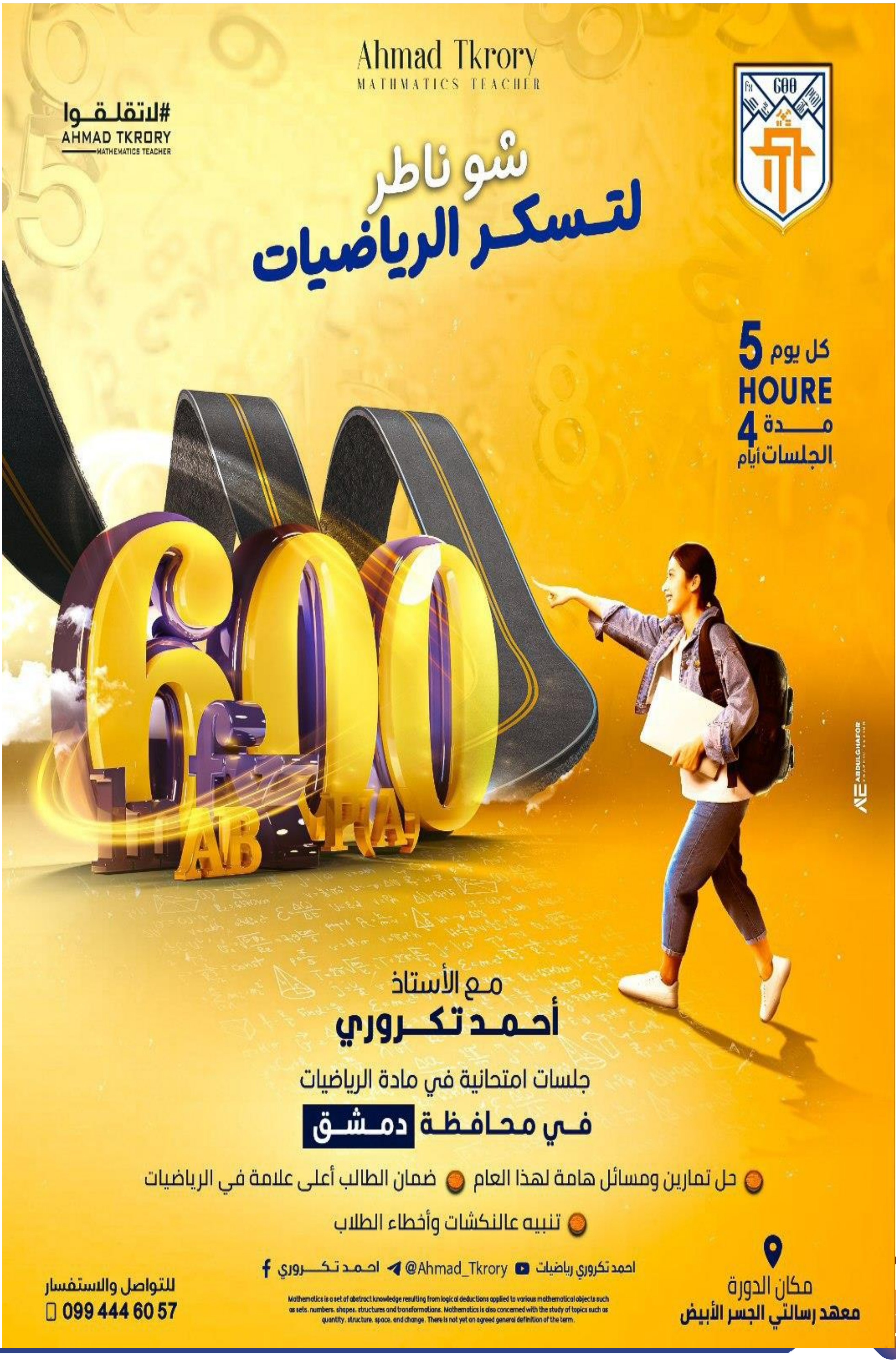
x	$-\infty$		0		1
f'		$-$	0	$-$	‖
f	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	‖

معادلة المماس

$f(0) = 1 , f'(0) = 0$

مماس أفقي: $T: y = 1$





Ahmad Tkrory
MATHMATICS TEACHER
#لاتقلقوا
AHMAD TKRORY
MATHEMATICS TEACHER
شو ناطر
لتسكر الرياضيات
كل يوم 5 HOURE
مدة 4 الجلسات أيام
600
مع الأستاذ
أحمد تكروري
جلسات امتحانية في مادة الرياضيات
في محافظة دمشق
حل تمارين ومسائل هامة لهذا العام
ضمان الطالب أعلى علامة في الرياضيات
تنبيه عالنكشات وأخطاء الطلاب
احمد تكروري رياضيات
@Ahmad_Tkrory
احمد تكروري
للتواصل والاستفسار
099 444 60 57
مكان الدورة
معهد رسالتي الجسر الأبيض