دورة 2017 الأولى:

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

① بكم طريقة يكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

② بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

الحل:

❶ اختيار الأسئلة عشوائي لذلك نستخدم التوافيق

$$\binom{8}{5} = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

❷ بقي خمسة أسئلة على الطالب اختيار اثنين منها

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود فير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$. نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار، اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، واحسب توقعه الرياضي وتباينه.

الحل:

لدينا تجربة برنولية لأن $n = 3$

$p = \frac{1}{3}$ ويعطي $q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$k \in X = \{0, 1, 2, 3\}$

نطبق قانون برنولي

$$P(x = k) = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}$$

من أجل $k = 0$:

$$P(x = 0) = \binom{3}{0} . \left(\frac{1}{3}\right)^0 . \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

من أجل $k = 1$:

$$P(x = 1) = \binom{3}{1} . \left(\frac{1}{3}\right) . \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{9}\right) = \frac{12}{27}$$

من أجل $k = 2$:

$$P(x = 2) = \binom{3}{2} . \left(\frac{1}{3}\right)^2 . \left(\frac{2}{e}\right)^1$$

$$= 3 . \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{6}{27}$$

من أجل $k = 3$:

$$P(x = 3) = \binom{3}{3} . \left(\frac{1}{3}\right)^3 . \left(\frac{2}{e}\right)^0 = \frac{1}{27}$$

يمكن حل المسألة عن طريق المبدأ الأساسي في العد.

لدينا $x = \{0,\ 1, 2, 3\}$

حيث $P(T)=\frac{2}{3}\ ,P(H)=\frac{1}{3}$

عند $x=0$ ظهور T ثلاث مرات (T,T,T)

$$P(x=0)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times 1=\frac{8}{27}$$

عند $x=1$ ظهور H مرة واحدة4

$$\{(T,T,H),(T,H,T),(H,T,T)\}$$

$$P(x=1)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times 3=\frac{12}{27}$$

عند $x=2$ تعني ظهور H مرتين

$$\{(T,H,H)\,,(H,T,H)\,,(H,H,T)\}$$

$$P(x=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times 3=\frac{6}{27}$$

عند $x=3$ تعني ظهور H ثلاث مرات

$$(H,H,H)$$

$$P(x=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times 1=\frac{1}{27}$$

k	02	1	2	3
$P(x=k)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

التوقع الرياضي:

$$E(x)=n.p=3\times\frac{1}{3}=1$$

ويمكن تطبيق القانون:

$$E(x)=\sum\big(k.P(x=k)\big)$$

التباين:

$$V(x)=n.p.q=\frac{2}{3}$$

ويمكن تطبيق القانون:

$$V(x)=E(x^2)-E(x)^2$$

دورة 2017 الثانية:

المسألة الثانية:

يضم مصنع ورشتين B,A لتصنيع الأقلام، عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B، هناك نسبة 5٪ من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2٪ من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال، نسحب عشوائياً قلماً من الطلب، نرمز بالرمز A إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة A) وبالرمز B إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة B) وبالرمز D إلى الحدث (القلم غير صالح للاستعمال)

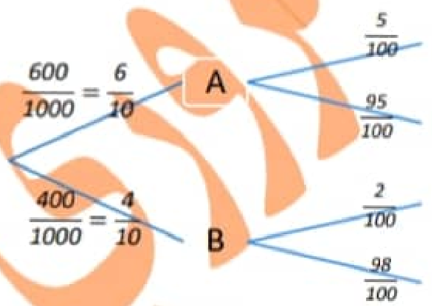
① أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة.

② احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

③ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال، فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A؟

الحل:

❶



❷ احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال $P(D')$

إما صالح ومن A أو صالح ومن B

$$P(D') = \frac{95}{100}\times\frac{6}{10}+\frac{98}{100}\times\frac{4}{10}$$
$$= \frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}$$
$$P(D') = \frac{962}{1000}$$
$$P(A|D') = \frac{P(A\cap D')}{P(D')}$$
$$P(A\cap D') = \frac{95}{100}\times\frac{6}{10} = \frac{570}{1000}$$
$$P(D') = \frac{\frac{570}{1000}}{\frac{962}{1000}} = \frac{570\times 1000}{962\times 1000} = \frac{285}{481}$$

③ لدينا $X = \{0,1,2\}$

$P(x=0)$ هو احتمال سحب قلم غير صالح.

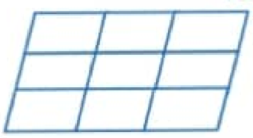
عدد الأقلام غير الصالحة من ورشة A يساوي:

$$600\times\frac{5}{100} = 30$$
$$P(x=0) = \frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}} = \frac{30\times 29}{600\times 599}$$
$$= \frac{29}{11980}$$

دورة 2018 الأولى:

السؤال الثالث:

في الشكل المجاور، نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية، تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع، والمطلوب: احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة.



الحل:

$$\binom{5}{2}\times\binom{4}{2} = \frac{5\times 4}{2\times 1}\times\frac{4\times 3}{2\times 1} = 60$$

حتى ينشئ متوازي أضلاع يتطلب مستقيمين شاقوليين ومستقيمين أفقيين.

التمرين الثالث:

ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية، الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات:

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$

و $P(X=0) = \frac{1}{27}$, $P(X=1) = \frac{6}{2}$

① جد $P(X=2), P(X=3)$

② ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X؟

③ ما تباين المتحول العشوائي X؟

الحل:

① لدينا تجربة برنولية

$$P(x=k) = \binom{n}{k}p^k.q^{n-k}$$

حيث $n=3$ و $k\in X = \{0,1,2,3\}$

$$p = \frac{2}{3} \Rightarrow 1-\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(x=2)=\binom{3}{2}.\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1$$
$$=3\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{12}{27}$$
$$P(x=3)=\binom{3}{3}.\left(\frac{2}{3}\right)^3.\left(\frac{1}{3}\right)^0$$
$$=1\times\frac{8}{27}\times 1=\frac{8}{27}$$

2. $E(x)=n.p=3\times\frac{2}{3}=2$

3. $V(x)=n.p.q=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

دورة 2018 الثانية:

السؤال الثالث:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمس عمال، كم لجنة قوامها مهندس وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة؟

الحل:

$$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=3\times\frac{5\times 4}{2\times 1}=30$$

التمرين الثاني:

صندوق يحوي 9 كرات متماثلة منها 4 كرات خضراء و 5 كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب: اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي.

تكرورية هامة:

عند مسائل الصناديق، نحدد ثلاث أشياء:

n عدد الشغلات الموجودة في الصندوق

r: عدد الشغلات المسحوبة من الصندوق.

نوع السحب:

معاً $\binom{n}{r}$ - دون إعادة P_n^r - مع إعادة $n.r$

الحل:

$n=9$, $r=3$ ، معاً (توافقية)

$X=\{0,3,5\}$

$P(x=3)=$ (2) حمراء و(1) خضراء

$$=\frac{\binom{5}{2}.\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}=\frac{\frac{5\times 4}{2\times 1}\times 4}{\frac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1}}$$
$$=\frac{240}{504}=\frac{20}{42}$$

$$P(x=5) = \text{حمراء}\ (3) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}$$

$$= \frac{5\times4\times3}{9\times8\times7} = \frac{5}{42}$$

$$P(x=0) = 1 - \big(P(x=5) + P(x=3)\big)$$

$$= 1 - \frac{25}{42} = \frac{17}{42}$$

x	0	3	5
$P(x)$	$\frac{17}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{5}{42}$

التوقع الرياضي:

$$E(x) = \sum\big(x.P(x)\big)$$

$$E(x) = 0\left(\frac{17}{42}\right) + 3\left(\frac{20}{42}\right) + 5\left(\frac{5}{42}\right) = \frac{85}{42}$$

دورة 2019 الأولى:

السؤال الثاني:

عين الحد المستقل عن x في منشور

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$$

الحل:

$$T_r = \binom{n}{r}.a^{n-r}.b^r$$

$$T_r = \binom{6}{r}(x)^{6-r}.\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$$

$$= \binom{6}{r}.(x)^{6-r}.(x)^{-2r}$$

$$= \binom{6}{r}.(x)^{6-3r}$$

الحد المستقل هو x_0

$$x^{6-3r} = x^0$$

$$6 - 3r = 0 \Rightarrow r = 2$$

الحد الذي يحوي الحد الثابت هو الحد الثالث

$$T_2 = \binom{6}{2} = 15$$

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون، وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته، احسب $P(A)$

نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين، عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثم احسب توقعه الرياضي.

الحل:

$$P(A) = \text{إما 2 حمراء، أو 2 بيضاء}$$

$$P(A) = \frac{P_2^2}{P_5^2} + \frac{P_3^2}{P_5^2} = \frac{2}{5\times4} + \frac{3\times2}{5\times4}$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

تكرورية: في مسائل الصناديق عندما يكون لدينا كرات مرقمة وملونة عند السؤال عن الأرقام ننسى الألوان

$$X = \{0,1,2,3\}$$

$$P(x=0) = \frac{P_2^2}{P_5^2}\times1 = \frac{2}{5\times4} = \frac{1}{10}$$

الرياضيات – الجزء الثاني

$$P(x=1)=\frac{P_2^1 . P_2^1}{P_5^2}\times 2=\frac{8}{20}=\frac{4}{10}$$

$$P(x=2)=\frac{P_2^1 . P_1^1}{P_5^2}\times 2+\frac{P_2^2}{P_5^2}\times 1$$

$$=\frac{2}{10}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$$

$$P(x=3)=\frac{P_2^1 . P_1^1}{P_5^2}\times 2=\frac{2}{10}$$

X_1	0	1	2	3
$P(X=X_1)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

$$E(x)=\frac{4}{10}+\frac{6}{10}+\frac{6}{10}=\frac{8}{5}$$

دورة 2019 الثانية:

السؤال الثاني:

عين قيم العدد n التي تحقق العلاقة:

$$\binom{15}{2n}=\binom{15}{n+3}$$

الحل:

الشرط: $\begin{matrix} 2n \le 15 \\ n+3 \le 15 \end{matrix} \Rightarrow n \le 7$

إما $2n=n+3 \Rightarrow n=3$ مقبول

أو $15=2n+n+3 \Rightarrow n=4$ مقبول

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات، منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته.

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عين مجموعة القيم التي يأخذها X واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X، واحسب توقعه الرياضي.

الحل:

$$X=\{2,3,4\}$$

السحب مرتان عندما يكون (حمراء ، حمراء)

السحب ثلاث مرات عندما يكون (زرقاء، زرقاء، زرقاء) (حمراء ، زرقاء ، حمراء) (زرقاء ، حمراء ، حمراء)

السحب أربع مرات عندما يكون:

(ح ، ز ، ز ، ح) (ح ، ز ، ز ، ز) (ز ، ح ، ز ، ح)

(ز ، ح ، ز ، ز) (ز ، ز ، ح ، ز) (ز ، ز ، ح ، ح)

$$P(x=2)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$$

$$P(x=3)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{1}$$

$$P(x=4)=1-[?(?=2)+?(?=3)]$$

$$=1-\frac{4}{16}=\frac{6}{10}$$

الرياضيات – الجزء الثاني

احمد تكروري رياضيات @Ahmad_Tkrory احمد تكروري 0994446057

x_1	2	3	4
$P(x=x_1)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$

$$E(x)=\sum(x_1P(x=x_1))$$
$$=\frac{2+9+24}{10}=\frac{35}{10}$$

دورة 2020 الأولى:

السؤال الثالث:

يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات، يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5، 4، 3، 2، 1، 0.

① ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل؟

② ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى؟

الحل:

❶ $6\times6\times6=216$

❷ $6\times5\times4=120$

دورة 2020 الثانية:

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1 و 2 و 3 و 4 و 5، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي مع الإعادة **والمطلوب:**

① كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب؟

② كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموع رقميهما عدد فردي؟

الحل:

❶ $5\times5=25$

❷ المجموع فردي إذا كانت كرة مرقمة بعدد زوجي وكرة مرقمة بعدد فردي (عدد التباديل 2)

$$3\times2\times2=12$$

دورة 2021 الأولى:

السؤال الثاني:

جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور

$$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{12}$$

الحل:

$$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$$
$$T_r=\binom{12}{r}x^{12-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$$
$$=\binom{12}{r}x^{12-r}.x^{-2r}$$
$$=\binom{12}{r}x^{12-3r}$$

الحد الثابت المستقل عن x يحقق:

$$12 - 3r = 0 \Rightarrow r = 4$$

$$T_r = \binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي، نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها، والمطلوب

① اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$

② احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

الحل:

تجربة برنولية

❶ قيم المتحول العشوائي X:

$$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$n = 5 , p = \frac{2}{3}, q = \frac{1}{3} , k = 0$$

$$P(x = k) = \binom{n}{k} p^k . q^{n-k}$$

$$P(x = 0) = \binom{5}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0 . \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243}$$

❷ التوقع الرياضي:

$$E(x) = n.p = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$V(x) = n.p.q = 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{10}{9}$$

دورة 2021 الثانية:

السؤال الأول:

عين قيمة n التي تحقق المعادلة

$$P_{n+3}^{3} = 16\binom{n+2}{2}$$

الحل:

شرط الحل:

$$n + 2 \geq 2 \Rightarrow n \geq 0$$
$$n + 3 \geq r \Rightarrow n \geq 0$$

ومن شرط الحل $n \geq 0$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 8(n+1)(n+2)$$

نقسم على $(n+2)(n+1) \neq 0$

$$n + 3 = 8 \Rightarrow n = 5$$

مقبول

دورة 2022 الأولى:

السؤال الثالث:

صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق، نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

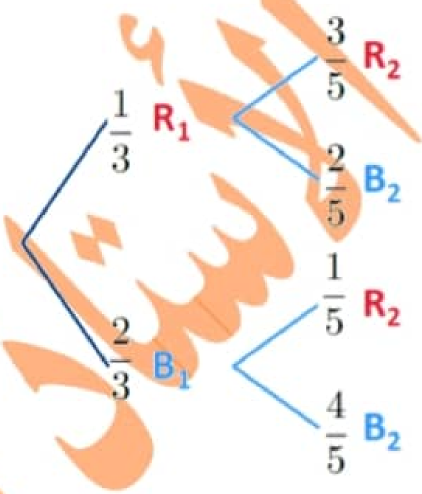
المطلوب:

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

② إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

الحل:

❶



❷

$$P(R_2)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$P(R_1'|R_2)=\frac{P(R_1'\cap R_2)}{P(R_2)}=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}=\frac{2}{5}$$

السؤال الخامس:

نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين $1+$ أو $1-$ المطلوب:

① بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة؟

② بفرض أن X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عين مجموعة قيم X.

③ بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

الحل:

❶ $n^r=2^6=64$

❷ مجموع قيم x

$$X=\{-6,-4,-2,0,2,4,6\}$$

❸ يكون المجموع صفراً إذا وضعت في ثلاث خانات من أصل ستة

$$\binom{6}{3}=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$$

دورة 2022 الثانية

السؤال السادس:

لتكن C دائرة مركزها O، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\dots A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار، والمطلوب:

① ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S؟

② ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S؟

③ كم مستطيل رؤوسه من عناصر S؟

الحل:

❶ $\binom{12}{3}=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$

❷ $\binom{12}{4}=\frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}=495$

❸ عدد المستطيلات يساوي عدد المجموعات الجزئية

$$\binom{6}{2}=\frac{6\times5}{2\times1}=15$$

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم 2 وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين 0 و 1 ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة، ونعرف المتحولين العشوائيين Y, X كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين.

① اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

② اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

③ اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X, Y)، أيكون المتحولان Y, X مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

❶ $X = \{1, 2\}$

$$P(x=1) = \frac{P_2^1 . P_1^1}{P_3^2} \times 2 = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(x=2) = \frac{P_2^2}{P_3^2} \times 1 = \frac{2}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$$

X	1	2
$P(x=k)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

❷ $Y = \{1, 2, 3\}$

$$P(y=0) = \frac{P_1^1 . P_1^1}{P_3^2} \times 2 = \frac{2}{3 \times 2} = \frac{1}{3}$$

$$P(y=1) = \frac{P_1^1 . P_1^1}{P_3^2} \times 2 = \frac{1}{3}$$

$$P(y=2) = \frac{P_1^1 . P_1^1}{P_3^2} \times 2 = \frac{1}{3}$$

y	0	1	2
$P(y=y)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

❸

$x \backslash y$	1	2	3	قانون y
1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
قانون x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

$$P(x=1).P(y=1) = \frac{2}{9} \neq P((x=1) \cap (y=1))$$

منه x, y غير مستقلين احتمالياً