الثالث الثانوي العلمي

المدة : $\lim_{x\to 1} \frac{3\sin(x-1)}{x-1}$

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

رياضيات بكالوريا 2022

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن التابع $x \to f(x) = x - \ln x$ المعرف على $I =]0, +\infty[$

1. جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$
2. استنتج نهاية $\lim_{x\to 1} \frac{x - \ln x - 1}{x-1}$

السؤال الثاني : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط

$A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$

و المطلوب :

1. أثبت أن $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا .. وهل النقاط A, B, C على استقامة واحدة
2. أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطيا

السؤال الثالث : احسب قيمة r إذا علمت أن :

$$\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} + \frac{1}{\binom{6}{r}}$$

السؤال الرابع : ليكن $|g(x) - 3| < \frac{\cos x}{x^2+1}$

1. أوجد نهاية $\lim_{x\to+\infty} \frac{\cos x}{x^2+1}$ 2. استنتج $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة تدريجيا حيث $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

1. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = u_n + 6$ هندسية عيّن أساسها واحسب حدها الأول ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
2. لتكن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq 0}$ حيث $\omega_n = \ln(v_n)$, أثبت أن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب ω_0 ثمّ احسب المجموع S المعرف بالشكل $S = \omega_0 + \omega_1 + \cdots + \omega_5$

التمرين الثاني : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $z = 3 + 4i$ ثم مثلهما في المستوي العقدي

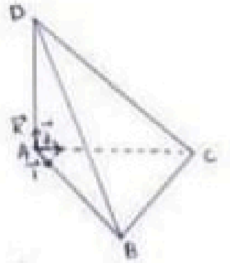
التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ .. وفق : $f(x) = x - 4 + \ln\frac{x}{x+1}$ و خطه البياني C

1. أثبت أن f متزايد تماماً على I واستنتج $f(I)$
2. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الرابع : يحوي مغلف تسع بطاقات مرقمة بالأرقام $(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$ نسحب من المغلف ثلاث بطاقات معا ، وليكن X متغيرا عشوائيا يدل على مجموع أرقام البطاقات المسحوبة ، اكتب قيم المتغير العشوائي X ونظم جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

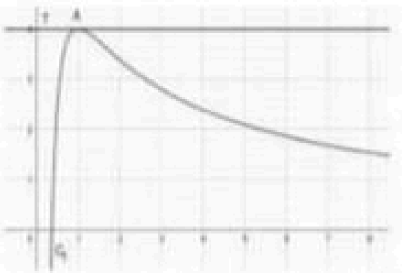


المسألة الأولى: ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين و $DA \perp (ABC)$

$$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} \quad , \quad \overrightarrow{AC} = 3\vec{j} \quad , \quad \overrightarrow{AD} = 3\vec{k}$$

و بفرض لدينا معلم متجانس مبدأه A

1. عيّن احداثيات الرؤوس $ABCD$
2. اكتب معادلة المستوي (BCD)
3. اثبت ان مسقط A على المستوي (BCD) و ليكن J هو مركز ثقل المثلث BCD
4. عين احداثيات G (م.أ.م) للنقاط $(C, 1)$, $(B, 2)$,$(A, 1)$
5. اوجد معادلة الكرة التي مركزها J وتمر من D



المسألة الثانية : نجد جانبا خط بياني C للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ والذي يقبل مماس أفقي A في النقطة $(1, 4)$

و المطلوب :

1. جد $f(1)$ و $f'(1)$
2. ليكن $f(x) = \frac{a+b\ln x}{x}$ ومشتقه الأول $f'(x) = \frac{b-a-b\ln x}{x^2}$; a و b حقيقيان
   استنتج a و b
3. بفرض أن التابع $f(x) = \frac{4+4\ln x}{x}$ المعرف على $]0, +\infty[$ ادرس تغيرات التابع
4. جد هندسيا عدد حلول المعادلة $f(x) = \lambda$ حيث $\lambda \in R$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

الحل مع الشرح على صفحة الأستاذ (فارس جقل) على الفيس بوك

ندرس إشارة $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

$x < x+1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} < 1$

50 $\Rightarrow \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) < 0$

10 $\Leftarrow \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) < 0 \Leftarrow C$ تحقق للمطلب

التمرين الرابع:

20 $X = \{0, 1, 2, 3\}$

5 $P(X=0) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$

5 $P(X=1) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84} = \frac{20}{42}$

5 $P(X=2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{5}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{30}{84} = \frac{15}{42}$

5 $P(X=3) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{84} = \frac{2}{42}$

10

X	0	1	2	3
	$\frac{5}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{15}{42}$	$\frac{2}{42}$

10 $E(X) = \frac{112}{84} = \frac{56}{42}$

ثالثاً

المسألة الأولى:

5x4 $\boxed{1}$ $A(0,0,0)$, $B(3,0,0)$

$C(0,3,0)$, $D(0,0,3)$

$\boxed{2}$ نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \vec{BC} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BC} = 0$

$-3a + 3b = 0 \quad \text{--- (1)}$

$\vec{n} \perp \vec{BD} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD} = 0$

$-3a + 3c = 0 \quad \text{--- (2)}$

من (1) نجد:

$3a = 3b$

نفرض $a=1$ ونجد $b=1$

نعوض في (2):

$-3 + 3c = 0 \Rightarrow c = 1$

$B(3,0,0)$ ولدينا $\vec{n}(1,1,1)$

$(x-3) + (y-0) + (z-0) = 0$

15 $(BCD): x + y + z - 3 = 0$

$\boxed{3}$ نوجد المعادلات الوسيطية لمستقيم يمر من A ويقبل ناظم المستوي موجهاً له

$A(0,0,0)$, $\vec{u}(1,1,1)$

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} ; t \in R$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي (BCD):

$t + t + t - 3 = 0$

$\Rightarrow 3t = 3 \Rightarrow t = 1$

5 $J(1,1,1)$

نفرض N مركز ثقل المثلث BCD:

$x_N = \frac{x_B + \cancel{x_B} x_C + x_D}{3} = 1$

$y_N = 1, \; z_N = 1 \Rightarrow N(1,1,1)$

ومنه N تنطبق على J وبالتالي J مركز ثقل المثلث BCD.

$\boxed{4}$

3x10 $x_G = \frac{\alpha x_B + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{3}{2}$

$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{3}{4}$

$z_G = 0$

$G\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, 0\right)$

ثانياً: التمرين الأول:

[1]

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}+6}{u_n+6}$$

5 $= \frac{\frac{1}{2}u_n - 3 + 6}{u_n+6} = \frac{\frac{1}{2}u_n+3}{u_n+6}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{u_n+6}{u_n+6}\right) = \frac{1}{2}$

⇐ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية

أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول:

5 $v_0 = u_0 + 6 = 8$

5 $v_n = v_0 \cdot q^n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{8}{2^n}$

$v_n = u_n + 6$

$\Rightarrow u_n = v_n - 6 = \frac{8}{2^n} - 6$

[2]

5 $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$

5 $= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$

⇐ المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية

أساسها $r = -\ln(2)$ وحدها الأول:

5 $w_0 = \ln(v_0) = \ln(8) = \ln(2^3)$

$= 3\ln 2$

$S = w_0 + w_1 + \dots + w_5$

$n = 5 - 0 + 1 = 6, \quad w_5 = \ln\left(8\left(\frac{1}{2}\right)^5\right)$

$S = \frac{n}{2}(a + l) \qquad = -2\ln 2$

$= \frac{6}{2}\left(3\ln(2) + (-2\ln(2))\right)$

10 $= 3(3\ln(2) - 2\ln(2))$

$= 3\ln(2)$ أو $\ln 8$

التمرين الثاني:

بفرض $w = x + yi$ جذر تربيعي للعدد Z

10 $x^2 + y^2 = 5$ — (1)

10 $xy = 2$ — (2)

10 $x^2 - y^2 = 3$ — (3)

بالحل المشترك:

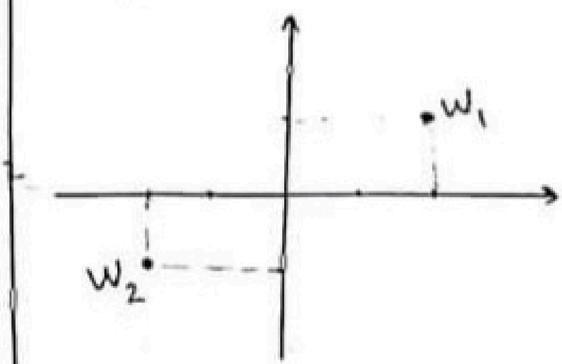
$x^2 = 4 \Rightarrow x = \mp 2$

$y = \mp 1$

10 $w_1 = 2 + i$

10 $w_2 = -2 - i$

2.5×



التمرين الثالث:

[1]

$$f'(x) = 1 + \frac{\frac{x+1-x}{(x+1)^2}}{\frac{x}{x+1}}$$

$= 1 + \frac{1}{x(x+1)} > 0$

⇐ التابع f متزايد تماماً على $]0,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

15 $\Rightarrow f(I) = R$

[2]

5 $f(x) - y_0 = \ln\frac{x}{x+1}$

5 $\lim_{x\to+\infty} \ln\frac{x}{x+1} = \ln(1) = 0$

⇐ $y = x - 4$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

سلم تصحيح امتحان نهائي (1)

دورة 2022

أولاً: السؤال الأول:

1) $f(1)=1$

(10) (10) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(1) = 0$

2) $f'(1) = \lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ (10)

$0 = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x - \ln x - 1}{x-1}$

السؤال الثاني:

5+5 1) $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$, $\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$

5 $-\frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$

5 الشعاعان غير مرتبطان خطياً لعدم تناسب مركباتهما فالنقاط ليست على استقامة واحدة.

5 2) $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

(5) $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$

$-1 = 3\alpha - 2\beta$ — ①

$0 = 3\alpha + \beta$ — ②

$1 = -3\alpha + 2\beta$ — ③

بالحل المشترك نجد:

(5) $\alpha = -\frac{1}{9}$, $\beta = \frac{1}{3}$

نعوض في ③ للتأكد:

(5) $1 = -3(-\frac{1}{9}) + 2(\frac{1}{3})$

$1 = 1$

$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

السؤال الثالث:

شرط الحل هو $r \leq 4$ و $r \leq 5$ و $r \leq 6$

إذاً $0 \leq r \leq 4$

5+5+5 $\frac{1}{\frac{4!}{r!(4-r)!}} = \frac{1}{\frac{5!}{r!(5-r)!}} + \frac{1}{\frac{6!}{r!(6-r)!}}$ (10)

$\frac{r!(4-r)!}{4!} = \frac{r!(5-r)!}{5!} + \frac{r!(6-r)!}{6!}$ (10)

$\frac{(4-r)!}{4!} = \frac{(5-r)(4-r)!}{5\times 4!} + \frac{(6-r)(5-r)(4-r)!}{6\times 5\times 4!}$

$1 = \frac{(5-r)}{5} + \frac{(6-r)(5-r)}{6\times 5}$

$30 = 30 - 6r + 30 - 11r + r^2$

$r^2 - 17r + 30 = 0$

$(r-15)(r-2) = 0$

5+5 إما: $r - 15 = 0 \Rightarrow r = 15$ مرفوض

5+5 أو: $r - 2 = 0 \Rightarrow r = 2$ مقبول

السؤال الرابع:

10 $\boxed{1}$ بالإحاطة: $-1 \leq \cos x \leq 1$

نقسم على x^2+1 الموجب:

5 $\frac{-1}{x^2+1} \leq \frac{\cos x}{x^2+1} \leq \frac{1}{x^2+1}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2+1} = 0$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2+1} = 0$

5 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\cos x}{x^2+1} = 0$

$\boxed{2}$

(10) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 3$

5 مركز الكرة $J(1,1,1)$ ونصف قطرها JD

$JD=\sqrt{(0-1)^2+(0-1)^2+(3-1)^2}$

$=\sqrt{6}$

(3·) $\Rightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6$

المسألة الثانية:

1. (10+10) $f(1)=4\ ,\ f'(1)=0$

2. (15) $f(1)=\dfrac{a+b\ln(1)}{1}$

(5) $\Rightarrow 4=a$

$f'(1)=\dfrac{b-a-b\ln(1)}{1}$

(5+5) $0=b-a \Rightarrow b=a=4$

3. (10) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4}{x}+\dfrac{4\ln x}{x}$

(10) $=0+0=0$

(5) $x=0$ مقارب شاقولي ، $y=0$ مقارب أفقي

(5) $f'(x)=\dfrac{4-4-4\ln x}{x^2}=-\dfrac{4\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow -4\ln x=0$

$\Rightarrow x=1$

(5)

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

$f(1)=4$ قيمة محلية كبرى

4. (5) $\lambda=0$ حل وحيد

(5) $\lambda<0$ حل وحيد

(5) $\lambda>4$ لا يوجد حلول

(5) $\lambda=4$ حل وحيد

(5) $0<\lambda<4$ حلين

انتهى السلم.... ♥