شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12

مجموعة الأعداد العقدية.

• رمزها $\mathbb{C}$ « complex number »

• حفظ: $i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

• إذا بدنا نحسب $\sqrt{-4}$ ، $\sqrt{-9}$ ...

• مجموعة الأعداد الحقيقية مارح تقدرنا لهيك

• شو فينا نعمل هلأ ؟

• بدنا نكون حافظين انو « $i^2=-1$ »

• اي وشو بعدين؟ رح ناخد $\sqrt{-4}$ ونستبدل

• الـ « -1 » اللي تحت الجذر بـ « i^2 »

$-4=4(-1)=4i^2 \Rightarrow \sqrt{-4}=\sqrt{4i^2}=2i$

$\Rightarrow \sqrt{-4}=2i$

• $\sqrt{-9}=3i$ • $\sqrt{-25}=5i$

• $\sqrt{-16}=4i$ • $\sqrt{-36}=6i$

• وهيك عرفنا من وين اجت فكرة الأعداد العقدية يعني فينا نعتبر العدد i هو المفتاح لإيجاد جذور الأعداد السالبة ولسا في تطبيقات رح نحكي عنها قريباً.

• مجموعة الأعداد العقدية:

$\mathbb{C}=\{(a,b) : a,b\in\mathbb{R}\}$; مرتبة (a,b)

• الشكل الجبري لعدد عقدي:

ليكن $z=(a,b)$ عدد عقدي، نعطي الشكل الجبري لـ z كما يلي: $z=a+ib$

← نسمي « a » القسم الحقيقي للعدد العقدي z

ونرمز له بـ $Re(z)=a$

← نسمي « b » القسم التخيلي للعدد العقدي z

ونرمز له بـ $Im(z)=b$

أمثلة:

• $z_1=1+i$: $Re(z)=1$ ، $Im(z)=1$

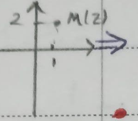
• $z_2=\frac{5}{2}i$: $Re(z)=0$ ، $Im(z)=\frac{5}{2}$

• $z_3=2+3i$: $Re(z)=2$ ، $Im(z)=3$

ملاحظة صغيرة:

كل عدد عقدي يمثل نقطة والعكس صحيح.

$z=1+2i \longrightarrow M(z)=(1,2)$



• العمليات على الأعداد العقدية:

$z_1=a+ib$ $\quad$ $z_2=c+id$

1. الجمع: $z_1+z_2=(a+c)+i(b+d)$

2. الطرح: $z_1-z_2=(a-c)+i(b-d)$

3. القسمة: $\frac{z_1}{z_2}=\frac{a+ib}{c+id}=\frac{a}{c+id}+i\frac{b}{c+id}$

4. الضرب: سنشرح الفكرة بمثال:

$z_1=1+2i$, $z_2=3-i$

$z_1 \cdot z_2=(1+2i)(3-i)$

$=3-i+6i-2i^2$

$=3-i+6i-2(-1)$

$=3-i+6i+2$

$=\boxed{5+5i}$

Subject :

ـ ملاحظة: $(a+ib)(a-ib)=a^2+b^2$

• مرافق عدد عقدي:

رمزه: $\overline{Z}$

$Z=a+ib \Rightarrow \overline{Z}=a-ib$

ـ خواص المرافق:

- $\overline{Z_1+Z_2}=\overline{Z_1}+\overline{Z_2}$
- $\overline{Z_1 \cdot Z_2}=\overline{Z_1}\cdot\overline{Z_2}$
- $\overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)}=\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}}$
- $\overline{\overline{Z}}=Z$ "هام"

أمثلة:

- $Z_1=-2i \Rightarrow \overline{Z_1}=2i$
- $Z_2=1+2i \Rightarrow \overline{Z_2}=1-2i$
- $Z_3=\frac{3}{2}i \Rightarrow \overline{Z_3}=-\frac{3}{2}i$

• طويلة عدد عقدي:

$Z=a+ib \rightarrow |Z|=\sqrt{a^2+b^2}$

أمثلة:

- $Z_1=1+i \Rightarrow |Z_1|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$
- $Z_2=3+4i \Rightarrow |Z_2|=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$
- $Z_3=\frac{3}{2}i \Rightarrow |Z_3|=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}$

تمرين هام: اكتب Z بالشكل الجبري:

$Z=\frac{3-2i}{2+4i}$ نضرب بمرافق المقام

$Z=\frac{(3-2i)(2-4i)}{(2+4i)(2-4i)}$ انتبه للأقواس

$=\frac{6-12i-4i+8i^2}{4+16}$

$=\frac{6-12i-4i-8}{20}=\frac{-2-16i}{20}=\boxed{\frac{-1}{10}-\frac{4}{5}i}$

قدرنا نوصل للشكل "a+ib"

ـ تمرين:

$Z=\frac{1-3i}{1+i}$

$Z=\frac{(1-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\frac{1-i-3i+3i^2}{1+1}$

$=\frac{1-i-3i-3}{2}=\frac{-2-4i}{2}=\boxed{-1-2i}$

ـ شوية تمارين للتدريب:

1ـ اكتب مرافق وطويلة كل من الأعداد:

$Z_1=1+3i$, $Z_2=7+i$, $Z_3=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}i$

2ـ اكتب بالشكل الجبري:

$Z_1=\frac{5+5i}{2-i}$, $Z_2=\frac{6+3i}{3+i}$