

السؤال الأول :

لكل سؤال (40 درجة)

أكتب العدد العقدي $z = (1 - \sqrt{3}) \left(\sin \frac{\pi}{5} + i \cos \frac{\pi}{5} \right)$ بالشكل الأسّي .السؤال الثاني : ليكن z عدد عقدي ما، و w عدد عقدي $|w| = 1$ ، $w \neq 1$ ، أثبت أن $z = \frac{z - \bar{z} \cdot w}{i - wi}$ عدد تخيلي بحت .السؤال الثالث : ليكن لدينا ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين ،ولتكن a و b و c الأعداد العقديّة الممثلة للنقاط A و B و C بالترتيب ، المطلوب :أكتب العدد العقدي a بدلالة b ، c .

السؤال الرابع :

أوجد مجموعة الأعداد العقديّة z التي تحقق الشرط $(z + 3)(\bar{z} - 4)$ حقيقي .السؤال الخامس : نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$:بفرض أن θ القياس الأساسي للزاوية (\vec{OA}, \vec{OB}) ، المطلوب :(1) أكتب $Z_{\vec{OA}}$ و $Z_{\vec{OB}}$ بالشكل الجبري ، ثم أكتب كل منهما بالشكل الأسّي بدلالة α ، β .(2) أكتب $\frac{Z_{\vec{OB}}}{Z_{\vec{OA}}}$ بالشكل الأسّي .(3) استنتج قيمة θ .

المسألة : (100 درجة)

أولاً : ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة : $P(z) = z^3 + (\alpha - i)z^2 + (25 + 7i)z - 18 - 6i$ ، حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ ، المطلوب :(1) إذا علمت أن $z = 1$ حلاً للمعادلة $P(z) = 0$ ، أحسب العدد α .(2) بفرض $\alpha = -8$ ، جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق : $P(z) = (z - 1)Q(z)$.(3) أوجد حلول المعادلة $P(z) = 0$.ثانياً : لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقديّة بالترتيب : $a = 3 + 3i$ ، $b = 4 - 2i$ ، $c = 1$ ، المطلوب :(a) أثبت أن المثلث ABC قائم في C ومتساوي الساقين ، ثم جد العدد العقدي g الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC .(b) أكتب العدد العقدي a بالشكل الأسّي .(c) جد العدد العقدي b' الممثل للنقطة B' صورة النقطة B وفق تحاكٍ مركزه C ونسبته 2 .(d) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D ليكون الرباعي $ABCD$ مربعاً .