



مسألة دورة أولى 2021 (80) درجة :

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 100 \text{ N.m}^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص $T_0 = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ وبسعة اهتزازها $X_{max} = 12 \text{ cm}$. باعتبار مبدأ الزمن $t = 0$ لحظة مرور الكرة في موضع عطالة $x = \frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالا تجاه السالب .

المطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.
- 2- عين لحظة المرور الأول للكرة في موضع التوازن ثم احسب سرعتها عندئذٍ.
- 3- احسب كتلة الكرة m .
- 4- احسب شدة قوة الارجاع في نقطة مطالها $x = 4 \text{ cm}$.
- 5- احسب الاستطالة السكونية للنابض.
- 6- احسب الطاقة الميكانيكية لهذا النواس.

$$(g = 10 \text{ m.s}^{-2} , \quad \pi^2 = 10)$$

معطيات المسألة:

$$k = 100 \text{ N.m}^{-1} , \quad T_0 = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

$$X_{max} = 12 \times 10^{-2} \text{ m} \quad \text{عند } t = 0 \Rightarrow x = \frac{X_{max}}{2}$$

الحل:

.1

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi \times 5}{\pi}$$

$$\omega_0 = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_{max} = 12 \times 10^{-2} \text{ m}$$

لايجاد $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$t = 0 \text{ s} \quad , \quad \bar{x} = + \frac{X_{max}}{2}$$

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos(\bar{\varphi})$$

$$\frac{1}{2} = \cos(\bar{\varphi})$$

$$\text{إما } \bar{\varphi} = + \frac{\pi}{3}$$

$$\text{أو } \bar{\varphi} = - \frac{\pi}{3}$$

من أجل $\bar{\varphi} = - \frac{\pi}{3}$

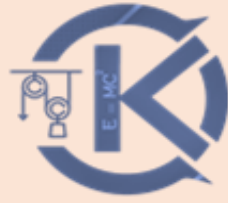
$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\bar{\varphi}) > 0$$

مرفوض

من أجل $\bar{\varphi} = + \frac{\pi}{3}$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\bar{\varphi}) < 0$$

مقبول



$$\bar{x} = 12 \times 10^{-2} \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$$

.2

$$\bar{x} = 12 \times 10^{-2} \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$0 = 12 \times 10^{-2} \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$10t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$10t = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$10t = \frac{-2\pi + 3\pi}{6} + \pi k$$

$$10t = \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$t = \frac{\pi}{6 \times 10} + \frac{\pi}{10} k$$

$$t = \frac{\pi}{60} s$$

من أجل المرور الأول $k = 0$ ←

نوجد المقامات

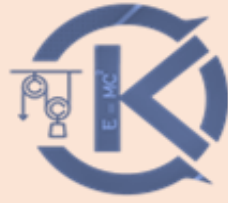
$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{v} = -10 \times (12 \times 10^{-2}) \sin\left[10\left(\frac{\pi}{60}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$$

$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{6}\right)$$

$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1} \sin\left(\frac{3\pi}{6}\right)$$



$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad ; \quad \sin\frac{\pi}{2} = +1$$

$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1}(+1)$$

$$\bar{v} = -12 \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

3. حساب كتلة الكرة:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2}$$

$$m = \frac{100}{(10)^2} = \frac{100}{100}$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

4.

$$F = |-kx|$$

$$; \quad x = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$F = |-100 \times 4 \times 10^{-2}|$$

$$F = 4 \text{ N}$$

5.

$$mg = kx_0$$

$$x_0 = \frac{mg}{k}$$

$$x_0 = \frac{1 \times 10}{100}$$

$$x_0 = \frac{1}{10}$$

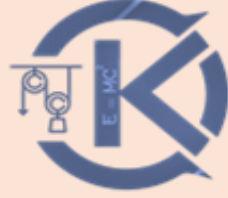
$$x_0 = 0.1 \text{ m}$$

6.

$$E_{tot} = \frac{1}{2} kX_{max}^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 100 \times (12 \times 10^{-2})^2$$

$$E_{tot} = 50 \times 144 \times 10^{-4}$$



KENANA SHAMMOU

$$E_{tot} = 720 \times 10^{-3}$$

$$E_{tot} = 72 \times 10^{-2} J$$

$$E_{tot} = 0.72 J$$

مسألة دورة 2020 إضافية (80) درجة :

تتألف هزازة توافقية بسيطة غير متخادمة من جسم صلب كتلته $m = 1kg$ معلق إلى طرف نابض مرّن شاقولي مهمل الكتلة وحلقاته متباعدة، يهتز بدور خاص $T_0 = 0.4 s$ ويرسم أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $d = 12 cm$.

والمطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام باعتبار مبدأ الزمن عندما كان الجسم في مطالّة الأعظمي الموجب .
- 2- احسب ثابت صلابة النابض .
- 3- احسب قيمة الاستطالة السكونية للنابض.
- 4- عين لحظة المرور الأول للجسم في مركز الاهتزاز .
- 5- احسب الطاقة المرّونية للنابض عند نقطة مطالها $x = 4 cm$ ثم احسب الطاقة الحركية للجسم عندئذٍ.

معطيات المسألة:

$$m = 1 kg , \quad T_0 = 0.4 = 4 \times 10^{-1} s , \quad X_{max} = \frac{12}{2} = 6 cm = 6 \times 10^{-2} m$$



.1

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4 \times 10^{-1}} = \frac{\pi}{2 \times 10^{-1}} = \frac{10\pi}{2}$$

$$\omega_0 = 5\pi \text{ rad. s}^{-1}$$

$$X_{max} = \frac{\text{طول القطعة المستقيمة}}{2}$$

$$X_{max} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

لايجاد $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$t = 0 \text{ s} \quad , \quad \bar{x} = +X_{max}$$

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$+X_{max} = X_{max} \cos(\omega_0(0) + \bar{\varphi})$$

$$+1 = \cos \bar{\varphi}$$

$$\Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

الآن نعوض في الشكل العام:

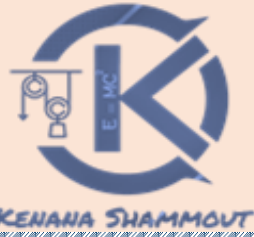
$$\bar{x} = 6 \times 10^{-2} \cos(5\pi t)$$

.2

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

نربع الطرفين

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$



$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$$

$$k = \frac{4 \times 10 \times 1}{(4 \times 10^{-1})^2}$$

$$k = \frac{4 \times 10}{4 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$k = \frac{10 \times 10^2}{4} = \frac{1000}{4}$$

$$k = 250 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

3

$$W = kx_0$$

$$mg = kx_0$$

$$1 \times 10 = 250 \times x_0$$

$$10 = 250x_0 \rightarrow x_0 = \frac{1}{25}$$

$$x = 0.04 \text{ m}$$

4-

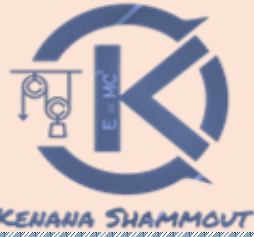
في مركز الاهتزاز $\bar{x} = 0$

$$\bar{x} = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$0 = 6 \times 10^{-2} \cos(5\pi t)$$

$$\rightarrow \cos(5\pi t) = 0$$

$$5\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



$$5t = \frac{1}{2} + k$$

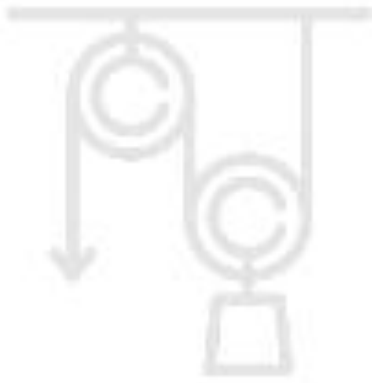
$$t = \frac{1}{10} + \frac{k}{5}$$

المرور الأول $k = 0$

$$\rightarrow t = \frac{1}{10}$$

$$t = 0.1 \text{ s}$$

5-



$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad ; \quad x = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \times 250 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$E_p = 125 \times 16 \times 10^{-4}$$

$$E_p = 2000 \times 10^{-4}$$

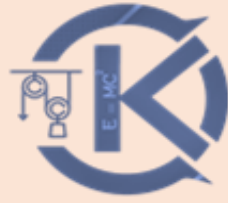
$$E_p = 2 \times 10^{-1} \text{ J}$$

$$E_p = 0.2 \text{ J}$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} kX_{max}^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 250 \times (6 \times 10^{-2})^2$$

$$E_{tot} = 125 \times 36 \times 10^{-4}$$



$$E_{tot} = 4500 \times 10^{-4}$$

$$E_{tot} = 45 \times 10^{-2} J$$

$$\rightarrow E_{tot} = 0.45 J$$

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = 45 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-1}$$

$$E_k = 45 \times 10^{-2} - 20 \times 10^{-2}$$

$$E_k = (45 - 20) \times 10^{-2}$$

$$E_k = 25 \times 10^{-2}$$

$$E_k = 0.25 J$$

مسألة دورة 2017 الأولى (70) درجة:

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من جسم صلب كتلته $m = 2 \text{ kg}$ معلق بنابض مرّن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$ نزيح الجسم عن وضع توازنه شاقولياً نحو الأسفل بالاتجاه الموجب ضمن حدود مرونة النابض مسافة قدرها $x = 8 \text{ cm}$ ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

والمطلوب:

- 1- احسب الدور الخاص لهذه الهزازة.
- 2- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.
- 3- احسب سرعة الجسم لحظة مروره الأول في وضع التوازن.



4- احسب الطاقة الميكانيكية لهذه الهزازة.

$$(\pi^2 = 10)$$

معطيات المسألة:

$$m = 2 \text{ kg} , \quad k = 20 \text{ N.m}^{-1} , \quad \bar{x} = X_{max} = 8 \times 10^{-2} \text{ m} , \quad t = 0$$

الحل:

1.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{20}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$T_0 = 2 \text{ s}$$

2.

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2}$$

$$\omega_0 = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

لايجاد $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$t = 0 \text{ s} , \quad \bar{x} = +X_{max}$$

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\bar{\varphi})$$

$$X_{max} = X_{max} \cos(\bar{\varphi})$$

$$1 = \cos(\bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$



$$x = 8 \times 10^{-2} \cos(\pi t)$$

.3

عند المرور الأول بوضع التوازن $t = \frac{T_0}{4}$

$$t = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{v} = -\pi \times (8 \times 10^{-2}) \sin\left[\pi \left(\frac{1}{2}\right) + 0\right] \quad ; \quad \sin \frac{\pi}{2} = +1$$

$$\bar{v} = -8\pi \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

.4

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2$$

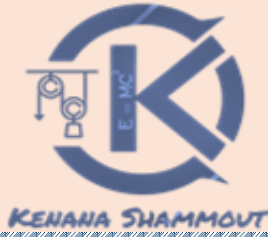
$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 20 \times (8 \times 10^{-2})^2$$

$$E_{tot} = 10 \times 64 \times 10^{-4}$$

$$E_{tot} = 64 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_{tot} = 0.064 \text{ J}$$

KENANA SHAMMOU



مسألة دورة 2013 الثانية (85) درجة :

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية $m = 100g$ معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي تهتز بدور خاص $1s$ وبسعة اهتزاز $16cm$ ، بفرض مبدأ الزمن عندما تكون النقطة المادية في مطالها الأعظمي .

والمطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقا من شكله العام .
- 2- عين لحظة المرور الأول للنقطة المادية في مركز الاهتزاز الأعظمي واحسب قيمة السرعة للنقطة المادية (طويلة).
- 3- احسب ثابت صلابة النابض.
- 4- احسب تسارع النقطة المادية لحظة مرورها $\bar{x} = 5cm$
- 5- احسب الطاقة الميكانيكية لهذه الهزازة.
- 6- احسب الطاقة الحركية للنقطة المادية عندما يكون مطالها $\bar{x} = 10cm$

$$(g = 10 m.s^{-2} , \pi^2 = 10)$$

معطيات المسألة:

$$m = 100 \times 10^{-3} = 10^{-1}kg , T_0 = 1s$$

$$\bar{x} = X_{max} = 16 \times 10^{-2}m$$



.1

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1}$$

$$\omega_0 = 2\pi \text{ rad. s}^{-1}$$

لايجاد $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$t = 0 \text{ s} , \quad \bar{x} = +X_{max}$$

$$X_{max} = X_{max} \cos(\bar{\varphi})$$

$$1 = \cos(\bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

$$x = 16 \times 10^{-2} \cos(2\pi t)$$

2-

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\cos(2\pi t) = 0$$

$$0 = 16 \times 10^{-2} \cos(2\pi t)$$

$$2\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$2t = \frac{1}{2} + k$$

$$; t = \frac{T_0}{4}$$

$$t = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}$$



$$t = \frac{1}{4} s \quad \leftarrow \quad \text{من أجل المرور الأول } k = 0$$

$$V_{max} = \omega_0 X_{max}$$

$$V_{max} = 2\pi \times 16 \times 10^{-2}$$

$$V_{max} = 32\pi \times 10^{-2} m \cdot s^{-1}$$

3-

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

نربع الطرفين:

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$$

$$k = \frac{4 \times 10 \times 10^{-1}}{1}$$

$$k = 4 N \cdot m^{-1}$$

4-

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

$$\bar{a} = -(2\pi)^2 (5 \times 10^{-2})$$

$$\bar{a} = -4 \times 10 \times 5 \times 10^{-2}$$

$$\bar{a} = -20 \times 10^{-1}$$



$$\bar{a} = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

5-

$$E_{tot} = \frac{1}{2} kX_{max}^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 \times 10^{-2})^2$$

$$E_{tot} = 2 \times 256 \times 10^{-4}$$

$$E_{tot} = 512 \times 10^{-4} \text{ J}$$

6-

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$E_p = 200 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Rightarrow E_k = 512 \times 10^{-4} - 200 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow E_k = (512 - 200) \times 10^{-4}$$

$$E_k = 312 \times 10^{-4} \text{ J}$$
