تمرين امتحاني رائع

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}_+^*$ وفق : $f(x) = x - \ln x$ و المطلوب :

أ-

1- أوجد نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

2- ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .

3- استنتج صحّة الخاصّة $\ln x \leq x - 1$ و ذلك من أجل $x > 0$. BAC MATHS

4- حل المعادلة $f(x) = x$.

ب- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق $\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و المطلوب :

1- برهن من أجل $n \geq 0$ صحة العلاقة : $1 < u_{n+1} \leq u_n$.

2- استنتج أن المتتالية u_n متقاربة و عيّن نهايتها .

ت-

1- ادرس الوضع النسبي بين C و المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$.

2- في معلم متجانس ارسم Δ ثمّ C .

3- عيّن دون حساب الحدود الثلاثة الأولى من المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و نهايتها على الرسم نفسه .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$.