

السؤال 1 :

- ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{x}(e^x - 1)$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.
 - 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
 - 3- استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ وفق $g(x) = \sqrt{\cos x}(e^{\cos x} - 1)$.

السؤال 2 :

- ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = x(e^{\sqrt{x}} - 1)$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.
 - 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
 - 3- استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ وفق $g(x) = \tan x (e^{\sqrt{\tan x}} - 1)$.

السؤال 3 :

- ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{x} \ln(1 + x)$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.
 - 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
 - 3- استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ وفق $g(x) = \sqrt{\sin x} \ln(1 + \sin x)$.

السؤال 4 :

- ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = x \ln(1 + \sqrt{x})$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.
 - 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
 - 3- استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق $g(x) = x^2 \ln(1 + x)$.

السؤال 5 :

- ليكن f التابع المعرف على المجال $[1, +\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{\ln x}(x - 1)$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 1$.
 - 2- احسب $f'(x)$ على $]1, +\infty[$.
 - 3- استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]1, +\infty[$ وفق $g(x) = \sqrt{\ln \sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1)$.

السؤال 6 :

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{1+e^{1/x}} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ و المطلوب :
- 1- أثبت أن $|f(x)| < 4|x|$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، و استنتج أن التابع f مستمر عند الصفر .
 - 2- ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$.
 - 3- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط C .

السؤال 7 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R} +$ وفق : $f(x) = \begin{cases} x^2(1 - \ln x) & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ و المطلوب :

- 1- ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$.
- 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
- 3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 1$.

السؤال 8 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R} +$ وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x \ln x} & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ و المطلوب :

- 1- ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$.
- 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
- 3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

السؤال 9 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R} +$ وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x + \ln x} & ; x > 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ و المطلوب :

- 1- ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$.
- 2- احسب $f'(x)$ على $]0, +\infty[$.
- 3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 1$.

السؤال 10 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) & ; x > 0 \\ e^x - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$ و المطلوب :

- 1- تحقق أن f مستمر عند الصفر.
- 2- أثبت أن f قابل للاشتقاق عند $x = 0$.
- 3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

السؤال 11 :

ليكن التابع f المعرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - \ln x} & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ و المطلوب :

- 1- تحقق أن f مستمر عند الصفر
- 2- ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$ و فسر النتيجة هندسياً .

السؤال 12 :

C_f و C_g هما الخطان البيانيان للتابعين المعرفين على المجال $I =]-1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \ln(x+1)$ و $g(x) = e^x - 1$

- 1- ادرس أطراف التابع $h(x) = (x+1)e^x - 1$ و احسب $h(0)$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ على I .
- 2- تحقق أن $g(x) \geq f(x)$ أيًا كانت x من I .
- 3- أثبت أن C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً T في النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، ثم اكتب معادلة T .
- 4- ارسم في معلم متجانس الخطين C_f و C_g مستقيماً من رسم المماس المشترك .

السؤال 13 :

C_f و C_g هما الخطان البيانيان للتابعين المعرفين على $\mathbb{R}_+^*$ وفق : $f(x) = \ln x$ ، $g(x) = 2\sqrt{x} - 2$ و المطلوب :

- 1- تحقق أن $g(x) \geq f(x)$ أيًا كانت x من $\mathbb{R}_+^*$.
- 2- أثبت أن C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً T في نقطة يُطلب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة T .

- C_g و C_f هما الخطان البيانيان للتابعين المعرفين على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x) = \ln x$ ، $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$ و المطلوب :
- 1- تحقق أن $f(x) \geq g(x)$ أيًا كانت x من $\mathbb{R}_+^*$.
 - 2- أثبت أن C_g و C_f يقبلان مماساً مشتركاً T في نقطة يُطلب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة ل T .

- C_g و C_f هما الخطان البيانيان للتابعين المعرفين على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ و $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. المطلوب :
- 1- أثبت أن التابعين f و g فرديان .
 - 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - 3- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها .
 - 4- أثبت أن C_g و C_f يقبلان مماساً مشتركاً T في النقطة $(0,0)$ ، ثم اكتب معادلة ل T .
 - 5- في معلم متجانس ارسم المماس T ثم ارسم C_g و C_f .
 - 6- أثبت أن التابع g هو التقابل العكسي للتابع f .

- ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-1,1[$ وفق $f(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$ و ليكن C_g الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$: و المطلوب :
- 1- أثبت أن التابعين f و g فرديان .
 - 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - 3- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها .
 - 4- أثبت أن C_g و C_f يقبلان مماساً مشتركاً T في النقطة $(0,0)$ ، ثم اكتب معادلة ل T .
 - 5- في معلم متجانس ارسم المماس T ثم ارسم C_g و C_f .
 - 6- أثبت أن التابع g هو التقابل العكسي للتابع f .

- أولاً :** ليكن g التابع المعرف على المجال $I =]-1, +\infty[$ وفق $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$: و المطلوب :
- 1- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها .
 - 2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على I .

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على I وفق $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$: و المطلوب :

- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
- 2- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل ل C ، و ادرس وضعه النسبي .
- 3- أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}$ ، ثم نظم جدولاً بتغيرات f .
- 4- عيّن إحداثيات النقطة A التي يكون فيها المماس T موازياً ل Δ ، و اكتب معادلة T .
- 5- في معلم متجانس ارسم Δ و T ثم ارسم C .

ثالثاً : لنكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق : $u_0 = 4$ و من أجل $n \geq 0$: $u_{n+1} = f(u_n)$.

- 1- أثبت أن $f(x) \in [0,4]$ من أجل كل x من المجال $[0,4]$.
- 2- أثبت بالتدريج صحة الخاصة $0 \leq u_n \leq 4$ من أجل $n \geq 0$.
- 3- ادرس أطراد المتتالية u_n و استنتج أنها متقاربة ، ثم عيّن نهايتها .
- 4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = e - 1$.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]-1, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - \ln(x+1)$ و لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = e - 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و المطلوب :

أولاً :

- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
- 2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسياً .
- 3- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .

ثانياً :

- 1- أثبت أن $f(x) \in [0, e - 1]$ أيًا كانت x من المجال $[0, e - 1]$.
- 2- أثبت بالتدريج صحة الخاصية $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ من أجل $n \geq 0$.
- 3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة و عيّن نهايتها .

ثالثاً :

- 1- ادرس وضع C بالنسبة للمستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$.
- 2- في معلم متجانس ارسم المستقيم Δ و ارسم C .
- 3- مثل على الرسم السابق و دون حساب الحدود u_0 و u_1 و u_2 و u_3 على الرسم نفسه .
- 4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ و المستقيمين $x = 0$ و $x = e - 1$.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x^2 e^{2x+2}$ و المطلوب :

أولاً :

- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
- 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
- 3- في معلم متجانس ارسم C .
- 4- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = x^2 e^{2-2x}$.

ثانياً :

- 1- أثبت أن التابع f هو حل للمعادلة التفاضلية $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$.
- 2- عين جميع حلول المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 0$.
- 3- أثبت أنه إذا كان h حلاً للمعادلة $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$ كان $(h - f)$ حلاً للمعادلة $y' - 2y = 0$.
- 4- استنتج جميع حلول المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 2xe^{2x+2}$.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 e^x$ و المطلوب :

- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
- 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
- 3- في معلم متجانس ارسم C .
- 4- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2 e^{-x}$.
- 5- استنتج رسم الخط البياني C'' للتابع $h(x) = \frac{x^2}{4} e^{2-x}$.

السؤال 21 :

أولاً : ليكن التابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = (x - 1)e^x + 1$. المطلوب :

- 1- ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها ، و احسب $f(1)$ ثم ارسم الخط البياني C_f .
- 2- استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

ثانياً : ليكن التابع g المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = (x - 2)e^x + x + 2$: المطلوب :

- 1- أثبت أن g تابع أصلي ل f على $\mathbb{R}$.
- 2- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً .
- 3- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x + 2$ هو مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- في معلم متجانس ارسم Δ و ارسم الخط C_g .

السؤال 22 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2}{4}e^{2-x} - x$. و المطلوب :

- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه .
- 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
- 3- اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
- 4- أثبت أن المماس T هو مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 5- في معلم متجانس ارسم T ثم ارسم C .

السؤال 23 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(e^x + 1)$ و ليكن g التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق :

$$g(x) = (x + 1)e^x + 1 \text{ . و المطلوب :}$$

- 1- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- 2- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه .
- 3- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
- 4- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$ هو مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 5- اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 6- في معلم متجانس ارسم T ثم ارسم C .
- 7- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = -x - xe^{-x}$.
- 8- استنتج رسم الخط البياني C'' للتابع $h(x) = x(e^{-x} + 1)$.

السؤال 24 :

أولاً : ليكن g التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^x + x - 1$: المطلوب :

- 1- ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولاً بها .
- 2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(1 - e^{-x})$. و المطلوب :

- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه .
- 2- أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ ثم نظم جدولاً بتغيرات f .

- 3- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- في معلم متجانس ارسم Δ ثم ارسم C .
- 5- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = -x - xe^{-x}$.
- 6- استنتج رسم الخط البياني C'' للتابع $h(x) = x(e^{-x} + 1)$.
- 7- عيّن $A(\alpha)$ مساحة السطح المحصور بين C و Δ و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = \alpha$ و $x = 0$ حيث $\alpha > 0$.
- 8- احسب $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.
- 9- أثبت أن $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = x + 1 - e^{-x}$.

ثالثاً : لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن $f(x) \in [0,1]$ أيّاً كانت x من المجال $[0,1]$.
- 2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحة الخاصّة $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
- 3- استنتج أن المتتالية u_n مقاربة ، و احسب نهايتها .

السؤال 25 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(e^{2x} - e^x + 1)$ و المطلوب :

- 1- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
- 2- أثبت أن المماس T هو مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .

السؤال 26 :

أولاً : ليكن g التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^{x^2} + 2x^2 - 1$ و المطلوب :

- 1- ادرس تغيّرات التابع g و نظم جدولاً بها .
- 2- استنتج أن $g(x) \geq 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x(1 - e^{-x^2})$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن التابع f فردي .
- 2- احسب نهايات التابع f عند أطراف D_f .
- 3- أثبت أن المستقيم d ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x^2}}$ ثم نظم جدولاً بتغيّرات f .
- 5- في معلم متجانس ارسم d ثم ارسم C .
- 6- احسب مساحة السطح المحصور بين C و d و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \sqrt{\ln 2}$.
- 7- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = x(e^{-x^2} - 1)$.

ثالثاً : لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن $f(x) \in [0,1]$ أيّاً كانت x من المجال $[0,1]$.
- 2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحة الخاصّة $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
- 3- استنتج أن المتتالية u_n مقاربة ، و احسب نهايتها .

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = xe^{1-x}$ و المطلوب :

- 1- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
- 2- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
- 3- ارسم كلاً من T و C .
- 4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$.
- 5- أثبت أن f هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = e^{1-x}$.
- 6- أثبت أن المشتق من الرتبة n للتابع f يُعطى وفق : $f^{(n)}(x) = (-1)^n(x - n)e^{1-x}$ حيث $n \geq 1$.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ و المطلوب :

- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .
- 2- أثبت أن المستقيم Δ_1 ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 3- أثبت أن المستقيم Δ_2 ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- ادرس تغيرات التابع f و نظم بها جدولاً .
- 5- اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.
- 6- في معلم متجانس ارسم Δ_1 و Δ_2 و T ثم ارسم C .
- 7- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ_1 و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = 0$ و $x = \ln 2$.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن التابع f زوجي .
- 2- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .
- 3- أثبت أن المستقيم Δ_1 ذو المعادلة $y = x - \ln 2$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- أثبت أن المستقيم Δ_2 ذو المعادلة $y = -x - \ln 2$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 5- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية (إن وجدت) .
- 6- في معلم متجانس ارسم Δ_1 و Δ_2 ثم ارسم C .

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x) = \ln|e^x - e^{-x}|$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن التابع f زوجي .
- 2- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
- 3- أثبت أن المستقيم Δ_1 ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 4- أثبت أن المستقيم Δ_2 ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 5- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
- 6- في معلم متجانس ارسم Δ_1 و Δ_2 ثم ارسم C .

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ وفق $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 1)$ و المطلوب :
- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 2- ادرس تغيّرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - 3- أثبت أن المستقيم d ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
 - 4- في معلم متجانس ارسم d ثم ارسم C .

أولاً : ليكن g التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = e^x - 1 + x$ المطلوب :

- 1- ادرس تغيّرات التابع g و نظم جدولاً بها .
 - 2- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- ثانياً :** ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x-2}{1+e^{-x}} + 2$. المطلوب :
- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة المقارب الأفقي و ادرس وضعه النسبي .
 - 2- أثبت أن $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$ ثم نظم جدولاً بتغيّرات f ، و دل على القيم الحدية .
 - 3- أثبت أن المستقيم d ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C ، و ادرس وضعه النسبي .
 - 4- في معلم متجانس ارسم d ثم ارسم C .

ثالثاً : لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ و المطلوب :

- 1- أثبت أن $f(x) \in [0, 2]$ أيّاً كانت x من المجال $[0, 2]$.
- 2- أثبت من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 0$ صحة الخاصّة $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.
- 3- استنتج أن المتتالية u_n متقاربة ، و احسب نهايتها .

أولاً : ليكن g التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x) = 1 - (1 + 2x)e^{-2x}$ المطلوب :

- 1- ادرس تغيّرات التابع g و نظم جدولاً بها .
- 2- استنتج أن $g(x) \geq 0$ أيّاً تكن x من $\mathbb{R}$.

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = x + (x + 1)e^{-2x}$. المطلوب :

- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2- أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
- 3- أثبت أن $f'(x) = g(x)$ ثم نظم جدولاً بتغيّرات التابع f .
- 4- أثبت أن المعادلة $f(x)$ تقبل حلاً وحيداً α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقّق أن $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$.
- 5- عيّن إحداثيات النقطة A من C التي يكون فيها المماس T موازياً للمستقيم Δ ثم اكتب معادلة المماس T .
- 6- في معلم متجانس ارسم Δ و T ثم ارسم C .
- 7- ليكن n عدد طبيعي بحيث $n \geq 2$ أثبت أن المشتق من الرتبة n للتابع f يُعطى وفق :

$$f^{(n)}(x) = (-2)^{n-1}(n - 2x - 2)e^{-2x}$$
- 8- أثبت أن $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 1 + x(1 - e^{-2x})$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$. المطلوب :
- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - حل المعادلة $f(x) = 0$.
 - في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
 - استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = \frac{1+x+\ln x}{x}$.
 - احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$, $x = \frac{1}{e}$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ وفق $f(x) = \frac{e \ln x}{x}$. المطلوب :
- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
 - في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
 - استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = \frac{e}{x} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$.
 - احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$, $x = \frac{1}{e}$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $I =]0,1[\cup]1, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1}{ex \ln x}$. المطلوب :
- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
 - في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
 - احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e^e$, $x = e$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{2}x \exp\left(\frac{1}{2} - x^2\right)$. المطلوب :
- أثبت أن التابع f فردي .
 - ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
 - اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
 - في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
 - احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x = 1$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = (e^x - 1)^2 + x$. المطلوب :
- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - أثبت أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
 - ادرس تغيرات التابع f و نظم بها جدولاً .
 - أثبت أن C يقبل مماساً T يوازي المستقيم Δ ، ثم اكتب معادلة للمماس T و ادرس وضعه النسبي .
 - في معلم متجانس ارسم Δ و T ثم ارسم C .
 - احسب مساحة السطح المحصور المحدد بالخط C و المستقيم Δ و محور الترتيب .

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-1,1[$ وفق : $f(x) = \frac{x}{|x|} \ln(1 - |x|)$. المطلوب :
- 1- أثبت أنّ التابع f فردي .
 - 2- اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .
 - 3- ادرس تغيّرات التابع f على المجال $[0,1[$.
 - 4- أثبت أنّ التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.
 - 5- اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، و احسب قيمة تقريبية ل $f(0.01)$.
 - 6- في معلم متجانس ارسم T ثم ارسم C على المجال $]-1,1[$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ وفق : $f(x) = x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$. المطلوب :
- 1- أثبت أنّ التابع f فردي .
 - 2- ادرس تغيّرات التابع f على المجال $[0,1[\cup]1, +\infty[$.
 - 3- أثبت أنّ المسقيم Δ ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للخط C ، و ادرس وضعه النسبي .
 - 4- أثبت أنّ C يقبل مماساً T يعامد المستقيم Δ ، ثم اكتب معادلة للمماس T .
 - 5- في معلم متجانس ارسم Δ و T ثم ارسم C على $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.
 - 6- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 2$ و $x = 3$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف وفق : $f(0) = 0$ و $f(x) = x \ln(1 + \frac{1}{x})$ في حالة $x \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$.
- 1- أثبت أنّ f مستمر عند الصفر ، ثم ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين .
 - 2- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 3- ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .
 - 4- في معلم متجانس ارسم C .

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $I =]0, e[\cup]e, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\ln x}{x(\ln x - 1)}$. المطلوب :
- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 2- ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .
 - 3- اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x = 1$.
 - 4- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم المماس T و ارسم C .
 - 5- أثبت أنّ F تابع أصلي ل f على I حيث : $F(x) = \ln x + \ln|\ln x - 1|$.
 - 6- احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = \frac{1}{e}$ و $x = \frac{1}{e^2}$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $I =]0, e[\cup]e, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)}$. المطلوب :
- 1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 2- ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
 - 3- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم C .
 - 4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = \frac{1}{e}$ و $x = \frac{1}{e^2}$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق $f(0) = 0$ و $f(x) = x \ln|x| - x$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب :
- 1- ادرس استمرارية f على $\mathbb{R}$.
 - 2- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ و فسر النتيجة هندسياً .
 - 3- أثبت أن التابع f فردي .
 - 4- ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0, +\infty[$ و دل على القيم الحدية .
 - 5- في معلم متجانس ارسم C .
 - 6- احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = e$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(0) = 0$ و $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب :
- 1- أثبت أن f اشتقاقي عند الصفر من اليمين .
 - 2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 3- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - 4- في معلم متجانس ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم C .

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$. المطلوب :
- 1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
 - 2- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية .
 - 3- في معلم متجانس ارسم C .
 - 4- استنتج رسم الخط البياني للتابع المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق $g(x) = \frac{1}{e^x - x e^x}$.

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = e^{-x^2}$. المطلوب :
- 1- ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها .
 - 2- ارسم في معلم متجانس الخط البياني C .

- نتأمل المعادلة التفاضلية (1) $y' - 3y = \sin x$...
- 1- عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى يكون التابع $u(x) = a \cos x + b \sin x$ حلاً للمعادلة (1) .
 - 2- عيّن جميع حلول المعادلة التفاضلية (2) $y' - 3y = 0$...
 - 3- أثبت أن التابع $(u - v)$ حل للمعادلة (2) إذا و فقط إذا كان التابع v حلاً للمعادلة (1) .
 - 4- استنتج جميع حلول المعادلة (1) .

-- انتهت الأسئلة --