



## دورة 2023 الدورة الأولى: (80 درجة)

ساق شاقولية مهملة الكتلة، طولها  $L = 0.12m$  تثبت في منتصفها كتلة نقطية  $m_1 = 0.5kg$  وفي طرفها السفلي كتلة نقطية  $m_2 = 0.5kg$  لتؤلف الجملة نواساً ثقلياً مركباً يمكن أن ينوس في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي مارّ من الطرف العلوي للساق كما في الشكل المجاور.

المطلوب:

- 1- احسب دور نوساتها صغيرة السعة.
  - 2- نزيح الجملة عن وضع توازنها بزاوية  $\theta_{max} > 0.24rad$  وتتركها دون سرعة ابتدائية، فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة مروره بالشاقول  $v_c = 0.9\pi m.s^{-1}$
- (a) احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية  $m_2$  لحظة المرور بالشاقول.
- (b) استنتج قيمة الزاوية  $\theta_{max}$ . ( $g = 10m.s^{-2}, \pi^2 = 10$ )

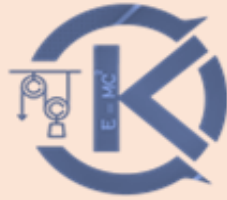
معطيات المسألة:

$$L = 12 \times 10^{-1}m \quad , \quad m_1 = 5 \times 10^{-1}kg \quad , \quad m_2 = 5 \times 10^{-1}kg$$

الحل:

.1

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta} \text{ جملة}}{m_{\text{جملة}} g d}} \quad \dots \quad (*) \quad , \quad m_{\text{جملة}} = m_1 + m_2$$



$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = I_{\Delta_{\text{ساق}}} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad ; \quad r_1 = \frac{L}{2} \quad , \quad r_2 = L$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 5 \times 10^{-1} \left( \frac{12 \times 10^{-1}}{2} \right)^2 + 5 \times 10^{-1} \times (12 \times 10^{-1})^2$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 5 \times 10^{-1} \times (6 \times 10^{-1})^2 + 5 \times 10^{-1} (12 \times 10^{-1})^2$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 180 \times 10^{-3} + 720 \times 10^{-3}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = (180 + 720) \times 10^{-3}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 900 \times 10^{-3} = 9 \times 10^{-1}$$

$$I_{\Delta_{\text{جملة}}} = 0.9 \text{kgm}^2$$

$$m_{\text{جملة}} = m_1 + m_2$$

$$m_{\text{جملة}} = 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-1} = (5 + 5) \times 10^{-1}$$

$$m_{\text{جملة}} = 10 \times 10^{-1}$$

$$m_{\text{جملة}} = 1 \text{kg}$$

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$



$$d = \frac{+m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{\overbrace{5 \times 10^{-1} \times 6 \times 10^{-1}} + \overbrace{5 \times 10^{-1} \times 12 \times 10^{-1}}}{1} = \frac{30 \times 10^{-2} + 60 \times 10^{-2}}{1}$$

$$d = (30 + 60) \times 10^{-2} = 90 \times 10^{-2} = 9 \times 10^{-1}$$

$$d = 0.9 \text{ m}$$

(\*) الآن نعوض ماسبق في علاقة الدور

$$\pi^2 = 10 \Rightarrow \pi = \sqrt{10}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{9 \times 10^{-1}}{1 \times 10 \times 9 \times 10^{-1}}}$$

$$T_0 = 2 \text{ s}$$

.2

$$\theta_{\max} > 0.24 \text{ rad} \quad , \quad v_c = 9 \times 10^{-1} \pi \text{ m.s}^{-1}$$

a)

$$v_{m_2} = \vec{r}_2 \overset{\checkmark}{\omega} \quad ; \quad r_2 = L$$

$r_2$ : بعد  $m_2$  عن محور الدوران (o)

$$v_c = d \cdot \omega$$



## طريقة الاولى

$$\frac{v_{m_2}}{v_c} = \frac{r_2 \omega}{d \omega}$$

$$\frac{v_{m_2}}{9 \times 10^{-1} \pi} = \frac{12 \times 10^{-1}}{9 \times 10^{-1}}$$

$$v_{m_2} = \frac{12\pi \times 10^{-1}}{1}$$

$$v_{m_2} = 12\pi \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

**ملاحظة:**

إن السرعة  
الزاوية لكافة  
نقاط النّواس  
نفسها.

## طريقة ثانية

$$\omega = \frac{v_c}{d} = \frac{9 \times 10^{-1} \pi}{9 \times 10^{-1}} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$v_{m_2} = L. \omega$$

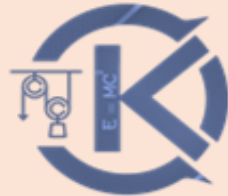
$$v_{m_2} = 12 \times 10^{-1} \times \pi = 12\pi \times 10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

b)

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

**الوضع الأول:** لحظة تركها من دون سرعة ابتدائية  $\theta = \theta_{max}$

**الوضع الثاني:** لحظة المرور بالشاقول  $\theta = 0$



$$\Delta \bar{E}_{k_{1 \rightarrow 2}} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \bar{W}_{\vec{R}} + \bar{W}_{\vec{W}}$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta_{\text{جملة}}} \omega^2 - 0 = 0 + m_{\text{جملة}} gh$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta_{\text{جملة}}} \omega^2 = m_{\text{جملة}} gd(1 - \cos \theta_{\max})$$

$$(1 - \cos \theta_{\max}) = \frac{\frac{1}{2} I_{\Delta_{\text{جملة}}} \omega^2}{m_{\text{جملة}} gd}$$

$$(1 - \cos \theta_{\max}) = \frac{9 \times 10^{-1} \times \pi^2}{2 \times 1 \times 10 \times 9 \times 10^{-1}}$$

$$(1 - \cos \theta_{\max}) = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta_{\max} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \theta_{\max} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$E_{k_1} = 0$$

لأنها تركت من دون سرعة ابتدائية

$$\bar{W}_{\vec{R}} = 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل

ولكن  $h = d(1 - \cos \theta_{\max})$

\*\*\*\*\*



## دورة 2022 الدورة الأولى: (85 درجة)

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقولية مهملة الكتلة، طولها  $l = 1m$ ، تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية  $m_1 = 0.3kg$  وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية  $m_2 = 0.9kg$  ونجعلها تهتز حول محور أفقي مار من منتصفها.

المطلوب:

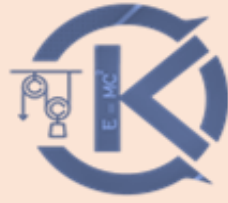
- 1- احسب دور النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة.
- 2- احسب طول النواس البسيط المواق له النواس.
- 3- نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية  $\theta_{max} = 60^\circ$  وتركها دون سرعة ابتدائية :  
 (a) استنتج بالرموز علاقة السرعة الزاوية لجملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثم احسب قيمتها عندئذ.  
 (b) احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية  $m_2$  لحظة مرورها بالشاقول.

$$(g = 10m.s^{-2}, \pi^2 = 10)$$

معطيات المسألة:

$$l = 1m \quad , \quad m_1 = 3 \times 10^{-1}kg \quad , \quad m_2 = 9 \times 10^{-1}kg$$

الحل:



.1

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta \text{ جملة}}}{m_{\text{جملة}} g d}}, \quad m_{\text{جملة}} = m_1 + m_2$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad ; \quad r_1 = r_2 = \frac{l}{2}$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = \frac{3 \times 10^{-1}}{4} + \frac{9 \times 10^{-1}}{4} = \frac{12 \times 10^{-1}}{4}$$

$$I_{\Delta \text{ جملة}} = 3 \times 10^{-1} \text{ kg.m}^2$$

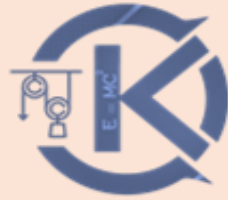
$$m_{\text{جملة}} = m_1 + m_2$$

$$m_{\text{جملة}} = 3 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-1} = (3 + 9) \times 10^{-1}$$

$$m_{\text{جملة}} = 12 \times 10^{-1} \text{ kg}$$

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$

$$d = \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \quad ; \quad r_1 = r_2 = \frac{l}{2}$$



$$d = \frac{-3 \times 10^{-1} \times \frac{1}{2} + 9 \times 10^{-1} \times \frac{1}{2}}{12 \times 10^{-1}} = \frac{(-3 + 9) \times 10^{-2}}{2 \times 12 \times 10^{-1}}$$

$$d = \frac{6}{2 \times 12} = \frac{3_{\div 3}}{12_{\div 3}}$$

$$d = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$d = 25 \times 5^{-2} \text{ m}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3 \times 10^{-1}}{12 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{1}{4}}}$$

$$\pi^2 = 10 \Rightarrow \pi = \sqrt{10}$$

$$T_0 = 2 \text{ s}$$

.2

$$T_{0 \text{ بسيط}} = T_{0 \text{ مركب}}$$

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2$$

نربع الطرفين :

$$4 \times 10 \left(\frac{l}{g}\right) = 4$$

$$40 l = 4 g$$

$$40 l = 4 \times 10$$

$$40 l = 40$$



$$l = \frac{40}{40}$$

$$l = 1 \text{ m}$$

3.

a)

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

**الوضع الأول:** لحظة تركها من دون سرعة ابتدائية  $\theta = \theta_{max} = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

**الوضع الثاني:** لحظة المرور بالشاقول  $\theta = 0$

$$\Delta \bar{E}_{k_{1 \rightarrow 2}} = \sum \bar{W}_{\bar{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \bar{W}_{\bar{R}} + \bar{W}_{\bar{W}}$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = +m_{\text{جملة}} gh$$

$$E_{k_1} = 0$$

لأنها تُركت من دون سرعة ابتدائية

$$\bar{W}_{\bar{R}} = 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$h = d(1 - \cos \theta_{max}) \quad \text{ولكن}$$

$$\omega^2 = \frac{2m_{\text{جملة}} gd(1 - \cos \theta_{max})}{I_{\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2m_{\text{جملة}} gd(1 - \cos \theta_{max})}{I_{\Delta}}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 12 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{2})}{3 \times 10^{-1}}}$$

$$\omega = \sqrt{2 \times 4 \times 10 \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}$$



$$\omega = \sqrt{10} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

b)

$$v_{m_2} = r_2 \omega$$

$$; r_2 = \frac{l}{2}$$

$$v_{m_2} = \frac{l}{2} \omega = \frac{1}{2} (\pi)$$

$$v_{m_2} = \frac{\pi}{2} \text{ m.s}^{-1}$$

\*\*\*\*\*

## دورة 2021 الدورة الثانية: (80 درجة)

يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس كتلته  $m$  نصف قطره  $r = \frac{2}{3}m$  يمكن أن يهتز في مستو شاقولي حول محور أفقي ثابت مار بنقطة من محيطه.

المطلوب :

1- انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة

استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص بدلالة  $r$ ، ثم احسب قيمة هذا الدور.

2- احسب طول النواس البسيط المواقف لهذا النواس المركب .

3- نزيح النواس عن الشاقول زاوية  $\theta_{max} > 0.24 \text{ rad}$ ، و نتركه دون سرعة ابتدائية فتكون

السرعة الخطية لمركز عطالة النواس عند المرور بالشاقول  $v = \frac{2\pi}{3} \text{ m.s}^{-1}$  استنتج قيمة

السعة الزاوية  $\theta_{max}$ ، علماً أن :

$$(I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} ml^2 \text{ها على مستويها وعمودي على مركزها وعمودي على مستويها})$$

$$(\pi^2 = 10, \quad g = 10 \text{ m.s}^{-1})$$

معطيات المسألة:

$$r = \frac{2}{3}m$$

الحل:

.1

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{m g d}}$$

$$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + m d^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2 + m r^2$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2 + \frac{1}{2} (2 m r^2)$$

$$I_{\Delta} = \frac{3}{2} m r^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3 m r^2}{2 m g r}} \quad ; \quad d = r$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3 r}{2 g}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 3 \times 10}}$$

$$T_0 = 2 S$$

.2

$$T_{0 \text{ بسيط}} = T_{0 \text{ مركب}}$$

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2$$

نربع الطرفين :

$$4 \times 10 \left(\frac{l}{g}\right) = 4$$

$$4 \times 10 \left(\frac{l}{10}\right) = 4$$

$$4l = 4$$

$$l = 1 m$$

.3

$$v_c = \frac{2\pi}{3} m \cdot s^{-1} , \theta_{max} > 0.24 rad$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: لحظة تركها من دون سرعة ابتدائية  $\theta = \theta_{max}$ الوضع الثاني: لحظة المرور بالشاقول  $\theta = 0$ 

$$\Delta \bar{E}_{k_{1 \rightarrow 2}} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \bar{W}_{\vec{R}} + \bar{W}_{\vec{W}}$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 - 0 = 0 + mgh$$

$$E_{k_1} = 0$$

لأنها تركت من دون سرعة ابتدائية

$$\bar{W}_{\vec{R}} = 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل



$$h = r(1 - \cos \theta_{max}) \iff d = r \text{ و } h = d(1 - \cos \theta_{max}) \text{ ولكن}$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 = mgr(1 - \cos \theta_{max})$$

$$; v = d\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{d} \Rightarrow \omega^2 = \frac{v^2}{d^2}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} mr^2 \right) \frac{v^2}{r^2} = mgr(1 - \cos \theta_{max})$$

$$\frac{3}{4} mv^2 = mgr(1 - \cos \theta_{max})$$

$$(1 - \cos \theta_{max}) = \frac{3mv^2}{4mgr}$$

$$(1 - \cos \theta_{max}) = \frac{3}{4} \times \frac{40 \times 3}{9 \times 10 \times 2}$$

$$1 - \cos \theta_{max} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

\*\*\*\*\*



## دورة 2020 الدورة الأولى: (80 درجة)

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نَعْدَهَا نقطة مادية كتلتها  $m = 300g$  معلقة بخيط خفيف لا يمتط طوله  $L = 1.44m$ .

المطلوب :

- 1- احسب الدور الخاص لهذا النواس عندما يهتز بسعة زاوية  $\theta_{max} = 0.4 \text{ rad}$ .
  - 2- نزيح النواس عن وضع التوازن بزواوية  $\theta_{max} > 0.24 \text{ rad}$  ويترك دون سرعة ابتدائية، فتكون السرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرورها بالشاقول  $v = \frac{12}{\pi} \text{ m.s}^{-1}$ ، احسب قيمة  $\theta_{max}$ .
  - 3- استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بالشاقول، ثم احسب قيمتها.
- $(g = 10 \text{ m.s}^{-2}, \pi = 10)$

### معطيات المسألة:

$$m = 300 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-1} \text{ kg} , L = 144 \times 10^{-2} \text{ m}$$

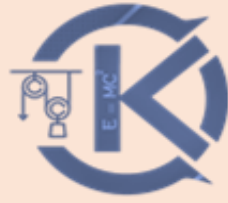
### الحل:

1.

$$\theta_{max} > 0.24 \quad \text{ولكن} \quad \theta_{max} = 4 \times 10^{-1} \text{ rad}$$

$$T'_0 = T_0 \left( 1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right) \dots (*)$$

يجب علينا حساب  $T_0$  ثم التعويض في (\*)



$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{144 \times 10^{-2}}{10}}$$

$$\pi^2 = 10 \Rightarrow \pi = \sqrt{10}$$

$$T_0 = 2 \times \sqrt{144 \times 10^{-2}} = 2 \times 12 \times 10^{-1}$$

$$T_0 = 24 \times 10^{-1} \text{ s}$$

$$T'_0 = 24 \times 10^{-1} \left(1 + \frac{(4 \times 10^{-1})^2}{16}\right)$$

$$T'_0 = 24 \times 10^{-1} \left(1 + \frac{16 \times 10^{-2}}{16}\right)$$

$$T'_0 = 24 \times 10^{-1} (1 + 1 \times 10^{-2})$$

$$T'_0 = 24 \times 10^{-1} (100 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-2})$$

$$T'_0 = 24 \times 10^{-1} \times 101 \times 10^{-2}$$

$$T'_0 = 2424 \times 10^{-3} = 2.424 \text{ s}$$

$$T'_0 = 2.424 \text{ s}$$

0.01

+

1.00

-----

1.01

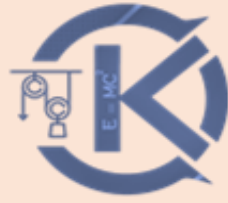
.2

$$\theta_{max} = ?$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

**الوضع الأول:** لحظة تركها من دون سرعة ابتدائية  $\theta = \theta_{max}$

**الوضع الثاني:** لحظة المرور بالشاقول  $\theta = 0$



$$\Delta \bar{E}_{k_1 \rightarrow 2} = \sum \bar{W}_{\bar{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \bar{W}_{\bar{T}} + \bar{W}_{\bar{W}}$$

$$E_{k_2} = \bar{W}_{\bar{W}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v^2 = 2gh$$

$$h = l(1 - \cos \theta_{max}) \quad \text{ولكن:}$$

$$v^2 = 2gl(1 - \cos \theta_{max})$$

$$1 - \cos \theta_{max} = \frac{v^2}{2gl}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{\left(\frac{12}{\pi}\right)^2}{2 \times 10 \times 144 \times 10^{-2}} = 1 - \frac{144}{2 \times 100 \times 144 \times 10^{-2}}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{144}{200 \times 144 \times 10^{-2}}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

.3

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$



بالاسقاط على محور ينطبق على حامل  $\vec{T}$  وبجهته (الناظم)

$$-W + T = m \cdot a_c$$

$$-w + T = m \cdot \frac{v^2}{l}$$

$$T = w + m \cdot \frac{v^2}{l}$$

$$T = mg + m \frac{v^2}{l}$$

$$T = m(g + \frac{v^2}{l})$$

$$T = 3 \times 10^{-1} \left( 10 + \frac{144}{10 \times 144 \times 10^{-2}} \right)$$

$$T = 3 \times 10^{-1} \times 20$$

$$T = 6 N$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$r = l$$

$$a_c = \frac{v^2}{l}$$

\*\*\*\*\*

KENANA SHAMMOU