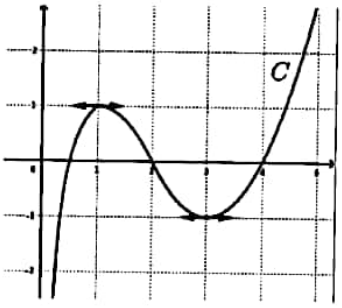
المدة :	اختبار في بحث الاشتقاق (1)	الاسم :

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن c الخط البياني للتابع f والمطلوب :



1) أوجد مجموعة تعريف التابع

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$

4) جد $f([1,3])$

السؤال الثاني : ادرس قابلية الاشتقاق عند $x = 1$ من اليمين للتابع $f(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق :

$f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ والمطلوب :

أوجد قيمة b , a إذا علمت أن $f(-1)$ قيمة حدية محلية للتابع وهذه القيمة الحدية معدومة

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = x^3 - 3x + 1$

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

2) تحقق أن للمعادلة $f(x) = 0$ ثلاثة جذور

السؤال الخامس : في معلم متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ c هو الخط البياني للتابع f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = x - \sqrt{x^2+8}$

1) احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، هل يقبل c مقارباً أفقياً

2) تحقق أن للمستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط c

3) نظم جدولاً بتغيرات f

4) ارسم مقاربات c ثم ارسم c

انتهت الأسئلة

#مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح

أ . محمد أحمد

0964848890

الوحدة:

حل اختبار بحث الاشتقاق (1).

السؤال الأول:

-1- $]0,+\infty[$

-2- $f(1)=1$ قيمة حدية كبرى

$f(3)=-1$ قيمة حدية صغرى.

-3- إن حلول المتراجحة تقع ضمن المجال

$[1,3]$

-4- $f([1,3])=[-1,1]$

السؤال الثاني:

التابع مستمر على $[1,+\infty[$

$f(a)=f(1)=1-2\sqrt{1-1}=1$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{x-2\sqrt{x-1}-1}{x-1}=\frac{1-2\sqrt{1-1}-1}{1-1}$$

$=\frac{0}{0}$ حالة عدم تعيين

$$\lim_{x\to1^+}\frac{x-1}{x-1}-\frac{2\sqrt{x-1}}{x-1}$$

$=1-\infty=-\infty.$

والتابع غير قابل للاشتقاق عند $x=1$

كن مع الله ولا تبالي ....

السؤال الثالث:

بما أن $f(-1)$ معدومة $f(-1)=0$

$$\frac{a(-1)^2+b(-1)+1}{-1-1}=0$$

$\Rightarrow a(-1)^2+b(-1)+1=0$

$\Rightarrow a-b+1=0$

$\Rightarrow a=b-1$ ......(1)

f اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ فهو اشتقاقي عند -1 وبما أن $f(-1)$ هي قيمة حدية للتابع $\Leftarrow$ $f'(-1)=0$

$$f'(x)=\frac{(2ax+b)(x-1)-1(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$$

$f'(-1)=0$

$$\Rightarrow\frac{(-2a+b)(-2)-1(a-b+1)}{(+4)}=0$$

$(-2a+b)(-2)-1(a-b+1)=0$

$\Rightarrow +4a-2b-a+b-1=0$

$3a-b-1=0$ ....(2)

نعوض (1) في (2) فنجد:

$3(b-1)-b-1=0$

$\Rightarrow 3b-3-b-1=0$

$\Rightarrow 2b=4\Rightarrow b=2 \xrightarrow{\text{نعوض في (1)}}$

$a=2-1=1\Rightarrow f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x-1}$

السؤال الرابع:

1- f معرف ومستمر واشتقاقي على $R =]-\infty, +\infty[$

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} x^3 = \pm\infty$

$f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \xRightarrow{\div 3}$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

إما: $x = 1 \Rightarrow f(1) = 1^3 - 3\times 1 + 1 = -1$

أو: $x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3$

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

2- f مستمر ومتزايد تماماً على $]-\infty, -1]$

$0 \in]-\infty, 3] = f(]-\infty, -1])$

$\Leftarrow$ يوجد للمعادلة $f(x) = 0$

حل وحيد في المجال $]-\infty, -1]$

f مستمر ومتناقص تماماً على $[-1, +1]$

$0 \in [-1, 3] = f([-1, +1])$.

$\Leftarrow$ يوجد للمعادلة $f(x) = 0$

حل وحيد في المجال $[-1, +1]$

f مستمر ومتزايد تماماً على $[1, +\infty[$

$0 \in [-1, +\infty[= f([1, +\infty[)$

$\Leftarrow$ يوجد للمعادلة $f(x) = 0$

حل وحيد في المجال $[1, +\infty[$

مما سبق كله نستنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ ثلاثة حلول في R.

السؤال الخامس:

1- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \infty$ عدم تعيين.

$f(x) = \frac{(x - \sqrt{x^2+8})(x + \sqrt{x^2+8})}{x + \sqrt{x^2+8}}$

$= \frac{x^2 - (x^2+8)}{x + \sqrt{x^2+8}} = \frac{-8}{x + \sqrt{x^2+8}}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{-8}{+\infty} = 0$

$\Delta_1 : y = 0$ هو مقارب لـ C منطبق على $x'x$ في جوار $+\infty$

2- $f(x) - y_d = x - \sqrt{x^2+8} - 2x$

$= -x - \sqrt{x^2+8}$.

$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - y_d] = +\infty - \infty$ عدم تعيين.

الوحدة:

$$f_{(x)} - y_d = \frac{(-x-\sqrt{x^2+8})(-x+\sqrt{x^2+8})}{-x+\sqrt{x^2+8}} = \frac{x^2-(x^2+8)}{-x+\sqrt{x^2+8}}$$

$$= \frac{-8}{-x+\sqrt{x^2+8}} \Rightarrow \lim_{x \to -\infty}[f_{(x)} - y_d] = \frac{-8}{+\infty+\infty} = 0$$

d مقارب مائل لـ C_f في جوار $-\infty$

-3- f معرف ومستمر واشتقاقي على $R =]-\infty, +\infty[$

$$f'(x) = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2+8}} = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+8}} = \frac{\sqrt{x^2+8} - x}{\sqrt{x^2+8}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2+8} - x = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2+8} = x$$

شرط الحل هو $x > 0$ بالتربيع نجد:

$x^2+8 = x^2 \Rightarrow 8 = 0$ مستحيلة

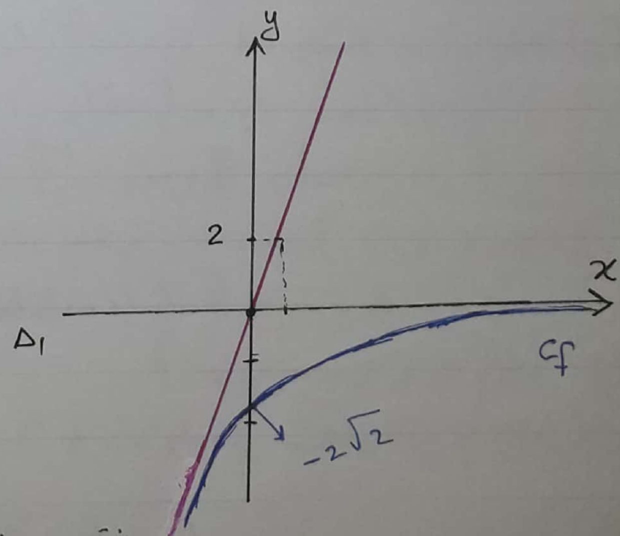
x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0

$d: y = 2x$

x	0	1
y	0	2

$x = 0 \Rightarrow f(0) = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$

c يمر من $(0, -2\sqrt{2})$



"استعن بالله ولا تعجز"

"انتهى حل الاختبار"