المدة :	اختبار في بحث التابع اللوغارتمي نموذج (1)	الاسم :

السؤال الأول : حل المعادلات الآتية :

1) $\ln x = \ln(x^2 - 2x)$.

2) $2\ln x = \ln(2x^2 + 8x)$.

3) $\ln(x + 11) = \ln(x + 3) + \ln(x + 2)$.

السؤال الثاني : حل المتراجحات الآتية :

1) $\ln(3x^2 - x) \leq \ln x + \ln 2$.

2) $\ln 3 \leq \ln(5 - x) + \ln(x - 1)$.

3) $\ln(6x + 4) \leq \ln(3x^2 - x - 2)$.

السؤال الثالث : جد كلاً من النهايات الآتية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} x - \ln x$.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} x + \ln(x + 1) - \ln x$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\ln x}$.

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x \ln x}{x+1}$

السؤال الرابع : نتأمل التابع f المعرف على $I = [\,0\,.+\infty\,[$ وفق :

$$f(x) = \begin{cases} x^2(1 - \ln x) \,; x > 0 \\ 0 \qquad\quad ; x = 0 \end{cases}$$

احسب $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ و استنتج أن f استقاقي عند الصفر .

انتهت الأسئلة

#مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح

الإختبارات "الذهبية"

طريقك نحوى ال 600

أ . محمد أحمد

0964848890

Mohammed Ahmed Math Teacher 0964848890

Scanned by CamScanner

مكثفة التابع اللوغارتمي

حل الاختبار الأول في التابع اللوغارتمي

السؤال الأول:

① $D_1 =]0, +\infty[$

$D_2 =]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]2, +\infty[$

$\ln x = \ln(x^2 - 2x)$

$x = x^2 - 2x$

$\Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$

إما $x = 0 \notin D$ مرفوض

أو $x = 3$ مقبول.

② $x > 0 \Rightarrow D_1 =]0, +\infty[$

$2x^2 + 8x > 0 \Rightarrow 2x^2 + 8x = 0$

$2x(x+4) = 0 \Rightarrow$ إما $x = 0$

أو $x = -4$

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$2x^2+8x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_2 =]-\infty, -4[\cup]0, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]0, +\infty[$ مجموعة التعريف

$2\ln x = \ln(2x^2 + 8x)$

$\ln x^2 = \ln(2x^2 + 8x)$

$x^2 = 2x^2 + 8x \Rightarrow x^2 + 8x = 0$

$x(x+8) = 0$ إما $x = 0 \notin D$ مرفوض

أو $x = -8 \notin D$ مرفوض

③ $x+11 > 0 \Rightarrow x > -11$

$x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

$x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

$\Big\} D =]-2, +\infty[$

$\ln(x+11) = \ln[(x+3)(x+2)]$

$\Rightarrow x+11 = (x+3)(x+2)$

$x+11 = x^2 + 5x + 6$

$\Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$

$\Rightarrow (x+5)(x-1) = 0$

إما $x = -5 \notin D$ مرفوض

أو $x = 1 \in D$ مقبول.

السؤال الثاني:

① $3x^2 - x > 0$ ، $3x^2 - x = 0$

$x(3x-1) = 0$

إما $x = 0$ أو $3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x^2-x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_1 =]-\infty, 0[\cup]\frac{1}{3}, +\infty[$

$x > 0 \Rightarrow D_2 =]0, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]\frac{1}{3}, +\infty[$

$\ln(3x^2 - x) \leq \ln(2x)$

$3x^2 - x \leq 2x$

$\Rightarrow 3x^2 - 3x \leq 0$ ---- ⊕

Mohammed Ahmed
Math Teacher
0964848890

Scanned by CamScanner

$3x^2 - 3x = 0$

$\Rightarrow 3x(x-1) = 0$

$\Rightarrow$ إما: $3x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$3x^2 - 3x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D' = [0,1]$ (ر)

تقاطع مع D

$D'' = D \cap D' =]\frac{1}{3}, 1]$ مجموعة حلول متراجحة الاستطاعة.

(2) $5 - x > 0 \Rightarrow 5 > x$ ، $D_1 =]-\infty, 5[$

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow D_2 =]1, +\infty[$

$D_3 = D_1 \cap D_2 =]1, 5[$ التقاطع.

$\ln 3 \leq \ln[(5-x)(x-1)]$

$\Rightarrow 3 \leq (5-x)(x-1)$

$3 \leq 5x - 5 - x^2 + x$

$x^2 - 5x - x + 5 + 3 \leq 0$

$x^2 - 6x + 8 \leq 0$ ---- (*)

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

أي $x = 2$ أو $x = 4$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$x^2 - 6x + 8$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D = [2,4]$ (*) مجموعة حلول

مجموعة حلول المتراجحة المطلوبة $= [2,4]$.

(3) $6x + 4 > 0 \Rightarrow 6x > -4$

$\Rightarrow x > -\frac{4}{6} \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$

$D_1 =]-\frac{2}{3}, +\infty[$

$3x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(3)(-2)$

$= 1 + 24 = 25$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-5}{2(3)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+5}{2(3)} = \frac{6}{6} = 1$

$x_1 = 1$ ، $x_2 = -\frac{2}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_2 =]-\infty, -\frac{2}{3}[\cup]1, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 = [1, +\infty[$.

Mohammed Ahmed Math Teacher 0964848890

Scanned by CamScanner

مكثفة التابع اللوغارتمي

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln x} = \frac{1}{2}(+\infty) = +\infty$

② $\lim_{x\to+\infty} x - \ln x = +\infty - \infty$ ح.ع

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty(1-0)$

$= +\infty$

③ $\lim_{x\to+\infty} x + \ln(x+1) - \ln x$

$= +\infty + \infty - \infty$ ح.ت

$\lim_{x\to+\infty} x + \ln\frac{x+1}{x}$

$\lim_{x\to+\infty} \ln\frac{x+1}{x} = \ln 1 = 0$;

$\lim_{x\to+\infty} x + \ln\frac{x+1}{x} = +\infty + 0 = +\infty$

④ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\ln x} = \frac{+\infty}{+\infty}$ ح.ت

$\lim \frac{x}{\ln x} + \frac{1}{\ln x} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$;

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\ln x} + \frac{1}{\ln x} = +\infty + 0 = +\infty$

$6x+4 \le 3x^2 - x - 2$

$0 \le 3x^2 - x - 2 - 6x - 4$

$3x^2 - 7x - 6 \ge 0$ ..... (*)

$3x^2 - 7x - 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4(a)(c)$

$= 49 - 4(3)(-6) = 121$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{121} = 11$

$x_1 = \frac{7+11}{2(3)} = 3$

$x_2 = \frac{7-11}{2(3)} = -\frac{2}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		3		$+\infty$
$3x^2-7x-6$		$+$	0	$-$	0	$+$	

مجموعة حلول المتراجحة $D' =]-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [3, +\infty[$

(*)

مجموعة حلول المتراجحة $D'' = [3, +\infty[$

المعطاة.

السؤال الثالث:

① $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln x} = \frac{+\infty}{+\infty}$ ح.ت

$\frac{\sqrt{x}}{\ln x} = \frac{\sqrt{x}}{\ln(\sqrt{x})^2} = \frac{\sqrt{x}}{2\ln\sqrt{x}}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln\sqrt{x}} = +\infty$

Mohammed Ahmed
Math Teacher
0964848890

Scanned by CamScanner

⑤ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x\ln x}{x+1} = \frac{+\infty}{+\infty}$ ح.ت.ع

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\ln x}{x(1+\frac{1}{x})} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{1+\frac{1}{x}} = +\infty$$

السؤال الرابع:

$$\lim_{x\to0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to0^+} \frac{x^2(1-\ln x)-0}{x-0}$$

$$= \lim_{x\to0^+} [x(1-\ln x)]$$

$= 0(1+\infty) = 0(+\infty)$ ح.ت.ع

$$\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = x - x\ln x$$

$$\lim_{x\to0} (x.\ln x) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 0-0$$

$= 0 \in \mathbb{R}$

إذاً f قابل للاشتقاق عند الصفر و

$$\lim_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$$

"انتهى الحل"

"بالتوفيق والنجاح الدائم"

بكالوريا رياضيات مع الأستاذ:

"محمد أحمد"

Mohammed Ahmed
Math Teacher
0964848890

Scanned by CamScanner