①

أ. محمد ادريس

اختبار دارة مهتزة

40 علامة

A دارة مهتزة مؤلفة من مكثفة سعتها $C = 2\mu F$ مشحونة تحت توتر $U = 100V$ ثم نصلها على التسلسل مع وشيعة ذاتيتها $L = 10^{-3} H$ ومقاومتها مهملة

① اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالتوتر ثم احسب الشحنة q_{max} للمكثفة والطاقة المختزنة فيها

② اشرح ماذا يحدث عند وصل المكثفة بالوشيعة ثم احسب التواتر الخاص للاهتزازات.

③ احسب شدة التيار الأعظمي I_{max} المار في الدارة واكتب التابع الزمني لكل من الشحنة وشدة التيار بدءاً من الشكل العام معتبراً مبدأ الزمن لحظة وصل المكثفة المشحونة بالوشيعة

B تتألف دارة مهتزة من مكثفة مشحونة ووشيعة مقاومتها مهملة

40 علامة

① اكتب الشكل العام لتابع الشحنة

② كيف يصبح تابع الشحنة وتابع التيار على اعتبار مبدأ الزمن لحظة إغلاق القاطعة

③ ارسم المنحنيات البيانية لكل من الشحنة والشدة بدلالة الزمن وماذا تستنتج

40 علامة

C انطلاقاً من العلاقة $(q)''_t = -\frac{q}{L.C}$ استنتج علاقة طومسون

(العلاقة التي تعطي الدور الخاص للتفريغ المهتز)

(2)

أ. محمد إدريس

سلم تصحيح الدارة المهتزة

السؤال A
80 علامة

(1) عند وصل المكثفة بالوتر: تُشحن المكثفة من خلال المولد

$C = 2\mu F = 2\times10^{-6} F$

(5) $q_{max} = C\cdot U = 2\cdot10^{-6}\cdot 100 = 2\cdot10^{-4} C$ (5)

(5) $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4\cdot10^{-8}}{2\cdot10^{-6}} = 4\cdot10^{-2} J$ (5)

25 علامة

(2) تبدأ المكثفة المشحونة تفريغ الشحنة بالوشيعة (3)

فينشأ تيار في الوشيعة يزداد تدريجياً إلى أن يصل الشدة العظمى في نهاية ربع الدور الأول (3)

تنعدم الشحنة بالمكثفة فيتولد بالوشيعة قوة محركة متحرضة وتختزن طاقة كهرطيسية

(3) $E_L = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I_{max}^2$

ثم تلعب الوشيعة دور مولد على التضاد مع المكثفة

فيبدأ التيار في الوشيعة بشحن المكثفة فيتناقص تدريجياً (3)

لتزداد شحنة المكثفة إلى أن ينعدم تيار الوشيعة

فتصبح الشحنة العظمى بالمكثفة بقوة أقل من بداية التفريغ وتختزن المكثفة طاقة كهربائية

(3) $E_C = \frac{1}{2}\frac{q_{max}^2}{C}$

وهكذا خلال أرباع الدور الباقية.

15 علامة

(5) $T_0 = 2\pi\sqrt{L\cdot C} = 2\pi\sqrt{10^{-3}\cdot 2\cdot10^{-6}} = 2\sqrt{10^{-3}\cdot10\cdot2\cdot10^{-6}}$

$= 2\sqrt{10^{-8}\cdot 2} = 2\sqrt{2}\cdot10^{-4}\ sec$ (5)

20 علامة

(5) $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}\cdot10^{-4}} = \frac{10^4}{2\sqrt{2}} = \frac{10000}{2\sqrt{2}}$

$f_0 = \frac{5000}{\sqrt{2}} = \frac{5000\sqrt{2}}{2} = 2500\sqrt{2}\ Hz$ (5)

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

3

شدة التيار الأعظمي $\longrightarrow$ $I_{max} = \omega_0 \cdot q_{max}$ (3)

$= 2\pi f_0 \cdot q_{max}$

$= 2\pi \cdot 2500\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4}$

$= 4\pi\sqrt{2} \cdot 25\cancel{00} \cdot \cancel{10^{-4}}$

$= 100\pi\sqrt{2} \cdot 10^{-2}$ A (2)

تابع الشحنة $\longrightarrow$ $q = q_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (3)

$t = 0$, $q = q_{max}$ $\Big\}$ $q_{max} = q_{max}\cos\varphi$

$1 = \cos\varphi$

$\boxed{0 = \varphi}$ rad (3)

$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 2500\sqrt{2}$

$= 5000\pi\sqrt{2}$ rad.s^{-1} (2)

$$\boxed{q = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(5000\pi\sqrt{2}\, t)}$$ (2) C

تابع التيار $\longrightarrow$ $I = I_{max} \cdot \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$ (3)

أ. محمد إدريس

$$\boxed{I = 100\pi\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot \cos\left(5000\pi\sqrt{2}\, t + \frac{\pi}{2}\right)}$$ (2) A

السؤال $\boxed{B}$

(3) $q = q_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (1)

لحظة إغلاق القاطعة

$t = 0$, $q = q_{max}$ $\Big\}$ $q_{max} = q_{max} \cdot \cos\varphi$ (2)

$1 = \cos\varphi$ (2)

$\boxed{0 = \varphi}$ rad

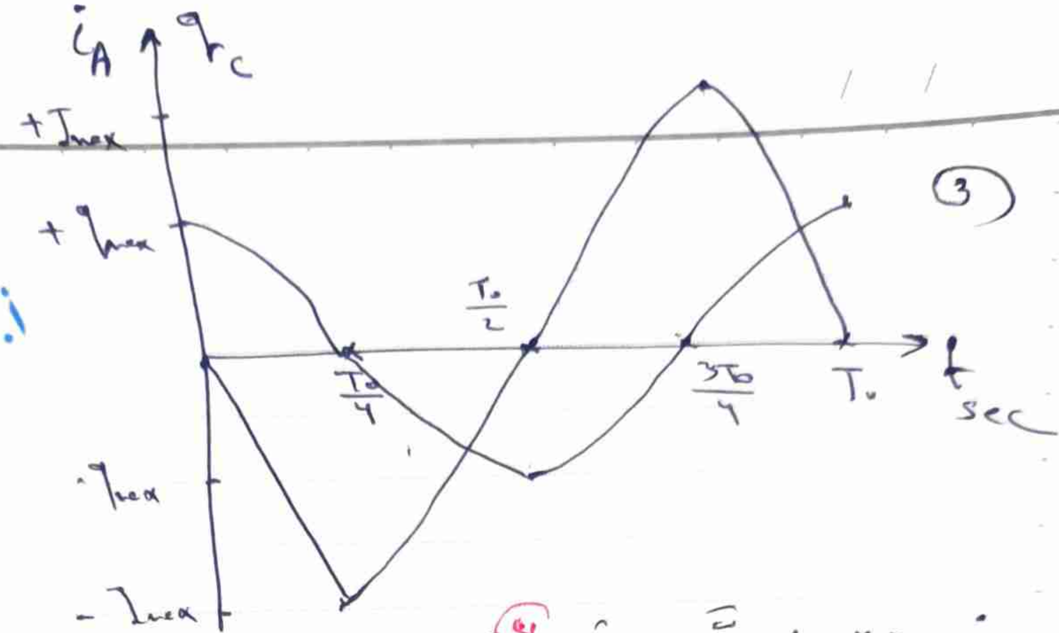
$\Rightarrow \boxed{q = q_{max} \cdot \cos\omega_0 t}$ (3)

(2) $i = (q)'_t = -\omega_0 \cdot q_{max} \cdot \sin\omega_0 t$

$i = \omega_0 \cdot q_{max} \cdot \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$

$i = I_{max} \cdot \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$ (5)

(4)



(3)

نستنتج أن التيار متقدم بالطور $+\frac{\pi}{2}$ عن الشحنة

$i = 0 \longrightarrow q = \mp q_{max}$

$i = \pm I_{max} \longrightarrow q = 0$

$$\boxed{(q)''_t = -\frac{q}{L.C}} \quad ★$$

سؤال $\boxed{C}$ مهم يا شباب

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية ... تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$q = q_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(q)'_t = -\omega_0 \cdot q_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$(q)''_t = -\omega_0^2 \cdot \underbrace{q_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)}$

$$\boxed{(q)''_t = -\omega_0^2 \cdot q} \quad ♥$$

نطابق ★ مع ♥

$-\omega_0^2 \cdot q = -\frac{q}{L.C}$

$\omega_0^2 = \frac{1}{L.C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sqrt{L.C}}} = 2\pi\sqrt{L.C}$ sec

سعة المكثفة F

ذاتية الوشيعة H

انطلاقاً من المعادلة التفاضلية: $(\bar{X})''_t = -\frac{k}{m}\bar{x}$
برهن أن حركة الجسم الصلب المعلق بالنابض في النواس المرن حركة جيبية انسحابية ؟ ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس ؟

الحل: و هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل :

$$\bar{X} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

و بالاشتقاق مرتين بالنسبة للزمن :

$$(\bar{X})'_t = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{X})''_t = -\omega_o{}^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{X})''_t = -\omega_o^2\, x$$

بالمطابقة نجد: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا مُحقق لأن k,m موجبان فالحركة جيبية إنسحابية

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_O}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T_O = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

(2021 الدورة الأولى)

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 100 N \cdot m^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص $T_0 = \frac{\pi}{5} s$ و بسعة اهتزاز

$X_{max} = 12\ cm$ و بإعتبار مبدأ الزمن $t = 0$ لحظة مرور الكرة في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب **المطلوب:**

1) استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام ؟

2) عَين لحظة المرور الأول للجسم في موضع التوازن ثم احسب سرعتها عندئذ ؟

3) احسب كتلة الكرة m ؟

4) احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $x = 4cm$ ؟

5) احسب الاستطالة السكونية للنابض ؟

6) احسب الطاقة الميكانيكية (الكلية) لهذا النواس ؟

اختبار النواس المرن

① قوة الإرجاع $\boxed{F=-Kx}$

② $$\boxed{(x)''_t = \frac{-Kx}{m}}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً

$$x = x_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

$$v=(x)'_t = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi)$$

$$a=(x)''_t = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

$$\boxed{(x)''_t = -\omega_0^2 \cdot x}$$

مطابقة

$$\cancel{-}\omega_0^2 \cdot \cancel{x} = \frac{\cancel{-}K \cdot \cancel{x}}{m}$$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}>0$$

حركة جيبية ←

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

③ $K=100\ N.m^{-1}$ $\quad T_0=\frac{\pi}{5}\ s$

$x_{max}=12\times10^{-2}\ m$

$x = \frac{x_{max}}{2}$ $\quad v<0$ اتجاه سالب

بدء الزمن $t=0$

[١] $$x=x_{max}\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

$t=0$, $x=\frac{x_{max}}{2}$ $\quad \frac{\cancel{x_{max}}}{2} = \cancel{x_{max}}\cdot\cos\varphi$

$$\frac{1}{2} = \cos\varphi$$

$\varphi=+\frac{\pi}{3}$ ، $\varphi=\frac{-\pi}{3}$

نختار إحدى القيم تجعل v سالبة

$$v=-\omega_0\cdot x_{max}\cdot\sin\varphi$$

$$v=-\omega_0\cdot x_{max}\cdot\sin\left(+\frac{\pi}{3}\right)<0$$

$-\ \times\ +$ مقبول

$$v=-\omega_0\cdot x_{max}\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)>0$$

سالب × سالب

مرفوض

$$\Rightarrow \varphi=+\frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{x=12\times10^{-2}\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)}\ m$$

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}=2\pi\times\frac{5}{\pi}=10\ rad\ s^{-1}$$

[٤] $x=0$

$$12\times10^{-2}\cdot\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

$$\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

$$\cancel{\cos}\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)=\cancel{\cos}\left(\frac{\pi}{2}+\pi K\right)$$

$$10t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi K$$

نقسم على 10

$$t+\frac{\pi}{30}=\frac{\pi}{20}+\frac{\pi K}{10}$$

$$t=-\frac{\pi}{30}+\frac{\pi}{20}+\frac{\pi K}{10}$$

$$t=\frac{-2\pi}{60}+\frac{3\pi}{60}+\frac{\pi K}{10}$$

$$t=\frac{\pi}{60}+\frac{\pi K}{10}$$

أول مرور $K=0 \Rightarrow \boxed{t=\frac{\pi}{60}}\ sec$

[٢] $$v=-\omega_0\cdot x_{max}\cdot\sin(\omega_0 t+\varphi)$$

$$=-10\times12\times10^{-2}\sin\left(10\cdot\frac{\pi}{60}+\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=-12\times10^{-1}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=-12\times10^{-1}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{6}\right)$$

$$=-12\times10^{-1}\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{6}\right)=-12\times10^{-1}\ m\,s^{-1}$$

$$\omega_0^2=\frac{K}{m}\Rightarrow m=\frac{K}{\omega_0^2}=\frac{100}{100}=1\ kg$$

[٤] $$F=|-Kx|=|-100\times4\times10^{-2}|=4\ N$$

[٥] $$x_0=\frac{m\cdot g}{K}=\frac{1\times10}{100}=\frac{1}{10}\ m$$

⑥ $$E=\frac{1}{2}K\cdot x_{max}^2=\frac{1}{2}\cdot100\cdot144\cdot10^{-4}$$

$$=72\times10^{-2}\ J$$

/ /   الموضوع: اختبار النواس المرن (2)

(1) نواس مرن نضاعف سعة الإهتزاز x_{max} ثلاث مرات فيكون الدور الجديد T_0'

T_0	$2T_0$	$3T_0$

(2) استنتج الطاقة الكلية بالنواس المرن وحدد الطاقة لحظة المرور بوضع التوازن

(3) نواس مرن كتلته $m = 100g$ دوره $T_0 = 1sec$ وسعة الإهتزاز $x_{max} = 16cm$ بفرض مبدأ الزمن عندما يكون الجسم بالمطال الأعظمي الموجب

1) استنتج التابع الزمني للمطال
2) أحسب السرعة العظمى طويلة
3) أحسب ثابت الصلابة
4) أحسب التسارع عندما $x = 5cm$
5) أحسب الطاقة الكلية
6) أحسب الطاقة الحركية عندما $x = 10cm$

المدرس محمد إدريس

الموضوع : حل اختبار (2) للنواس المرن

(1) $T_0' = T_0$ جديد (الدور بالنواس المرن لا يتعلق بالسعة x_{max})

$$E = E_p + E_K$$

(2)

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K \left(x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \right)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(-\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \right)^2$$

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{K}{m}}$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot x_{max}^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot \frac{K}{\cancel{m}} x_{max}^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_K = \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = E_p + E_K = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} K x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} K x_{max}^2 \left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \right]$$

المدرس محمد ادريس

$$\boxed{E = \frac{1}{2} K x_{max}^2}$$

الطاقة بموضع التوازن

$$x = 0 \Rightarrow E_p = 0$$

$$\Rightarrow E = E_K$$

٣

$m = 100\,g = 100 \times 10^{-3} = 10^{-1}\,kg$

$T_0 = 1\,sec$

$x_{max} = 16\,cm = 16 \times 10^{-2}\,m$

المدرس محمد ادريس

زمن مسلم $t = 0$

$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ x = +x_{max} \end{array}\right\}$

$x = x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ①

$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ x = +x_{max} \end{array}\right\}$ $\cancel{+x_{max}} = \cancel{x_{max}} \cdot \cos\varphi$

$\boxed{1 = \cos\varphi} \Rightarrow \boxed{\varphi = 0}\ rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad \cdot s^{-1}$

$\boxed{x = 16 \times 10^{-2} \cos(2\pi t)}\ m$ ②

$|v_{max}| = \omega_0 \cdot x_{max}$

$= 2\pi \times 16 \times 10^{-2} = 32\pi \times 10^{-2}\ m \cdot s^{-1}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ③

ترجع

$T_0^2 = 40 \cdot \frac{m}{K}$

$K = 40 \cdot \frac{10^{-1}}{1}$

$K = 4\ N \cdot m^{-1}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$K = m \cdot \omega_0^2$

$= \cancel{10^{-1}} \cdot \cancel{40}$

$= 4\ N \cdot m^{-1}$

تفكير ②

تفكير ①

/ /

الموضوع : ....

ع)

$$x = 5\ cm = 5\times10^{-2}\ m$$

$$a = -\omega_0^2 \cdot x$$

$$= -\cancel{40} \cdot 5\times\cancel{10^{-2}} = -4\times5\times10^{-1}$$

$$= -\cancel{20}\times\cancel{10^{-1}}$$

$$= -2\ m.s^{-2}$$

ه)

$$E = \frac{1}{2}K \cdot x_{max}^2$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}\cdot(16\times10^{-2})^2$$

$$= 2\cdot256\cdot10^{-4} = 512\times10^{-4}\ J$$

و)

$$E_K = E - E_p$$

$$x = 10\ cm$$
$$x = 10\times10^{-2}$$
$$x = 10^{-1}\ m$$

$$= \frac{1}{2}K\cdot x_{max}^2 - \frac{1}{2}Kx^2$$

$$= \frac{1}{2}K\left[x_{max}^2 - x^2\right]$$

المدرس محمد دوريس

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}\left[256\times10^{-4} - 10^{-2}\right]$$

$$= 2\cdot\left[256\times10^{-4} - 10^{-2}\times10^{-2}\times10^{+2}\right]$$

$$= 2\left[256\times10^{-4} - 10^{-4}\times10^{+2}\right]$$

$$= 2\left[256 - 100\right]\cdot10^{-4}$$

$$E_K = 2\times156\times10^{-4} = 312\times10^{-4}\ J$$

3

اختبار نواس مرن 4

⑦ المدرس محمد إدريس

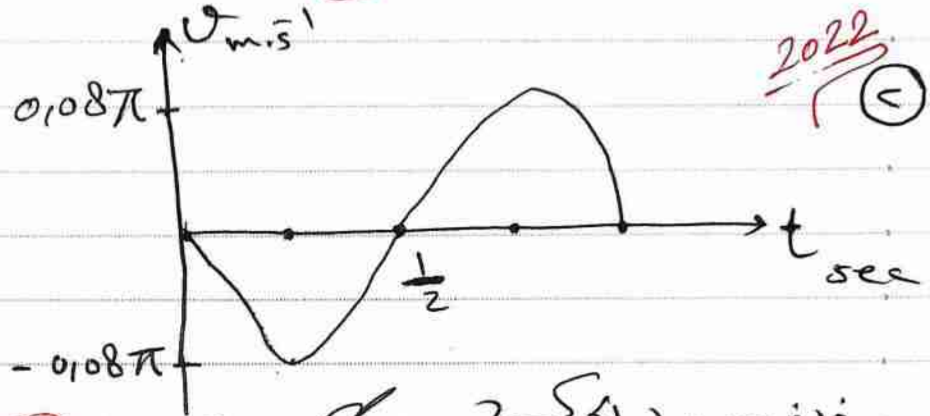
أ. محمد إدريس

① نواس مرن نجعل $m' = 2m$ و $K' = \frac{1}{2}K$ فيكون النبض الخاص ω_0'

$\frac{\omega_0}{4}$	$2\omega_0$	$\frac{\omega_0}{2}$	$4\omega_0$

2022

②



أ. محمد إدريس

فإن سعة الحركة X_{max}

0,16	0,08	0,04	0,02

أ. محمد إدريس

2014

③ برهن أن محصلة القوى المؤثرة بمركز عطالة جسم صلب بالنواس المرن هي قوة إرجاع تعطى بالعلاقة

$$F = -Kx$$

2017

④ هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من جسم صلب كتلته $m = 2g$ معلقة بنابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $K = 20\,N.m^{-1}$ نزيح الجسم عن وضع التوازن شاقولياً نحو الأسفل بالاتجاه الموجب ضمن حدود المرونة للنابض مسافة $8\,cm$ ونتركه دون سرعة ابتدائية نختار مبدأ الزمن

① النبض الخاص ② استنتج التابع الزمني للمطال من شكله العام

③ احسب سرعة الجسم لحظة المرور الأول بوضع التوازن

④ احسب الطاقة الميكانيكية

أ. محمد إدريس

حل الإختبار (4)

أ. محمد إدريس

①

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{K'}{m'}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}K}{2m}}$$

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{1}{4}\frac{K}{m}} = \frac{1}{2}\omega_0$$

②

$$v_{max} = \omega_0 \cdot x_{max}$$

$$v_{max} = 0{,}08\pi \ m\,s^{-1}$$

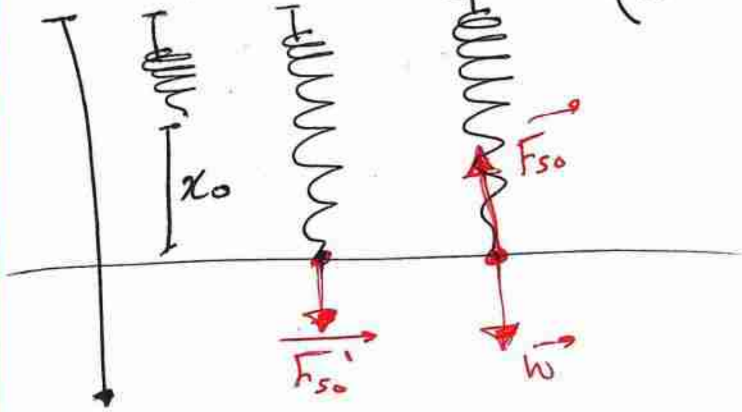
$T_0 = 1$ sec

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \ rad\,s^{-1}$$

$$0{,}08\pi = 2\pi \times x_{max}$$

$$x_{max} = \frac{0{,}08\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 0{,}04$$

③



جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: نابض+جسم صلب

القوى المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل، $\vec{F_{s0}}$ توتر نابض

$\sum \vec{F} = \vec{0}$ ساكن

أ. محمد إدريس

$$\vec{W} + \vec{F_{s0}} = \vec{0}$$

نسقط للأسفل

أ. محمد إدريس

$$W - F_{s0} = 0$$

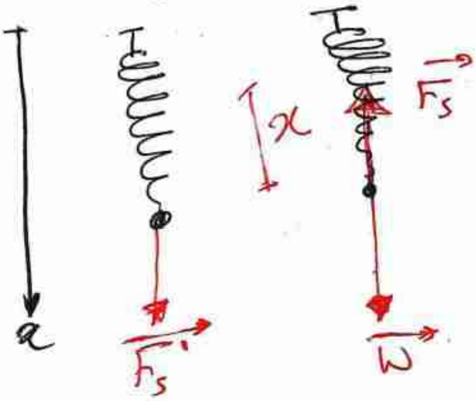
$$W = F_{s0} = K x_0$$

x_0 استطالة بسبب $\vec{F'_{s0}}$

$\vec{W}$

$\vec{F_s}$

قوى متعاكسة



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

نسقط للأسفل

$$W - F_s = ma$$

$$Kx_0 - K(x + x_0) = m.a$$

$$\cancel{Kx_0} - Kx - \cancel{Kx_0} = ma$$

$$-Kx = ma$$

$$\boxed{-Kx = F}$$

أ. محمد إدريس

$$\boxed{\pi = \sqrt{10}}$$

أ. محمد إدريس

٤

$m = 2\,kg$

$K = 20\,N.m^{-1}$

$x_{max} = 8cm$ مسافة

$x_{max} = 8 \times 10^{-2}\,m$

$v = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية

$t = 0$ مبدأ الزمن

① $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

$= \cancel{2}\pi \sqrt{\frac{\cancel{2}}{\cancel{20}}} = 2\,sec$

٢ $x = x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad\ s^{-1}$

$\left.\begin{matrix} t=0 \\ v=0 \end{matrix}\right\} X = X_{max}$

$\cancel{x_{max}} = \cancel{x_{max}} \cdot \cos\varphi$

$1 = \cos\varphi$

$\boxed{0 = \varphi}\ rad$

$$\boxed{x = 8 \times 10^{-2} \cdot \cos(\pi t + 0)\ m}$$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

٣ طريقة 1

$v_{max} = -\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1

دور أول $t = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4}\,sec = \frac{1}{2}\,sec$

دور ثاني $t = \frac{3T_0}{4}$

$\boxed{\varphi = 0}$

$v = -\pi \cdot 8 \times 10^{-2} \cdot \sin\left(\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)\right)$

$= -\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$= -8\pi \times 10^{-2}\ m\,s^{-1}$

٤ $E = \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{20} \cdot (8 \times 10^{-2})^2$

$= 1\cancel{0} \cdot 64 \cdot 10^{-\cancel{4}}$

$= 64 \times 10^{-3}\ J$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

اختبار نواس فتل (2)

① عزم الإرجاع بالنواس الفتل $\Gamma = -K\theta$ $\Gamma = -K\theta^2$ $\Gamma = K\theta$ $\Gamma = K\theta^2$

② نواس فتل نجعل طول سلك الفتل ضعفي ما كان عليه فيكون الدور الجديد

$\frac{1}{\sqrt{2}}T_0$ $\sqrt{2}T_0$ $\frac{1}{2}T_0$ $2T_0$

③ نواس فتل $\theta_{max} = \pi\ rad$ ودوره $2\ sec$ فتكون السرعة العظمى طويلة عند المرور بوضع التوازن

$\frac{\pi}{2}$	π^2	π	0

$rad.s^{-1}$

مسائل

نواس فتل طول الساق $L = 50\ cm$ معلقة من منتصفها بسلك فتل ثابت فتله $K = \frac{1}{100}\ m.N.Rad^{-1}$ ندير الساق في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = \pi\ rad$ عن وضع التوازن

أ. محمد إدريس

وتركت دون سرعة ابتدائية بمبدأ الزمن

وبدور $T_0 = 4\ sec$

① أحسب كتلة الساق m ؟

② أوجد التابع الزمني للمطال الزاوي ؟

③ أحسب السرعة الزاوية لحظة المرور الأول بوضع التوازن ؟

④ نثبت بطرفي الساق كتلتين $m_1 = m_2 = 40g$

أحسب الدور الجديد

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

حل نموذج الفتل (2)

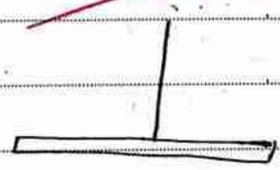
① $\Gamma = -K \cdot \theta$

② بجذر $T_0' = \sqrt{2}\, T_0$ جديد

③ $|\omega_{max}| = \omega_0 \cdot \theta_{max} = \pi \cdot \pi = \pi^2 \ rad \cdot s^{-1}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi \ rad \cdot s^{-1}$

حل المسألة



$L = 50cm = 50 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-1} \ m$

$K = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2} \ m \cdot N \cdot Rad^{-1}$

$\theta = \pi$

$T_0 = 4 \ sec$

$\omega = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية

$t = 0$ مبدأ الزمن

① $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

نربع الطرفين

I_{Δ} ساق $= \frac{1}{12} m \cdot l^2$

$T_0^2 = 40 \cdot \frac{I_\Delta}{K}$

$T_0^2 = 40 \cdot \frac{\frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2}{K}$

3

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

$$16 = 40 \cdot \frac{\frac{1}{12} \cdot m \cdot 25 \cdot 10^{-2}}{10^{-2}}$$

$$4 = 10 \cdot \frac{1}{12} \cdot m \cdot 25$$

$$4 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot 250$$

$$48 = m \cdot 250 \Rightarrow m = \frac{48}{250}$$

$$m = \frac{24}{125} = 0{,}192 = 192 \times 10^{-3}\ kg$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 240 \\ \hline & 0{,}192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125- \\ \hline 1150 \\ 1125- \\ \hline 250 \\ 250- \\ \hline 000 \end{array}$$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

2

$$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ \omega = 0 \end{array}\right\} \theta = \theta_{max} = \pi \text{ rad}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}.s^{-1}$$

نعين الـ φ

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} \end{array}\right\} \cancel{\theta_{max}} = \cancel{\theta_{max}} \cdot \cos\varphi$$

$$1 = \cos\varphi$$

أ. محمد إدريس

أ. محمد إدريس

$$\boxed{0 = \varphi} \text{ rad}$$

Galaxy

$$\boxed{\theta = \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)} \text{ rad}$$

(4)

أ. محمد إدريس

/ /

(3) أول $t = \frac{T_0}{4} = \frac{4}{4} = 1\,sec$

$\omega = -\omega_0 \cdot \theta_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

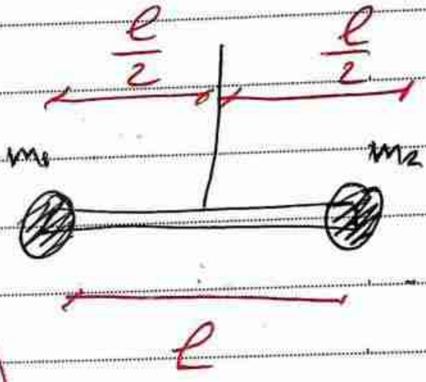
$\boxed{\varphi = 0}$

$= -\omega_0 \cdot \theta_m \cdot \sin \omega_0 t$

$\omega = -\frac{\pi}{2} \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1\right) = -\frac{\pi}{2} \cdot \pi = \frac{-\pi^2}{2}$

$\omega = \frac{-10}{2} = -5\ rad \cdot s^{-1}$

(4) $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_{\Delta\,عارضة}}{K}}$



$I_{\Delta\,عارضة} = I_{\Delta\,ساق} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$\boxed{I_{\Delta\,عارضة} = I_{\Delta\,ساق} + 2\, I_{\Delta/m_1}}$

$I_{\Delta\,ساق} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \ell^2$

$= \frac{1}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{24}^{\,2}}{\cancel{125}_{\,5}} \cdot \cancel{25} \cdot 10^{-2} = \frac{2}{5} \times 10^{-2}$

$= 0{,}4 \times 10^{-2}$

$5 \overline{)\,20}$ = 0,4 ; 20 ; 0

$I_{\Delta\,ساق} = 4 \times 10^{-3}\ kg\,m^2$

أ. محمد إدريس

Galaxy

(5) $m_1 = m_2 = 40\,g = 40 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-2}\,kg$

$$I_{D/m_1} = m_1 \cdot \left(\text{بعدها عن المحور}\right)^2$$

$$= 4 \times 10^{-2} \times \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$= 4 \times 10^{-2} \times \frac{\ell^2}{4}$$

$$= \cancel{4} \times 10^{-2} \times \frac{25 \times 10^{-2}}{\cancel{4}}$$

$$I_{D/m_1} = 25 \times 10^{-4}\,kg\,m^2$$

$$\Rightarrow I_{D_{\text{كلي}}} = I_{D_{\text{ساق}}} + 2\, I_{D/m_1}$$

$$= 4 \times 10^{-3} + 2 \times 25 \times 10^{-4}$$

$$= 4 \times 10^{-3} + 5\cancel{0} \times 10^{\cancel{-4}}$$

$$= 4 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-3}$$

$$I_{D_{\text{كلي}}} = 10^{-3}(4+5) = 9 \times 10^{-3}\,kg\,m^2$$

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{9 \times \cancel{10^{-3}}\ 10^{-1}}{\cancel{10^{-2}}}} = 2\pi \cdot \sqrt{9 \times 10^{-1}}$$

$$= 2\cancel{\pi} \cdot \sqrt{\frac{9}{\cancel{10}}} = 2 \times 3 = 6\ sec$$

١٠٠ علامة

اختبار النواس الفتل (3)

1

مسألة 2015 / 1

يتألف نواس فتل من ساق أفقية متجانسة معلقة بسلك فتل شاقولي من منتصفه وبعد أن نوازن نديرها بزاوية $\theta = +\frac{\pi}{2}$ rad في مستوٍ أفقي ونتركه دون سرعة ابتدائية في مبدأ الزمن"

ويهتز بدور خاص $T_0 = 1\,sec$

إذا علمت عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $2\times10^{-3}\ kg.m^2$

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام
2. أحسب السرعة الزاوية للساق لحظة المرور الأول بوضع التوازن
3. أحسب التسارع الزاوي عندما $\theta = +\frac{\pi}{4}$ rad
4. أحسب ثابت فتل سلك
5. أحسب الطاقة الميكانيكية لحظة المرور بوضع التوازن
6. نجعل طول سلك الفتل ربع ما كان عليه أحسب الدور الخاص الجديد T_0'

الحل

ترك دون سرعة ابتدائية $\omega = 0$

مبدأ الزمن $t = 0$

$\theta = +\frac{\pi}{2}$ rad

$T_0 = 1\ sec$

$I_{\Delta/ساق} = 2\times10^{-3}\ kg.m^2$

1

$$\boxed{\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\left.\begin{matrix}\omega = 0\\ t = 0\end{matrix}\right\} \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ \theta=\theta_{max} \end{array}\right\} \quad \cancel{\theta_{max}} = \cancel{\theta_{max}} \cdot \cos(\varphi)$$

$$1 = \cos\varphi$$

$$\boxed{\varphi = 0} \text{ rad}$$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \cos(2\pi t)} \text{ rad}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{T_0}{4}} = \frac{1}{4} \text{ sec}$$ ②

$$\boxed{\omega = -\omega_0 \, \theta_{max} \, \sin(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\omega = -\cancel{2}\pi \cdot \frac{\pi}{\cancel{2}} \cdot \sin\left(\cancel{2}\pi\left(\frac{1}{\cancel{4}}\right) + 0\right)$$

$$\omega = \frac{-\pi^2}{1} \cdot \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{1} = -\pi^2 = -10 \text{ rad} \cdot s^{-1}$$

$$\boxed{\alpha = -\omega_0^2 \cdot \theta} = -(2\pi)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \qquad \theta = \frac{\pi}{4}$$ ③

$$= -\cancel{40} \cdot \frac{\pi}{\cancel{4}} = -10\pi \text{ rad} \cdot s^{-2}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}}$$ ④

نربع الطرفين

$$T_0^2 = 40 \cdot \frac{I_\Delta}{K} \Longrightarrow K = 40 \cdot \frac{I_\Delta}{T_0^2}$$

$$\Longrightarrow K = 40 \cdot \frac{2 \times 10^{-3}}{1}$$

$$K = 8 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot N \cdot Rad$$

/ / 3

$$\boxed{E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$ (5)

$$= 4 \times 10^{-2} \cdot \frac{\pi^2}{4} = 10^{-2} \times 10$$

$$= 10^{-1}\ J$$

$$\boxed{K_{\text{جديدة}} = K' \cdot \frac{(2r)^4}{\ell_{\text{جديدة}}}} = K' \cdot \frac{(2r)^4}{\frac{1}{4}\ell} = 4 \cdot K' \cdot \frac{(2r)^4}{\ell}$$ (6)

$$\ell_{\text{جديدة}} = \frac{1}{4}\ell_{\text{قديمة}} \qquad K_{\text{جديدة}} = 4K$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{o\,\text{جديد}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_D}{K_{\text{جديدة}}}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_D}{4K}}$$

$$T_{o\,\text{جديد}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\underbrace{2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_D}{K}}}_{T_o}\right) = \frac{1}{2} T_o = \frac{1}{2}(1)$$

$$= \frac{1}{2}\ sec$$

د. محمد ادريس

Galaxy

مسألة 2017 / 2

نواس فتل يتألف من قرص متجانس معلق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله

$K = 8 \times 10^{-2}\ m.N.Rad^{-1}$

ندير القرص بمستوٍ أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{2}$ عن وضع التوازن

ونتركه دون سرعة ابتدائية

في اللحظة $t = 0$ فيهتز بحركة جيبية دورانية فإذا

علمت أن عزم عطالة القرص حول محور عمودي على مستويه ومار من

مركز عطالته $I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3}\ kg.m^2$

1. احسب الدور الخاص
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام
3. احسب السرعة الزاوية للقرص لحظة مروره الأول في وضع توازنه وطاقته الحركية عندئذ

1. $K = 8 \times 10^{-2}\ m.N.Rad$ — $t = 0$، $\omega = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية

$\theta = \frac{\pi}{2}\ rad$

$I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3}\ kg\,m^2$

$$\boxed{T_0 = 2\pi . \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}} = 2\pi . \sqrt{\frac{2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-2}}} = 2\pi . \sqrt{\frac{1}{40}}$$

$$T_0 = 2 . \sqrt{\frac{1}{4}} = 2 . \frac{1}{2} = 1\ sec$$

أ. محمد إدريس

$$\boxed{\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

②

$t = 0$, $\omega = 0$ $\Big\}$ $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}$ rad

أ. محمد ادريس

$$\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad}.s^{-1}$$

$t = 0$, $\theta = \theta_{max}$ $\Big\}$ $\cancel{\theta_{max}} = \cancel{\theta_{max}} \cdot \cos\varphi$

$1 = \cos\varphi$

$\boxed{0 = \varphi}$ rad

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \cos(2\pi t)} \text{ rad}$$

③

$$\boxed{t_1 = \frac{T_0}{4}} = \frac{1}{4} \text{ sec}$$

$$\boxed{\omega = -\omega_0 \cdot \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\omega = -2\pi \cdot \frac{\pi}{2} \sin\left(\cancel{2}\pi\left(\frac{1}{\cancel{4}}\right)\right)$$

$$\omega = -\pi^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow 1$$

$$\omega = -10 \text{ rad}.s^{-1}$$

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \cdot \omega^2} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot \cancel{100} = 10^{-1} \text{ J}$$

$g \xrightarrow{\times 10^{-3}} kg$

$T_o = 1\,sec$ دون كتل

6

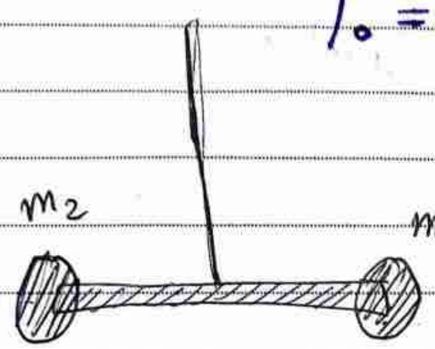
تثبت في طرفي الساقة كتلتين نقطيتين

نكشة 2022/2

$m_1 = m_2 = 100\,g$

فيصبح الدور الخاص الجديد $T_o = 2\,sec$

استنتج كتلة الساقة



الحل: $m_1 = m_2 = 100 \times 10^{-3} = 10^{-1}\,kg$

$T_{o\,\text{جديد}} = 2\,sec$ مع كتل

$T_{o\,\text{قديم}} = 1\,sec$ دون كتل

$$T_{o\,\text{قديم}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_{D\,\text{قديمة}}}{K}}$$

$$T_{o\,\text{جديد}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_{D\,\text{جديدة}}}{K}}$$

بنسب $$\frac{T_{o\,\text{قديم}}}{T_{o\,\text{جديد}}} = \frac{\cancel{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{I_{D\,\text{قديمة}}}{\cancel{K}}}}{\cancel{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{I_{D\,\text{جديدة}}}{\cancel{K}}}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{I_{D\,\text{قديمة}}}}{\sqrt{I_{D\,\text{جديدة}}}}$$

نربع الطرفين

$$\frac{1}{4} = \frac{I_{D\,\text{قديمة}}}{I_{D\,\text{جديدة}}}$$

$$I_{D\,\text{جديدة}} = 4 \cdot I_{D\,\text{قديمة}}$$

نحسب $I_{D\,\text{جديدة}}$

$$I_{D\,\text{جديدة}} = I_{D\,\text{ساقة}} + I_{D/m_1} + I_{D/m_2}$$

خلص

I_{Δ} جديدة شكل $= \frac{1}{12} m . \ell^2 + 2\, m_1 . \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{12} m . \ell^2 + \cancel{2} . 10^{-1} . \frac{\ell^2}{\cancel{4}}$

$= \frac{1}{12} m \ell^2 + 10^{-1} . \frac{\ell^2}{2}$

I_{Δ} جديدة $= \ell^2 \left(\frac{1}{12} m + \frac{10^{-1}}{2}\right)$

عامل مشترك

$\boxed{I_{\Delta \text{ جديدة}} = 4 . I_{\Delta \text{ قديمة}}}$

من ذكي

$\ell^2 \left(\frac{1}{12} m + \frac{10^{-1}}{2}\right) = 4 . \frac{1}{12} . m \ell^2$

$\frac{1}{12} m + \frac{10^{-1}}{2} = \frac{1}{3} m$

$\frac{10^{-1}}{2} = \frac{1}{3} m - \frac{1}{12} m$

$\times 4$

$\frac{10^{-1}}{2} = \frac{4}{12} m - \frac{1}{12} m$

$\frac{10^{-1}}{2} = \frac{3}{12} m$

$m = \frac{\frac{10^{-1}}{2}}{\frac{3}{12}} = \frac{10^{-1}}{\cancel{2}} \times \frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{3} = 2 \times 10^{-1}\ Kg$

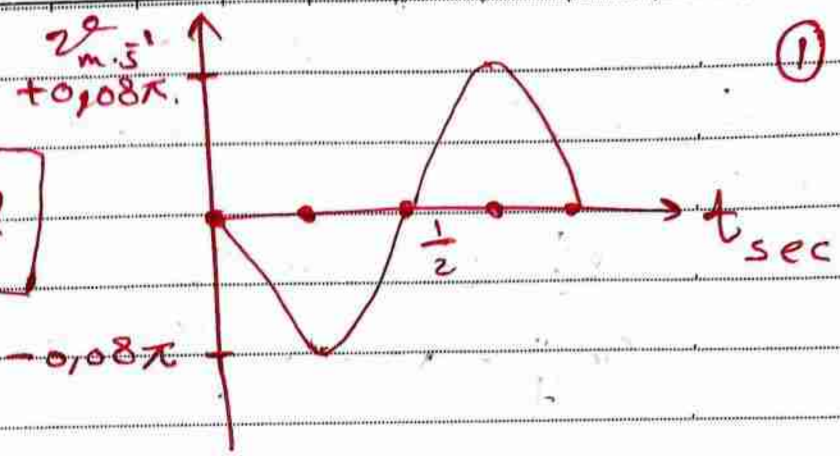
أ. محمد إدريس

اختبار النواس المرن (5)

(1)

(1) قيمة السعة X_{max}

$\cancel{0,16\ m}$	✓ $0,04\ m$	$\cancel{0,08\ m}$	$\cancel{0,02\ m}$



$$\boxed{v_{max} = \omega_0 . X_{max}}$$

$T_0 = 1\ sec$ من الرسم $\Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

$$0,08\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} . X_{max}$$

$$\boxed{0,04 = X_{max}}$$

(2) نواس مرن $m' = 2m$ فيكون $K' = \frac{1}{2}K$ ، ω_0'

$\cancel{\frac{\omega_0}{4}}$	$\cancel{2\omega_0}$	✓ $\frac{\omega_0}{2}$	$\cancel{4\omega_0}$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}K}{2m}} = \sqrt{\frac{1K}{4m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2}\omega_0$$

(3) انطلاقاً من $x = X_{max}\cos\omega_0 t$ استنتج تابع السرعة ومتى تكون السرعة عظمى ومتى معدومة

نشتق

$$v = (x)'_t = -\omega_0 X_{max} . \sin\omega_0 t$$

معدومة في الطرفين $\boxed{X = \mp X_{max}}$

$$\boxed{\begin{aligned}\cos\omega_0 t &= \mp 1\\ \sin\omega_0 t &= 0\end{aligned}}$$

$v = \mp v_{max}$ عظمى في وضع التوازن $\boxed{x = 0}$

$$\boxed{\begin{aligned}\cos\omega_0 t &= 0\\ \sin\omega_0 t &= \mp 1\end{aligned}}$$

2 أ.محمد إدريس

4 انطلاقاً من $x = X_{max}.\cos \omega_0 t$

استنتج ع.ج للتسارع ومتى يكون أعظمي ومتى ينعدم

$$(x)'_t = v = -\omega_0 . X_{max}.\sin \omega_0 t$$

$$(x)''_t = a = -\omega_0^2 . \underbrace{X_{max}.\cos \omega_0 t}$$

$$a = -\omega_0^2 . x$$

أعظمي $a = \mp X_{max}$ مطالين طرفين

معدوم $x = 0$ وضع توازن

5 نواس مرن نضاعف سعة الاهتزاز فيصبح الدور T_0

$\cancel{\frac{T_0}{\sqrt{2}}}$	T_0 ✓	$\cancel{\frac{T_0}{2}}$	$\cancel{2T_0}$

لا علاقة للدور بسعة الاهتزاز

6 استنتج الطاقة الكلية بالنواس المرن في طاقته بوضع التوازن وموضعين طرفين

$$E = E_K + E_P$$

$$E_K = \frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}m\left(-\omega_0 . X_{max}.\sin(\omega_0 t + \varphi)\right)^2$$

$$\boxed{K = m.\omega_0^2} \quad E_K = \frac{1}{2}\boxed{m.\omega_0^2}\, X_{max}^2 . \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} K . X_{max}^2 . \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2 = \frac{1}{2} K \left(X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \right)^2$ (3)

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = \underline{\frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2} \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \underline{\frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2} \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} K X_{max}^2 \left(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \right) \rightarrow 1$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} K \cdot X_{max}^2}$$

وضع توازن $\boxed{x = 0} \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow E = E_K$

وضعي الارتداد $\boxed{v = 0} \Rightarrow E_K = 0 \Rightarrow E = E_p$

7 برهن أنّ محصلة القوى هي قوة إرجاع $F = -Kx$

حالة السكون: $\vec{w}$ ثقل ، $\vec{F_{s0}}$ توتر النابض

$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F_{s0}} = 0$

نسقط على محور

$w - F_{s0} = 0$

$w = F_{s0}$

F'_{s0} سببت استطالة سكونية x_0

$F'_{s0} = F_{s0} = K x_0 = w = m.g$

حركة: $\vec{w}$ ثقل ، $\vec{F_s}$

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F_s} = m.\vec{a}$

نسقط على محور

★ $\boxed{w - F_s = m.a}$

F'_s سببت استطالة $(x + x_0)$

$F'_s = F_s = K(x + x_0) = Kx + Kx_0$

$$\omega - F_s = m.a$$

نعوضها في (★)

$$\cancel{KX_0} - KX - \cancel{KX_0} = ma$$

$$-KX = ma \Rightarrow \boxed{-KX = F}$$

انطلاقا من (★★): $(x)''_t = \frac{-k}{m} x$ نبرهن أن حركة جسم استجابة "(ح، م، ن، د، ح)"

★★ $(x)''_t = \frac{-k}{M} . x$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حلا جيبيا

$$x = X_{max} . \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = (x)'_t = -\omega_0 . X_{max} . \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = (x)''_t = -\omega_0^2 . \underbrace{X_{max} . \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\boxed{(x)''_t = -\omega_0^2 . x} \quad ★$$

مطابقة (★★) ، (★)

$$\frac{-K}{m} . x = -\omega_0^2 . x$$

$$\frac{K}{m} = \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0 \quad \text{:} \quad \text{حركة جيبية استجابية}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

أ. محمد إدريس
مؤسسة المتفوقين

اختبار مرن

① / /

مسألة نواس مرن $m = 10^{-1}\,kg$ والدور $T_0 = 1\,sec$
وسعة الاهتزاز $16\,cm$ بفرض مبدأ الزمن
عندما تكون النقطة في مطالها الأعظمي الموجب

① استنتج التابع الزمني للمطال
② عين الزمن اللازم لانتقال النقطة من المطال الأعظمي الموجب إلى المطال الأعظمي السالب وعين لحظة المرور الأول والثاني للنقطة بمركز الاهتزاز
③ أحسب السرعة العظمى طويلة
④ أحسب كمية الحركة العظمى
⑤ أحسب ثابت صلابة النابض
⑥ أحسب الاستطالة السكونية
⑦ أحسب قوة الإرجاع والتسارع عندما $x = 5\,cm$ وحدد جهة كل منهما على الرسم
⑧ أحسب الطاقة الكلية
⑨ أحسب الطاقة الحركية $x = 10\,cm$
⑩ أحسب الكتلة التي تجعل الدور $T_0 = 2\,sec$

الحل

$m = 10^{-1}\,kg$

$T_0 = 1\,sec$

سعة الاهتزاز $x_{max} = 16 \times 10^{-2}\,m$

مبدأ الزمن $t = 0$

$x = +x_{max}$

①

$$x = x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad\,s^{-1}$$

تعيين الـ φ

$t = 0 \qquad x = +x_{max}$

$x_{max} = x_{max} \cdot \cos\varphi$

$1 = \cos\varphi$

$\boxed{0 = \varphi}$ rad

$$\boxed{x = 16 \times 10^{-2} \cdot \cos(2\pi t)}$$ m

2

نصف دور

$$\boxed{t = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}\,sec} \quad -x_{max} \qquad\qquad +x_{max}$$ (2)

مرور أول $\Rightarrow t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\,sec$

مرور ثاني $\Rightarrow t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}\,sec$

$$|v_{max}| = \omega_0 \cdot x_{max} = 2\pi \cdot 16\times10^{-2} = 32\pi\times10^{-2}\,m/s$$ (3)

إضافي أحسب السرعة عندما $x = 14cm$

$$v = \omega_0 \cdot \sqrt{x_{max}^2 - x^2} = 2\pi \cdot \sqrt{256\times10^{-4} - 196\times10^{-4}}$$

$$v = 2\pi\sqrt{10^{-4}(256-196)}$$

$$= 2\pi \cdot \sqrt{10^{-4} \cdot 60} = 2\pi \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{60}$$

$$= 2\pi\sqrt{60}\times10^{-2}\,m/s$$

$$\boxed{P = m \cdot v} \Rightarrow \boxed{P_{max} = m \cdot v_{max}}$$ (4)

$$P_{max} = 10^{-1}\times 32\pi\times10^{-2} = 32\pi\times10^{-3}\,kg.m.s^{-1}$$

إضافي: إذا علمت $P_{max} = 32\pi\times10^{-3}\,kg.m.s^{-1}$ أحسب ω_0

$$P_{max} = m \cdot v_{max}$$

$$P_{max} = m \cdot \omega_0 \cdot x_{max} \Rightarrow \omega_0 = \frac{P_{max}}{m \cdot x_{max}} = \frac{32\pi\times10^{-3}}{10^{-1}\cdot16\cdot10^{-2}}$$

$$\omega_0 = 2\pi\,rad.s^{-1}$$

Galaxy

أ. محمد إدريس

(3)

$\boxed{K = m \cdot \omega_0^2} = 10^{-1} \cdot 40 = 4\ N \cdot m^{-1}$ (5)

$\boxed{x_0 = \dfrac{m \cdot g}{K}} = \dfrac{\cancel{10^{-1}} \cdot \cancel{10}}{4} = \dfrac{1}{4}\ m$ (6)

$\boxed{F = -K x} = -4 \times 5 \times 10^{-2}$ $\qquad x = 5 \times 10^{-2}\ m$ (7)

$F = -20 \times 10^{-2}\ N = -2 \times 10^{-1}\ N = -0{,}2\ N$

$\boxed{a = -\omega_0^2 \cdot x} = -40 \cdot 5 \times 10^{-2} = -200 \times 10^{-2} = -2\ m \cdot s^{-2}$

$\boxed{E = \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 256 \cdot 10^{-4}$ (8)

$= 2 \cdot 256 \cdot 10^{-4}$

$= 512 \cdot 10^{-4}\ J$

أ. محمد إدريس

$\boxed{E_K = E - E_p}$ $\qquad x = 10\ cm = \boxed{10 \times 10^{-2}}$ (9)

$x = 10^{-1}\ m$

$E_K = \frac{1}{2} K \cdot x_{max}^2 - \frac{1}{2} K \cdot x^2$

$E_K = \frac{1}{2} K \left(x_{max}^2 - x^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 4 \left(256 \cdot 10^{-4} - 100 \times 10^{-4}\right)$

$E_K = 2 \cdot (256 - 100)\ 10^{-4} = 2 (156) \cdot 10^{-4}$

$E_K = 312 \cdot 10^{-4}\ J$

$\boxed{T_0 = 2\ sec}$

$\boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}} \Longrightarrow T_0^2 = 40 \cdot \dfrac{m}{K}$ (10)

$m = \dfrac{T_0^2 \cdot K}{40} = \dfrac{4 \cdot 4}{40} = \dfrac{4}{10}\ Kg$

⑪ إضافي نفرض مبدأ الزمن لحظة مرور النقطة المادية في نقطة مطالها $x = \frac{x_{max}}{2}$ وبالإتجاه الموجب

a) استنتج التابع الزمني للحركة من شكله العام

$$x = x_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$x_{max} = 16 \times 10^{-2}\,m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

تعيين الـ φ

$t = 0$ مبدأ زمن

$x = \frac{x_{max}}{2}$

$$\frac{\cancel{x_{max}}}{2} = \cancel{x_{max}} \cdot \cos\varphi$$

$$\boxed{\frac{1}{2} = \cos\varphi}$$

$\varphi = +\frac{\pi}{3}\,rad$

$\varphi = -\frac{\pi}{3}\,rad$

نختار الـ φ التي تجعل السرعة موجبة (اتجاه موجب)

$$v = -\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\boxed{v = -\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin\varphi} \Leftarrow \boxed{t = 0}$$

$\boxed{\varphi = +\frac{\pi}{3}} \Rightarrow v = -\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin\left(+\frac{\pi}{3}\right) < 0$

سالب × موجب ربع أول مرفوض

$\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{3}} \Rightarrow v = -\omega_0 \cdot x_{max} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) > 0$

سالب × سالب ربع رابع مقبول

$$\boxed{x = 16 \times 10^{-2} \cdot \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ m}$$

/ /

b عيّن زمن المرور الأول والثاني للنقطة الماويت في مركز التوازن

$0 = 16\times10^{-2}\cdot\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$ $\boxed{x=0}$ مركز توازن

$16\times10^{-2} \neq 0$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\pi K\right)=0$

$\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)=0$

$\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\pi K\right)$

$2\cancel{\pi}t-\frac{\cancel{\pi}}{3}=\frac{\cancel{\pi}}{2}+\cancel{\pi}K$

نقسم على π

$2t-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}+K$

نقسم على 2

$t-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}+\frac{K}{2}$

أ. محمد إدريس

$t=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{K}{2}$

$4\times$ $\times6$

$t=\frac{4}{24}+\frac{6}{24}+\frac{K}{2}=\frac{10}{24}+\frac{K}{2}$

مرور أول $\boxed{K=0} \Rightarrow t=\frac{10}{24}$ sec

مرور ثاني $\boxed{K=1} \Rightarrow t=\frac{10}{24}+\frac{1}{2}=\frac{10}{24}+\frac{12}{24}=\frac{22}{24}$ sec

X12

أ. محمد إدريس

Galaxy

اختبار النواس البسيط (1)

① يتألف نواس بسيط من كرة صغيرة كتلتها m معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط دوره في السعات الصغيرة T_0 نستبدل بالكرة كرة صغيرة كتلتها $m' = 4m$ فيصبح الدور T_0'.

$2T_0$	$4T_0$	$\frac{T_0}{2}$	T_0

② نعلق كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة إلى طرف خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله l كبير بالنسبة إلى نصف قطر الكرة لتشكل نواس ثقلي بسيط عملياً

1) ما هو النواس الثقلي البسيط نظرياً ؟

2) انطلاقاً من المعادلة $(\overline{\theta})''_t = \frac{-g}{l} \sin\theta$.

من أجل السعات الزاوية الصغيرة $\theta < 0{,}24\ rad$

برهن أن حركته جيبية دورانية واستنتج الدور الخاص

③ 2020 يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نعدّها نقطة مادية كتلتها $m = 300\ g$ معلقة بخيط لا يمتط طوله $L = 1{,}44\ m$ مسألة

1) احسب دور النواس عندما يهتز بسعة $\theta_{max} = 0{,}4\ rad$

2) نزيح جملة النواس عن وضع التوازن بزاوية $\theta_{max} > 0{,}24\ rad$ ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لكرة النواس لحظة المرور بالشاقول $v = \frac{12}{\pi}\ m.s^{-1}$ احسب قيمة θ_{max} ؟

3) استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بالشاقول ثم احسب قيمته ؟

المدرس محمد إدريس

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad ①$$

$$T_0' = T_0$$

الدور لا يتعلق بالكتلة

② نظرياً : نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت من محور أفقي ثابت

② $\theta \leq 0,24\,rad$

سعات صغيرة

$\theta \simeq \sin\theta$

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{\ell}.\sin\theta$$

$$\boxed{(\theta)''_t = \frac{-g}{\ell}.\theta} \quad (*)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً

$$\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق مرتين

$$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0.\theta_{max}.\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\theta)''_t = -\omega_0^2.\underline{\theta_{max}.\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\boxed{(\theta)''_t = -\omega_0^2.\theta} \quad (**)$$

نطابق $(*)$, $(**)$

$$\cancel{-}\omega_0^2.\cancel{\theta} = \frac{\cancel{-}g}{\ell}.\cancel{\theta}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{\ell} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} > 0$$

حركة جيبية دورانية

$$g \xrightarrow{\times 10^{-3}} Kg$$

/ /

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

المثال ①

$m = 300 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-1}\ Kg$

$L = 1,44\ m = 144 \times 10^{-2}\ m$

$$T_{o\,كبيرة} = T_{o\,صغيرة}\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$$

$$T_{o\,صغيرة} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{144 \times 10^{-2}}{10}}$$

$T_{o\,صغيرة} = 2 . 12 . 10^{-1}$

$= 24 \times 10^{-1}$ sec

$$T_{o\,كبيرة} = 24 \times 10^{-1}\left(1 + \frac{\frac{16}{100}}{16}\right)$$

$$= 24 \times 10^{-1}\left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

$$= 24 \times 10^{-1}\left(\frac{100}{100} + \frac{1}{100}\right)$$

$$= 24 \times 10^{-1}\left(\frac{101}{100}\right) =$$

$$T_{o\,كبيرة} = \frac{2424}{100} \times 10^{-1} = 2424 \times 10^{-2} \times 10^{-1}$$

$= 2424 \times 10^{-3}$ sec

$0,4 \ ?\ 0,24$

$\frac{4}{10} \ ?\ \frac{24}{100}$

$\frac{40}{100} \ ?\ \frac{24}{100}$

$\frac{40}{100} > \frac{24}{100}$

$0,4 > 0,24$

كبيرة

$\theta_{max} = 0,4 = \frac{4}{10}$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 24\times \\ \hline 404 \\ 2020+ \\ \hline 2424 \end{array}$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة المرور بشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \sum W$$

$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$$E_K - \cancel{0} = m \cdot g \cdot h + \cancel{0}$$

لأن ترك دون سرعة ابتدائية — تعامد الانتقال

$$h = l(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot l(1 - \cos\theta_{max})$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{\frac{1}{2}\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{m} \cdot g \cdot l}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot v^2}{g \cdot l}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{144}}{10}}{10 \times \cancel{144} \times 10^{-2}}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{20}}{10^{-1}}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{1}{\cancel{20} \times \cancel{10^{-1}}}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$$

المدرس محمد ادريس

$$1 - \frac{1}{2} = \cos\theta_{m}$$

$$\frac{1}{2} = \cos\theta_{m}$$

$$\Rightarrow \theta_{m} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

(3) $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

نسقط على الناظم

$$-W.\cos\theta + T = m.a_c$$

نعوض $\theta = 0$

$\cos\theta = 1$

$$-W + T = m.\frac{v^2}{l}$$

$$-m.g + T = m\frac{v^2}{l}$$

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{l}}$$

$$T = m.\frac{v^2}{l} + mg$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right) = 3\times10^{-1}\left(\frac{\cancel{\frac{144}{10}}}{\cancel{144}\times10^{-2}} + 10\right)$$

$$T = 3\times10^{-1}\left(\frac{\frac{1}{10}}{10^{-2}} + 10\right)$$

$$= 3\times10^{-1}\left(\frac{1}{\cancel{10}\times\cancel{10^{-2}}} + 10\right) = 3\times10^{-1}\left(\frac{1}{10^{-1}} + 10\right)$$

$$= 3\times10^{-1}\left(10^{+1} + 10\right) = 3\times\cancel{10^{-1}}\times2\cancel{0}$$

$$= 6\ N$$

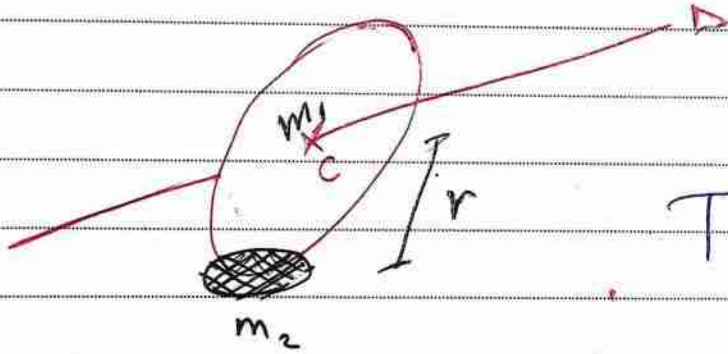
Galaxy

(1) اختبار النواس الثقلي المركب (2)

/ / $\frac{2014}{2}$

مسألة (1) قرص m_1 نصف قطره $r = \frac{2}{3} m$ يهتز حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار من مركزه، نثبت على محيط القرص كتلة m_2 مساوية لـ m_1.

1) الدور للسعات الصغيرة
2) طول نواس بسيط موافق للنواس المركب
3) $\theta_{max} = 60°$ استنتج السرعة الزاوية العظمى وأحسب السرعة الخطية لـ m_2



الحل

$m_1 = m_2$ (قرص، كتلة)

(1) $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta\,جملة}}{m_{جملة} \cdot g \cdot d}}$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c\,قرص} + I_{\Delta\,كتلة}$

$= \frac{1}{2} m_1 r^2 + m_2 r^2 = \frac{1}{2} m_1 r^2 + m_1 r^2$

$\boxed{I_{\Delta\,جملة} = \frac{3}{2} m_1 r^2}$

$m_{جملة} = m_{1\,قرص} + m_{2\,كتلة}$

$= m_1 + m_1$

$\boxed{m_{جملة} = 2 m_1}$

أ. محمد إدريس

$d = \frac{\Sigma m \cdot r}{\Sigma m} = \frac{m_1(0) + m_2 \cdot r}{2 m_1}$

$d = \frac{\cancel{m_2} \cdot r}{2 \cancel{m_1}} = \boxed{\frac{r}{2}}$

Galaxy

(2) $T_0 = \cancel{2\pi}\sqrt{\dfrac{\frac{3}{2}\cdot \cancel{m_1}\cdot r^{\cancel{2}}}{\cancel{2}\cancel{m_1}\cdot \cancel{10}\cdot \frac{\cancel{r}}{\cancel{2}}}}$

$$T_0 = 2\cdot\sqrt{\frac{3}{2}\cdot r} = 2\cdot\sqrt{\cancel{\frac{3}{2}}\cdot\cancel{\frac{2}{3}}} = 2\,sec$$

نواس يدق الثانية

(2) T_0 ط $= T_0$ ع

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2$$

$$\cancel{2}\cancel{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\ell}{\cancel{10}}} = \cancel{2}$$

$$\sqrt{\ell} = 1$$

$$\boxed{\ell = 1}\ m$$

أ.محمد الادريس

(3) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \Sigma W$$

$$E_k - E_{k_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{\omega}}$$

$$\frac{1}{2}\cdot I_\Delta\cdot\omega^2 - \cancel{0} = \cancel{0} + m\cdot g\cdot h$$

تركه دون سرعة ابتدائية — نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$h = d\,(1-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2}\cdot \underset{\text{جملة}}{I_\Delta}\cdot\omega^2 = \underset{\text{جملة}}{m}\cdot g\cdot d\,(1-\cos\theta_{max})$$

(3) $$\omega^2 = \frac{m_{عل} \cdot g \cdot d\,(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta\,عل}}$$

$$\omega^2 = \frac{2m \cdot 10 \cdot \frac{r}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} m \cdot r^2}$$

أ. محمد إدريس

$$\omega^2 = \frac{10}{\frac{3}{2} \cdot r}$$

$$\omega^2 = \frac{10}{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}} = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{10} = \pi \ rad.s^{-1}$$

$$v_{m_2} = \omega \cdot r = \pi \cdot \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{3} \ m.s^{-1}$$

مسألة (2) (2021 / 1)

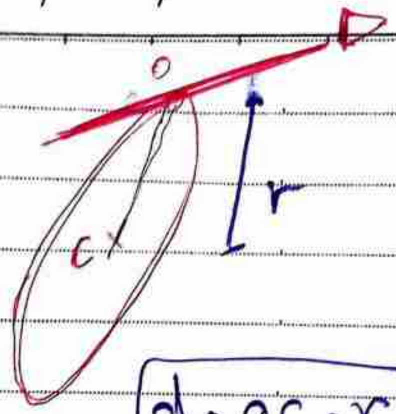
قرص $r = \frac{2}{3} m$ يهتز حول محور أفقي مار بنقطة من محيطه

① الدور بدلالة π ثم احسبه
② طول نواس بسيط موافق للنواس المركب
③ نزيح النواس عن الشاقول بزاوية $\theta_{max} > 0.24 rad$ وتكون السرعة الخطية لمركز العطالة عند الشاقول $v_c = \frac{2\pi}{3} m.s^{-1}$

استنتج θ_{max}

④ ①

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta\,\text{هالفز}}}{m.g.d}}$$



$$\boxed{J_{\Delta\,\text{هالفز}} = J_{\Delta\,\text{مرص}} + md^2}$$

$$= \frac{1}{2}m.r^2 + m\,r^2$$

$$\boxed{d = OC = r}$$

$$J_{\Delta\,\text{هالفز}} = \frac{3}{2}m.r^2$$

$$T_0 = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m}\cancel{r^2}}{\cancel{m}.\cancel{10}.\cancel{r}}} = 2.\sqrt{\frac{3}{2}.r}$$

$$= 2.\sqrt{\frac{3}{2}.\frac{2}{3}} = 2\,sec$$

نواس يدق الثانية

②

$$T_0 = T_{0\,\text{مركب}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2$$

$$\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{\cancel{10}}} = \cancel{2}$$

$$\sqrt{\ell} = 1$$

$$\boxed{\ell = 1}$$

أ. محمد الدريس

Galaxy

/ /

③ نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_{K} = \sum W$$

$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{\omega}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_\Delta \cdot \omega^2 - \cancel{0} = \cancel{0} + m \cdot g \cdot h$$

ترك دون سرعة ابتدائية   منعدم تأثيرها لا انتقال

$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_\Delta \cdot \omega^2 = m \cdot g \cdot d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot I_\Delta \, \omega^2}{m \cdot g \cdot d}$$

[illegible]

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cancel{m} \cdot r^2 \cdot \omega^2}{\cancel{m} \cdot 10 \cdot \cancel{r}}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot r \cdot \omega^2}{10}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \cancel{\frac{3}{2}} \cdot \cancel{\frac{2}{3}} \cdot \omega^2}{10}$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \omega^2}{10}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}} = \pi$$

$rad \cdot s^{-1}$

Galaxy

⑥ $1-\cos\theta_{max} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot\cancel{\pi^2}}{\cancel{10}}$

$1-\cos\theta_{max} = \dfrac{1}{2}$

$1-\dfrac{1}{2} = \cos\theta_{max}$

$\dfrac{1}{2} = \cos\theta_{max}$

$\boxed{\dfrac{\pi}{3} = \theta_{max}}$ rad

أ. محمد ادريس

المسألة (3)
2022

نواس ثقلي مركب يتألف من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $\ell = 1m$

تحمل بنهايتها العلوية كتلة $m_1 = 0,3\,Kg$

وتحمل بنهايتها السفلية كتلة $m_2 = 0,9\,Kg$

تهتز حول محور أفقي مار من منتصفها

① الدور الخاص للسعات الصغيرة

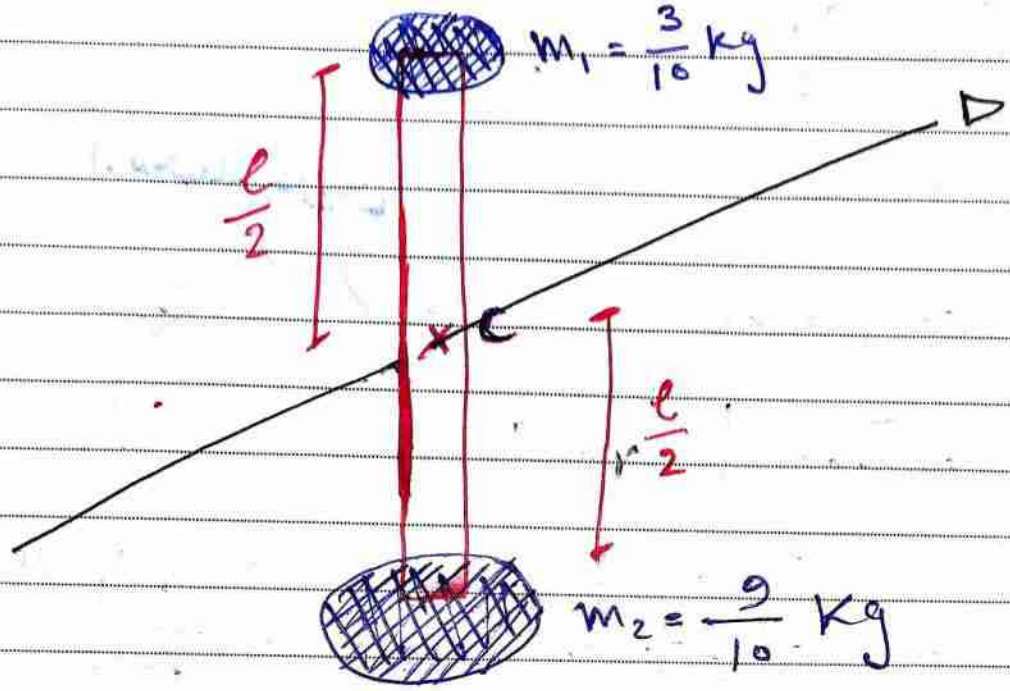
② طول نواس بسيط موافق لنواس مركب

③ نزيح الساق عن وضع التوازن الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$

a) استنتج علاقة السرعة الزاوية

b) احسب سرعة خطية لـ m_2

/ /



1

مهملة الكتلة

$m_{ساق} = 0$

$I_{\Delta / ساق} = 0$

أ. محمد ادريس

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta\,جملة}}{m_{جملة} \cdot g \cdot d}}$$

$$\boxed{I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta / ساق} + I_{\Delta / m_1} + I_{\Delta / m_2}}$$

$$= 0 + m_1 \cdot \frac{\ell^2}{4} + m_2 \cdot \frac{\ell^2}{4}$$

نفرض $\ell = 1$ م

$$= \frac{\ell^2}{4}(m_1 + m_2) = \frac{1}{\cancel{4}}\left(\frac{12}{10}\right) = \frac{3}{10}\ \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\boxed{m_{جملة} = m_1 + m_2} = \frac{3}{10} + \frac{9}{10} = \frac{12}{10}\ \text{Kg}$$

$$\boxed{d = \frac{\Sigma m \cdot r}{\Sigma m}} = \frac{-m_1 \frac{\ell}{2} + m_2 \frac{\ell}{2}}{\frac{12}{10}} = \frac{\frac{\ell}{2}(-m_1 + m_2)}{\frac{12}{10}}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{-3}{10} + \frac{9}{10}\right)}{\frac{12}{10}}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{12}{10}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}\ m$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{10}}{\frac{12}{10} \cdot 10 \cdot \frac{1}{4}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{3}} = 2\ sec$$

نواس يدق الثانية

T_0 بسيط $= T_0$ مركب

②

$$2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{10}} = 2$$

$$\ell = 1 \Rightarrow \ell = 1m$$

③ نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة المرور بوضع توازن $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \Sigma W$$

$\boxed{9}$

$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{W}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \cdot \omega^2 \cdot \underbrace{\phi}_{\text{تركه دون سرعة ابتدائية}} = \underbrace{\phi}_{\text{نقطة تأثيره تنتقل}} + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot \underbrace{I_\Delta}_{\text{للجملة}} \cdot \omega^2 = \underbrace{m}_{\text{للجملة}} \cdot g \cdot d (1 - \cos\theta_{max})$$

$$\omega^2 = \frac{\underbrace{m}_{\text{للجملة}} \cdot g \cdot d (1 - \cos\theta_{max})}{\frac{1}{2} \underbrace{I_\Delta}_{\text{للجملة}}}$$

9

$$\omega^2 = \frac{\frac{12}{10} \cdot 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{10}}$$

$$\omega^2 = \frac{3 \cdot 10}{3} \Rightarrow \omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{10}$$

$$\boxed{\omega = \pi}$$

$rad \cdot s^{-1}$

$$v_{m_2} = \omega \cdot r = \omega \cdot \frac{l}{2} = \pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}\ m \cdot s^{-1}$$

$\boxed{b}$

المدرس محمد أدريس 2023

اختبار النواس الثقلي المركب

① تعطى المعادلة التفاضلية التي تصف حركة النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الكبيرة بالشكل $(\bar{\theta})''_t = -\frac{m \cdot g \cdot d}{I_\Delta} \cdot \sin\theta$

كيف تصبح المعادلة من أجل السعات الزاوية الصغيرة واستنتج علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي في حالة السعات الزاوية الصغيرة واشرح دلالات الرموز ؟

مسألة

② يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $\ell = \frac{1}{2} m$ وتحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 300 g$ وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 500 g$ وتهتز الساق حول محور أفقي عمودي على مستويها ومار من منتصفها.

① أحسب الدور الخاص لهذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة

② أحسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس

③ نزيح الجملة السابقة عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركها دون سرعة ابتدائية استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الزاوية للجملة لحظة مرورها بالشاقول ثم أحسب قيمتها

المدرس محمد ادريس

حل اختبار النواس الثقلي مركب

① سعات صغيرة $\theta \leqslant 0{,}24\ rad$

$\theta \simeq \sin\theta$

$$\boxed{(\theta)''_t = \frac{-m.g.d}{I_\Delta}.\theta} \quad ②$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية

تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$\theta = \theta_{mx}.\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق مرتين

$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0.\theta_{mx}.\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = (\theta)''_t = -\omega_0^2.\underbrace{\theta_{mx}.\cos(\omega_0 t + \varphi)}$

$$\boxed{(\theta)''_t = -\omega_0^2.\theta} \quad ①$$

نقارن ① و ②

$-\omega_0^2.\theta = \frac{-m.g.d}{I_\Delta}\theta$

$\omega_0^2 = \frac{m.g.d}{I_\Delta}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{m.g.d}{I_\Delta}} > 0$

حركة جيبية دورانية

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m.g.d}{I_\Delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$

I_Δ عزم عطالة الجسم الصلب حول محور الدوران $kg\,m^2$

m كتلة الجسم الصلب kg

g تسارع الجاذبية الأرضية $m.s^{-2}$

d بعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصلب m

② مهملة الكتلة

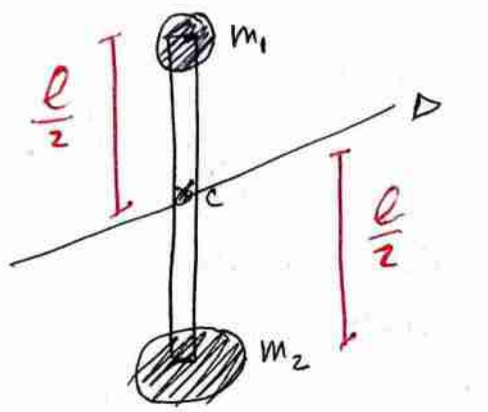
$I_{\Delta\,ساق} = 0$

$m_{ساق} = 0$

$\ell = \frac{1}{2}\,m$

$m_1 = 300\,g = 300\times10^{-3} = 3\times10^{-1}\,kg$

$m_2 = 500\,g = 500\times10^{-3} = 5\times10^{-1}\,kg$



أ. محمد ادريس

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,جملة}}{m_{جملة}.g.d}}$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta\,ساق} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$= 0 + m_1.\frac{\ell^2}{4} + m_2.\frac{\ell^2}{4}$

$= \frac{\ell^2}{4}(m_1 + m_2)$

$= \frac{\frac{1}{4}}{4}(3\times10^{-1} + 5\times10^{-1})$

$= \frac{1}{16}(8)10^{-1}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{2}\times10^{-1}\,kg\,m^2$

أ. محمد ادريس

$m_{جملة} = m_{ساق} + m_1 + m_2$

$= 0 + 3\times10^{-1} + 5\times10^{-1}$

$= (3+5)\times10^{-1}$

$= 8\times10^{-1}\,kg$

②

أ/ محمد أبو دريس

$$d = \frac{\Sigma m \cdot r}{\Sigma m} = \frac{-m_1 \cdot \frac{\ell}{2} + m_1 \cdot \frac{\ell}{2}}{8 \times 10^{-1}}$$

$$= \frac{\frac{\ell}{2}(-m_1 + m_2)}{8 \times 10^{-1}} = \frac{\frac{\frac{1}{2}}{2}(-3 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-1})}{8 \times 10^{-1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}(-3+5)10^{-1}}{8 \times 10^{-1}} = \frac{\frac{1}{4}(2)\cancel{10^{-1}}}{8 \times \cancel{10^{-1}}}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16}\, m$$

أ/ محمد أبو دريس

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2} \times 10^{-1}}{8 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{1}{16}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}} = 2\,sec$$

T_o بسيط $= T_o$ مركب

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2$$

تربيع

$$40 \cdot \frac{\ell}{10} = 4$$

$$\boxed{\ell = 1\, m}$$

Galaxy

المدرس محمد إدريس

/ /

③ نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① الوضع الأول : لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② الوضع الثاني : لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \Sigma W$$

$$E_k - E_{k_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta/ج} \cdot \omega^2 - \cancel{0} = \cancel{0} + m_{ج} \cdot g \cdot h$$

تُرك دون سرعة ابتدائية

نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta/ج} \cdot \omega^2 = m_{ج} \cdot g \cdot d(1-\cos\theta_{max})$$

$$\omega^2 = \frac{m_{ج} \cdot g \cdot d \cdot (1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta/ج}}$$

$$\boxed{\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{8\times\cancel{10^{-1}}\times 10 \times \frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\cancel{10^{-1}}}$$

$$\omega^2 = \frac{10\times\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{10\times\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 10$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{10} = \pi \ rad.s^{-1}$$

"اختبار النواس الثقلي المركب" ①

الموضوع:

أ. محمد إدريس

السؤال الأول:

$$(\theta)''_t = \frac{-m g d}{I_\Delta} \cdot \sin\theta$$

① كيف تصبح المعادلة من أجل السعات الصغيرة؟

② استنتج علاقة الدور بالسعات الصغيرة؟ واشرح دلالات الرموز؟

مسألة: يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس كتلته m_1 ، $r = \frac{2}{3} m$ يمكن أن يهتز حول محور أفقي مار من مركزه مثبت في نقطة من محيط القرص كتلة $m_1 = m_2$

2014/2

① استنتج الدور بدلالة r بالسعات الصغيرة واحسبها؟

② طول نواس بسيط موافق له؟

③ نزيح القرص عن وضع توازنه شاقولي زاوية $\theta_{max} = 60°$ استنتج علاقة سرعة زاوية للنواس لحظة المرور بالشاقول واحسبها؟

④ احسب سرعة خطية للكتلة النقطية m_2؟

① سعات صغيرة $\theta \leq 0,24\ rad \Leftarrow \sin\theta = \theta$

$$\boxed{(\theta)''_t = \frac{-m \cdot g \cdot d}{I_\Delta} \cdot \theta} \quad ★★$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق مرتين

$$\omega = (\theta)'_t = -\omega_0 \cdot \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\alpha = (\theta)''_t = \underbrace{-\omega_0^2 \cdot \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\boxed{(\theta)''_t = -\omega_0^2 \cdot \theta} \quad ★$$

بالمطابقة بين ★★ و ★

الموضوع:

② $\frac{-m\cdot g\cdot d}{I_\Delta}\cdot\theta = -\omega_0^2\cdot\theta$

$$\frac{m\cdot g\cdot d}{I_\Delta} = \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{m\cdot g d}{I_\Delta}} > 0$$

حركة جيبية دورانية

② $$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mg\cdot d}{I_\Delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m\cdot g\cdot d}}$$

دور حركة
جيبية sec

كتلة الجسم الصلب Kg

جاذبية أرضية $m.s^{-2}$

عزم عطالة الجسم الصلب حول محور دوران $Kg.m^2$

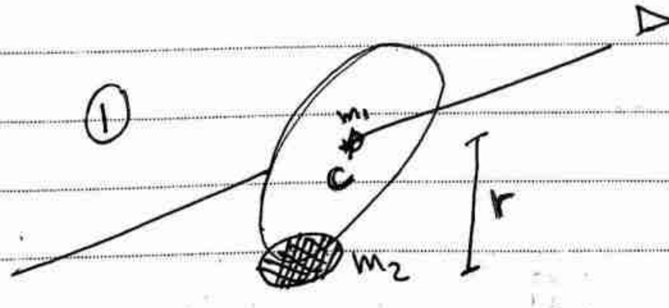
بعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصلب m

أ. محمد

حل المسألة

$r = \frac{2}{3}$ m

①



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,\text{جملة}}}{m_{\text{جملة}}\cdot g\cdot d}}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta\,\text{قرص}} + I_{\Delta/m_2} = \frac{1}{2}m_1\cdot r^2 + m_2\cdot r^2$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = \frac{1}{2}m_1\cdot r^2 + m_1\cdot r^2 = \frac{3}{2}m_1\cdot r^2$$

$$m_{\text{جملة}} = m_{1\,\text{قرص}} + m_2 = m_1 + m_1 = 2m_1$$

$$d = \frac{\Sigma m\cdot r}{\Sigma m} = \frac{+m_2\cdot r}{2m_1} = \frac{\cancel{m_1}\cdot r}{2\cancel{m_1}} = \frac{r}{2}$$

3

الموضوع: ....

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cdot m_1\cdot r^2}{2m_1\cdot 10\cdot\frac{r}{2}}} = 2\cdot\sqrt{\frac{3}{2}\cdot r}$$

$$T_0 = 2\cdot\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}} = 2\ sec$$

نواس يدق الثانية

(2) T_0 بسيط $=$ T_0 مركب

$$2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$$

$$\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{10}} = 1$$

$$\sqrt{l} = 1 \Rightarrow l = 1\ m$$

(3) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \Sigma W$$

$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2}\cdot I_\Delta\cdot\omega^2 - 0 = 0 + m_{جملة}\cdot g\cdot h$$

ترك دون سرعة ابتدائية

نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$\boxed{h = d(1-\cos\theta_{max})}$$

(4) $\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta/علبة} \cdot \omega^2 = m_{علبة} \cdot g \cdot d\,(1-\cos\theta_{max})$

الموضوع:

$$\omega^2 = \frac{m_{علبة} \cdot 10 \cdot d\,(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta علبة}}$$ $\boxed{\theta_{max} = \frac{\pi}{3}}$

$$\omega^2 = \frac{2\cancel{m_1} \cdot 10 \cdot \frac{\cancel{r}}{2} \cdot (1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \cancel{m_1} \cdot r^{\cancel{2}}}$$

$$\omega^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} \cdot r} = \frac{10}{\cancel{\frac{3}{2}} \cdot \cancel{\frac{2}{3}}} = 10$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi \ rad.s^{-1}$$

أ. محمد الدريس

$$v = \omega \cdot r = \pi \times \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{3}\ m.s^{-1}$$

2
2021

نواس ثقلي مركب يتألف من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r = \frac{2}{3} m$
يمكن أن يهتز في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي ثابت
مار من نقطة على محيطه والمطلوب

① انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب في حالة
السعات الزاوية الصغيرة استنتج علاقة الدور بدلالة r
ثم أحسب قيمة الدور

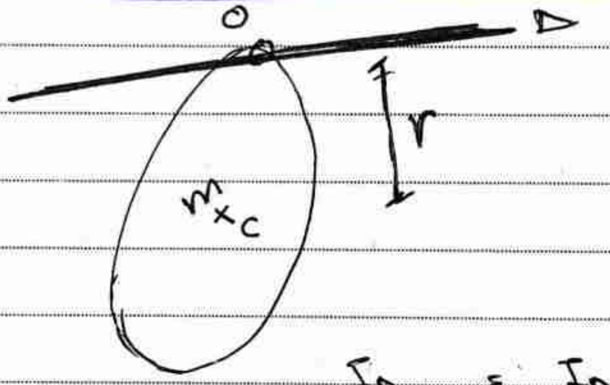
② أحسب طول النواس البسيط المواقت للنواس المركب

(5)

الموضوع: ....

3) نزيح النواس عن الشاقول بزاوية $\theta_{max} > 0.24$ راديان ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة النواس عند المرور بالشاقول $v_c = \frac{2\pi}{3}\ m/s$

استنتج قيمة السعة الزاوية θ_{max}



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,\text{هايغنز}}}{m \cdot g \cdot d}} \qquad r = \frac{2}{3}\ m$$

$$I_{\Delta\,\text{هايغنز}} = I_{\Delta\,\text{مركزي}} + m \cdot d^2 \qquad d = OC = r$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot r^2 + m \cdot r^2$$

$$= \frac{3}{2} m \cdot r^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \cdot m \cdot r^2}{m \cdot 10 \cdot r}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \cdot r}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}} = 2\ sec$$

نواس يدق الثانية

أ. محمد إدريس

(6)

الموضوع:

(٢)

مركب T_0 = T_0 بسيط

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2$$

$$\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{10}} = \cancel{2}$$

أ. محمد إدريس

$$\sqrt{\ell} = 1 \Rightarrow \ell = 1 \quad m$$

(٣) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

(١) لحظة تركه دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

(٢) لحظة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \Sigma W$$

$$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta \text{ هاينز}} \cdot \omega^2 - \cancel{0} = \cancel{0} + m \cdot g \cdot h$$

تركت دون سرعة ابتدائية

نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$\boxed{h = d \cdot (1 - \cos\theta_{max})}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta \text{ هاينز}} \cdot \frac{v^2}{r^2} = m \cdot g \cdot d \cdot (1 - \cos\theta_{max})$$

$$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot I_{\Delta \text{ هاينز}} \cdot \frac{v^2}{r^2}}{m \cdot g \cdot d}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{3}}$$

7

الموضوع: ....

$$1-\cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot \cancel{m}\cdot \cancel{r^2}\cdot\frac{\omega^2}{\cancel{r^2}}}{\cancel{m}\cdot g\cdot r}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\omega^2}{10\cdot\frac{2}{3}}$$

$$1-\cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{40}{9}}{10\cdot\frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{9}}{\frac{2}{3}}$$

$$1-\cos\theta_{max} = \frac{3}{\cancel{9}_{\,3}}\times\frac{\cancel{3}}{2}$$

$$1-\cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$$

أ. محمد الادريس

$$1-\frac{1}{2} = \cos\theta_{max}$$

$$\frac{1}{2} = \cos\theta_{max}$$

$$\boxed{\theta_{max} = \frac{\pi}{3}}\ \text{rad}$$

أ. محمد الدريس   / /

الموضوع: اختبار الموائع

① خزان يحوي $12\ m^3$ ومعدّل الضخ $0,03\ m^3/s$
فيكون زمن التفريغ

12,03	0,25	0,36	400 ✓

② خزان حجمه $\frac{1}{2} m^3$ يملأ بزمن $500\ sec$ فيكون معدّل الضخ

0,001	✓ 0,05	0,01	0,1

③ S_1 , v_1 وحتول نجعل $S_2 = \frac{1}{2} S_1$ فتكون v_2

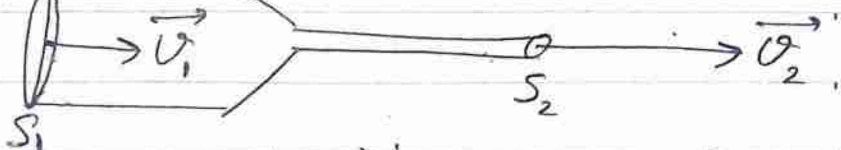
$4v_1$	✓ $2v_1$	v_1	$\frac{1}{2} v_1$

④ انطلاقاً من برنولي استنتج علاقة محددة لسرعة تدفق مائع من فتحة صغيرة في أسفل خزان واسع جداً على عمق h من السطح الحر للمائع
((توريشلي))

⑤ عدد مع الشرح ميزات السائل المثالي ؟

⑥ أكتب علاقة معدل التدفق الحجمي Q مع شرح الواحدات والرموز ؟

⑦



فسر باستخدام العلاقات الرياضية أن $v_1 < v_2$ ؟

⑧ [A] أكتب علاقة تدفق كتلي Q مع الشرح والواحدات ؟
[B] انطلاقاً من $Q_1 = Q_2$ استنتج معادلة الاستمرارية وكيف تتغير السرعة مع المساحة ؟

الموضوع: اختبار الموائع أ. محمد إدريس / /

① خزان يحوي $12 m^3$ ، ومعدّل الضخ $0,03\ m^3/s$ فيكون زمن التفريغ

12,03	0,25	0,36	400

② خزان حجمه $\frac{1}{2} m^3$ يملأ بزمن 500 sec فيكون معدّل الضخ

0,001	0,05	0,01	0,1

③ S_1 , v_1 دخول نجعل $S_2 = \frac{1}{2} S_1$ فتكون v_2

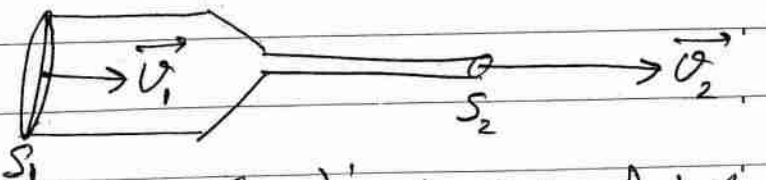
$4v_1$	$2v_1$	v_1	$\frac{1}{2}v_1$

④ انطلاقاً من برنولي استنتج علاقة محددة لسرعة تدفق مائع من فتحة صغيرة تقع أسفل خزان واسع جداً على عمق h من السطح الحر للمائع ((توريشللي))

⑤ عدد مع الشرح ميزات السائل المثالي ؟

⑥ أكتب علاقة معدل التدفق الحجمي Q' مع شرح الواحدات والرموز ؟

⑦



فسر باستخدام العلاقات الرياضية أنّ $v_1 < v_2$ ؟

⑧ A أكتب علاقة تدفق كتلي Q مع الشرح والواحدات ؟

B انطلاقاً من $Q'_1 = Q'_2$ استنتج معادلات الاستمرارية وكيف تتغير السرعة مع المساحة ؟

أ. محمد إدريس أ. محمد إدريس

9 | 2014 | خزان حجمه $1200\,L$ ملئ الخزان بواسطة خرطوم مساحة مقطعه $10\,cm^2$ + استغرقت العملية $600\,s$

① معدل تدفق حجمي

② سرعة تدفق من فتحة الخرطوم

③ " " " " " " " إذا نقص قطرها ليصبح نصف ما كان عليه

10 | 2014 | ملئ خزان حجمه $10\,m^3$ بمعدل ضخ $0{,}05\,m^3/s$ استخدم أنبوب مساحة مقطعه $50\cdot cm^2$

① زمن اللازم لملئ الخزان

② سرعة تدفق الماء من فتحة الأنبوب

11 | 2016 | $V = 12\,m^3$ ، $S = 50\,cm^2$ والزمن $240\,sec$

① معدل الضخ ② سرعة التدفق

③ سرعة التدفق إذا نقص المقطع ليصبح ربع ما كان عليه

12 | 2020 | يجري ماء في أنبوب شاقولي من $a \rightarrow b$

عند a $\begin{cases} S_1 = 5\,cm^2 \\ v_1 = 8\,m.s^{-1} \end{cases}$ عند b $\begin{cases} S_2 = 20\,cm^2 \\ v_2 = ? \end{cases}$

والمسافة الشاقولية بين a ، b هي $h = 60\,cm$

المطلوب

① معدل تدفق حجمي Q'

② سرعة جريان الماء v_2 عند b

③ فرق الضغط $(P_a - P_b)$

$\rho_{H_2O} = 1000\,Kg.m^{-3}$ $g = 10\,m.s^{-2}$

①

أ. محمد إدريس

حل الموائع / /

① معدل $Q' = 3\times10^{-2}\ m^3/s$ حجم $V = 12\ m^3$

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{V}{Q'} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{3}\times10^{-2}} = 400\ sec$$

② $\Delta t = 500\ sec$ $V = \frac{1}{2}\ m^3$

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}}{500} = \frac{1}{1000} = 0{,}001\ m^3/s$$

③

$$\boxed{S_1 . v_1 = S_2 . v_2}$$

$S_2 = \frac{1}{2} S_1$

$v_2 = 2 v_1$

v , S عكسي

④ عامة $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g Z = const$

تطبيق $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$

(ضغط جوي $P_0 = P_1 = P_2$)

($v_1 = 0$ خزان واسع جدا)

$$\rho . g . Z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

$$\rho g Z_1 - \rho g Z_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\boxed{Z_1 - Z_2 = Z}$$

$$\rho g \underbrace{(Z_1 - Z_2)}_{Z} = \frac{1}{2}.\rho . v_2^2$$

$$\cancel{\rho} . g . Z = \frac{1}{2} . \cancel{\rho} . v_2^2$$

أ. محمد إدريس

$$g . Z = \frac{1}{2} . v_2^2$$

$$2 g Z = v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 g Z}$$

(2)

أ. محمد إدريس

/ /

(5) ١- غير قابل للانضغاط (كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن) $\rho = const$

2- عديم اللزوجة (قوى الاحتكاك الداخلي بين مكوناته مهملة عندما تتحرك بالنسبة لبعضها البعض ولا يوجد ضياع للطاقة)

3- جريان مستقر (مراكز جسيماته لها خطوط انسياب محددة وسرعة جسيماته عند نقطة معينة تكون ثابتة مع مرور الزمن)

4- جريان غير دوراني [لا تتحرك جسيمات السائل حركة دورانية حول أي نقطة في مجرى الجريان]

(6) $Q' = S.v$ معدل تدفق حجمي m^3/s ، مساحة m^2 ، سرعة $m.s^{-1}$

$Q' = \frac{V}{\Delta t}$ حجم m^3 ، زمن sec ، معدل الضخ m^3/s

(7) حسب معادلة الاستمرارية $Q' = Sv = S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S \searrow , v \nearrow$ عكس

أ. محمد إدريس

Galaxy

(3)

$$\underbrace{Q'}_{\text{تدفق كتلي}\ Kg/s} = \frac{\overbrace{m}^{\text{كتلة}\ Kg}}{\underbrace{\Delta t}_{\text{زمن}\ sec}}$$

(8)

$$Q'_1 = Q'_2$$

$$\frac{V_1}{\cancel{\Delta t}} = \frac{V_2}{\cancel{\Delta t}}$$

$$V_1 = V_2$$

مساحة المقطع × الإزاحة = الحجم

الزمن × السرعة = المسافة

$$S_1 \cdot \Delta x_1 = S_2 \cdot \Delta x_2$$

$$S_1 \cdot v_1 \cdot \cancel{\Delta t} = S_2 \cdot v_2 \cdot \cancel{\Delta t}$$

$$\boxed{S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2}$$

v, S

عكسي

(9)

$V = 1200\,L = 1200 \times 10^{-3} = 12 \times 10^{-1}\ m^3$

$S = 10\ cm^2 = 10 \times 10^{-4} = 10^{-3}\ m^2$

$\Delta t = 600\ sec$

(1)

$$\boxed{Q' = \frac{V}{\Delta t}}$$

$$Q' = \frac{\cancel{12} \times 10^{-1}}{\cancel{600}}$$

2

$$Q' = 2 \times 10^{-3}\ m^3/s$$

(2)

$$\boxed{Q' = S \cdot v}$$

$$v = \frac{Q'}{S} = \frac{2 \times 10^{-3}}{10^{-3}}$$

$$v = 2\ m\,s^{-1}$$

Galaxy

(4)

أ. محمد إدريس

(v, S عكسي)

$S_{جديدة} = \frac{1}{2} S_{قديمة}$

$v_{جديدة} = 2 v_{قديمة}$

$\Rightarrow v_{جديدة} = 2 \times 2 = 4 \, m.s^{-1}$ (س)

---

[10]

$Q' = 5 \times 10^{-2} \, m^3/s$ معدل

$V = 10 \, m^3$

$S = \cancel{50} \times 10^{-4}$

$S = 5 \times 10^{-3} \, m^2$

① $Q' = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{V}{Q'} = \frac{\cancel{10}^{\,2}}{\cancel{5} \times 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{+2} = 200 \, sec$

② $\boxed{Q' = S \cdot v} \Rightarrow v = \frac{Q'}{S} = \frac{\cancel{5} \times 10^{-2}}{\cancel{5} \times 10^{-3}} = 10 \, m s^{-1}$

10^{-1}

---

[11]

$S = 50 \times 10^{-4}$

$= 5 \times 10^{-3} \, m^2$

$V = 12 \, m^3$

$\Delta t = 240 \, sec$

① $Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{240}_{\,2}} = \frac{1}{20} = 0,05 = 5 \times 10^{-2} \, m^3/s$

$20 \overline{) 1.00}$ $0,05$

② $Q' = S \cdot v \Rightarrow v = \frac{Q'}{S} = \frac{\cancel{5} \times 10^{-2}}{\cancel{5} \times 10^{-3}} = 10 \, m s^{-1}$

10^{-1}

③ $S'_{جديد} = \frac{1}{4} S_{قديم}$

$v'_{جديد} = 4 v_{قديم}$

$v' = 4 \times 10 = 40 \, m.s^{-1}$

أ. محمد إدريس

v, S عكسي

(5)

أ. محمد إدريس

/ /

12

$S_2 = 20\times10^{-4} = 2\times10^{-3}\ m^2$ | $S_1 = 5\times10^{-4}\ m^2$

$v_2 = ?$ | $v_1 = 8\ m\ s^{-1}$

$h = 60\ cm = 60\times10^{-2} = 6\times10^{-1}\ m$

$\phi' = S_1 . v_1 = 5\times10^{-4}\times 8 = 40\times10^{-4} = 4\times10^{-3}\ m^3/sec$ (1)

$\boxed{S_1 . v_1 = S_2 . v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1 . v_1}{S_2} = \frac{5.10^{-4}.8}{2.10^{-3}}$ (2)

$v_2 = 20\times10^{-1} = 2\ m\ s^{-1}$

طريقة ثانية

$\phi' = S_2 . v_2$

$v_2 = \frac{\phi'}{S_2} = \frac{4.10^{-3}}{2.10^{-3}} = 2\ m.s^{-1}$

لدينا $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g Z = const$ (3)

ومنه $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \rho g Z_1$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (Z_2 - Z_1)$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho . g . Z$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} 1000 (4 - 64) + 1000 . 10 . 6 . 10^{-1}$

$P_1 - P_2 = 500 (-60) + 6000$

$P_1 - P_2 = -30\ 000 + 6000$

$P_1 - P_2 = -24\ 000\ Pa$

أ. محمد إدريس

Galaxy