

المدرس: محمود ساعد

المتتاليات

المدرس: محمود ساعد

دراسة اطراد

المتتالية من النمط u_n

إذا كانت المتتالية تحوي

قوة مثل 2^n أو عاملي مثل $n!$

أو سلسلة مثل: $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$

أو مجموع مثل: $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$

ندرس إشارة

$0 < u_{n+1} - u_n \leq$ المتتالية متزايدة تماما

$0 \geq u_{n+1} - u_n <$ المتتالية متزايدة

$0 < u_{n+1} - u_n <$ المتتالية متناقصة تماما

$0 \leq u_{n+1} - u_n <$ المتتالية متناقصة

فيما عدا ذلك ندرس اطراد التابع

$$f(x) = u_n$$

المتتالية من النمط u_{n+1}

إذا طلب متزايدة تماما نبرهن بالتدرج صحة

$$E(n): u_{n+1} > u_n$$

إذا طلب متناقصة تماما نبرهن بالتدرج صحة

$$E(n): u_{n+1} < u_n$$

ونستخدم أخذ الصور لإثبات صحة $E(n+1)$

لذلك يجب دراسة اطراد التابع $f(x)$

ملاحظة: (اطراد f غير متعلق باطراد u_n)

المتتالية الهندسية

كل حد ينتج عن سابقه بضربه بمقدار ثابت q

$$u_{n+1} = u_n \cdot q$$

القوانين

لإثبات أن المتتالية هندسية $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ أو $u_{n+1} = u_n \cdot q$

لحساب أحد الحدود أو الأساس $q = \frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$

يستخدم إذا علم u_0 $u_n = u_0 \cdot q^n$

لحساب مجموع n حد من متوالية من متتالية هندسية $S = a \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q} \right)$

a : الحد الأول و q : أساسها و n : عدد الحدود

$n = j - i + 1$ = عدد الحدود

الوسيط $b^2 = a \cdot c$

المتتالية الحسابية

كل حد ينتج عن سابقه بإضافة مقدار ثابت r

$$u_{n+1} = u_n + r$$

القوانين

لإثبات أن المتتالية حسابية ثابت $u_{n+1} - u_n$

لحساب أحد الحدود أو الأساس $r = u_n - u_m = (n-m)r$

يستخدم إذا علم u_0 $u_n = u_0 + n \cdot r$

لحساب مجموع n حد من متوالية من متتالية حسابية $S = \left(\frac{a+l}{2} \right) n$

a : الحد الأول و l : الحد الأخير و n : عدد الحدود

$n = j - i + 1$ = عدد الحدود

الوسيط $2b = a + c$

ابصم للسرعة

- كل متتالي حسابية أساسها موجب تكون متزايدة تماما
- كل متتالية حسابية أساسها سالب تكون متناقصة تماما

مجموع حدود غير متوالية من متتالية حسابية نستخدم نفس القانون ولكن يختلف عدد الحدود ولحسابه نحول الحدود الغير متوالية إلى حدود متوالية

مجموع حدود غير متوالية من متتالية هندسية نستخدم نفس القانون ولكن يختلف الأساس وعدد الحدود

البرهان بالتدرج: $E(n)$

(1) نبرهن صحة القضية من أجل أول عدد طبيعي تحققه القضية

(2) نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$ هنا لدينا أكثر من طريقة

- في السلاسل نستخدم

$I_1 = S_{n+1} =$ نعوض في القصير

$I_2 = S_{n+1} =$ في نعوض الطويل

- في المضاعفات وإثبات صحة القضية بعد التخمين

نتطلق من $E(n+1)$ لنصل للقضية $E(n)$

في المترجمات نتطلق من القضية $E(n)$ لنصل للقضية $E(n+1)$

- في المتتاليات من النمط u_{n+1}

نتطلق من $E(n)$ وبأخذ الصور نصل للقضية $E(n+1)$



0933004590