المدرس: محمود ساعد

الاشتقاق

المدرس: محمود ساعد

جدول الاشتقاق

$f(x)$	$f'(x)$
a	0
ax	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$cos(x)$	$-sin(x)$
$sin(x)$	$cos(x)$
$tan(x)$	$1+tan^2(x)$
$cot(x)$	$-\left(1+cot^2(x)\right)$
$cos(u)$	$-u'.sin(u)$
$sin(x)$	$u'.cos(u)$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$u.v$	$u'.v+v'u$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'.v-v'u}{v^2}$

مبرهنات:

- كثير الحدود: مستمر واشتقاقي على R
- تابع كسري: مستمر واشتقاقي على D_f
- تابع جذر تربيعي: مستمر واشتقاقي على المجال المفتوح

دراسة الاشتقاق على مجال I:

- تابع كسري:

المقام: اشتقاقي ولا !!! ينعدم على I المقام $\neq 0$

- تابع جذر تربيعي:

ما !!! تحت الجذر اشتقاقي وموجب تماما على I

ملاحظة:

- إذا كان f إشتقاقي عند a فإن f مستمر عند a
- $f'(a)$ قيمة حدية أي أن $f(a)$
- كل مستقيم مرسوم لحساب ميله $\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$
- عند القيم الحدية $f'(a)=0$ يكون المماس أفقي

إيجاد معادلة المماس

- غلم فاصلة نقطة التماس : في النقطة $x=a$

١) إذا كان $\lim\limits_{x\to a} t(x)=m=f'(a)$

معادلته $y=f(a)+f'(a)(x-a)$

٢) إذا كان $\lim\limits_{x\to a} t()=\pm\infty$

معادلته $x=a$ (مماس شاقولي)

٣) إذا كان $\lim\limits_{x\to a^+} t(x)\neq\lim\limits_{x\to a^-} t(x)$

$f'(a^+)\neq f'(a^-)$

يقبل معادلتي نصفي مماسين

من اليمين $y=f(a)+f'(a^+)(x-a)$

من اليسار $y=f(a)+f'(a^-)(x-a)$

- غلم ميله

يوازي المستقيم $y=mx+b$ فإن $f'(a)=m$

يعامد المستقيم $y=mx+b$ فإن $f'(a)=\frac{-1}{m}$

وتكون معادلته $y=f(a)+f'(a)(x-a)$

التقريب الخطي:

$$f(a+h)\cong f(a)+f'(a).h$$

١) نفرض تابع $f(x)$ يشبه القيمة التي نريد حسابها

٢) نفرض قيمة للعدد a وتكون قيمة تساعد في الحساب ويكون h هو العدد الصغير

ثم نطبق في الدستور

دراسة الاشتقاق عند a:

نطبق تعريف العدد المشتق

$$t(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \quad ;x\neq a$$

وإذا كان $\lim\limits_{x\to a} t(x)=m\in R$ فإن f اشتقاقي عند a

أو كان $\lim\limits_{x\to a} t(x)=\pm\infty$ فإن f غير اشتقاقي عند a

من اليمين نحسب $\lim\limits_{x\to a^+} t(x)$ ومن اليسار $\lim\limits_{x\to a^-} t(x)$

وإذا كان $\lim\limits_{x\to a^+} t(x)\neq\lim\limits_{x\to a^-} t(x)$

فإن f غير اشتقاقي عند a

الاستقراء الرياضي $E(n)$

١) نبرهن صحة $E(1)$

مرة منعوض مرة منشتق $I_1=I_2$

٢) نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$

مرة منعوض مرة منشتق $I_1=I_2$

0933004590

أضف الى معلوماتك

$$\lim_{x\to a} t(x)=f'(a)$$

حساب نهاية تابع باستخدام تعريف العدد المشتق: $\frac{0}{0}$

إذا أمكن كتابة f بالشكل $f(x)=\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$

فإن $\lim\limits_{x\to a} f(x)=g'(a)$

المدرس: محمود ساعد

الاشتقاق

القيم الحدية

إما: عين a و b علما أن للتابع $f(a)=b$ قيمة حدية

لدينا معلومتين هما $f(a)=b$ و $f'(a)=0$

أو: عين a و b علما $y=mx+b$ مماس للخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x=a$

لدينا معلومتين هما $f'(a)=m$

و كذا $f(a)=$ نحصل عليها بتعويض a في معادلة المماس

تبكي سوريا

- إن الخط البياني لتابع المشتق f' يقطع محور $x'x$ عندما يكون للتابع f قيمة حدية وفي نقطة لها نفس الفاصلة
- إذا كان الخط البياني لتابع f يقبل مقاربا ماثلا فإن الخط البياني لتابع المشتق f' يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y=$ ميل المقارب المائل للتابع f

إثبات صحة متراجحة:

$g(x)\geq h(x)$

$f(x)=g(x)-h(x)$

وندرس إطراد التابع $f(x)$

ونستنتج من جدول الاطراد أن

$f(x)=g(x)-h(x)\geq 0$

أو

$g(x)\leq h(x)$

$f(x)=g(x)-h(x)$

وندرس إطراد التابع $f(x)$

ونستنتج من جدول الاطراد أن

$f(x)=g(x)-h(x)\leq 0$

التناظر

ل إثبات أن النقطة $A(x_0,y_0)$ مرز تناظر نتحقق من

- $\forall x\in D_f \Rightarrow 2x_0-x\in D_f$
- $f(2x_0-x)+f(x)=2y_0$

ل إثبات أن التابع متناظر بالنسبة للمبدأ أو محور $y'y$ نبرهن أن

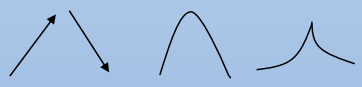
$\forall x\in D_f \Rightarrow -x\in D_f$

ثم f تابع فردي متناظر بالنسبة للمبدأ $<=f(-x)=-f(x)$

أو f تابع زوجي متناظر بالنسبة لمحور التراتيب $<=f(-x)=f(x)$

أنواع القيم الحدية

١) $f(a)=b$ قيمة حدية كبرى



$f(a)$ قيمة حدية إذا وجد مجال مفتوح يحوي a ويحقق $f(a)\geq f(x)$

٢) $f(a)=b$ قيمة حدية صغرى

$f(a)$ قيمة حدية إذا وجد مجال مفتوح يحوي a ويحقق $f(a)\leq f(x)$

دراسة تغيرات

١) نحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف المفتوحة والصور عند الأطراف المغلقة

٢) نعين معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي إن وُجد وندرس الأوضاع النسبية

٣) نشتق التابع f ونعدمه وندرس إشارة f على مجموعة تعريفه

٤) ننظم جدولا بتغيرات f وهو يعتمد على كل الطلبات السابقة

٥) نرسم الخط البياني

خطوات الرسم

- المقاربات أولا
- نُعيّن القيم الحدية إن وجدت
- نُعيّن النقاط بالقرب من المقاربات مع الانتباه المقارب الشاقولي (يمين ايسار) والمقارب الأفقي (فوق /تحت)
- نختار نقاط إسعاف للسهولة
- نوصل ونحن مبسوطين

المدرس: محمود ساعد

0933004590

التابع الدوري

نسمي T دورا للتابع f إذا حقق

- $\forall x\in D_f \Rightarrow x+T\in D_f$
- $f(x+T)=f(x)$

خطيرة

عندما يكون $\lim\limits_{x\to a^+}t(x)\neq\lim\limits_{x\to a^-}t(x)$ فإن شكل الرسم

وهي قيمة حدية ولكن $f'(a)$ ليس بالضرورة أن يكون = 0