حل النموذج الوزاري 2019

إعداد :

محمود المحمود – يمان جدّوع

إيناس دللي – رهف عبد المُنعم

Me En
Math Team

X-Math πac

@Ch_X_MathBac

محمود المحمود 0936 838 276

Me En
Math Team

تمَّ التحميل بواسطة بوت ملفات قناة

♾X-Math πac♾

فريق MeEn Math Team

يهتمّ بمادة الرياضيّات لطلاب البكالوريا

للوصول إلى بوت الملفات: اضغط هنا

للوصول إلى قناة التلغرام الخاصة: اضغط هنا

للوصول إلى قناة التلغرام العامة: اضغط هنا

للوصول إلى صفحة الفيس بوك: اضغط هنا

للوصول إلى قناة اليوتيوب: اضغط هنا

MeEn Math Team

X-Math πac

X-Math πac

الجمهورية العربية السورية

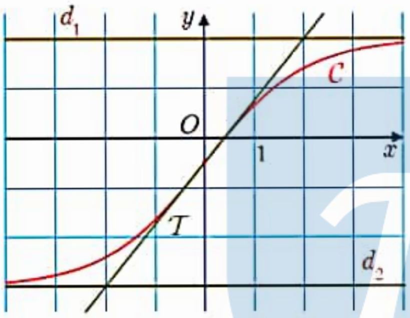
وزارة التربية الدرجة العظمى: ستمئة

مكتب التوجيه الأول للرياضيات المدة: ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات للصف الثالث ثانوي علمي (٢٠١٩)

أولا) أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : إذا كان C الخط البياني للتابع f والمستقيمين d_1 , d_2 مقاربين للخط C والمستقيم T مماس للخط C المطلوب:



١ – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

٢ – اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين d_1 , d_2.

٣ – إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة $(0,\frac{-1}{2})$ احسب $f'(0)$ ثم اكتب معادلته.

السؤال الثاني: نتأمل النقاط $C(0,-2,2), B(2,-1,3), A(3,5,2)$

١) احسب احداثيات منتصف القطعة $[AC]$

٢) احسب مركبات الأشعة $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$

٣) عين إحداثيات K بحيث يكون الرباعي ABCK متوازي أضلاع.

السؤال الثالث:

١) عين حل المعادلة التفاضلية $3y + 2\acute{y} = 1$ الذي يحقق الشرط $f(0) = 1$.

٢) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

السؤال الرابع: لتكن المجموعة $s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

١) كم عددا زوجيا مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر s

٢) كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من s

ثانيا) حل التمارين الأربعة الآتية: (٦٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الخامس: التمرين الأول: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{3\}$ وفق $f(x) = \frac{2x^2-7x-3}{x-3}$ المطلوب:

١) احسب $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b = \lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - a x)$

٢) استنتج معادلة المقارب المائل Δ في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط البياني c

السؤال السادس: التمرين الثاني: لتكن النقطتان A و B اللتان يمثلهما العددان العقديان : $Z_B = -2i$ و $Z_A = -\sqrt{3} + i$.

١ – اكتب Z_A بالشكل الاسي ثُمَّ جد العدد العقدي Z_C المُمثّل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC.

٢ – أثبت أن $Z_C - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B - Z_A)$ ثُمَّ استنتج طبيعة المثلث ABC.

السؤال السابع: التمرين الثالث: المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق

$: U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots\dots\dots + \frac{1}{n!}$

١) أثبت أن $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

٢) أثبت أن $U_n < 2$ و استنتج أن U_n متقاربة.

السؤال الثامن: التمرين الرابع: نملأ عشوائيا كل خانة من الخانات الأربع الآتية

بأحد العددين $0, 3$ والمطلوب :

١) ليكن A الحدث: «مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات يساوي ٦ » وليكن B الحدث : « عدم ظهور العدد ذاته في خانتين متجاورتين » احسب $P(A)$ ثُمَّ $P(B|A)$

٢) نسمي X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد الخانات التي كتب فيها العدد ٣ اكتب القانون الاحتمالي و احسب التوقع الرياضي و التباين.

ثالثا) حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

السؤال التاسع: المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتين $B(2,0,4), A(1,-1,2)$ و المستوي P الذي معادلته $x - y + 3z - 4 = 0$ و المطلوب:

١) جد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P و يمر بالنقطتين B, A

٢) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A و يعامد المستوي P

٣) عين إحداثيات المسقط القائم $\acute{A}$ للنقطة A على المستوي P

٤) اعط معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ و ما طبيعة المجموعة ε

السؤال العاشر : المسألة الثانية: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$ و ليكن $\acute{c}$ الخط البياني للتابع g مقصور التابع f على المجال $]1, +\infty[$ المطلوب:

١) أثبت أن f تابع فردي و استنتج الصفة التناظرية للخط c.

٢) ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولا بها و اكتب معادلة كل مقارب للخط $\acute{c}$.

٣) ارسم كل مقارب و جدته و ارسم $\acute{c}$ ثُمَّ استنتج رسم c.

٤) احسب مساحة السطح المحصور بين $\acute{c}$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 2$ و $x = 3$.

انتهت الأسئلة

أولاً:

السؤال الأول:

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -3$

2) $d_1 : y = 2$ ، $d_2 : y = -3$

3) المستقيم T مار بالنقطتين:

$(0, -\frac{1}{2})$ و $(2, 2)$

$$m_T = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-\frac{1}{2})}{2-0}$$

$$= \frac{2+\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4}$$

$$f'(0) = m_T = \frac{5}{4}$$

معادلة المماس

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - (-\frac{1}{2}) = \frac{5}{4}(x - 0)$$

$$y + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}x$$

$$\Rightarrow \boxed{T : y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}}$$

السؤال الثاني: $A(3,5,2)$ $B(2,-1,3)$ $C(0,-2,2)$

1) I منتصف $[AC]$

$$I\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}, \frac{z_A + z_C}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{I\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 2\right)}$$

2)
- $\vec{AC}(x_C - x_A, y_C - y_A, z_C - z_A)$

  $\vec{AC}(-3, -7, 0)$
- $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$

  $\vec{AB}(-1, -6, 1)$

3) $ABCK$ متوازي أضلاع ، أي يجب:

نفرض $K(x,y,z) \Leftarrow \vec{AB} = \vec{KC}$

$$(-1, -6, 1) = (-x, -2-y, 2-z)$$

ومنه نجد:

$-x = -1 \Rightarrow x = 1$

$-2-y = -6 \Rightarrow y = +6-2 = 4$

$2-z = 1 \Rightarrow z = +1$

ومنه $\boxed{K(1,4,1)}$

السؤال الثالث:

1) المعادلة التفاضلية $3y + 2y' = 1$

$$\Rightarrow 2y' = -3y + 1$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-3}{2}y + \frac{1}{2}$$

وهي معادلة تفاضلية بصيغة من الشكل: $y' = ay + b$

مجموعة حلولها: $y = f_k(x) = k e^{-ax} - \frac{b}{a}$

$\Rightarrow y = k e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{1}{3}$; $k \in R$

الشرط $f(0) = 1$ /من الفرض/

$\Rightarrow 1 = k + \frac{1}{3}$

$\Rightarrow k = \frac{2}{3}$

ومنه: $y = \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}x} + \frac{1}{3}$

* توضيح من أين حصلنا على /$\frac{1}{3}$/: للاطلاع

بفرض كثير الحدود هو:

$f(x) = y = ax^2 + bx + c$

فيكون مشتقه:

$f'(x) = y' = 2ax + b$

وبما أن f حلاً للمعادلة فهو يحقق معادلتها

لدينا: $2y' + 3y = 1$

نعوض:

$4ax + 2b + 3ax^2 + 3bx + 3c = 1$

$3ax^2 + (4a+3b)x + 3c = 1$

بالمطابقة نجد:

$3a = 0 \Rightarrow a = 0$

$4a + 3b = 0 \Rightarrow b = 0$

$3c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow f(x) = 0x^2 + 0x + \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$

2) $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x} = \frac{0}{0}$

/حالة عدم تعيين/

$\frac{\ln(1+\sin x)}{x} = \frac{\sin x}{\sin x} \cdot \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

$= \underbrace{\frac{\sin x}{x}} \cdot \underbrace{\frac{\ln(1+\sin x)}{\sin x}}$

$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x} = 1 \times 1 = 1$

; $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

; $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin x} = \lim_{t \to 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$

السؤال الرابع:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1) عدد زوجي مؤلف من ثلاث منازل

أي آحاده عدد زوجي

عدد الأعداد الزوجية $= \underset{\text{مئات}}{6} \times \underset{\text{عشرات}}{6} \times \underset{\text{آحاد}}{3}$

$= 108$

2) عدد المجموعات الجزئية المؤلفة من عنصرين $= \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

0936 838 276 إعداد : محمود المحمود

ثانياً:

السؤال الخامس:

التابع f معرف على $R\setminus\{3\}$

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$$

(1 • $\dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{2x^2 - 7x - 3}{x^2 - 3x}$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 2 = a}$

• $f(x) - ax = \dfrac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3} - 2x$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - ax) = +\infty - \infty$ /حالة عدم تعيين/

$f(x) - ax = 2x - 1 - \dfrac{6}{x-3} - 2x$

$= -1 - \dfrac{6}{x-3}$

(بعد القسمة الإقليدية للتابع $f(x)$)

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - ax) = -1 - \dfrac{6}{\infty} = -1$

$\Rightarrow \boxed{b = -1}$

(2 من الطلب /1/ نستنتج أنّ: $y : ax + b$

$\Rightarrow \Delta : y = 2x - 1$

مقارب مائل لـ C في جوار $(+\infty)$

دراسة الوضع النسبي:

$$f(x) - y_\Delta = \frac{-6}{x-3}$$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
-6		$-$		$-$	
$x - 3$		$-$	0	$+$	
$f(x) - y_\Delta$		$+$	$\|$	$-$	
وضع نسبي		C فوق Δ	$\|$	C تحت Δ	

السؤال السادس:

لدينا العددان العقديان:

$z_A = -\sqrt{3} + i$

$z_B = -2i$

(1 $z_A = -\sqrt{3} + i$

$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{4}$

$\Rightarrow r = 2$

$z = a + bi$

$\cos\theta = \dfrac{a}{r} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \dfrac{b}{r} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{\pi}{6}$

$\theta' = \pi - \theta = \pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6}$

$\Rightarrow \boxed{z_A = 2e^{\frac{5\pi}{6} i}}$

المبدأ (O) مركز ثقل المثلث ABC:

$\Rightarrow z_O = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}$

$0 = \dfrac{-\sqrt{3} + i - 2i + z_C}{3}$

$0 = -\sqrt{3} - i + z_C \Rightarrow \boxed{z_C = \sqrt{3} + i}$

(2

• $z_C - z_A = \sqrt{3} + i + \sqrt{3} - i$

$= 2\sqrt{3}$

• $e^{\frac{\pi}{3}i}(z_B - z_A) = e^{i\frac{\pi}{3}}(-2i + \sqrt{3} - i)$

$= e^{i\frac{\pi}{3}}(\sqrt{3} - 3i)$

$= (\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})(\sqrt{3} - 3i)$

$= (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)(\sqrt{3} - 3i)$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cancel{\frac{3}{2}i} + \cancel{\frac{3}{2}i} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

ومنه فإنّ:

$(z_C - z_A) = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B - z_A)$

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

ومنه يكون:

• $\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = \left|e^{i\frac{\pi}{3}}\right| = 1$

$\Rightarrow AB = AC$

• $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \arg(e^{i\frac{\pi}{3}}) = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3}$

إذاً فالمثلث ABC متساوي الساقين ومنه زاوية $(\frac{\pi}{3})$ ومنه فإنّ المثلث ABC متساوي الأضلاع

السؤال السابع:

لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$:

$$u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

1) بفرض القضية

$$E(n): \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$$

نثبت صحة القضية من أجل $E(1)$:

$l_1 = \frac{1}{2!} = \frac{1}{2}$

$l_2 = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow l_1 \leq l_2$ /محققة/

نفرض صحة القضية من أجل $E(n)$:

$E(n): \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$ /فرضياً/

نثبت صحة القضية من أجل $E(n+1)$:

$$E(n+1): \frac{1}{(n+2)!} \leq \frac{1}{2^{n+1}}$$

من الفرض:

$$\frac{1}{(n+2)} \times \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n} \times \frac{1}{(n+2)}$$

$$\frac{1}{(n+2)!} \leq \frac{1}{2^{n+1}} \times \underbrace{\frac{2}{n+2}}$$

أصغر من الواحد ⇐ (يُهمل)

$$\frac{1}{(n+2)!} \leq \frac{1}{2^{n+1}}$$

/ محققة /

ومنهُ نجد أنها صحيحة من أجل $E(n+1)$

بالتالي فهي صحيحة من أجل $E(n)$، أياً كانت $n \geq 1$

2) $U_n = \frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\dots+\frac{1}{n!}$

$$\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$$

$$U_n \leq \underbrace{\frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}}$$

مجموع حدود متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

وحدها الأول $u_0 = \frac{1}{2^0} = 1$

وعدد الحدود n

$$S_n = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

$$\Rightarrow S_n = 1\,\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_n = 2\left(1-(\tfrac{1}{2})^n\right)$$

$$\Rightarrow S_n = 2-2(\tfrac{1}{2})^n$$

ومنه :

$$U_n \leq 2 - \underbrace{2(\tfrac{1}{2})^n}$$

سالب يُهمل

$$\Rightarrow U_n \leq 2$$

وبالتالي فإنّ 2 راجح على المتتالية U_n

• $U_{n+1} = \frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\dots+\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n+1)!}$

$$\Rightarrow U_{n+1}-U_n = \frac{1}{(n+1)!} > 0$$

ومنه فإنّ U_n متزايدة

المتتالية U_n متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد (2) وبالتالي فهي متقاربة.

السؤال الثامن :

1) الحدث A : (مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات تساوي 6)

الحدث B : (عدم ظهور العدد ذاته في خانتين متجاورتين).

احتمال ظهور إحدى العددان /0 أو 3/ في إحدى الخانات يساوي $\frac{1}{2}$.

$$A = \boxed{0}\boxed{0}\boxed{3}\boxed{3} \quad \binom{4}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \underbrace{6}_{\text{عدد التباديل}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$B \cap A : = \boxed{0 \,|\, 3 \,|\, 0 \,|\, 3}$

$$P(B \cap A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

عدد التباديل

$$\bullet\ P(B \setminus A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$$

(2

$$X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$- \; 0 \leftarrow 0,0,0,0$

$$P(0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$- \; 1 \leftarrow 0,0,0,3 \quad 4\times$

$$P(1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{16}$$

$- \; 2 \leftarrow 0,0,3,3 \quad 6\times$

$$P(2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{16}$$

$- \; 3 \leftarrow 0,3,3,3 \quad 4\times$

$$P(3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{16}$$

$- \; 4 \leftarrow 3,3,3,3$

$$P(4) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

x_i	0	1	2	3	4
$P(x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
$x_i P(x_i)$	0	$\frac{4}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{4}{16}$
x_i^2	0	1	4	9	16
$x_i^2 P(x_i)$	0	$\frac{4}{16}$	$\frac{24}{16}$	$\frac{36}{16}$	$\frac{16}{16}$

التوقع الرياضي :

$$E(x) = \sum x_i P(x_i) = 0 + \frac{4}{16} + \frac{12}{16} + \frac{12}{16} + \frac{4}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

التباين :

$$V(x) = \sum x_i^2 P(x_i) - E^2(x)$$

$$= \left[0 + \frac{4}{16} + \frac{24}{16} + \frac{36}{16} + \frac{16}{16}\right] - E^2(x)$$

$$= 5 - (2)^2 = 5 - 4 = 1$$

ملاحظة: يوجد طريقة أخرى لحساب التوقع والتباين في آخر صفحة.

"ثالثاً" :

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتين $A(1,-1,2)$ و $B(2,0,4)$ والمستوي P :

$$P: x - y + 3z - 4 = 0$$

(1 Q يعامد P ويمر من A و B

إذاً $\vec{n}_Q$ يعامد $\vec{n}_P$ و $\vec{AB}$

بفرض $\vec{n}_Q(a,b,c)$ ناظم المستوي Q

ولدينا $\vec{AB}(1,1,2)$, $\vec{n}_P(1,-1,3)$

فإنّ: $\vec{AB} \neq a\vec{n}_P$ /غير مرتبطان خطياً/

$\vec{n}_Q \cdot \vec{n}_P = 0 \Rightarrow a-b+3c=0$ ---(1)

$\vec{n}_Q \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow a+b+2c=0$ ---(2)

نجمع (1) و(2) نجد:

$2a+5c=0$

نفرض $\boxed{c=1}$ $\Leftarrow$ $2a+5=0$

$\Rightarrow \boxed{a=\frac{-5}{2}}$

نعوض في (2):

$-\frac{5}{2}+b+2=0 \Rightarrow \boxed{b=\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \vec{n}_Q\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$

ومنه فإنّ ناظم المستوي Q هو:

$\vec{n}_Q(-5,1,2)$

$Q: -5x+y+2z+d=0$

Q مار بالنقطة B:

$-10+0+8+d=0$

$\Rightarrow \boxed{d=2}$

ومنه:

$Q: -5x+y+2z+2=0$

(2 d يعامد P إذاً:

$\vec{u}_d = \vec{n}_P$

(شعاع التوجيه للمستقيم d هو ناظم المستوي P)

$\vec{u}_d(1,-1,3)$ $\quad A(1,-1,2)$

$$d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \quad ; t \in \mathbb{R} \\ z = 2+3t \end{cases}$$

(3 بفرض $A'(x,y,z)$

A' تقع على d:

$A'(1+t, -1-t, 2+3t)$

نعوض A' في معادلة المستوي P:

$1+t+1+t+6+9t-4=0$

$2+2t+6+9t-4=0$

$4+11t=0$

$\Rightarrow \boxed{t=\frac{-4}{11}}$

$\Rightarrow A'\left(1-\frac{4}{11}, -1+\frac{4}{11}, 2+3\left(-\frac{4}{11}\right)\right)$

$\Rightarrow A'\left(\frac{7}{11}, \frac{-7}{11}, \frac{10}{11}\right)$

(4 $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$

• $\vec{AM}(x-1, y+1, z-2)$

• $\vec{BM}(x-2, y, z-4)$

$\Rightarrow (x-1)(x-2)+(y+1)y+(z-2)(z-4)=0$

$x^2-2x-x+2+y^2+y+z^2-4z-2z+8=0$

$$x^2 - 3x + y^2 + y + z^2 - 6z + 10 = 0$$

$$\underbrace{x^2 - 3x + \frac{9}{4}} - \frac{9}{4} + \underbrace{y^2 + y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4}$$

$$+ \underbrace{z^2 - 6z + 9} - 9 + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + (z - 3)^2 - \frac{6}{4} = 0$$

ومنه:

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + (z - 3)^2 = \frac{6}{4}$$

إذاً: مجموعة النقاط M تمثل معادلة كرة

مركزها $\left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}, 3\right)$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{2}$

المسألة الثانية:

لدينا التابع f المعرف على:

$$D_f :]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$$

1) يجب أن يتحقق شرطان:

1- أياً كانت x تنتمي إلى D_f

فإن $-x \in D_f$

$$x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

$$-x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

والشرط الأول محقق

2- $f(-x) = \ln\left(\frac{1-x}{-x-1}\right)$

$$= \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = -f(x)$$

والشرط الثاني محقق

ومنه فإن f تابع فردي

وخطه البياني متناظر بالنسبة للمبدأ

2) g معرف واشتقاقي على $]1, +\infty[$

$$\lim_{x \to 1} g(x) = +\infty$$

$\boxed{x = 1}$ مقارب شاقولي $// \ yy'$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \ln(1) = 0$$

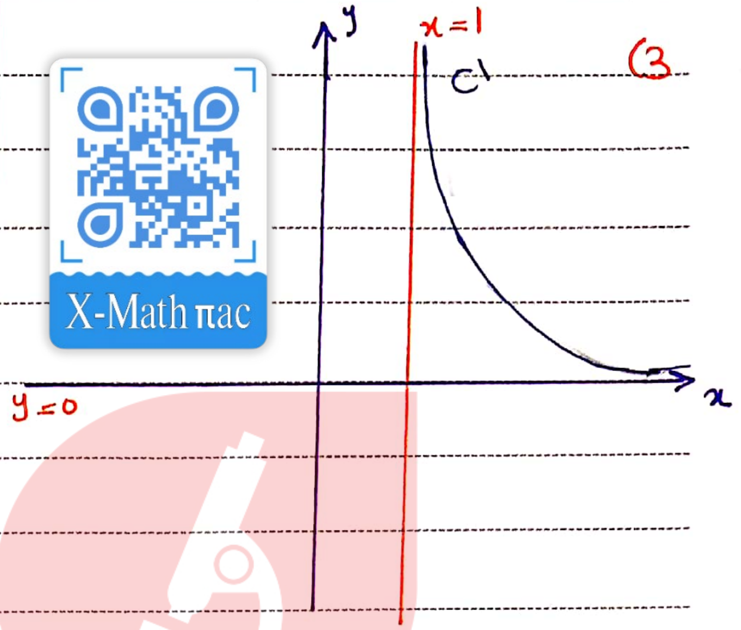
$\boxed{y = 0}$ مقارب أفقي منطبق على xx'

$$g'(x) = \frac{\dfrac{\cancel{x} - 1 - 1 - \cancel{x}}{(x-1)^{\cancel{2}}}}{\dfrac{1+x}{\cancel{x-1}}}$$

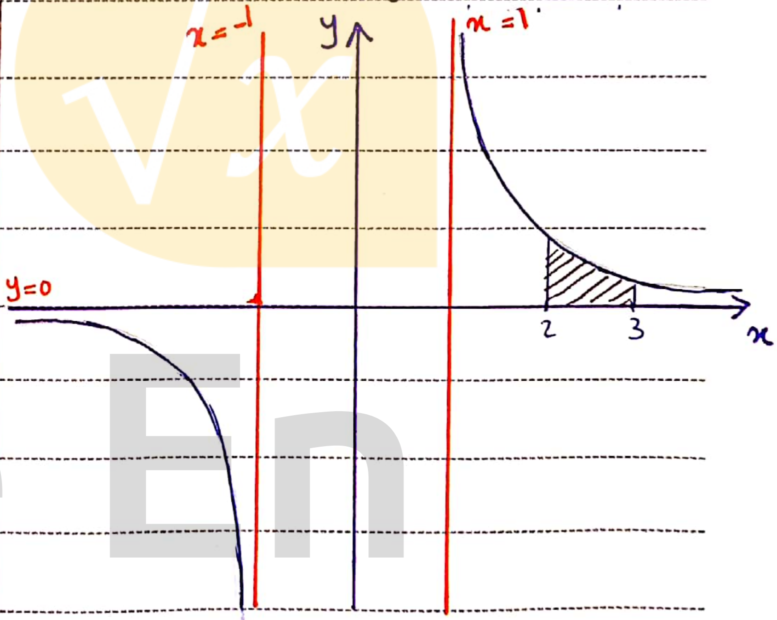
$$\Rightarrow g'(x) = \frac{-2}{(x-1)(1+x)} < 0$$

x	1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow 0$

(3



* g مقصور التابع f على المجال $]1,+\infty[$ و f تابع فردي فخطه البياني C متناظر بالنسبة للمبدأ O.



(4

$$S=\int_2^3 g(x)\,dx$$

$$=\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx$$

حيث:

- $u(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow u'(x)=\frac{-2}{(x-1)(1+x)}$

$$u'(x)=\frac{-2}{x^2-1}$$

- $v'(x)=1 \Rightarrow v(x)=x$

$$S=\left[u(x)v(x)\right]_2^3-\int_2^3 v(x).u'(x)\,dx$$

$$=\left[x\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right]_2^3-\int_2^3\frac{-2x}{x^2-1}\,dx$$

$$=\left[x\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+\ln(x^2-1)\right]_2^3$$

$$=(3\ln2+\ln8)-(2\ln3+\ln3)$$

$$=3\ln2+\ln(2)^3-3\ln3$$

$$=6\ln2-3\ln3=3\ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

بقلم إيناس دللي

طريقة أخرى لحساب التوقع والتباين في السؤال الثامن الطلب (2):

X متحول حداني بالوسيطين حيث $\boxed{n=4}$ و $\boxed{p=\frac{1}{2}}$, $\boxed{q=1-p=\frac{1}{2}}$

حيث

$$E(X)=n.p=4\times\frac{1}{2}=2$$

$$V(X)=n.p.q=4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1$$

نهاية حل النموذج الوزاري 2019