اولاً: حل الأسئلة الاتيه:

السؤال الأول: بفرض C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = \frac{4x^3 + 3 - 3\cos x}{2x^2}$$

١) احسب $\lim_{x\to 0} f(x)$.
٢) اثبت أن : $\Delta: y = 2x$ مقارب للخط C بجوار $+\infty$.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]2, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$. المطلوب :

١) احسب $\lim_{x\to\infty} f(x)$ و استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.
٢) أعد حساب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x+\sin x} \\ 1 \end{cases}$ ، المطلوب:

١) أثبت أن التابع f مستمر عند $x = 0$.
٢) احسب $\lim_{x\to\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{3, -3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^3+x^2+8x}{x^2-9}$ ، المطلوب:

١) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C.
٢) ادرس الوضع النسبي للخط C مع مقاربه Δ.

السؤال الخامس: ليكن C للخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق: $f(x) = 1 - x\cos\left(\frac{2}{x}\right)$ ، المطلوب:

١) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C.
٢) ادرس الوضع النسبي للخط C مع مقاربه Δ.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = 2x + \sqrt{|x^2 - 4|}$ ، المطلوب:

١) ادرس نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.
٢) a) احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - 3x)$.
b) احسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - 3x)$.

٣) a) استنتج أن الخط C يقبل مستقيمين مقاربين مائلين Δ_1 و Δ_2 يطلب تعيين معادلتيهما .
b) ادرس الوضع النسبي للخط C وكل من المقاربين Δ_1 و Δ_2.

السؤال السابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 1}$ ، والمطلوب :

١) احسب العدد $a = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - ax)$.
٢) استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط البياني C في جوار $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
٣) ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C.

ثانيا: حل التمارين الاتيه:

التمرين الأول: ليكن f التابع المعين بالعلاقة :

$$f(x)=\frac{4}{(x-1)^2}$$

١) ادرس نهاية f في جوار ١.
٢) اوجد مجالاً I مركزه يحقق $f(x)>10^4$ أياً كانت x تنتمي إلى المجال $I\setminus\{1\}$.
٣) احسب $\lim_{x\to1} f\big(f(x)\big)$.

التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على R ومن أجل كل x من R تتحقق المتراحة الاتية: $1\le f(x)\le 2$

ولنعرف التابع g على المجال $]-\infty,0[$ وفق العلاقة:

$$g(x)=\frac{2f(x)+1}{x}$$

١) أثبت أنه أياً تكن $x\in]-\infty,0[$ كان $\frac{3}{x}\le g(x)\le\frac{5}{x}$.
٢) أوجد نهاية التابع g عند $-\infty$ وعند الصفر.

التمرين الثالث: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=2x-\sqrt{x^2+5}$, والمطلوب:

١) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.
٢) أثبت أن العادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$ ثم جد الحل جبرياً.
٣) استنتج مشتق التابع g المعرف على R وفق : $g(x)=2\sin x-\sqrt{\sin^2 x+5}$.

ثالثا: حل المسألة الاتيه:

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق . $f(x)=x\sqrt{x(2-x)}$

١) تحقق أن $f(x)$ معرف على المجال $[0,2]$ ثم أثبت أن f اشتقاقي على $]0,2[$ واحسب $f'(x)$ على هذا المجال.
٢) ادرس قابلية اشتقاق f عند $x=0$, $x=2$ ماذا تستنتج ؟
٣) ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها.
٤) عيّن مماسي C في النقطتين $A(0,0)$, $B(2,0)$.
٥) ارسم مماسي C في B,A ثم ارسم C.

احسب نهاية التوابع التالية :

١- $f(x)=\frac{sinx-1}{x-\frac{\pi}{2}}$ $a=\frac{\pi}{2}$ $f(x)=\frac{sinx+cosx}{x+\frac{\pi}{4}}$ $a=-\frac{\pi}{4}$

٢- $f(x)=\frac{1-cosx}{sinx}$ $a=0$ $f(x)=\frac{1-cosx}{x^2}$ $a=0$

٣- $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ $a=2$ $f=\frac{-2+\sqrt{x^2+x+2}}{x-1}$ $a=1$

التمرين الثاني: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على R: $f(x)=\frac{x}{|x|+3}$

١- ادرس قابلية الاشتقاق عند x=0

٢- اكتب معادلة المماس في تلك النقطة

٣- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم اعط عددا حقيقيا A يحقق الشرط اذا كان $x>A$ اذا كان $f(x)\in]-1.05,-0.95[$

ادرس قابلية الاشتقاق عند كل من:

١- $a=0$ $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ ٢- $a=1$ $f(x)=(x-1)\sqrt{x(1-x)}$

السؤال الثالث:

ليكن التابع $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+2}$ عين a,b اذا علمت ان $f(1)=1$ قيمة حدية

٢- اوجد $f'(x)$ و استنتج $g'(x)$ وحيث $g(x)=f(cosx)$

السؤال الرابع: ليكن الخطان البيانيان C_f و C_g للتابعين f, g المعرفين على R وفق:

$f(x)=cosx.e^{-x}$ و $g(x)=e^{-x}$

١- اثبت ان الخطين يقبلان مماس مشتركا في النقطة x=0 اوجد معادلته

٢- ليكن لدينا تابع مشتقه يساوي $g'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ولدينا التابع $f(x)=g(sinx)$ اثبت ان $f'(x)=-1$

السؤال الخامس: f تابع معرف على R\[2] وفق: $f(x)=\frac{ax+b}{2x-4}$ عين a , b لتكون معادلة المماس للخط c يساوي $y=\frac{-3x}{2}+1$ في نقطة فاصلتها 1