الدرس الأول :

((الحركة التوافقية البسيطة
(النواس المرن غير متخامد)))

* مفاهيم :

1) الحركة التوافقية البسيطة :
(أن حركة نواس ويمثل بجسم صلب معلق بنابض مرن هي أوضح مثال على هذه الحركة)

2) الحركة الاهتزازية :
(هي حركة الجسم المهتز على جانبي نقطة ثابتة تدعى مركز الاهتزاز)

3) الدور والتواتر :
الدور : هو الزمن اللازم لانجاز جسم هزة كاملة .
التواتر : عدد الهزات في واحدة الزمن .

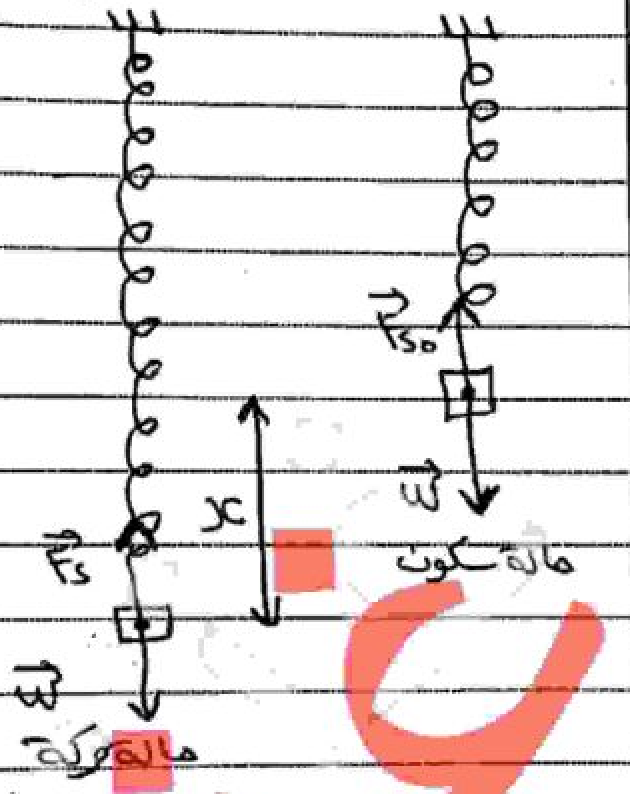
$$Hz \leftarrow f_0 = \frac{1}{T_0} \rightarrow s$$

$$T = \frac{t}{n} \qquad f = \frac{n}{t}$$

n ← عدد الهزات
t ← زمن الهزات

4) المطال : هو البعد الجبري بين مركز الاهتزاز و الجسم في نهاية ثابت .

(دورة) س- انطلاقاً من قانون التحريك (قانون نيوتن الثاني) استنتج عبارة قوة الارجاع (قانون هوك) وبين متى تكون قوة الارجاع عظمى وبين متى تكون معدومة ؟



نطبق القانون الأساسي في التحريك (قانون نيوتن الثاني) :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

1) حالة سكون :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \vec{w} + \vec{F_{s_0}}$$

بالاسقاط على محور شاقولي موجه للاسفل :

$$w - F_{s_0} = 0$$

$$w = F_{s_0} \Rightarrow \boxed{w = kx_0 = mg}$$

x_0 هي الاستطالة السكونية (m)
g تسارع الجاذبية الارضية (ms^{-2})

$$g = 10\, ms^{-2}$$

Subject :

② حالة حركة :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

بإسقاط علاقة على محور شاقولي موجه للأسفل :

$$W - F_s = ma$$

$$W - K(\bar{x} + x_0) = ma$$

$$W - K\bar{x} - Kx_0 = ma$$

$$\cancel{Kx_0} - K\bar{x} - \cancel{Kx_0} = ma$$

$$\boxed{F = ma = -K\bar{x}}$$

أن قوة الارجاع تسعى دائماً وتتجه دائماً نحو مركز الاهتزاز.

قوة الارجاع تتناسب طرداً مع وطال $\bar{x}$ وتعاكس بالاشارة (بالاتجاه)

* في وضع التوازن :

$$x = 0 \Rightarrow F = 0$$

قوة الارجاع معدومة في مركز التوازن.

* في وضع مطالين العظميين :

$$x = \pm x_{max} \Rightarrow F = \pm F_{max}$$

قوة الارجاع عظمى في وضع مطالين العظميين.

س (د٥) انطلاقاً من العبارة :

$$(\bar{x})''_t = -\frac{K}{m}\bar{x}$$

أثبت أن حركة النواس المرن جيبية انسحابية ومن ثم استنتج علاقة الدور واشرح دلالات الرموز لعلاقة الدور؟

$$(\bar{x})''_t = -\frac{K\bar{x}}{m} \quad ①$$

معادلة تفاضلية من مرتبة الثانية تقبل حل جيبي من الشكل :

$$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{x})''_t = a = -\omega_0^2\bar{x} \quad ②$$

بمقارنة العلاقتين ① و ② نجد :

$$-\frac{K\bar{x}}{m} = -\omega_0^2\bar{x}$$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$m > 0 \quad , \quad K > 0$$

$$\omega_0 > 0 \Leftarrow$$ مقادير موجبة

بالتالي حركة النواس المرن جيبية انسحابية

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

T_0 الدور الخاص للنواس المرن وواحدته الثانية (s)

m كتلة جسم المهتز (Kg)

K ثابت صلابة النابض $(N.m^{-1})$ أو (N/m)

Subject:

ملاحظة:

(الدور يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لـ K)

(الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لـ m)

* ملاحظة هامة للمسائل:

θ	30° ($\frac{\pi}{6}$ rad)	60° ($\frac{\pi}{3}$ rad)	45° ($\frac{\pi}{4}$ rad)
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1

0°	90° ($\frac{\pi}{2}$ rad)	180° (π rad)	270° ($\frac{3\pi}{2}$ rad)	360° (2π rad)
0	+1	0	-1	0
+1	0	-1	0	+1
0	غير معرف	0	غير معرف	0

* عند مرور الجسم بوضع التوازن فإن:

(1) المطال ينعدم $x=0$

(2) التسارع معدوم $a=0$

(3) السرعة عظمى $V=\pm\omega_0 x_{max}$

(4) طاقة كامنة تنعدم $E_p=0$

(5) طاقة حركية عظمى $E=E_k$

(6) الطاقة الكلية هي طاقة حركية

* عند مرور الجسم بوضع مطاليه الأعظميين:

(1) المطال أعظمي $x=\pm x_{max}$

(2) التسارع عظمي $a=\pm a_{max}$

(3) السرعة معدومة $V=0$

(4) الطاقة كامنة عظمى $E_p=E_{p_{max}}$

(5) الطاقة حركية معدومة $E_k=0$

(6) الطاقة الكلية هي طاقة كامنة $E=E_p$

* حركة الجسم المهتز تكون متسارعة باتجاه مركز الاهتزاز.

* حركة الجسم المهتز تكون متباطئة باتجاه الوضعين الأعظميين.

* توابع حركة النواس المرن:

• تابع المطال:

يعطى تابع المطال الزمني بشكل عام بالعلاقة:

$\bar{x}=x_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

حيث:

(φ , ω_0 , x_{max}) ثوابت الحركة

(x_{max}) هي سعة الحركة العظمى

(ω_0) النبض الخاص للحركة (rad/s)

(φ) الطور الابتدائي في اللحظة $t=0$ وتقدر بواحدة rad

($\omega_0 t+\varphi$) طور الحركة في اللحظة t

س: ما هو شكل تابع المطال الزمني العام في الحالات التالية:

(1) الجسم كان في مطاله الأعظمي موجب أي $x=+x_{max}$ في لحظة $t=0$؟

(2) الجسم كان في مطاله الأعظمي السالب أي $x=-x_{max}$ في لحظة $t=0$؟

Subject:

③ الجسم كان في مطال $x = \frac{x_{max}}{2}$ في اللحظة $t = 0$

الحل:

① $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

شروط البدء:

$t = 0 \qquad x = +x_{max}$

$+x_{max} = x_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = 1$

$\varphi = 0\ rad$

$\Rightarrow \boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + 0)}$

② $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

شروط البدء:

$t = 0 \qquad x = -x_{max}$

$-x_{max} = +x_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = -1$

$\varphi = \pi\ rad$

$\Rightarrow \boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \pi)}$

③ $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \qquad x = \frac{+x_{max}}{2}$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max}\cos(0+\varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow$ إما $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$ أو $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad$

$\boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{3})}$

تمثيل تابع مطال بيانياً:

$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

شروط البدء:

$t = 0 \qquad x = x_{max}$

$\Rightarrow x_{max} = x_{max}\cos(0+\varphi)$

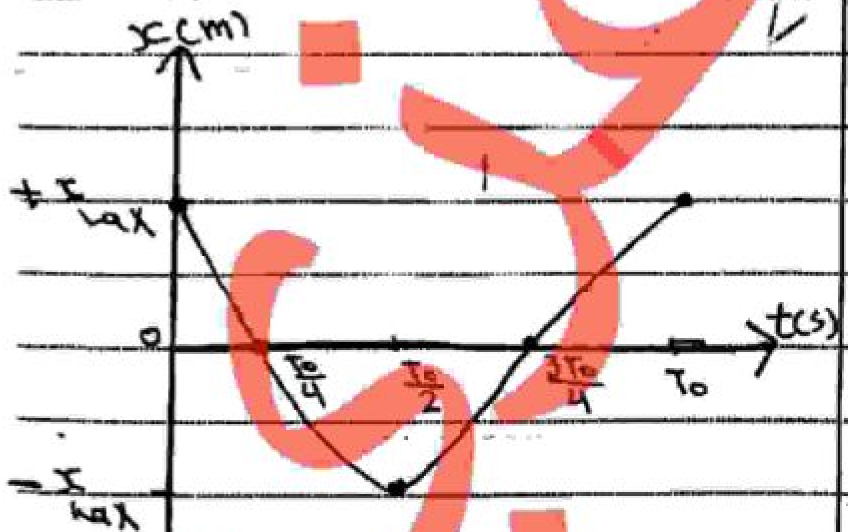
$\cos\varphi = +1$

$\varphi = 0\ rad$

تابع مطال بالشكل المختزل:

$\boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t)}$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\omega_0 t = \frac{2\pi}{T_0} t$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\bar{x}$	$+x_{max}$	0	$-x_{max}$	0	$+x_{max}$



ملاحظة:

* $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad \Rightarrow$ تجعل $v < 0$

* $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad \Rightarrow$ تجعل $v > 0$

Subject :

تابع السرعة:

$V = (\bar{x})'_t$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

حيث: $V_{max} = \omega_0 x_{max}$ هي السرعة العظمى للجسم المهتز

حسب شروط البدء التي أخذناها:

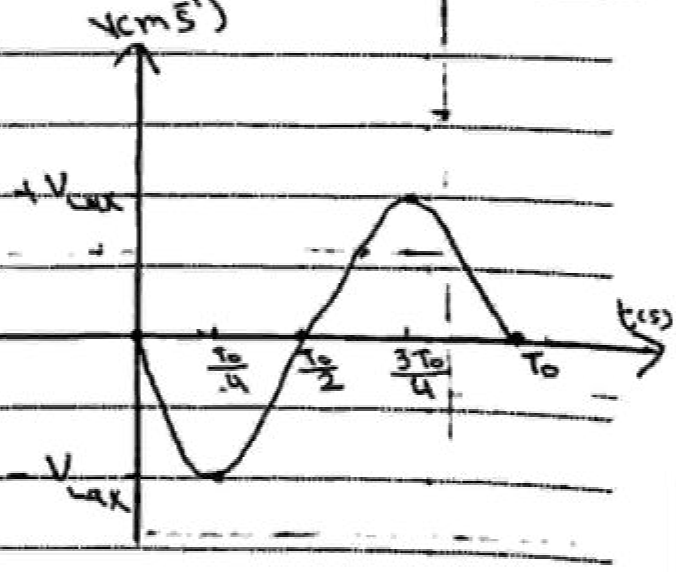
$t = 0 \quad x = x_{max}$

$x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t)$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
V	0	$-V_{max}$	0	$+V_{max}$	0



تابع التسارع:

$a = (\bar{V})'_t = (\bar{x})''_t$

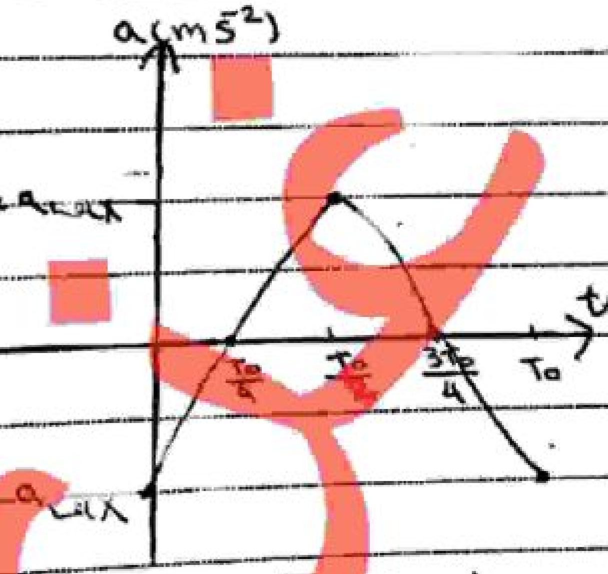
$a = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث: $a_{max} = +\omega_0^2 x_{max}$ تسارع أعظمي للجسم المهتز

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow a = -\omega_0^2 x$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-a_{max}$	0	$+a_{max}$	0	$-a_{max}$



س: انطلاقاً من قانون مصونية الطاقة أثبت أن حركة النواس المرن جيبية انسحابية ثم أوجد علاقة الدور لهذا النواس.

$E = E_p + E_k$

$\frac{1}{2}Kx_{max}^2 = E = const$

$E_p = \frac{1}{2}Kx^2$, $E_k = \frac{1}{2}mV^2$

$\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2 = const$

باشتقاق طرفي بالنسبة للزمن:

$V = (\bar{x})'_t$

$\frac{1}{2}(2)Kx(\bar{x})'_t + \frac{1}{2}(2)mV(\bar{V})'_t = 0$

$Kx(\bar{x})'_t + m(\bar{x})'_t(\bar{x})'_t = 0$

$-m(\bar{x})''_t = K\bar{x}$

① $(\bar{x})''_t = \frac{-K}{m}\bar{x}$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$V = (\bar{x})'_t = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = (\bar{x})''_t = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x}$ ②

بمقارنة ① و ② نجد:

$\frac{-K}{m}\bar{x} = -\omega_0^2\bar{x}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ مقادير m، K موجبة

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$

أي حركة النواس المرن جيبية انسحابية.

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$

س- أثبت صحة العلاقة الرياضية التالية:

$V = \sqrt{\omega_0^2(x_{max}^2 - x^2)}$

$V = \omega_0\sqrt{(x_{max}^2 - x^2)}$

الحل:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$V = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{x}{x_{max}}$ ①

$\sin(\omega_0 t + \varphi) = \frac{-V}{\omega_0 x_{max}}$ ②

$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{x_{max}^2} + \frac{V^2}{\omega_0^2 x_{max}^2} = 1$

$\frac{x^2\omega_0^2 + V^2}{\omega_0^2 x_{max}^2} = 1$

$V^2 = \omega_0^2 x_{max}^2 - \omega_0^2 x^2$

$V^2 = \omega_0^2(x_{max}^2 - x^2)$

$V = \sqrt{\omega_0^2(x_{max}^2 - x^2)}$

$V = \omega_0\sqrt{x_{max}^2 - x^2}$

س- برهن أن الطاقة الكلية في الهزازة التوافقية البسيطة هي طاقة ثابتة وبين أنها تتناسب طرداً مع سعة الحركة ثم ارسم المنحني البياني لتغيرات طاقة الحركية والكامنة في نواس المرن وما هو شكل الطاقة عند: المطالين العظميين وعند وضع التوازن؟

الحل:

$E = E_K + E_p$ ---- (*)

$E_p = \frac{1}{2} K x^2$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_p = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ ---- (1)

$E_K = \frac{1}{2} m V^2$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_K = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ ---- (2)

نعوض (1) و (2) في (*):

$K = m \omega_0^2$

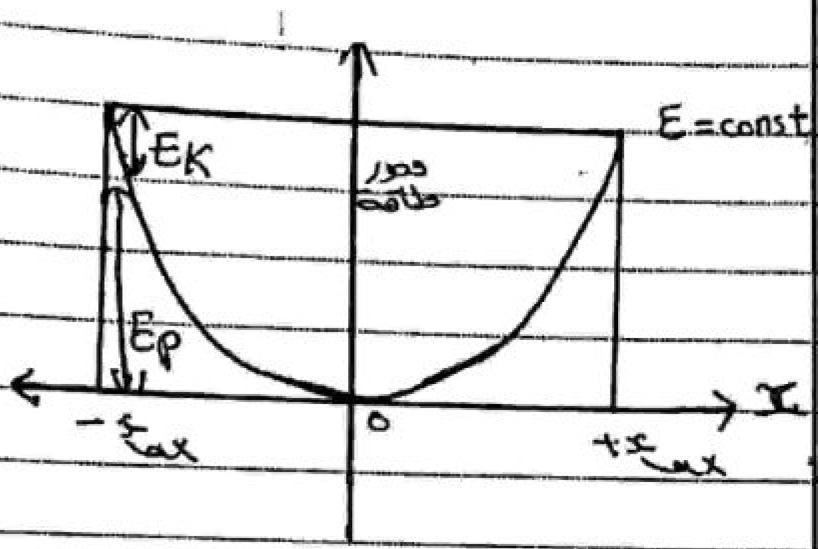
$$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \boxed{\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)}$$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = const$

الطاقة الميكانيكية الكلية تتناسب طرداً مع سعة الحركة مربعها العظمى.

$x = 0 \Rightarrow E = E_K$

$x = \pm x_{max} \Rightarrow E = E_p$



ملاحظات هامة للمسائل:

(1) $E_K = \frac{1}{2} m V^2$

E_K طاقة حركية للجسم مهتز في حركة توافقية بسيطة (J)

V سرعة جسم مهتز (ms^{-1})

m كتلة جسم مهتز (Kg)

(2) $E_p = \frac{1}{2} K x^2$

E_p الطاقة الكامنة للجسم مهتز (J)

K ثابت صلابة نابض (N/m)

(3) $E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$

E الطاقة الكلية (ميكانيكية) للجسم مهتز (J)

x_{max} سعة الحركة العظمى (m)

Subject:

/ /

④ في حال طلب حساب الطاقة حركية E_K عند مطال x
نحسب أولاً E_p عند x
ثم $E_K = E - E_p$
ويمكن حساب الطاقة الحركية من سرعة جسم مهتز حيث:
$$E_K = \frac{1}{2} m V^2$$

⑤ في حال طلب حساب الطاقة الكامنة E_p عند سرعة V
نحسب أولاً E_K عند V
ثم $E_p = E - E_K$
ويمكن حساب الطاقة الكامنة من مطال حركة:
$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

اختبر نفسي ص 16+17

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1 (d) $\bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$

من الرسم، $x_{max} = 8cm = 0.08 m$

$\omega_0 = \pi \ rad/s$

حسب شروط البدء: $\left(t = 0, \ x = -x_{max} \right)$

$\Rightarrow -x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = -1$

$\varphi = \pi \ rad$

2 (c) $\bar{V} = -0.12\pi \sin 2\pi t$

لأن من الرسم:

$V_{max} = 0.12\pi \ m/s$

$\frac{T_0}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = 1s$

حسب شروط البدء:

$\left. \begin{array}{l} t = 0 \\ x = x_{max} \end{array} \right\} \varphi = 0 \ rad$

3 (d)

ثانياً:

1 موجود الحل ضمن شرح الدرس.

2 الدراسة التحريكية (f)

جملة مدروسة: نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة مثبت بنهايته جسم.

القوى المؤثرة:

$\vec{W}$ قوة ثقل جسم

$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض

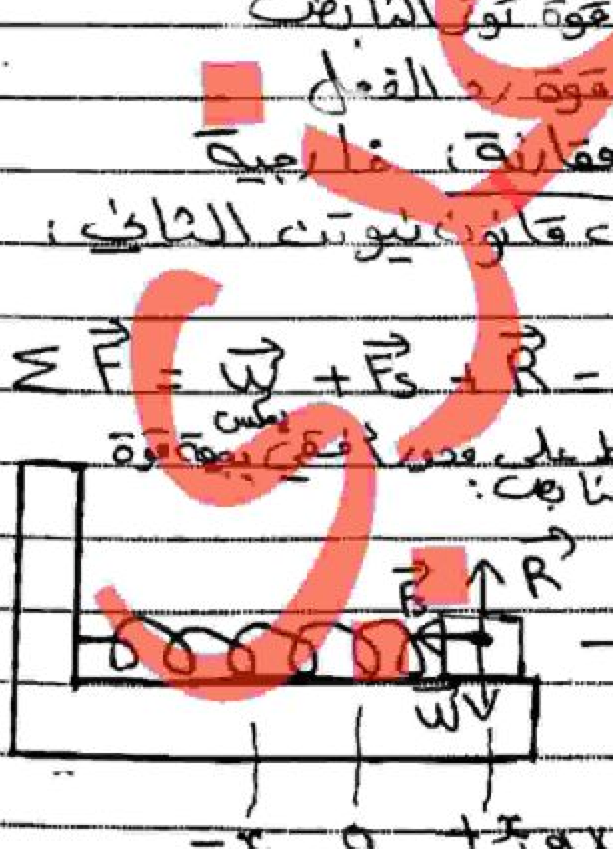
$\vec{R}$ قوة رد الفعل

جملة مقارنة: خارجية

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{W} + \vec{F_s} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور بعكس جهة قوة توتر النابض:



Subject: ______ / /

$$-F_s + 0 + 0 = ma$$

$$ma = -Kx$$

$$a = (\bar{x})''_t = \frac{-K\bar{x}}{m} \quad \text{--- } (1)$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي على الشكل

$$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x} \quad \text{--- } (2)$$

بمقارنة (1) و (2) نجد:

$$\frac{-K\bar{x}}{m} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

مقادير موجبة K, m

$$\omega_0 > 0$$

حركة النواس مرن جيبية لمستطيلية

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

التابع الزمني لمطال حركة:

$$\bar{x} = x_{max} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x_A = -\frac{x_{max}}{2}$$

$$\Rightarrow E_{p_A} = \frac{1}{2} K x_A^2$$

$$= \frac{1}{2} K \left(\frac{-x_{max}}{2}\right)^2$$

$$E_{p_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$$

$$\Rightarrow E = E_p + E_K$$

$$E_{K_A} = E - E_{p_A}$$

$$E_{K_A} = \frac{1}{2} K x_{max}^2 - \frac{1}{4} K x_{max}^2$$

$$E_{K_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$$

$$x_B = +\frac{x_{max}}{2}$$

$$\Rightarrow E_{p_B} = \frac{1}{4} K x_{max}^2 = E_{p_A}$$

$$\Rightarrow E_{K_A} = E_{K_B}$$

$\boxed{3}$

(a) الانفصال في مركز الاهتزاز وباتجاه $-x_{max}$ يعقد في شاقولي نحو الأعلى في مركز الاهتزاز السرعة عظمى إذاً حركة تكون متغيرة بانتظام ولها طورين:

الأول: صعود متباطئة بانتظام

الثاني: هبوط متسارعة بانتظام

(b) الانفصال في مطال أعظمي موجب، سقوط حر لأن السرعة الابتدائية معدومة وبذلك تكون طبيعة الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام

ثالثاً: حل مسائل ص 17 + 18

مسألة أولى:

معطيات:

$K = 10\ N/m$

$x = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

① ثوابت الحركة $(\omega_0, x_{max}, \varphi)$

$\omega_0 = \pi\ rad/s$

$x_{max} = 0.1\ m$

$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

حساب الدور الخاص:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi}$

$T_0 = 2\ s$

② حساب كتلة جسم m:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 40\frac{m}{K}$

$m = \frac{T_0^2 K}{40} = \frac{(2)^2 \times 10}{40}$

$m = \frac{40}{40} = 1\ Kg$

③ $V = ?$ $x = 5\ cm$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (5\times10^{-2})^2$

$E_p = 5 \times 25 \times 10^{-4}$

$E_p = 125 \times 10^{-4}\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.1)^2$

$E = 5 \times 10^{-2} = 500 \times 10^{-4}\ J$

$E = E_p + E_K$

$E_K = E - E_p = 500\times10^{-4} - 125\times10^{-4}$

$E_K = 375 \times 10^{-4}\ J$

$E_K = \frac{1}{2} m V^2$

$V^2 = \frac{2E_K}{m} = \frac{2\times375\times10^{-4}}{1}$

$V^2 = 750 \times 10^{-4}$

$V = 5\sqrt{30} \times 10^{-2}\ m/s$

طلبات إضافية:

④ استنتاج قيمة الاستطالة السكونية لهذا النابض ثم حساب قيمتها؟

⑤ عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

⑥ حساب قيمة السرعة الخطية لحظة مرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

⑦ حساب الطاقة ميكانيكية للنواس المرن في الحالتين:

أ- في وضع التوازن؟

ب- في وضع المطال الأعظمي؟

⑧ كتابة التابع الزمني لسرعة جسم وتابع تسارع الجسم؟

⑨ حساب قيمة التسارع الأعظمي للجسم وقيمة السرعة الأعظمية للجسم؟

⑩ عند مطال قدره $x = 8\ cm$ احسب كلاً من شدة قوة الإرجاع والطاقة الكامنة؟ والتسارع؟

Subject :

مسألة ثانية: ص 18

$x_{max} = 10\times10^{-2}\,m = 0.1\,m$

$m = 0.4\,kg$

$E = 0.05\,J$

① حساب K:

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$

$K = \frac{2E}{x_{max}^2} = \frac{2\times5\times10^{-2}}{(10^{-1})^2}$

$K = \frac{2\times5\times10^{-2}}{10^{-2}} = 10\,N/m$

② حساب T_0:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{10}}$

$T_0 = \frac{4}{\pi}\,s$

③ السرعة تكون عظمى في مركز الاهتزاز

$x = 0 \Rightarrow E = E_K = 5\times10^{-2}\,J$

$\frac{1}{2} m v^2 = E$

$v^2 = \frac{2E}{m}$

$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2\times5\times10^{-2}}{4\times10^{-1}}}$

$v = \frac{1}{2} = 0.5\,m/s$

مسألة ثالثة:

$m = 1\,kg$

$\left.\begin{matrix} n = 10 \\ t = 8\,s \end{matrix}\right\} T_0 = \frac{t}{n} = \frac{8}{10}$

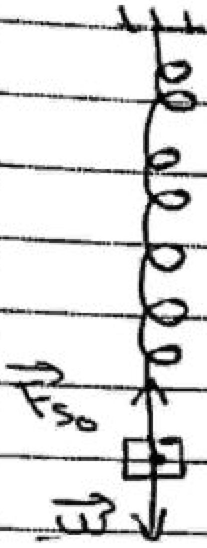
$T_0 = 0.8\,s$

يرسم جسم مهتز قطعة مستقيمة

$2x_{max} = 24\times10^{-2}\,m$

$x_{max} = 12\times10^{-2}\,m$

① استنتاج x_0:



حالة السكون:

$\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\vec{W} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأسفل:

$w - F_{s_0} = 0$

$w = F_{s_0} = K x_0$

حيث x_0 استطالة سكونية:

$x_0 = \frac{mg}{K}$

$x_0 = \frac{1\times10}{K}$

حساب K: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 40\,\frac{m}{K}$

$K = \frac{40m}{T_0^2} = \frac{40\times1}{(8\times10^{-1})^2}$

$K = \frac{40}{8\times8\times10^{-2}}$

$K = \frac{500}{8} = 62.5\,N/m$

Subject :

$E_K = E - E_p = 0.45 - 0.05$

$E_K = 0.4\ J$

مسألة الرابعة:

$K = 16\ N/m \quad T_0 = 1S$

$x_{max} = 0.1m$

شروط البدء: $\left(\begin{array}{ll} t=0 & \\ x = \frac{x_{max}}{2} & V<0 \end{array} \right)$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ①

ثوابت الحركة $(x_{max}, \omega_0, \varphi)$

$x_{max} = 0.1\ m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/s$

شروط بدء $\left(\begin{array}{l} t=0 \\ x = \frac{x_{max}}{2} \\ V<0 \end{array} \right)$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad & \text{مقبول} \\ \frac{5\pi}{3}\ rad & \text{مرفوض لأنها تجعل } V>0 \end{cases}$

$\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

$\bar{x} = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\boxed{2}$ وضع توازن $x = 0$

$\Rightarrow 0 = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0$

$x_0 = \frac{10}{62.5} = \frac{100 \div 25}{625 \div 25} = \frac{4}{25}\ m$

$\boxed{2}$ $V_{max} = \omega_0 x_{max}$

حساب ω_0:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{20\pi}{8}$

$\omega_0 = \frac{5\pi}{2}\ rad/s$

$V_{max} = \frac{5\pi}{2} \times 12 \times 10^{-2}$

$V_{max} = 0.3\pi\ m/s$

$\boxed{3}$ $a = -\omega_0^2 x$

$x = 10 \times 10^{-2}\ m$

$a = -(\frac{5\pi}{2})^2 \times 10^{-1}$

$a = -\frac{25 \times 10}{4} \times 10^{-1} = -6.25\ m/s^2$

$\boxed{4}$ $x = -4 \times 10^{-2}\ m$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (-4 \times 10^{-2})^2$

$E_p = \frac{1}{2} \times 62.5 \times 16 \times 10^{-4}$

$E_p = 5 \times 10^{-2}\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (12 \times 10^{-2})^2$

$E = 0.45\ J$

Subject: ______ / /

الدرس الثاني:

((الاهتزازات جيبية دورانية))
(الدورانية نواس فتل غير متخامد)

+ ملاحظة هامة:

① نواس الفتل نواس في مستوٍ أفقي.

② ساق أو قرص + سلك فتل معلق بالمركز ⇐ نواس الفتل

س هام انطلاقاً من العبارة:

$(\bar{\theta})''_t = \frac{-K}{I} \bar{\theta}$

اثبت أن حركة النواس الفتل جيبية دورانية واستنتج علاقة الدور مع شرح دلالات الرموز هل الدور يتعلق بسعة الحركة؟

$(\bar{\theta})''_t = \frac{-K}{I} (\bar{\theta})$ — ①

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta}$ — ②

بمقارنة ① و ② نجد:

$\frac{-K}{I_0} \theta = -\omega_0^2 \theta$

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K \quad (\div \pi)$

$\Rightarrow 2t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K \quad (\div 2)$

$t + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{K}{2}$

$t = \frac{1}{12} + \frac{K}{2}$

مرور أول: $K = 0$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}$ (s)

مرور ثالث: $K = 2$

$\Rightarrow t_3 = \frac{1}{12} + \frac{2}{2} = \frac{13}{12}$ s

شدة قوة الارجاع: $x = 0.1$ m

$F = Kx = 16 \times 0.1$

$F = 1.6$ N

③ $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 40 \frac{m}{K}$

$m = \frac{K T_0^2}{40} = \frac{16 \times (1)^2}{40}$

$m = \frac{8 \times 2}{8 \times 5} = 0.4$ Kg

الدور في النواس المرن لا يتعلق بسعة حركة x و x_{max}

يتعلق بالجذر التربيعي لـ m

Kg