نموذج أمتحاني درس الحركة التوافقية البسيطة (النواس المرن)

السؤال الأول:أختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:(50علامة)

1-أي من العبارات التالية تعبر عن قانون الطاقة الكامنة المرونية:

A)$K=2Ep/Xmax^2$. B)$K=2Ep/X$. C)$K=2Ep/X^2$. D)$K=2Ep/Xmax$

2-هزازة توافقية بسيطة تابع مطالها يعطى بالشكل$X=2\cos(\pi t)$ فيكون قيمة السرعة العظمى الخطية هيا:

A)2m/s. B)-2πm/s. C)$2\pi m/s^2$. D)2πm/s

3-نواس مرن دوره الخاص يقدر ب4S فإن قيمة تسارع الخطي للنواس عند مطال2cm- يكون:

A)0,05m/s². B)0.5m/s². C)5m/s². D)0.005m/s²

4-ينتقل المركز الصلب للنواس المرن غير متخامد في اللحظة t=0 من-Xmax إلى Xmax فيرسم قطعة مستقيمة 8cm اذا علمت أن قيمةk=10N/m فان قيمة طاقة ميكانيكية الكلية هو:

A)0,32J. B)0.008J. C)3،2J. D) 0,08J

5-نواس مرن دوره الخاصTo وكتلتهاm نقوم بمضاعفة الكتلة أربع أضعاف ما كان عليه فإن 'To يكون :

.A)To'=To. B) To'=4To. C)To'=2To. D)To'=2½To

السؤال الثاني:(25علامة)

انطلاقاً من المعادلة التفاضلية :**$X)``t=-KX/m$**برهن أن حركة الجسم الصلب المعلق بالنابض في النواس المرن غير المتخامد حركة جيبية انسحابية توافقية بسيطة ، ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس؟

السؤال الثالث:(25علامة)

استنتج علاقة الطاقة الميكانيكية في الحركة التوافقية البسيطة (النواس المرن غير المتخامد)؟وما طبيعة التناسب بين الطاقة وسعة الحركة وما شكل الطاقة عند وضع التوازن؟

السؤال الرابع:(30علامة)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

انطلاقاً من التابع الزمني للمطال في النواس المرن: x = Xmax cos Wot
والمطلوب:1-استنتج التابع الزمني لسرعة الجسم المعلق بالنابض وما قون السرعة العظمى؟ 2-أرسم المنحني البياني لتغيرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور واحد ، إذا علمت أنه في اللحظة t=0 كانت x=+Xmax؟

السؤال الخامس:أجب عن أحد السؤالين التاليين:(20علامة)

1-انطلاقاً من التابع الزمني للمطال في النواس المرن:x = Xmax cos Wot
والمطلوب:A)استنتج تابع تسارع الجسم بدلالة مطال الحركةX ثم حدد باستخدام العلاقات المناسبة الأوضاع التي يكون فيها التسارع :
1- أعظمياً (طويلةً)؟ 2-معدوماً؟
B)هل التسارع ثابت أم متغير فسر أجابتك؟
2-في النواس المرن الحركة التوافقية البسيطة يطلب منكم ما يلي:
A)كتابة عبارة الطاقة الكامنة والكلية؟
B)كيف يتغير الطاقة عند الانتقال من المطاليين الاعظميين إلى وضع التوازن وبالعكس؟

السؤال السادس:حل المسائل التالية:

المسألة الأولى:(80علامة)

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتهاg100 معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي تهتز بدورs2 وبسعة اهتزازcm16 بفرض مبدأ الزمن تكون نقطة في مطالها الاعظمي الموجب والمطلوب:
1-أستنتج تابع الزمني لمطال الحركة بعد تعيين قيم الثوابت؟
2-تعيين لحظة مرور الأول للنقطة من وضع التوازن وحساب قيمة السرعة العظمى؟ 3-حساب قيمة ثابت صلابة نابض؟
4-حساب تسارع نقطة مادية عند مطالcm4؟
5-حساب قيمة طاقة ميكانيكية؟ 6-حساب قيمة الاستطاعة السكونية؟

المسألة الثانية:(70علامة)

تهتز نقطة مادية كتلتهاm بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابتهN/m120 بحركة توافقية بسيطة دورها الخاصs/5π وبسعة اهتزازcm10 بفرض مبدأ الزمن تكون نقطة في مطال Xmax/2وبالاتجاه السالب والمطلوب: 1)أستنتج تابع الزمني لسرعة نقطة مادية بعد تعيين قيم -2-

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثوابت؟ 2-حساب سرعة الخطية عند لحظة مرور الأول والثاني للنقطة من وضع التوازن وحساب تسارع الاعظمي؟

3-حساب قيمة الكتلة؟ 4-حساب شدة قوة الارجاع عند مطال5cm؟

5-حساب قيمة الطاقة الكامنة عند مطال 6cm؟

المسألة الثالثة:(50علامة)

نواس مرن شاقولي مؤلف من نابض مرن ونقطة مادية كتلتها100g يهتز ب10هزات خلال 10s وبسعة اهتزاز 12cm بفرض مبدأ الزمن تكون نقطة في مطالها الاعظمي السالب والمطلوب:

1-أستنتج تابع الزمني لمطال الحركة بعد تعيين قيم الثوابت؟

2-حساب قيمة ثابت صلابة نابض؟ 3-حساب تسارع نقطة مادية عند مطال4cm؟

4-حساب قيمة السرعة العظمى والتسارع الاعظمي؟

المسألة الرابعة:(50علامة)

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابة نابض 10N/mمعلق به جسم كتلته0،32kg وطاقته ميكانيكية 0،05J والمطلوب:1-حساب قيمة سعة الاهتزاز الاعظمي؟

2-حساب قيمة الدور الخاص؟. 3-حساب قيمة الاستطاعة السكونية؟

4-حساب قيمة الطاقة الحركية عند مرور بوضع التوازن؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الأول:

أ) التمرين: ① (C) ② (D) ③ (A) ④ (B) ⑤ (C)

الحل الثاني: $a = -\frac{K}{m}x$ ، $a = \ddot{x}$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x$ ②

من ① و ② نجد:

$-\frac{Kx}{m} = -\omega_0^2 x$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

مقادير K و m موجبة $\omega_0 > 0$ دائما

من جهة أخرى $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

الحل الثالث:

$E = E_p + E_K$

$E_p = \frac{1}{2}Kx^2$

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$E_p = \frac{1}{2}Kx_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ ①

$E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_K = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$K = m\omega_0^2$

$E_K = \frac{1}{2}Kx_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ ②

نعوض ① و ② في:

$E = \frac{1}{2}Kx_{max}^2[\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$E = \frac{1}{2}Kx_{max}^2$

E تتناسب طردا مع مربع سعة وكذا مع x_{max}

عند وضع التوازن تنعدم $x = 0$

فينعدم الطاقة الكامنة $E_p = 0$

فتتصبح $E = E_K$

الحل الرابع:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

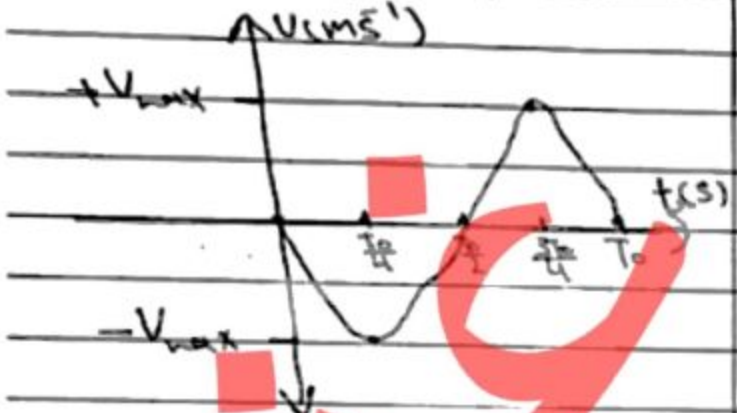
① $v = \dot{x}$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$v_{max} = \omega_0 x_{max}$ نستنتج من العلاقة

② جدول:

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\omega_0 t = \frac{2\pi}{T_0}t$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(\omega_0 t)$	0	1	0	-1	0
v	0	$-V_{max}$	0	$+V_{max}$	0



الحالة الخامسة (المتابعة)

① $x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

المتابع يكون ممدود في وضع توازن وأعظمي في الوضعيين طوليين الأعظميين.

ب- المتابع متجانس وليس ثابت حسب علاقة $x = -\omega^2 x$ تناسب المتابع ظل طردا مع مطال x وتعاكسه بالإشارة.

② $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ $E = \frac{1}{2}Kx_{max}^2$

ب- عند الانتقال من وضع توازن للمطال الأعظمي موجب تنقص طاقة حركية وتزداد طاقة كامنة إلى أن يصبح الطاقة الكلية طاقة كامنة فقط. وعند الانتقال من وضع مطال أعظمي موجب إلى وضع التوازن تنقص الطاقة الكامنة وتزداد طاقة الحركية إلى أن يصبح الطاقة الكلية طاقة حركية فقط.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الأول:

الحالة الأولى: $m = 0{,}1\,kg = 100\,g$

$T_0 = 2\,S$ $\quad x_{max} = 0{,}16\,m$

شروط البدء: $(t=0 \quad x = x_{max})$

① $x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثابت حركة $x_{max} = 0{,}16\,m$

$T_0 = 2\,S \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad\,s^{-1}$

شروط البدء: $(t=0 \;/\; x = x_{max})$

$x_{max} = x_{max}\cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad$

$x = 0{,}16\cos(\pi t + 0)$

② وضع توازنه: $x = 0$

$0 = 0{,}16\cos(\pi t)$

$\cos(\pi t) = 0 \Rightarrow \pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$t = \frac{1}{2} + k$

مرورها الأول $k = 0$

$t_{1} = \frac{1}{2}\,S$

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -(\pi)(0{,}16)\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -0{,}5\sin(\pi t)$ $\quad 16\pi = 50$

عند أول $t = \frac{1}{2}\,S$

$v = -0{,}5\sin(\frac{\pi}{2}) = -0{,}5\,m\,s^{-1}$

③ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{K}$

$K = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = \frac{40 \times 0{,}1}{(2)^2} = 1\,N/m$

④ $a = -\omega_0^2 x$

$a = -(\pi)^2(4 \times 10^{-2})$

$a = -0{,}4\,m\,s^{-2}$

⑤ $E = \frac{1}{2}K x_{max}^2$

$E = \frac{1}{2} \times 1 \times (16 \times 10^{-2})^2$

$E = \frac{1}{2} \times 256 \times 10^{-4}$

$E = 125 \times 10^{-4}\,J$

الحالة الثانية: $k = 120\,N/m$

$T_0 = \frac{\pi}{5}\,S$ $\quad x_{max} = 0{,}1\,m$

شروط البدء: $(t=0 \quad x = \frac{x_{max}}{2} \quad v < 0)$

① $v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = \frac{10\pi}{\pi}$

$\omega_0 = 10\,rad/s$

$x_{max} = 0{,}1\,m$

شروط البدء الثانية:

$(t=0 \quad x = \frac{x_{max}}{2} \quad v < 0)$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max}\cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2}$

$\varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{3}\,rad & \text{مقبول} \\ \frac{5\pi}{3}\,rad & \text{مرفوض} \end{cases}$

$v = -(10)(0{,}1)\sin(10t + \frac{\pi}{3})$

$v = -1\sin(10t + \frac{\pi}{3})$

② بالبدء نقوم بتعيين لحظة مرورها الأول من وضع توازنه t_1:

$x = 0{,}1\cos(10t + \frac{\pi}{3})$

$0 = 0{,}1\cos(10t + \frac{\pi}{3})$

$\cos(10t + \frac{\pi}{3}) = 0$ $\quad \pi^2 = 10$

$10t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $\quad \times\pi$

$\pi t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + k$

$\pi t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k$ $\quad (3)\;(2)$

$t = \frac{1}{6\pi} + \frac{k}{\pi}$

مرورها الأول $k = 0$

$t_1 = \frac{1}{6\pi}\,S$

نعوض في تابع السرعة:

$v = -1\sin(\frac{10}{6\pi} + \frac{\pi}{3})$ $\quad \pi^2 = 10$

$v = -1\sin(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3})$

$v = -1\sin(\frac{\pi}{2}) = -1\,m\,s^{-1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$a_{max} = \omega_0^2 x_{max}$

$a_{max} = (10)^2 (0,16)$

$a_{max} = 16\ m s^{-2}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$ ③

$m = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{120}{(10)^2} = 1,2\ kg$

$F = Kx = 120 \times 5 \times 10^{-2}$ ④

$F = 600 \times 10^{-2}\ N = 6\ N$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2$ ⑤

$E_p = \frac{1}{2} \times 120 \times (6 \times 10^{-2})^2$

$E_p = 60 \times 36 \times 10^{-4}$

$E_p = 216 \times 10^{-3}\ J$

التمرين الثاني :

$m = 100\ g$

$n = 10$ } نوجد بـ :

$\Delta t = 10s$ } $t = 0 \quad x = -x_{max}$

$x_{max} = 12 \times 10^{-2}\ m$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ①

$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{10}{10} = 1\ s$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/s$

$x_{max} = 0,12\ m$

$t = 0 \quad x = -x_{max}$ نوجد بـ :

$-x_{max} = +x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi\ rad$

$\bar{x} = 0,12 \cos(2\pi t + \pi)$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = \omega_0^2 m$ ②

$K = (2\pi)^2 (0,1) = (40 \times 0,1)$

$K = 4\ N/m$

$a = -\omega_0^2 x$ ③

$a = -(2\pi)^2 (4 \times 10^{-2})$

$a = -40 \times 4 \times 10^{-2}$

$a = -1,6\ m s^{-2}$

$V_{max} = \omega_0 x_{max}$ ④

$V_{max} = (2\pi)(12 \times 10^{-2})$

$V_{max} = 8\pi \times 3 \times 10^{-2}$

$V_{max} = 0,25\ m s^{-1}$

$a_{max} = \omega_0^2 x_{max}$ تأخذ القيمة المطلقة

$a_{max} = \omega_0 V_{max}$

$a_{max} = 2\pi \times 0,25$

$a_{max} = 0,5\pi$

$a_{max} = \frac{\pi}{2}\ m s^{-2}$

التمرين الثالث :

$K = 10\ N/m$

$m = 0,32\ kg \quad E = 0,05\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$ ①

$0,05 = \frac{1}{2} \times 10 \times x_{max}^2$

$0,05 = 5 x_{max}^2 \Rightarrow x_{max}^2 = 0,01$

$x_{max} = 0,1\ m$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ ②

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0,32}{10}} = 2 \sqrt{32 \times 10^{-3}}$

$\pi = \sqrt{10}$

CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$T_0 = 2\sqrt{32\times10^{-2}} = 2\sqrt{16\times2\times10^{-2}}$

$T_0 = 2\times4\times10^{-1}\times\sqrt{2}$

$T_0 = \frac{4\sqrt{2}}{5}\ s$

③ المعادلة الكونية:

$x_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0,32\times10}{10}$

$x_0 = 0,32\ m$

④ عند وضع التوازن $x=0 \Rightarrow E_p = 0$

$E = E_K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_{max}^2$

حيث $V_{max} = \omega_0 x_{max}$

$E_K = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_{max}^2$

$E_K = \frac{1}{2}\times32\times10^{-2}\times(\frac{2\pi}{T_0})^2(0,1)^2$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{4\sqrt{2}}{5}} = \frac{10\pi}{4\sqrt{2}} = \frac{5\pi}{2\sqrt{2}}\ rads^{-1}$

$E_K = \frac{1}{2}\times32\times10^{-2}\times(\frac{5\pi}{2\sqrt{2}})^2\times(0,1)^2$

$E_K = 16\times10^{-2}\times\frac{25\times10}{4\times2}\times10^{-2}$

$E_K = 5\times10^{-2}\ J$

انتهى نموذج أول

ضوئي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner