

السؤال الأول : (40 درجة)

(1) احسب r ، ثم اكتب عبارة u_n بدلالة n .
متتالية حسابية أساسها r وفيها $u_5 = 11$ و $u_8 = 37$ ، المطلوب :

(2) احسب المجموع $S = u_5 + u_6 + \dots + u_{18}$.

السؤال الثاني : (40 درجة)

(1) احسب u_0 ، ثم اكتب عبارة u_n بدلالة n .
متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وفيها $u_3 = 8$ ، المطلوب :

(2) احسب المجموع $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{20}$ بدلالة 2^n حيث : $n \in \mathbb{N}$.

السؤال الثالث : (40 درجة)

(1) أثبت مستعملاً الإثبات بالتدرج صحة القضيتين أيّاً كان العدد الطبيعي n .
 $n! \geq 2^{n-1}$.

(2) $3^n + 1$ من مضاعفات العدد 2 .

السؤال الرابع : (40 درجة)

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدرجية وفق :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = (u_n - 1)^2 + 1 \end{cases} \text{ عند كل } n \geq 0 \text{ . المطلوب :}$$

(1) أثبت أن $1 < u_n \leq 2$.

(2) أثبت أن المتتالية u_n متناقصة .

السؤال الخامس : (60 درجة)

ادرس إطراد كل من المتتاليات التالية :

$$1) \quad u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} ; \quad n \geq 1$$

$$2) \quad v_n = \frac{2n+1}{n-2} ; \quad n \geq 3$$

$$3) \quad \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_{n+1} = 2x_n - 3 \end{cases} ; \quad n \geq 0$$

السؤال السادس : (80 درجة)

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرّفة وفق : $u_0 = 1$ وأيّاً كان العدد الطبيعي n :
 $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$ ، ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ وفق : $v_n = u_n + 4$. المطلوب :
(1) احسب u_1 .

(2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية ، عيّن أساسها وحدّها الأول ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

(3) استنتج عبارة $(u_n)_{n \geq 0}$ بدلالة n .

(4) احسب المجموع $S = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n .