اختبار: الأعداد العقدية وتطبيقاتها 2024

الدرجة العظمى : 300 — **المدّة : ساعة ونصف**

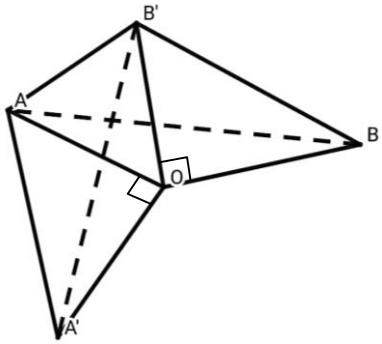
السؤال الأول: (60 درجة)

ليكن العددان العقديان $z_1 = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$ و $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$. **المطلوب:**

1) اكتب z_2 بالشكل الأسي.

2) اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكل الجبري و الأسي، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

السؤال الثاني: (30 درجة)



نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ OBB' و OAA' مثلثان قائمان ومتساويي الساقين. تمثل الأعداد a, b, a', b' النقاط A, B, A', B' على الترتيب. **المطلوب:**

- اكتب b' بدلالة b واكتب a' بدلالة a.

السؤال الثالث: (50 درجة)

ليكن z عدداً حقيقياً ما، وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد. أثبت أنّ $\frac{w.\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت.

السؤال الرابع: (60 درجة)

ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi}{7}i}$. نضع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ $S = 0$.

2) أثبت أنّ $\alpha^8 = \alpha$، واكتب العدد $\alpha - 1$ بالشكل الأسي.

السؤال الخامس: (100 درجة)

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة $P(z) = z^3 - (1+6i)z^2 + (-11+4i)z + 3 + 6i$. **المطلوب:**

1) جد الجذور التربيعية للعدد العقدي $\omega = -2i$ بالشكل الجبري.

2) جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ الذي يحقق: $P(z) = (z-i)Q(z)$.

3) حل المعادلة $Q(z) = 0$، ثمّ استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: لتكن A و B و C و D نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب $a = 1+2i$ و $b = 3i$ و $c = i$ و $d = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين.

2) أثبت أنّ النقاط A و B و D تقع على استقامة واحدة.

3) أوجد العدد ε الذي يجعل $ABCE$ مربعاً.

4) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة D' صورة النقطة D وفق تحاكي مركزه A ونسبته 2.

5) عين مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق $|z-a| = 1$.

انتهت الأسئلة

رَحِمَكَ اللّه أستاذ رامز عنيزان — أ. وائل عنيزان

أ. وائل عنيزان ٠٩٥٨٩٦٩٣٦٠