

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة المتتاليات	الجزء الأول
الدرجة : 300		الثالث الثانوي العلمي
<p><b>التمرين الأول:</b> لتكن المتتالية <math>(u_n)_{n \geq 0}</math> المعرفة بالعلاقة <math>u_n = \frac{4n+1}{2}</math> والمطلوب:</p> <p>(1) برهن أن المتتالية حسابية ، عيّن أساسها وحدها الأول.</p> <p>(2) احسب المجموع <math>u_1 + u_2 + \dots + u_{50}</math>.</p> <p>(3) هل المتتالية <math>(u_n)_{n \geq 0}</math> متقاربة ؟ برر إجابتك.</p>		
<p><b>التمرين الثاني:</b> لتكن المتتالية المعرفة بالعلاقة التدرجية <math>u_0 = \frac{1}{2}</math> ، <math>u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}</math> والمطلوب:</p> <p>(1) أوجد الحدود <math>u_1, u_2, u_3, u_4</math> ، ثم خمن عبارة <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math>.</p> <p>(2) أوجد الحد العام للمتتالية <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math> أيأ كان العدد الطبيعي <math>n</math>.</p>		
<p><b>التمرين الثالث:</b> <math>(u_n)_{n \geq 0}</math> المتتالية المعرفة بالتدريج وفق <math>u_0 = 2</math> ، <math>u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2</math> والمطلوب:</p> <p>(1) احسب <math>u_1, u_2, u_3</math> ثم استنتج أن المتتالية <math>u_n</math> ليست هندسية وليست حسابية.</p> <p>(2) أثبت أن <math>0 &lt; u_n \leq 3</math> أيأ كان العدد الطبيعي <math>n</math>.</p> <p>(3) نعرّف المتتالية <math>(v_n)_{n \geq 0}</math> من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> بالعلاقة <math>v_n = u_n - 3</math> والمطلوب:</p> <p>(i) أثبت أن المتتالية <math>(v_n)_{n \geq 0}</math> هندسية ، عيّن حدها الأول وأساسها.</p> <p>(ii) اكتب الحد العام لـ <math>v_n</math> بدلالة <math>n</math> ، ثم استنتج عبارة <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math> ،</p> <p>(iii) احسب المجموع <math>S</math> حيث : <math>S = v_0 + v_1 + \dots + v_n</math> ، ثم استنتج المجموع <math>S' = u_0 + u_1 + \dots + u_n</math>.</p>		
أيهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الأول
الدرجة : 300	التوابع: النهايات والاستمرار	الثالث الثانوي العلمي

**التمرين الأول:** حل التمرينات التالية:

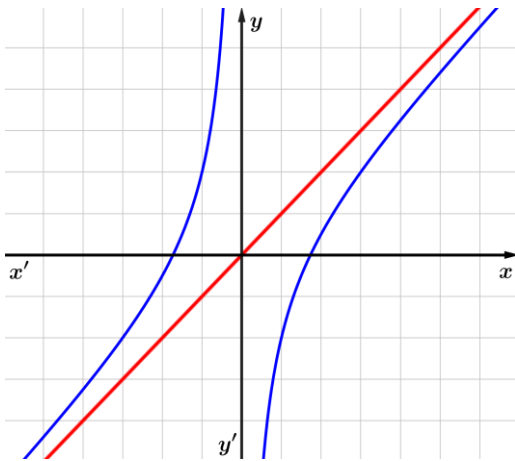
$$(1) \text{ أوجد كل من النهايتين: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x \sin x}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$$

(2) ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4 \cos x}{x^2}$  أثبت أن منصف الربع

الأول هو مقارب للخط  $C$  في جوار  $\pm\infty$

(3) ليكن التابع:  $f(x) = \begin{cases} -x+2A : x \leq 0 \\ \frac{\sin 2x}{x} + A : x > 0 \end{cases}$  المعرّف على  $\mathbb{R}$ ، عيّن  $A$  ليكون التابع  $f$  مستمر على  $\mathbb{R}$ .

(4) أوجد معادلة المستقيم  $\Delta$  المقارب للخط البياني للتابع  $f(x) = \sqrt{1+4x^2}$  في جوار  $-\infty$ .



**التمرين الثاني:** الشكل المجاور هو  $C$  الخط البياني للتابع  $f$

والمطلوب:

(1) أوجد مجموعة تعريف التابع  $f$ .

(2) أوجد النهايات ثم نظم جدول تغيرات التابع.

(3) حدد مقاربات الخط  $C$ .

(4) ادرس الوضع النسبي للخط  $C$  بالنسبة للمقارب المائل.

**التمرين الثالث:** ليكن  $f$  التابع المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$  حيث  $a, b$  أعداد

حقيقية والمطلوب:

(I) عيّن  $a, b$  إذا علمت أن الخط  $C$  يمر بالنقطتين:  $A(-1,0), B(3,8)$ .

(II) إذا علمت أن  $a=1, b=2$ :

(1) ادرس تغيرات  $f$  ونظّم جدولاً بها، ثم دل على المقارب الشاقولي.

(2) أوجد معادلة المستقيم المقارب للخط  $C$  في جوار  $\pm\infty$ ، وادرس وضعه النسبي.

(3) أثبت أن للمعادلة  $f(x) + 2 = 0$  حلين فقط حليين حقيقيين.

(4) ارسم مقاربات  $C$  ثم ارسم  $C$ .

أبهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الأول
الدرجة : 300	التوابع ، الاشتقاق	الثالث الثانوي العلمي

### حل المسألة التالية:

1 ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$  والمطلوب:

- ① ادرس تغيرات  $f$  ونظّم جدولاً بها ، محدداً المقاربات والقيم الحديّة.
- ② عيّن الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  التي تحقق:  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ .
- ③ أوجد معادلة المقارب للخط  $C$  في جوار  $\pm\infty$  ، وادرس وضعه النسبي.
- ④ أثبت أن  $I(1,2)$  مركز تناظر للخط البياني. ⑤ ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم  $C$ .
- ⑥ حدد هندسياً عدد حلول المعادلة  $x^2 - mx + m = 0$
- ⑦ أثبت أنه مهما تكن  $n \geq 2$  فإن:  $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot n!}{(x-1)^{n+1}}$

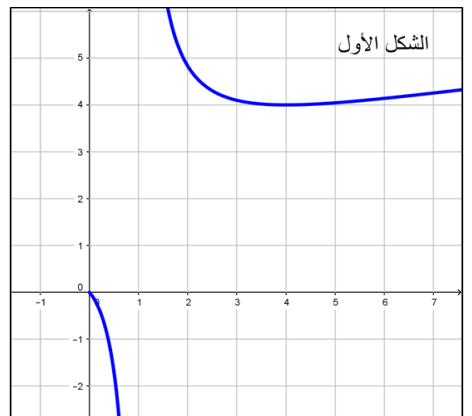
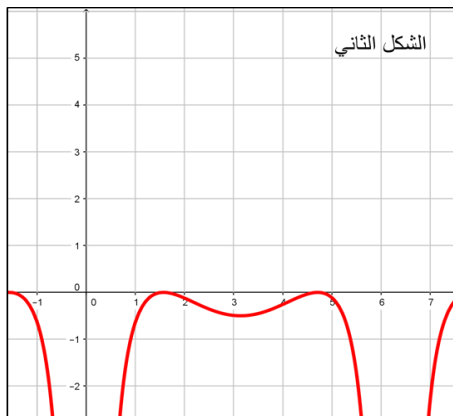
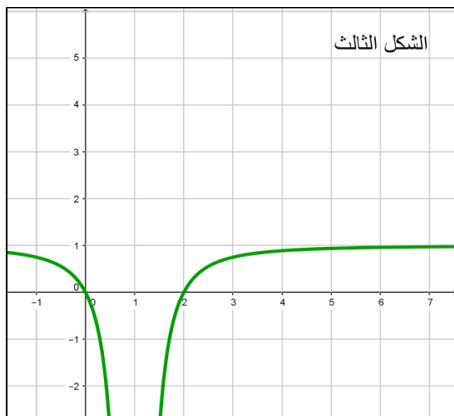
2 نعرّف التابع  $g(x) = f'(x)$  خطه البياني  $C'$  ، والمطلوب:

- ① أثبت أن  $C'$  يقبل مقاربين أحدهما شاقولي والآخر أفقي.
- ② اكتب معادلة المماس  $d'$  للخط  $C'$  في نقطة منه فاصلتها 2.
- 3 نعرّف التابع  $h(x) = f(\cos x)$  خطه البياني  $C_1$  ، والمطلوب:
  - ① أوجد مجموعة تعريفه ، وأثبت أنه دوري ودوره  $2\pi$  ، وزوجي.
  - ② نظّم جدولاً بتغيرات  $h$  على المجال  $]0, \pi]$ .

4 نعرّف التابع  $k(x) = f(\sqrt{x})$  خطه البياني  $C_2$  والمطلوب:

- ① هل  $k$  اشتقاقي عند الصفر .
- ② احسب قيمة تقريبية للمقدار  $k(9,3)$ .

5 الأشكال التالية تمثل الخطوط البيانية للتوابع:  $g, h, k$  دل على الخط البياني لكل تابع مع التعليل



أبهم الشاعر

انتهت الأسئلة

بالتوفيق للجميع

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الأول
الدرجة : 300	نهاية متتالية	الثالث الثانوي العلمي

### حل المسألة التالية:

1 لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة التدرجية  $u_0 = -1$  و  $u_{n+1} = f(u_n) = \frac{5u_n + 8}{u_n + 3}$  والمطلوب:

①  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $]-3, +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{5x + 8}{x + 3}$

- ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظّم جدولاً بها.
- أثبت أن  $-1 \leq f(x) \leq 5$  أيّاً كانت  $-1 \leq x \leq 5$ .
- ارسم  $C$  ثم ارسم المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x$ ، عيّن نقطة تقاطع الخط  $C$  مع المستقيم  $d$ .

② مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$ ، ثم أثبت أنها محدودة وادرس اطرادها.

③ استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة واحسب نهايتها.

2 نعرّف المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة  $v_0 = 5$  و  $v_{n+1} = f(v_n)$  والمطلوب:

① أثبت أن  $v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{7(v_n - u_n)}{(v_n + 3)(u_n + 3)}$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$ .

② أثبت أن  $v_n \geq 4$ ،  $u_n \geq -1$  و  $v_n - u_n \geq 0$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$ .

③ أثبت أن  $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(v_n - u_n)$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$ .

④ استنتج أن  $v_n - u_n \leq \frac{7}{2^n}$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية  $(v_n - u_n)$ .

⑤ أثبت أن المتتاليتين  $v_n, u_n$  متجاورتين.

3 نعرّف المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة  $w_n = \frac{v_n - 4}{v_n + 2}$  والمطلوب:

① أثبت أن المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  هندسية، عيّن حدها الأول وأساسها.

② أوجد عبارة  $w_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم ادرس نهاية المتتالية  $w_n$ .

4 نعرّف المتتالية  $y_n = f(n)$  اعط متتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}, (z_n)_{n \geq 0}$  تحقق  $x_n < y_n < z_n$ .

5 أثبت أن المتتالية المعرفة بالعلاقة التدرجية  $t_0 = 4$  و  $t_{n+1} = f(t_n)$  ثابتة.

أيهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الأول
الدرجة : 300	التابع اللوغاريتمي	الثالث الثانوي العلمي

### حل المسألتين التاليتين:

**المسألة الأولى:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع المعرفّ بالعلاقة  $f(x) = x + 1 - \ln\left|\frac{x}{x-2}\right|$  والمطلوب:

- ① عيّن  $D_f$  مجموعة تعريف التابع  $f$  ، ثم ادرس تغيراته ونظّم جدولاً بها ، محدداً مقاربات  $C$ .
- ② أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل للخط  $C$  ، وادرس وضعه النسبي.
- ③ أوجد معادلة المستقيم  $\Delta$  المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 1$ .
- ④ عيّن  $A$  نقطة تقاطع المستقيمين  $d, \Delta$  ، ثم أثبت أن  $A$  مركز تناظر للخط  $C$ .
- ⑤ عيّن  $B, E$  نقطتي تقاطع المستقيمين  $d, \Delta$  مع محور الفواصل ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABE$ .
- ⑥ ارسم المستقيمين  $d, \Delta$  ، ثم ارسم  $C$ .

**المسألة الثانية:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفّ بالعلاقة  $f(x) = \ln(x+2) + \ln(x+1)$  والمطلوب:

- ① عيّن  $D_f$  مجموعة تعريف التابع  $f$  ، ثم ادرس تغيراته ونظّم جدولاً بها ، محدداً مقاربات  $C$ .
- ② أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد أيّاً كانت  $x$  من  $D_f$  ، ثم أوجد القيمة الحقيقية لهذا الجذر.
- ③ أثبت أن  $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 3$  أيّاً كانت  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ .
- ④ ارسم المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x$  ، و ارسم مقاربات  $C$  ثم ارسم  $C$ .
- ⑤ لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعرفّة بالعلاقة  $u_0 = 0, u_{n+1} = \ln(u_n + 2) + \ln(u_n + 1)$  ، مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية  $u_n$  ، ثم استنتج أنها متقاربة.

أبهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الأول
الدرجة : 300	التابع الأسّي	الثالث الثانوي العلمي

**السؤال الأول:** ① نعتبر المعادلة التفاضلية  $(E') : y' - y = \frac{e^x}{x^2}$

① حل المعادلة التفاضلية  $(E') : y' - y = 0$

② ليكن  $g$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}^*$  بالعلاقة  $g(x) = \frac{e^x}{x}$  ، أثبت أن  $g$  حل للمعادلة  $(E)$

② ليكن  $h$  تابع اشتقاقي على  $\mathbb{R}^*$

① بيّن أن  $(h - g)$  حلاً للمعادلة  $(E')$  إذا وفقط إذا كان  $h$  حلاً للمعادلة  $(E)$

② استنتج جميع حلول المعادلة  $(E)$

**السؤال الثاني:** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = 9^x - 4 \cdot 3^x + 3$

① أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ، ثم حدد مقاربات  $C_f$ .

② أوجد  $f'(x)$  ثم استنتج أن إشارة  $f'$  من إشارة  $(3^x - 2)$  ، حدد إشارة  $f'$ .

③ نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f$ .

④ حل المعادلة  $f(x) = 0$  ثم استنتج نقاط تقاطع  $C_f$  مع محور الفواصل.

⑤ ارسم ما وجدته من مقاربات ، ثم ارسم  $C_f$ .

**السؤال الثالث:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$

① ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها.

② احسب  $f(x) + f(-x)$  ثم استنتج أن النقطة  $A(0,2)$  مركز تناظر للخط  $C$ .

③ أثبت أن  $C$  يقبل مماساً  $d$  يوازي محور الفواصل ، أوجد معادلته.

④ أثبت أن  $C$  يقبل منصف الربع الأول مقارباً مائلاً له في جوار  $+\infty$ .

⑤ أوجد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x + 4))$  ثم فسّر النتيجة هندسياً.

④ ارسم  $d$  ومقاربات  $C$  ، ثم ارسم  $C$ .

أيهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الثاني
الدرجة : 300	الأشعة في الفراغ	الثالث الثانوي العلمي

**التمرين الأول:** نتأمل في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقاط التالية:

$A(0, 2, -2), B(-1, 2, -1), C(-2, 1, 1), D(0, 3, -3)$  والمطلوب:

- أثبت أن النقاط  $A, B, C, D$  تقع في مستوي واحد.
- أثبت أن النقاط  $B, C, D$  على استقامة واحدة ، وعيّن  $\beta, \gamma$  لتكون  $D$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثلثتين  $(B, \beta), (C, \gamma)$ .
- أثبت أن المثلث  $ABD$  متساوي الساقين ، احسب مساحته.
- $I$  منتصف  $AD$  ، هل المستقيمين  $(AC), (BI)$  متقاطعين ؟ برر إجابتك.

**التمرين الثاني:**  $ABCDEFGH$  مكعب فيه  $I$  تحقق  $\overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AB}$  ،  $J$  تحقق  $\overline{BJ} = \frac{2}{3}\overline{BG}$

و  $K$  منتصف  $EH$  والمطلوب:

- عيّن  $\alpha, \beta, \gamma$  لتكون  $J$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(F, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)$ .
- أثبت أن المستقيم  $(IJ)$  يوازي المستوي  $(AGK)$ .
- أوجد مجموعة نقاط الفراغ  $M$  التي تحقق:  $\|2\overline{MC} + 2\overline{ME} - \overline{MB}\| = \|2\overline{MA} + \overline{MB}\|$ .

**التمرين الثالث:**  $ABCD$  رباعي وجوه والمطلوب:

- أثبت وجود نقطة وحيدة  $M$  تحقق:  $\overline{MC} - \overline{BC} - \overline{AB} = \overline{AD}$  ، مالصفة الهندسية للنقطة  $M$ .
- هل النقطة  $N$  التي تحقق  $\overline{DB} - 2\overline{DA} = \overline{MN}$  تقع على أحد رؤوس رباعي الوجوه.

أبهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الثاني
الدرجة : 300	الجاء السلمي في الفراغ	الثالث الثانوي العلمي
<p><b>التمرين الأول:</b> نتأمل في معلم متجانس <math>(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math> النقاط:</p> <p><math>A(-1,0,2)</math> , <math>B(0,0,1)</math> , <math>C(2,-1,1)</math></p> <p><math>d</math> المستقيم المار من <math>A</math> ويقبل <math>\vec{u}(4,1,-2)</math> شعاع توجيه له ، <math>d'</math> المستقيم المار من <math>B</math> ويقبل <math>\vec{v}(3,1,-1)</math> شعاع توجيه له ، والمطلوب:</p> <p>(1) أثبت أن <math>d, d'</math> متقاطعان في نقطة <math>I</math> يطلب تعيينها.</p> <p>(2) أوجد معادلة المستوي <math>\mathcal{P}</math> الذي يقبل <math>\vec{u}, \vec{v}</math> شعاعي توجيه له.</p> <p>(3) أوجد معادلة المستوي <math>\mathcal{Q}</math> العمودي على المستوي <math>\mathcal{P}</math> ويمر بالنقطتين <math>A, B</math>.</p> <p>(4) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها <math>I</math> وتمس المستوي <math>\mathcal{Q}</math>.</p> <p>(5) أوجد إحداثيات <math>C'</math> المسقط القائم للنقطة <math>C</math> على الفصل المشترك لتقاطع المستويين <math>\mathcal{P}, \mathcal{Q}</math>.</p> <p><b>التمرين الثاني:</b> <math>ABCDEFGH</math> مكعب فيه <math>O</math> مركز الوجه <math>EFGH</math> ، نختار معلماً متجانساً <math>(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})</math> ، والمطلوب:</p> <p>(1) اعطِ إحداثيات جميع رؤوس المكعب وإحداثيات <math>O</math>.</p> <p>(2) احسب دون استخدام المعلم : <math>\vec{CO} \cdot \vec{CG}</math> , <math>\vec{OB} \cdot \vec{AE}</math> , <math>\vec{OE} \cdot \vec{FB}</math>.</p> <p>(3) أوجد نسبة مثلثية للزاوية <math>\theta = (\vec{OA}, \vec{OC})</math>.</p> <p>(4) أثبت أن المستقيمان <math>(OC), (AG)</math> متعامدان.</p>		
أبهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة المستقيمت	الجزء الثاني
الدرجة : 300	والمستويات في الفراغ	الثالث الثانوي العلمي

### حل المسألة التالية:

1  $ABCD$  رباعي وجوه ، النقاط  $P, Q, R, K, I$  تحقق:  $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AD}$  ,  $\vec{BQ} = \frac{1}{3}\vec{BD}$   $R$  منتصف  $CD$  و  $K$  تحقق  $\vec{CK} = \frac{2}{3}\vec{CB}$  و  $I$  منتصف  $AB$  و  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, 2), (B, 2), (C, 1), (D, 1)$  والمطلوب:

① أثبت أن المستقيمان  $(PK), (IR)$  متقاطعان.

② أثبت أن  $GQ$  يقطع  $AC$  في  $J$  ، عيّن موضع  $J$  ، واستنتج أن الرباعي  $PQKJ$  متوازي أضلاع.

③ عيّن المجموعة  $E$  المكونة من النقاط  $M$  التي تحقق:  $\|2\vec{AM} + \vec{CM}\| = \|2\vec{BM} + \vec{DM}\|$

2 نزود الفضاء بمعلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ونفرض إحداثيات النقاط  $A, B, C, D$  معطاة بالشكل:

$A(1,2,0), B(1,1,2), C(3,4,1), D(-8,1,2)$  والمطلوب:

① أثبت أن النقاط  $A, B, C$  تعيّن مستوي  $\mathcal{P}$  ، اكتب معادلته.

② اكتب المعادلات الوسيطة للمستقيم  $\Delta$  المار من  $D$  والعمودي على  $\mathcal{P}$ .

③ أوجد إحداثيات  $D'$  المسقط القائم للنقطة  $D$  على المستوي  $\mathcal{P}$ .

④ استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .

⑤ احسب نصف قطر الدائرة الناتجة عن تقاطع الكرة التي مركزها  $D$  وتمر من  $A$  مع المستوي  $\mathcal{P}$ .

3 تأكد بالحساب أن إحداثيات النقاط  $P, Q, R$  المعرفة سابقاً تعطي بالشكل:

$P\left(-2, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right), Q(-2, 1, 2), R\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$  والمطلوب:

① استنتج أن مجموعة النقاط  $M$  مراكز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(P, 1-x-y)(Q, x)(R, y)$

هي نفسها المستوي  $\mathcal{P}_1$  الذي يقبل  $\vec{n}(5, 2, 1)$  ناظماً له ويمر بالنقطة  $Q$ .

② أثبت أن المستويين  $\mathcal{P}, \mathcal{P}_1$  متقاطعين ، اكتب المعادلات الوسيطة لفصلهما المشترك  $d$ .

③ عيّن نقطة تقاطع المستقيم  $\Delta$  مع المستوي  $\mathcal{P}_1$ .

④ ادرس وضع المستقيمين  $\Delta, d$ .

أيهم الشاعر

انتهت الأسئلة

بالتوفيق للجميع

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الثاني
الدرجة : 300	الأعداد العقدية	الثالث الثانوي العلمي
<b>حل المسألة التالية:</b>		
<b>1 حل معادلة من الدرجة الثالثة</b>		
<p>حل في <math>\mathbb{C}</math> المعادلة التالية إذا علمت أنها تقبل حلاً تخيلياً بحتاً:</p> $z^3 + (2 - 2i)z^2 - 2z + 8 + 4i = 0$		
<b>2 التطبيق الهندسي للمعادلة</b>		
<p>إذا كانت <math>A, B, C</math> النقاط التي تمثل الأعداد العقدية <math>a, b, c</math> حلول السابقة :</p> <p>① ارسم في جملة متعامدة نظامية النقاط <math>A, B, C</math> ، استنتج طبيعة المثلث <math>ABC</math>.</p> <p>② أثبت أن مجموعة النقاط <math>M(z)</math> التي تحقق : <math>(z + 1)(\bar{z} + 2i)</math> عدداً حقيقياً بحتاً تمثل مستقيم <math>d</math> ، اكتب معادلته وارسمه.</p> <p>③ أثبت أن <math>d</math> يمثل محور أحد أضلاع المثلث <math>ABC</math>.</p>		
<b>3 التطبيق الجبري للمعادلة</b>		
<p>① اختصر المقدار <math>t = \frac{e^{2\theta i} - e^{-2\theta i}}{e^{\theta i} - e^{-\theta i}}</math> ، وحدد متى يكون المقدار موجوداً ، هل يمكن أن يكون <math>t</math> أحد حلول المعادلة السابقة.</p> <p>② اختصر المقدار <math>w = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{1 + \cos \varphi - i \sin \varphi}{1 + \cos \varphi + i \sin \varphi} \right)</math> ، وحدد متى يكون المقدار موجوداً ، ثم عيّن <math>\varphi</math> ليكون <math>w</math> أحد حلول المعادلة السابقة.</p> <p>③ في حالة : <math>\varphi = \frac{\pi}{4}</math> ، اكتب <math>w</math> بالشكل الأسّي ، ثم احسب <math>w^{100}</math>.</p>		
أيهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع

المدة : ساعة ونصف	اختبار وحدة	الجزء الثاني
الدرجة : 300	تطبيقات الأعداد العقدية	الثالث الثانوي العلمي

### حل المسائل التالية:

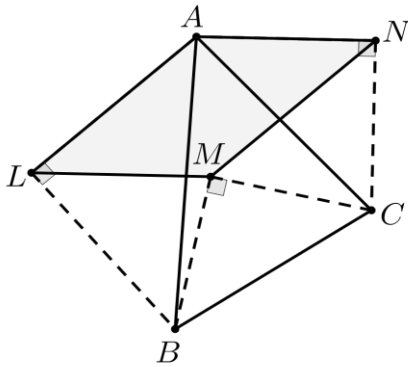
**المسألة الأولى:** في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  لدينا النقاط  $A, B, C$  التي تمثلها

الأعداد العقدية التالية:  $a = 1 + 4i$  ,  $b = 2 - i$  ,  $c = -1 + i$  ، والمطلوب:

① اكتب العدد العقدي  $\frac{c-a}{b-a}$  بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي ، واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

② عيّن  $\mathcal{E}$  مجموعة النقاط  $M(z)$  التي تجعل  $\frac{c-m}{b-m}$  عدداً تخيلياً بحتاً ، حيث  $z \neq b$ .

③ عيّن  $\mathcal{F}$  مجموعة النقاط  $M(z)$  التي تجعل  $\frac{c-m}{b-m}$  عدداً حقيقياً ، حيث  $z \neq b$ .

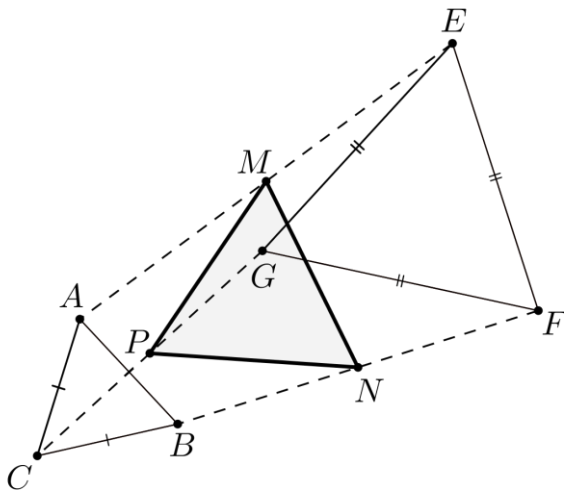


**المسألة الثانية:** مثلث مباشر التوجيه

النقاط  $N, M, L$  التي تجعل المثلثات المباشرة

التوجيه  $ACN, BCM, BAL$  قائمة ومتساوية الساقين

أثبت أن الرباعي  $ALMN$  متوازي أضلاع.



**المسألة الثالثة:** في الشكل المجاور:

$ABC, EFG$  مثلثان متساويي الأضلاع

النقاط  $M, N, P$  منتصفات الأضلاع

بالترتيب  $[AE], [BF], [CG]$

أثبت أن المثلث  $MNP$  متساوي الأضلاع.

أبهم الشاعر	انتهت الأسئلة	بالتوفيق للجميع
-------------	---------------	-----------------