أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على المجال $[0,+\infty[$ ، خطه البياني C

x	0		e		∞
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{e-1}$	$\searrow$	0

١) ما القيم الحدية المحلية للتابع f ؟ وما نوعها؟

٢) اكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي للخط C

٣) قارن بين $f(e^2)$ و $f(e^3)$ مبرراً إجابتك .

٤) احسب $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+1}{x}$

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,0,0)$ و $M(2,3,4)$.

١) اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O ومحوره $(O;\vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها النقطة A ونصف قطرها 5

٢) اكتب معادلة للأسطوانة التي محورها $(O;\vec{i})$ وقاعدتيها الدائرتين اللتين مركزيهما النقطتين O و A ونصف قطرها 5

٣) أثبت أن النقطة M تنتمي إلى كل من الأسطوانة والمخروط السابقين .

السؤال الثالث: انشر المقدار $\left(1+\frac{x}{2}\right)^n$، ثم أثبت أن: $\binom{n}{0}+\frac{1}{2}\binom{n}{1}+\frac{1}{4}\binom{n}{2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\binom{n}{n}=\left(\frac{3}{2}\right)^n$

السؤال الرابع: نفترض وجود عددين حقيقين $0<x<y$ يحققان :

$lnx+lny-ln2=2ln(y-x)$ جد y بدلالة x

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $D=]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$ وفق:

$f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ والمطلوب :

١) جد نهاية التابع f عند $-\infty$ ، وفسّر النتيجة هندسياً.

٢) هل يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ الذي معادلته: $y=x+1$

٣) احسب حجم المجسم الناتج عن الدوران دورة كاملة حول محور الفواصل للسطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

التمرين الثاني: ليكن لدينا العددان العقديان $z_1=2+2i$, $z_2=2\left(Cos\frac{\pi}{3}+i\,Sin\frac{\pi}{3}\right)$

١) اكتب z_1 بالشكل المثلثي و z_2 بالشكل الجبري .

٢) اكتب $z_1.z_2$ بالشكلين الجبري والمثلثي واستنتج أن $Sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

٣) لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي z_1 . جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق التناظر الذي مركزه $A(1-2i)$.

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق $u_n = \frac{n!}{n^2}$:

١) احسب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية . ٢) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

٣) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $n! \geq n(n-1)(n-2)$: أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 3$

ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ و هل هي متقاربة أم متباعدة؟

التمرين الرابع: صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وكرتين زرقاوين، يسحب لاعب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التتالي دون إعادة. فإذا علمت أن اللاعب يكسب نقطة واحدة عن كل كرة حمراء مسحوبة، ويخسر نقطة واحدة عن كل كرة زرقاء مسحوبة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها اللاعب.

١) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.

٢) احسب احتمال الحدث A : ظهور كرة زرقاء واحدة على الأكثر.

٣) إذا ظهرت كرة زرقاء واحدة على الأكثر بين الكرات المسحوبة، فما احتمال الحدث: B أن يكسب اللاعب نقطة واحدة.

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = ln\,(e^x + e^{-x} - 1)$

١) تحقق من كل من المقولات الآتية:

a) f معرف على $\mathcal{R}$. b) f يكتب بالشكل $(x) = x + ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$.

c) المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$. d) f تابع زوجي .

٢) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها، وعيّن قيمته الحدية مبيناً نوعها .

٣) استنتج أن المستقيم d' الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

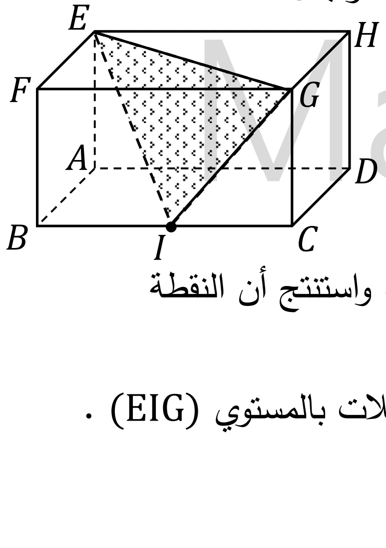
٤) ارسم كلاً من $d\,, d'$ ، ثم ارسم C في المعلم ذاته .

٥) بفرض التابع g مقصور التابع f على المجال $]0, +\infty[$.

أثبت أن التابع g حلاً للمعادلة التفاضلية $y + ln\,(y') = ln\,(e^x - e^{-x})$.

المسألة الثانية: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = BF = 1$ و $AD = 2$

والنقطة I منتصف $[BC]$. نتأمل المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ ، المطلوب :



١) جد إحداثيات النقاط E, I, G ، ثم أثبت أن معادلة المستوي (EIG)

هي: $2x - y + z - 1 = 0$

٢) أثبت أن المثلث EIG قائم، واحسب بُعد النقطة H عن المستوي (EIG) ،

ثم استنتج حجم الهرم $(H - EIG)$

٣) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة H ويعامد المستوي (EIG) ، واستنتج أن النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ هي مسقط النقطة H على المستوي (EIG) .

٤) جد $\overrightarrow{NH}.\overrightarrow{HB}$ واستنتج أن $\widehat{NHB} = \frac{\pi}{3}$. ٥) عيّن مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG) .

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (1)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ ، خطه البياني C.

1) ما القيم الحدية المحلية للتابع f؟ وما نوعها؟
2) اكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي للخط C
3) قارن بين $f(e^2)$ و $f(e^3)$ مبرراً إجابتك.
4) احسب $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+1}{x}$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{e-1}$	$\searrow$	0

الحل:

1) $f(0)=-1$ قيمة صغرى محلياً
$f(e)=\frac{1}{e-1}$ قيمة كبرى محلياً

2) $y=0$

3) لدينا $e^3>e^2$ والتابع f متناقص تماماً على المجال $]e,+\infty[$
إذاً $f(e^3)<f(e^2)$

4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=0$

إشراف	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	م أمين الحايك	م رستم شاهين

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,0,0)$ و $M(2,3,4)$

1) اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O ومحوره $(O;\vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها النقطة A ونصف قطرها 5
2) اكتب معادلة للأسطوانة التي محورها $(O;\vec{i})$ وقاعدتيها الدائرتين اللتين مركزيهما النقطتين O و A ونصف قطرها 5
3) أثبت أن النقطة M تنتمي إلى كل من الأسطوانة والمخروط السابقين

الحل:

1) معادلة المخروط: $y^2+z^2-\frac{25}{4}x^2=0$ و $0\le x\le 2$

2) معادلة الأسطوانة: $y^2+z^2=25$ و $0\le x\le 2$

3) $\begin{cases} 0\le x_M=2\le 2 & \text{محققة} \\ (3)^2+(4)^2-\frac{25}{4}(2)^2=0 & \text{محققة} \end{cases}$ $\Leftarrow$ النقطة M تنتمي للمخروط

$\begin{cases} 0\le x_M=2\le 2 & \text{محققة} \\ (3)^2+(4)^2=25 & \text{محققة} \end{cases}$ $\Leftarrow$ النقطة M تنتمي للأسطوانة

إشراف	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	م أمين الحايك	م حسين رشيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (2)

السؤال الثالث:

انشر المقدار $(1+\frac{x}{2})^n$،

ثم أثبت أن: $\binom{n}{0}+\frac{1}{2}\binom{n}{1}+\frac{1}{4}\binom{n}{2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\binom{n}{n}=(\frac{3}{2})^n$

الحل:

$$(1+\frac{x}{2})^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}\frac{x}{2}+\binom{n}{2}\frac{x^2}{4}+\cdots+\binom{n}{n}\frac{x^n}{2^n}$$

نعوض $x=1$

$$\binom{n}{0}+\frac{1}{2}\binom{n}{1}+\frac{1}{4}\binom{n}{2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\binom{n}{n}=(1+\frac{1}{2})^n=(\frac{3}{2})^n$$

إشراف	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	م أمين الحايك	م اميلين الحواط

السؤال الرابع:

نفترض وجود عددين حقيقين $0<x<y$ يحققان:

$$lnx+lny-ln2=2ln(y-x)$$

جد y بدلالة x

الحل:

$$ln\frac{x.y}{2}=\ln(y-x)^2$$

$$\frac{1}{2}x.y=y^2+x^2-2y.x$$

$$y^2-\frac{5}{2}x.y+x^2=0$$

$$\Delta=\frac{25}{4}x^2-4x^2=\frac{9}{4}x^2$$

إما: $y=\frac{\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}x}{2}=\frac{1}{2}x$ مرفوض

أو: $y=\frac{\frac{5}{2}x+\frac{3}{2}x}{2}=2x$ مقبول

وبالتالي $y=2x$

إشراف	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (3)

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

1) جد نهاية التابع f عند $-\infty$ ، وفسّر النتيجة هندسياً.

2) هل يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ الذي معادلته: $y = x + 1$

3) احسب حجم المجسم الناتج عن الدوران دورة كاملة حول محور الفواصل للسطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$

الحل:

1) لدينا في جوار $-\infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $-\infty + \infty$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2-1}+x)(\sqrt{x^2-1}-x)}{(\sqrt{x^2-1}-x)} = \frac{-1}{(\sqrt{x^2-1}-x)}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$$

التفسير الهندسي: للخط C في جوار $-\infty$ مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 0$

2) المماس يوازي المستقيم Δ إذاً

$$f'(x) = m_\Delta = 1$$

$$1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D$$

إذاً لا يقبل C مستقيماً مماساً موازياً للمستقيم Δ

3)

$$v = \pi \int_1^2 (f(x))^2 dx = \pi \int_1^2 \left(x^2 + 2x\sqrt{x^2-1} + x^2 - 1\right) dx$$

$$= \pi \int_1^2 \left(2x^2 + 2x(x^2-1)^{\frac{1}{2}} - 1\right) dx$$

$$= \pi \left[\frac{2x^3}{3} + \frac{2(x^2-1)^{\frac{3}{2}}}{3} - x\right]_1^2$$

$$= \pi\left(\left(\frac{16}{3} + 2\sqrt{3} - 2\right) - \left(\frac{2}{3} - 1\right)\right)$$

$$v = \pi\left(\frac{11}{3} + 2\sqrt{3}\right)$$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف
م طالب أسعد	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (4)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا العددان العقديان:

$$z_2 = 2\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right) \quad , \quad z_1 = 2 + 2i$$

1) اكتب z_1 بالشكل المثلثي و z_2 بالشكل الجبري

2) اكتب $z_1 . z_2$ بالشكلين الجبري والمثلثي واستنتج أن: $sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

3) لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي z_1.
جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق التناظر الذي مركزه $A(1-2i)$

الحل:

1(

$$z_1 = 2 + 2i = 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + isin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = 2\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \sqrt{3}i$$

2(

$$z_1 . z_2 = (2+2i).(1+\sqrt{3}i)$$

$$\Longrightarrow z_1 . z_2 = (2 - 2\sqrt{3}) + (2 + 2\sqrt{3})i$$

$$z_1 . z_2 = 2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + isin\frac{\pi}{4}\right) . 2\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Longrightarrow z_1 . z_2 = 4\sqrt{2}\left(cos\frac{7\pi}{12} + isin\frac{7\pi}{12}\right)$$

بالتالي:

$$4\sqrt{2}sin\frac{7\pi}{12} = 2 + 2\sqrt{3} \Longrightarrow sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

3(

صيغة التناظر المركزي $z' - w = -(z_1 - w)$

$$z' - (1-2i) = -(2 + 2i - 1 + 2i)$$

$$z' = -6i$$

إشراف	تنسيق وتدقيق:	إعداد:
المهندس عبد الحميد السيد	م أمين الحايك	م أحمد الشيخ عيسى

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (5)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{n!}{n^2}$

1) احسب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية

2) ادرس إطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$

3) أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن: $n! \geq n(n-1)(n-2)$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 3$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ وهل هي متقاربة أم متباعدة؟

الحل:

1)

$$u_1 = 1 \quad , \quad u_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad , \quad u_3 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad , \quad u_4 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

2) جميع حدود المتتالية موجبة تماماً

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)!}{(n+1)^2} \times \frac{n^2}{n!} = \frac{n^2}{n+1}$$

في حالة $n \geq 2$ يكون:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n + n(n-1)}{n+1} \geq \frac{n + 2\times 1}{n+1} > 1$$

إذاً المتتالية متزايدة بدءاً من $n_0 = 2$

3) الخاصة المطلوبة: $E(n)$: « $n! \geq n(n-1)(n-2)$ »

أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 3$

الخاصة $E(3)$ صحيحة لأن: $3! = 6 \geq 3 \times 2 \times 1$

نفترض صحة الخاصة $E(n)$ أي: $n! \geq n(n-1)(n-2)$ صحيحة

نبرهن صحة الخاصة: $E(n+1)$ أي: $(n+1)! \geq (n+1)n(n-1)$ صحيحة

البرهان: حسب الفرض:

$$n! \geq n(n-1)(n-2)$$
$$\Longrightarrow (n+1)n! \geq (n+1)n(n-1)(n-2)$$

بما أن $n \geq 3$ فإن $n-2 > 0$ وبالتالي يكون:

$$(n+1)! \geq (n+1)n(n-1)$$

بالتالي الخاصة $E(n+1)$ صحيحة

نستنتج أنه أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 3$ فإن الخاصة $E(n)$ صحيحة

- حساب النهاية:

$$n! \geq n(n-1)(n-2)$$
$$\Longrightarrow \frac{n!}{n^2} \geq \frac{n(n-1)(n-2)}{n^2}$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)(n-2)}{n^2} = +\infty$$
$$\lim_{n\to\infty} u_n = +\infty$$

وبالتالي المتتالية متباعدة

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف
م محسن القصير	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (6)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وكرتين زرقاوين،

يسحب لاعب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات على التتالي دون إعادة.

فإذا علمت أن اللاعب يكسب نقطة واحدة عن كل كرة حمراء مسحوبة، ويخسر نقطة واحدة عن كل كرة زرقاء مسحوبة.

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها اللاعب.

1) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.
2) احسب احتمال الحدث A: ظهور كرة زرقاء واحدة على الأكثر.
3) إذا ظهرت كرة زرقاء واحدة على الأكثر بين الكرات المسحوبة، فما احتمال الحدث B أن يكسب اللاعب نقطة واحدة

الحل:

1) مجموعة قيم المتحول العشوائي $\{-1 , +1 , +3\}$

$P(X=-1)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}\times 3=\frac{3}{10}$ (حمراء، زرقاء، زرقاء)

$P(X=+1)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times 3=\frac{6}{10}$ (حمراء، حمراء، زرقاء)

$P(X=+3)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$ (حمراء، حمراء، حمراء)

x	-1	$+1$	$+3$
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i . p_i{}'=-1\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+3\times\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$$

$$V(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i{}^2 . p_i{}'-(E(X))^2$$

$$=(-1)^2\times\frac{3}{10}+(1)^2\times\frac{6}{10}+(3)^2\times\frac{1}{10}-(\frac{3}{5})^2$$

$$V(X)=\frac{144}{100}=\frac{36}{25}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{6}{5}$$

2) $$P(A)=P(X=+1)+P(X=+3)=\frac{7}{10}$$

3) $$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(X=+1)}{P(A)}=\frac{\frac{6}{10}}{\frac{7}{10}}=\frac{6}{7}$$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف
م صفوان شلار	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (7)

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = ln(e^x + e^{-x} - 1)$

1) تحقق من كل من المقولات الآتية:

a) f معرف على $\mathcal{R}$

b) f يكتب بالشكل $f(x) = x + ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$

c) المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

d) f تابع زوجي

2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها، وعيّن قيمته الحدية مبيناً نوعها

3) استنتج أن المستقيم d' الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$

4) ارسم كلاً من $d\,, d'$، ثم ارسم C في المعلم ذاته

5) بفرض التابع g مقصور التابع f على المجال $]0, +\infty[$

أثبت أن التابع g حل للمعادلة التفاضلية $y + \ln(y') = ln(e^x - e^{-x})$

الحل:

1)

a)

$$e^x + e^{-x} - 1 = \frac{e^{2x} + 1 - e^x}{e^x} = \frac{e^{2x} - 2e^x + 1 + e^x}{e^x} = \frac{(e^x - 1)^2 + e^x}{e^x} > 0$$

إذاً التابع f معرف على $\mathcal{R}$

b)

$$f(x) = ln(e^x + e^{-x} - 1) = ln(e^x(1 + e^{-2x} - e^{-x}))$$

$$f(x) = x + ln(1 + e^{-2x} - e^{-x})$$

c)

$$\lim_{x\to+\infty} (f(x) - y) = \lim_{x\to+\infty} ln(1 + e^{-2x} - e^{-x}) = ln(1) = 0$$

(لأن $\lim_{x\to+\infty} e^{-2x} = 0$ و $\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$)

وبالتالي المستقيم d مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

d) لدينا f معرّف على $\mathcal{R}$ ولدينا:

$$f(-x) = ln(e^{-x} + e^{+x} - 1) = ln(e^x + e^{-x} - 1) = f(x)$$

إذاً التابع f تابع زوجي

2)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \quad و \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow e^x - e^{-x} = 0 \Rightarrow e^x = e^{-x} \Rightarrow x = 0$$

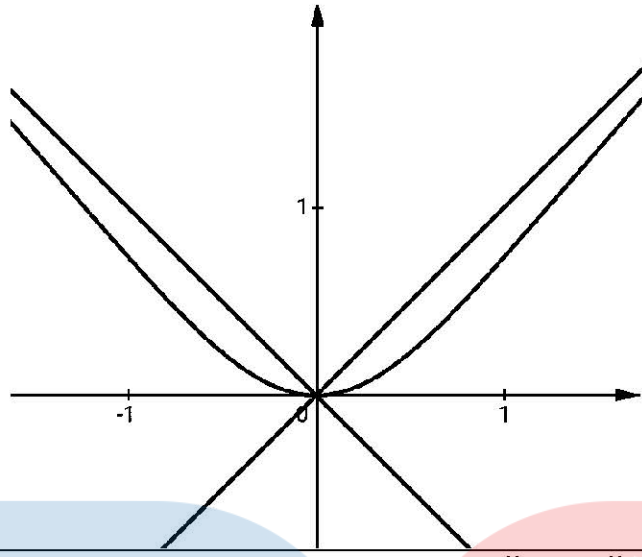
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = 0$ قيمة صغرى محلياً (قيمة حدية)

3) بما أن المستقيم d مقارب للخط C في جوار $+\infty$ والتابع f تابع زوجي

إذاً المستقيم الذي معادلته $d': y = -x$ مقارباً مائلاً للخط C بجوار $-\infty$

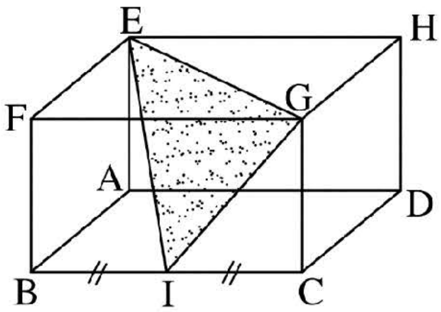
وذلك لأن C متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب)

(4	
(5	$$l_1 = ln(e^x + e^{-x} - 1) + ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}\right)$$ $$= ln\left((e^x + e^{-x} - 1)\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x} - 1}\right)$$ $$= ln(e^x - e^{-x}) = l_2$$ إذاً التابع g هو حل للمعادلة التفاضلية $y + \ln(y') = ln(e^x - e^{-x})$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف
م موسى حجيج	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (9)

المسألة الثانية:



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = BF = 1$
و $AD = 2$ والنقطة I منتصف $[BC]$
نتأمل المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ المطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط E , I , G،
ثم أثبت أن معادلة المستوي (EIG) هي: $2x - y + z - 1 = 0$
2) أثبت أن المثلث EIG قائم، واحسب بُعد النقطة H عن المستوي (EIG)،
ثم استنتج حجم الهرم $(H - EIG)$
3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (d) المار من النقطة H ويعامد المستوي (EIG)، واستنتج أن النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ هي مسقط النقطة H على المستوي (EIG)
4) جد $\overrightarrow{HN}.\overrightarrow{HB}$ واستنتج أن $\widehat{NHB} = \frac{\pi}{3}$
5) عيّن مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG)

الحل:

1)

$$E(0,0,1) \quad , \quad I(1,1,0) \quad , G(1,2,1)$$
$$\overrightarrow{EI}(1,1,-1) \quad , \quad \overrightarrow{EG}(1,2,0)$$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم المستوي (EIG)

$$\begin{cases} \vec{n}.\overrightarrow{EI} = 0 \implies a + b - c = 0 \ (1) \\ \vec{n}.\overrightarrow{EG} = 0 \implies a + 2b = 0 \ (2) \end{cases}$$

بفرض $a = 2$ نعوّض في (2) نجد أن $b = -1$ ثم نعوّض في (1) نجد أن $c = 1$
وبالتالي الناظم $\vec{n}(2,-1,1)$ باختيار النقطة $E(0,0,1)$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$
$$(EIG): 2x - y + z - 1 = 0$$

2)

$$\begin{cases} EI = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} \\ EG = \sqrt{1+4+0} = \sqrt{5} \\ GI = \sqrt{0+1+1} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftarrow$$ حسب عكس مبرهنة فيثاغورث نجد أن المثلث EIG قائم في I

لدينا النقطة $H(0,2,1)$

$$dist(H, EIG) = \frac{|ax_h + by_h + cz_h|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|0 - 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{EIG}.h \qquad h = dist(H, EIG)$$

$$V = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}.\sqrt{2}}{2} \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}$$

3) بما أن المستقيم (d) يعامد المستوي (EIG): $\vec{u} = \vec{n} = (2,-1,1)$ ولدينا $H(0,2,1)$

$$(d)\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 2, \quad t \in R \\ z = t + 1 \end{cases}$$

نعوض التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) في معادلة المستوي (EIG):

$$2(2t) - (-t+2) + (t+1) - 1 = 0$$
$$\implies t = \frac{1}{3}$$

بالتعويض في التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) نجد $(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$
وبالتالي النقطة $N(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{3})$ هي المسقط القائم للنقطة H على المستوي (EIG)

حلول النموذج الخامس من نماذج مجموعة البكالوريا السورية (10)

4) لدينا النقطة $H(0,2,1)$

$$\overrightarrow{HN}\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{1}{3}\right) \quad , \quad \overrightarrow{HB}(1,-2,-1)$$

$$\overrightarrow{HN}.\overrightarrow{HB}=\left(\frac{2}{3}\right).(1)+\left(\frac{-1}{3}\right).(-2)+\left(\frac{1}{3}\right).(-1)=1$$

$$\overrightarrow{HN}.\overrightarrow{HB}=\|\overrightarrow{HN}\|.\|\overrightarrow{HB}\|.COS\widehat{NHB}$$

$$COS\widehat{NHB}=\frac{\overrightarrow{HN}.\overrightarrow{HB}}{\|\overrightarrow{HN}\|.\|\overrightarrow{HB}\|}=\frac{1}{\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}.\sqrt{1+4+1}}=\frac{1}{2}$$

$$\widehat{NHB}=\frac{\pi}{3}$$

5) التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) حيث $B(1,0,0)$, $A(0,0,0) \Leftarrow \overrightarrow{AB}(1,0,0)$

$$(AB)\begin{cases} x=t \\ y=0\ , \quad t\in R \\ z=0 \end{cases}$$

بالتعويض في معادلة المستوي (EIG) نجد أن: $2(t)-(0)+(0)-1=0$

$$\Longrightarrow t=\frac{1}{2}$$

بالتعويض في التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) نجد $K(\frac{1}{2},0,0)$ منتصف الحرف AB

وبالتالي مقطع متوازي المستطيلات بالمستوي (EIG) هو الرباعي $EGIK$

إعداد:	تنسيق وتدقيق:	إشراف
م ربزان البديوي	م أمين الحايك	المهندس عبد الحميد السيد

فريق العمل

تنسيق وتدقيق:
م أمين الحايك

الإشراف العلمي
المهندس عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي:

م يوسف منصور – م فادي المحمد – م خالد الحداد – م علي جمول – م حسام قاسم – م مهند حريقة

م مصطفى الرزوق – م صلاح أحمد سالم – م محمد السيد علي – م عبد السلام حسن – م زينب يوسف

تمارين ونماذج امتحانية
رياضيات البكالوريا السورية

Me En
Math Team

تمَّ التحميل بواسطة بوت ملفات قناة

♾X-Math πac♾

فريق MeEn Math Team

يهتمّ بمادة الرياضيّات لطلاب البكالوريا

للوصول إلى بوت الملفات: اضغط هنا

للوصول إلى قناة التلغرام الخاصة: اضغط هنا

للوصول إلى قناة التلغرام العامة: اضغط هنا

للوصول إلى صفحة الفيس بوك: اضغط هنا

للوصول إلى قناة اليوتيوب: اضغط هنا

MeEn Math Team

X-Math πac

X-Math πac