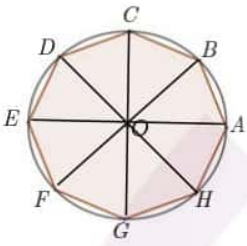


(a) جد بالشكل الجبري الاعداد العقدية

$$.a, b, c, d, e, f, g, h$$

(b) جد بالشكل الجبري العدد $\frac{d-a}{e-a}$. ثم استنتج

$$\cdot \cos \frac{\pi}{8}$$



[12] تقفز خنفساء بأسلوب

عشوائي من إحدى النقاط

$A, B, C, D, E, F, G, H, O$

إلى نقطة أخرى مجاورة وذلك

بافتراض أنها تسير على أضلاع

المثلثات المرسومة فقط.

في البدء كانت الخنفساء في A . في حالة $n \geq 1$ ، نرمز

بالرمز E_n إلى الحدث: «الخنفساء في O بعد القفزة

رقم n »، وليكن $p_n = P(E_n)$.

(a) أثبت أن $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n)$.

(b) ليكن α حل المعادلة $x = \frac{1}{3}(1 - x)$ ، جده.

(c) نضع أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق

$$t_n = p_n - \alpha$$

متتالية هندسية.

(d) استنتج p_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$.

[13] ندور القوس \widehat{CG} حول المستقيم (CG) دورة كاملة

تنتج كرة احسب حجمها.

[14] جد التابع f الذي يمثل القوس \widehat{AC} .

[15] جد معادلة المماس T في النقطة B من الدائرة.

[16] تحقق أن $T \perp (OB)$.

[17] ليكن التابع g المعروف وفق $g(x) = \ln f(x)$

جد مجموعة تعريف التابع g .

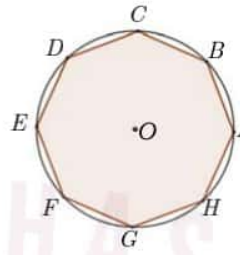
السؤال 1. في معلم متجانس

ليكن $(O, \overline{OA}, \overline{OC})$

$ABCDEFHG$ مثنى منتظم

مرسوم في دائرة نصف قطرها

يساوي 1.



[1] ما عدد المثلثات التي يمكن

أن نحصل عليها ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[2] ما عدد الرباعيات التي يمكن أن نحصل عليها

ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[3] ما عدد أقطار الدائرة التي يمكن أن نحصل عليها

وطرفيها من رؤوس المثنى؟

[4] ما عدد أقطار المثنى؟

[5] ما عدد المثلثات التي يمكن أن نحصل عليها

ورؤوسها من النقاط $A, B, C, D, E, F, G, H, O$ ؟

[6] ما عدد المستطيلات التي يمكن أن نحصل عليها

ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[7] ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن نحصل عليها

ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[8] ما عدد المثلثات منفرجة التي يمكن أن نحصل عليها

ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[9] ما عدد المثلثات حادة الزوايا التي يمكن أن نحصل

عليها ورؤوسها من رؤوس المثنى؟

[10] جد $\overline{AE} \cdot \overline{AD}$ ثم استنتج $\cos \frac{\pi}{8}$.

[11] لتكن الاعداد العقدية a, b, c, d, e, f, g, h التي

تمثل النقاط A, B, C, D, E, F, G, H بالترتيب.



$$\overline{AE} \cdot \overline{AD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \sqrt{2} + 2$$

$$AE = 2,$$

$$AD = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{2}-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2+4\sqrt{2}+4}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\sqrt{2}+2}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}+2}{2\sqrt{\sqrt{2}+2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$$

[11] مضلع ثماني منتظم فتكون قياس الزاوية المركزية

360 مقسوما على 8. أي $\frac{\pi}{4}$

(a) ومنه الاعداد العقدية

$$a = 1, e = -1, c = i$$

$$b = e^{\frac{i\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$d = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g = -i$$

$$\frac{d-a}{e-a} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{-1 - 1} = \frac{\sqrt{2}+2 - i\sqrt{2}}{4} \quad (b)$$

$$\frac{d-a}{e-a} = \frac{\sqrt{2}+2}{4} - i\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$(\overline{AE}, \overline{AD}) = \arg\left(\frac{d-a}{e-a}\right)$$

$$(\overline{AE}, \overline{AD}) = -\frac{\pi}{8} \quad \text{ومن الشكل نجد}$$

$$\left|\frac{d-a}{e-a}\right| = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$$

الـحل :



@BAC_MATH_AK

$$\cdot \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56 \quad [1]$$

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70 \quad [2]$$

[3] في حالة عدد اضلاع المضلع المنتظم زوجي يكون

$$\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

[4] عدد أقطار المثلث = عدد القطع المستقيمة -

عدد أضلاع المحيط

$$\Rightarrow \binom{n}{2} - n = \binom{8}{2} - 8 = 28 + 8 = 20$$

[5] لدينا 9 نقاط ولكن لا يمكن أن نأخذ ثلاث نقاط

واقعة على استقامة واحدة وتكون في أربع حالات

$$\cdot \binom{9}{3} - 4 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84 - 4 = 80$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \quad [6]$$

[7] لتشكيل مثلث قائم نحتاج الى قطر دائرة وعددهم 4

و رأس من الباقي وعددهم 6 ومنه عدد المثلثات القائمة

$$\binom{4}{1} \binom{6}{1} = 24$$

[8] كل رأس يصلح لكي يكون رأس لثلاثة مثلثات

منفرجة الزاوية وتكون الزاوية المنفرجة في ذلك الرأس

ومنه عدد المثلثات منفرجة التي يمكن أن نحصل عليها

$$3 \times 8 = 24$$

[9] عدد المثلثات الحادة هو $56 - 24 - 24 = 8$

[10] لدينا النقاط $A(1,0), E(-1,0), D(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

يعامد المحور Oz فيكون المقطع الناتج دائرة ولتكن
نقطة $M(x, y, z)$ من الخط C .

مساحة دائرة المقطع هي $A(z) = \pi r^2$ بحسب مبرهنة

$$r^2 + z^2 = R^2 = 1 \quad \text{فيثاغورث:}$$

$$\text{ومنه } r^2 = 1 - z^2 \text{ أي } A(z) = \pi(1 - z^2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathcal{V} &= \int_a^b A(z) dz = \int_0^1 \pi(1 - z^2) dz \\ &= \left[\pi \left(z - \frac{z^3}{3} \right) \right]_0^1 = \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

وهو حجم نصف الكرة فيكون حجم الكرة $\mathcal{V} = \frac{4\pi}{3}$

[14] التابع f الذي يمثل القوس \widehat{AC} .

نعلم أن $x^2 + y^2 = 1$ هي معادلة الدائرة C التي
مركزها O ونصف قطرها 1. وعليه فإن ربع الدائرة C
الذي يمثل القوس \widehat{AC} ، هو الخط البياني للتابع f

المعرف على المجال $[0, 1]$ وفق $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

[15] معادلة المماس T في النقطة B من الدائرة.

لدينا $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ و $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$ ومنه

$$y = f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$y = -1\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = -x + \sqrt{2}$$

[16] نلاحظ $m_T \cdot m_{(OB)} = -1$ ومنه $T \perp (OB)$

[17] $g(x) = \ln \sqrt{1 - x^2}$. الشرط $\sqrt{1 - x^2} > 0$

ومن $x \neq 1$ أي مجموعة التعريف $D_g = [0, 1[$.



©BAC_MATH_AK

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{a}{r} = \frac{\frac{\sqrt{2}+2}{4}}{\frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2\sqrt{\sqrt{2}+2}}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}+2}}{2}$$

[12] وقوع الحدث E_n يعني أن الخنفساء في المركز

O بعد القفزة رقم n ، ومن ثم ستقفز إلى أحد رؤوس

المثلث ولن تبقى في المركز بعد القفزة $n+1$.

وقوع الحدث E'_n يعني أن الخنفساء في أحد رؤوس

المثلث بعد القفزة رقم n ، ومن ثم يمكنها القفز إلى

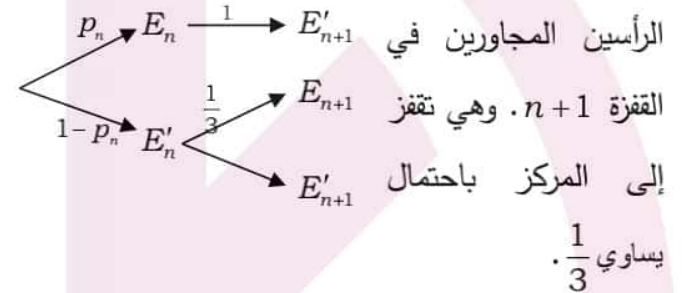
المركز O أو إلى أحد

الرأسين المجاورين في

القفزة $n+1$. وهي تقفز

إلى المركز باحتمال

يساوي $\frac{1}{3}$.



$$p_{n+1} = P(E_{n+1}) = \frac{1}{3} \times (1 - p_n) \quad (a)$$

(b) العدد $\alpha = \frac{1}{4}$ هو حل المعادلة $x = \frac{1}{3}(1 - x)$.

$$t_{n+1} = p_{n+1} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3} \times (p_n - \frac{1}{4}) = -\frac{1}{3} t_n \quad (c)$$

فالمتتالية $(t_n)_{n \geq 1}$ هندسية أساسها $q = -\frac{1}{3}$ وحدها t_1

$$(d) \text{ ومنه } t_1 = p_1 - \alpha = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$t_n = \frac{1}{12} \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \quad p_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

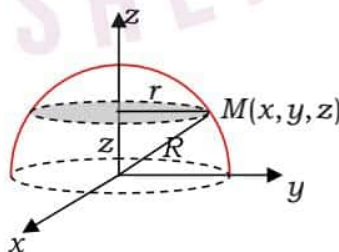
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = \frac{1}{4} \quad \text{و}$$

[13] ندور القوس \widehat{CA}

حول المستقيم (CG)

دورة كاملة تنتج نصف

كرة. نقطع الجسم بمستوي



$$P(E | x = 2) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times 2 = \frac{48}{100}$$

$$P(E \cap x = 2) = \frac{4}{10} \times \frac{48}{100} = \frac{192}{1000}$$

$$P(E) = P(x = 0 \cap E) + P(x = 1 \cap E) + P(x = 2 \cap E) \quad (c)$$

$$= 0 + \frac{200}{1000} + \frac{192}{1000} = \frac{392}{1000}$$

$$Y = \{0, 1, 2\} \quad (d)$$

$$P(Y = 0) = \frac{1}{10} + \frac{30}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{36}{100} = \frac{100 + 300 + 144}{1000} = \frac{544}{1000} \quad (e)$$

$$P(Y = 1) = P(E) = \frac{392}{1000}$$

$$P(Y = 2) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{64}{1000}$$

y_i	0	1	2
P_i	$\frac{544}{1000}$	$\frac{392}{1000}$	$\frac{64}{1000}$

X/Y	0	1	2	X ق
0	0.1	0	0	0.1
1	0.3	0.2	0	0.5
2	0.144	0.192	0.064	0.4
Y ق	$\frac{544}{1000}$	$\frac{392}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	1

$$P(X = 0 \cap Y = 0) = 0.1 \quad (g)$$

$$P(X = 0) = P(Y = 0) = 0.0544$$

غير متساويين فالمتحولين X, Y غير مستقلين احتمالياً .



©BAC_MATH_AK

أ. خليل شيخو 0991736954
أ. أحمد حسن 0932847372

السؤال 2. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأشخاص الذين يجرون فحص PCR في عيادة. نفترض أن عدد الأشخاص لا يتجاوز 2 في اليوم. والمتحول العشوائي X كما في الجدول:

k	0	1	2
$P(X = k)$	0.1	0.5	0.4

احتمال أن يكون فحص الشخص ايجابي يساوي 0.4 .
الحدث E «في اليوم شخص واحد فقط يكون ايجابي».

(a) احسب $P(X = 1 \cap E)$.

(b) احسب $P(E | X = 2)$ ، واستنتج $P(X = 2 \cap E)$.

(c) استنتج مما سبق قيمة $P(E)$.

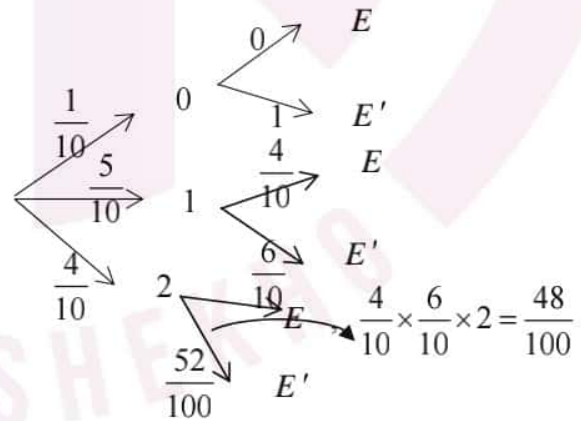
(d) ليكن Y المتحول العشوائي الذي يعطي عدد الأشخاص الذين فحصهم ايجابي. ما هي القيم التي يأخذها Y ؟

(e) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي Y .

(f) اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X, Y) .

(g) أياكون المتحولان العشوائيان X و Y مستقلين احتمالياً؟

الـد:
(a)



$$P(x = 1 \cap E) = \frac{20}{100} \quad (b)$$