نماذج امتحانية شاملة وجزئية

19 نموذج منفصل عن وحدات الكتابين

6 نماذج امتحانية للفصل الأول

8 نماذج امتحانية جزئية

4 نماذج شاملة تحاكي أسئلة الامتحان الأخير

وتحتوي النوطة مراجعة لجميع افكار المنهاج



تم طرح جميع أفكار المنهاج في هذه النماذج عبر مسائل تحاكي تماما الشكل النهائي للامتحان الأخير

نصيحتي الوحيدة.

إياك الاكتفاء بقراءة هذه النماذج يجب حلها بيدك لنيل الفائدة المرجوه

الصف التاسع

رياضيات

❤️600❤️

إعداد: أ.ماهر بربر

تدقيق: أ.شغف طراف

للاستفسار

0994830381

واتس أو تلغرام

عرض أفكار سريع لكتاب الجبر على شكل أسئلة اختيار من متعدد وصح أو خطأ

ليس الهدف السؤال فقط لا بل الفكرة التي يحملها السؤال .

لا تفتح هذا الملف قبل الانتهاء الكامل من مراجعة كتاب الجبر

وأنوه مجددا لا تهمل أوراق العمل والاختبارات الواردة بعد كل وحده

أ.ماهر بربر

الشروحات ضمن أسئلة الاختيار من متعدد والصح او الخطأ هي للتوضيح ولتذكير الطلاب بالمعلومات السابقة .

بالامتحان نكتفي بوضع الإجابة فقط

بعد حل السؤال على المسودة ان لزم الأمر

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الأولى جبر

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) العدد $(2\sqrt{3})^2$ هو عدد:

A	صحيح	B	عادي غير صحيح	C	غير عادي

2) (نماذج وزارية) الكسر المختزل للكسر $\frac{363}{231}$ هو:

A	$\frac{11}{3}$	B	$\frac{11}{7}$	C	$\frac{33}{21}$

3) (نماذج وزارية) العدد $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	2	C	$2\sqrt{3}$

4) (نماذج وزارية) $\sqrt{12} + \sqrt{27}$ يساوي:

A	$\sqrt{39}$	B	$5\sqrt{3}$	C	$6\sqrt{3}$

5) (نماذج وزارية) $GCD(3,3)$ يساوي:

A	1	B	2	C	3

6) (نماذج وزارية) واحد فقط من الأعداد الآتية ليس عشري:

A	$\frac{-3}{4}$	B	5	C	$\frac{8}{\sqrt{3}}$

7) (نموذج تربية حماة التدريبي) العدد $\frac{3\sqrt{4}}{5}$ هو عدد:

A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح

8) (الامتحان النصفي الموحد) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري:

A	0.75	B	0.3	C	0.4

9) (الامتحان النصفي الموحد) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

A	$\frac{13}{9}$	B	$\frac{13}{7}$	C	$\frac{39}{21}$

10) (الدورة التكميلية) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 165,45 يساوي:

A	5	B	15	C	35

11) (حماة 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 105 و 70 يساوي:

A	5	B	15	C	35

12) (حمص 2018) العدد $(\sqrt{\sqrt{5}})^4$ هو

A	5	B	25	C	$\sqrt{5}$

13) (اللاذقية 2018) القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين 90 و 120 هو:

A	6	B	15	C	30

14) (طرطوس 2018) إذا كان b قاسماً للعدد a فإن:

A	$GCD(a,b) = ab$	B	$GCD(a,b) = b$	C	$GCD(a,b) = a$

15) (طرطوس 2018) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي:

A	$6\sqrt{2}$	B	$6\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{3}$

16) (دمشق 2018) العدد $(\sqrt{\sqrt{3}})^2$ هو عدد:

A	صحيح	B	عادي	C	غير عادي

ماهر بربر

1) عدد صحيح $(2\sqrt{3})^2 = 12 \in \mathbb{Z}$

فالإجابة الصحيحة هي A

2) لا حظ الكسر في الخيار C غير قابل للاختزال (كل من البسط والمقام يقبل القسمة على 3)

لاحظ:

$GcD(363, 231) = 33$

ومنه:

$\frac{363 \div 33}{231 \div 33} = \frac{11}{7}$ الإجابة B

3) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = 2$

الإجابة B

4) $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{27} + \sqrt{12} = \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{4 \times 3}$

$= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$ الإجابة B

5) $GcD(a, a) = a$

الإجابة C

6) اثبت:

$-\frac{3}{4} = -0.75 = 75 \times 10^{-2}$

عدد عشري

5 عدد طبيعي وكل عدد طبيعي هو عدد عشري

حيث يكتب بالشكل:

$5 = 5.0 = 5 \times 10^0$

أما العدد $\frac{8}{\sqrt{3}}$ هو عدد غير عادي وغير عشري الإجابة C

7) انتبه ولا تتسرع:

$\frac{3\sqrt{4}}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$

وهو عدد عادي، الإجابة A.

8) الإجابة C

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0.75$

9) لاحظ الكسر في الخيار C غير قابل للاختزال.

كما أن:

$GcD(117, 63) = 9$

ومنه:

$\frac{117 \div 9}{63 \div 9} = \frac{13}{7}$

الإجابة B

10) بطريقة سريعة نجد الإجابة الصحيحة أو طريق إقليدس:

$GcD(165, 45) = 15$ الإجابة B

11) كذلك الأمر:

$GcD(105, 70) = 35$ الإجابة C

12) إذا كان n عدد زوجي فإن:

$(\sqrt{a})^n = a^{\frac{n}{2}}$

ومنه:

$(\sqrt{\sqrt{5}})^4 = (\sqrt{5})^2 = 5$

أو:

$(a^n)^m = a^{n \times m}$

$(\sqrt{\sqrt{5}})^4 = ([\sqrt{\sqrt{5}}]^2)^2 = \sqrt{5}^2 = 5$

الإجابة A

13) أيضا بنظرة سريعة
نجد:
GCD(120,90) = 30
الإجابة C

14) من أوراق القاسم
المشترك الأكبر:
إذا كان b قاسما للعدد a فإن:
الإجابة B GCD(a,b) = b

15) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$
يساوي:
$3\times\sqrt{12} = 3\sqrt{4\times3}$
$= 3\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}$
الإجابة B $= 6\sqrt{3}$

16) $(\sqrt{\sqrt{3}})^2 = \sqrt{3}$
عدد غير نسبي.
الإجابة C

ماهر بربر

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الأولى جبر



في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) (نماذج وزارية) إذا كان العددان a و b أوليان فيما بينهما فإن $GCD(a,b)$ هو العدد 1 .

2) (نماذج وزارية) العبارة $A = 2n + 1$ تعبر عن الأعداد الفردية أياً كان n عدد طبيعي .

3) (نماذج وزارية) مجموع عددين أوليين هو عدد أولي .



4) (نماذج وزارية) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي 6 .

5) (نماذج وزارية) $GCD(51,17) = 1$.

6) (طرطوس 2018) إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{16}+\sqrt{9}$.

7) (دير الزور 2018) ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{18}$ يساوي $9\sqrt{2}$.

8) (الحسكة 2018) ناتج العدد $(2\sqrt{3})^2 - 5^2$ هو عدد صحيح .

9) (الرقة 2018) ناتج $(3\sqrt{2})^2$ يساوي $9\sqrt{2}$.

T.MAHER BAR BAR

في قوة قم للطموح .... لا تبالي بالجروح ... كن مؤمنا أن النجاح على السفوح

سر خلف حلمك قل نعم .. لاتستسلم للتراجع وا لألم..

وبروعة غني التفاؤل كالنغم



1) عبارة محيرة

تذكر: نقول عن العددين a، b
أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان:
GCD (a، b) = 1
وفي هذه الحالة يكون الكسر $\frac{a}{b}$ أو
$\frac{b}{a}$ كسرًا مختزلًا.

2) عبارة صحيحة:

A فرديا ⟶ $A = 2n+1$
(عوض مكان n بأي عدد ولا تنسى
النواتج)
كذلك فإن $2n-1$ تمثل
كل الأعداد الفردية أيًا كان $n \in \mathbb{Z}$

3) عبارة خاطئة:

ليس بالضرورة:
لاحظ 2 + 3 = 5 عددان
بينما 3 + 5 = 8 ليسا
غير أوليين
(لإثبات أن قضية ما هي قضية خاطئة
يكفي إيراد مثال مناقض واحد فقط)

4) عبارة خاطئة.

$3\sqrt{12} = 3\sqrt{4 \times 3} = 6\sqrt{3}$

5) عبارة خاطئة:

لاحظ 17 تقسم 51 وهذا:
GCD (51، 17) = 17

6) عبارة خاطئة:

$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$
(لا نستطيع توزيع الجذر على المجموع)

7) عبارة صحيحة

$3\sqrt{18} = 3\sqrt{9 \times 2} = 9\sqrt{2}$

8) عبارة صحيحة

$(2\sqrt{3})^2 - 5^2 = 12 - 25 = -13$
وهو عدد صحيح

9) عبارة خاطئة.

$(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$

أبو ماهر بربر

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الثانية جبر

في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) $(2^{-2})^2$ هو عدد:

A	صحيح	B	غير عادي	C	عادي غير صحيح

2) (نماذج وزارية) المقدار $A = 3^{-3} + 3^{-3} + 3^{-3}$ يساوي:

A	3^{-4}	B	3^{-2}	C	3^4

3) (الدورة التكميلية) إن قيمة العدد $A = \frac{3^2 \times 5^2 \times 7^4}{(15)^2 \times 7^2}$ هي:

A	49	B	7	C	$\frac{1}{7}$

4) (حمص 2018) إن قيمة العدد $A = \frac{6^4 \times 7^2 \times 5^3}{(35)^2 \times 4^2 \times 3^3}$ هي:

A	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{3}{5}$	C	15

5) (اللاذقية 2018) ربع العدد 8^5 هو:

A	2^{13}	B	2^8	C	2^{15}

6) (طرطوس 2018) إن العدد $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$:

A	غير عادي	B	عادي	C	صحيح

7) (إدلب 2018) العدد $((\sqrt{5})^{-2})^3$ هو عدد:

A	عادي	B	صحيح	C	غير عادي

8) (السويداء 2018) ناتج نشر الجداء $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ يساوي:

A	$x^2 - \sqrt{3}$	B	$x^2 + 3$	C	$x^2 - 3$

9) (الحسكة 2018) ثلث العدد 3^4 هو:

A	9^2	B	$(\frac{1}{3})^4$	C	3^3

10) (دير الزور 2018) إذا كان $3^n = 9^4$ فإن قيمة n تساوي:

A	6	B	8	C	4

11) (حماة 2019) العدد (0.00003) يكتب بالصيغة

A	3×10^5	B	3×10^{-5}	C	3×10^3

12) (حماة 2019) العدد $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$ يساوي:

A	2	B	4	C	$\sqrt{2}$

13) (حمص 2019) العدد $3^5 + 3^3$ يساوي:

A	3^8	B	6^8	C	10×3^3

14) (اللاذقية 2019) العدد $3^7 + 3^9$ يساوي:

A	6^{16}	B	3^{16}	C	10×3^7

15) (دمشق 2019) ثلث العدد 3^4

A	27	B	81	C	9

16) (حلب 2019) قيمة العدد $(\frac{2^3}{4^3})$

A	$\frac{27}{2}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{8}$

أ.ماهر بربر

(1 $(a^n)^m = a^{n\times m} \Rightarrow$

$(2^{-2})^2 = 2^{-4}$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$= \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

وهو عدد عادي غير عشري، الإجابة C

(إضافي... هل هو عدد عشري؟)

$\frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

$= 0.25 \times 0.25$

$= (25)^2 \times 10^{-4}$

$= 625 \times 10^{-4}$ عدد عشري.

(2 $A = 3^{-3} + 3^{-3} + 3^{-3}$

$= 3^1 \times 3^{-3}$ $\quad a^n \times a^m = a^{n+m}$

$= 3^{-2}$ الإجابة B

(3 $(a\times b)^n = a^n \times b^n \Rightarrow$

$(15)^2 = (3\times 5)^2 = 3^2 \times 5^2 \Rightarrow$

$\frac{3^2\times 5^2\times 7^4}{(15)^2\times 7^2} = \frac{3^2\times 5^2\times 7^4}{3^2\times 5^2\times 7^2}$

$= \frac{3^2}{3^2} \times \frac{5^2}{5^2} \times \frac{7^4}{7^2}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$= 1 \times 1 \times 7^2 = 49$

الإجابة A

(4 بنفس الأسلوب السابق نجد:

$(a^n)^m = a^{n\times m}$

$4^2 = (2^2)^2 = 2^4$

$\frac{2^4\times 3^4\times 7^2\times 5^3}{5^2\times 7^2\times 2^4\times 3^3}$

$= \frac{2^4}{2^4} \times \frac{3^4}{3^3} \times \frac{7^2}{7^2} \times \frac{5^3}{5^2}$

$= 3\times 5 = 15$ الإجابة C

(5 اثبت هل هذه العبارة

$\frac{1}{4}(8^5) \Leftrightarrow \frac{8^5}{4}$

(نكتب العدد في البسط على شكل قوة أساسها العدد الموجود في المقام.)

$(a^n)^m = a^{n\times m}$

$8^5 = (2^3)^5 = 2^{15} \Rightarrow$

$\frac{8^5}{4} = \frac{2^{15}}{2^2} = 2^{13}$ الإجابة A

(6 مطابقة $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 = (a-b)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

$= 5 - 2\sqrt{5}\times\sqrt{2} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$

$\sqrt{10}$ الإجابة A عدد غير عادي بين وجود

(7 $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{m\times n}$

$\left[(\sqrt{5})^{-2}\right]^3 = \left[(\sqrt{5})^2\right]^{-3} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

عدد عادي الإجابة A

ماهر بربر

8) تذكر: $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$\Rightarrow (x-\sqrt{3})(x+3)=x^2-3$

الإجابة C

9) $\frac{1}{3}\times 3^4=\frac{3^4}{3}=3^{+3}$

الإجابة C

10) $3^n=9^4\Rightarrow 3^n=(3^2)^4\Rightarrow$

$3^n=3^8\Rightarrow n=8$

الإجابة B

11) تذكر:

$0.00003=3\times 10^{-5}$

الإجابة B

$10^n=1000\cdots 0$

$10^{-n}=0.000\cdots 01$

12)

$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)=3-1=2$

(بنفس طريقة حل السؤال 8)

الإجابة A

13) مضيف جمعاً جبرياً

لا نجمع a^n+a^m

بينما $a^n\times a^m=a^{n+m}$

$3^5+3^3=3^3\times 3^2+3^3$

$=3^3(3^2+1)=10\times 3^3$

الإجابة C

14) أيضاً بنفس الطريقة:

$3^7+3^7=3^7\times 3^2+3^7$

$=3^7(3^2+1)=10\times 3^7$

الإجابة C

15) مكرر في (9) لخيارات مختلفة عن الكل السابق هي:

$\frac{3^4}{3}=3^3=27$ الإجابة A

16) $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

$\frac{2^3}{4^3}=\left(\frac{2}{4}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$=\frac{1}{8}$

أو بطريقة أخرى:

$4^3=(2\times 2)^3=2^3\times 2^3\Rightarrow$

$\frac{2^3}{4^3}=\frac{2^3}{2^3\times 2^3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

الإجابة C

آفاق تعليمية



مراجعة سريعة

لبعض أفكار الوحدة الثانية جبر

يوجد (بهدلة مرتبة)

لكل طالب اجاباته خاطئة



في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

أ.ماهر بربر

1) **(نماذج وزارية)** العدد 5^{-2} هو عدد عشري .

2) **(الامتحان النصفي الموحد)** قيمة A حيث $A=\frac{2^3\times5^2\times7}{2^2\times5\times7}$ هي 70 .

3) **(الدورة التكميلية)** نصف العدد 6^2 هو 3^2 .

4) **(طرطوس 2018)** إن العدد $(\frac{1}{\sqrt{7}})^{-2}$ يساوي 7 .

5) **(حلب 2018)** إذا كان العدد $A=\frac{2^3\times3}{8\times3^{-2}}$ والعدد $B=3^3$ فإن $A=B$.

6) **(درعا 2018)** قيمة العدد $(\sqrt{3})^{-5}$ تساوي 9 .

7) **(السويداء 2018)** نصف العدد 4^6 هو العدد 2^3 .

8) **(الحسكة 2018)** ناتج نشر $(\sqrt{2}x+3)^2$ يساوي $2x^2+9$.

T.MAHER BAR BAR

1) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \frac{4}{100}$

العبارة A صحيحة

$= 4 \times 10^{-2}$

2) $A = \frac{2^3}{2^2} \times \frac{5^2}{5} \times \frac{7}{7}$

$= 2 \times 5 \times 1 = 10$

العبارة A خاطئة

3) $\frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{6^2}{2}$

$= \frac{2^2 \times 3^2}{2} = 2 \times 3^2$

$= 18$

أو مباشرة هذا الجواب ظاهر حيث: $6^2 = 36$ ومنه

$\frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18$

فالعبارة A خاطئة

4) نستطيع الحل بأكثر من طريقة

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-2} = \frac{(1)^{-2}}{(\sqrt{7})^{-2}}$

$\underbrace{(1)^n = 1}_{n \text{ تأكان}}$ ، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ومنه:

$\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{7}} = 7$

فالعبارة A صحيحة

أو مباشرة:

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{7}} = 7$

5) $8 = 2^3$ بما أن

$A = \frac{2^3}{2^3} \times \frac{3}{3^{-2}} = 1 \times 3^3 = 3^3$

$\Rightarrow A = B$

العبارة B خاطئة

6) $(\sqrt{3})^{-5} = \frac{1}{(\sqrt{3})^5}$

$= \frac{1}{(\sqrt{3})^2} \times \frac{1}{(\sqrt{3})^2} \times \frac{1}{(\sqrt{3})}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{9\sqrt{3}}$

فالعبارة C خاطئة

7) $\frac{4^6}{2} = \frac{(2^2)^6}{2} = \frac{2^{12}}{2} = 2^{11}$

فالعبارة D خاطئة

أ.ماهر بربر

8) تذكر:

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(\sqrt{2}x+3)^2 =$

$(\sqrt{2}x)^2 + 2(\sqrt{2}x)(3)+3^2$

$= 2x^2+6\sqrt{2}x+9$

تذكر دوماً:

$(a+b)^2 \neq a^2+b^2$

عرفنا في السؤال السابق

يوجد هذا الفرق، بينما

$(a\times b)^n = a^n \times b^n$

أسئلة إضافية تابعة

للسؤال السابق (صح أم خطأ)

9) ربع عدد غير عادي هو

عدد عادي.

عبارة خاطئة. حيث:

π هو عدد غير عادي

وربعه π^2 أيضاً غير عادي

كذلك:

$(\sqrt{\sqrt{2}})^2 = \sqrt{2}$ غير عادي

(يكفي مثال واحد)

10) $2^7 - 2^3 = 2^4$

عبارة خاطئة.

والسبب أن الطرح ليس كذلك

بينما الناتج هو:

$2^7 - 2^3 = 2^4 + 2^3 - 2^3$

$= 2^3(2^4-1)$

$= 2^3(15)$

$= 8\times 15 = 120 \neq 2^4$

11) نصف العدد $(16)^{50}$ هو $(16)^{25}$

عبارة خاطئة. حيث:

$\frac{1}{2}(16)^{50} = \frac{(16)^{50}}{2}$

(نكتب القوة على شكل قوة أساسها

العدد الموجود بالمقام)

$\frac{(16)^{50}}{2} = \frac{(2^4)^{50}}{2} = \frac{2^{200}}{2}$

$= 2^{199}$

12) $\sqrt{11^2\times 7^4} = 11\times 7^2$

عبارة صحيحة. حيث:

$\sqrt{11^2\times 7^4} = \sqrt{11^2}\times\sqrt{7^4}$

$7^{\frac{4}{2}} = 7^2$

$= 11\times 7^2$

إضافي: أوجد قيمة العدد a في كل مايلي:

1) $3^6 = a^2$

(يجب كتابة الرقم الأعلى نفسه الرقم الأسفل)

$3^6 = (3^3)^2 \Rightarrow (3^3)^2 = a^2 \Rightarrow a = 3^3 = 27$

2) $5^8 = a^4 \Rightarrow$

$(5^2)^4 = a^4 \Rightarrow a = 5^2 = 25$

3) $49^2 = a^4 \Rightarrow$

$(7^2)^2 = a^4 \Rightarrow 7^4 = a^4 \Rightarrow a = 7$

4) $(36)^6 = a^3 \Rightarrow$

وضح: $36 = 6^2$

$(6^2)^6 = a^3$

وضح: $(6^2)^6 = (6^2)^{3\times 2} = (6^{2\times 2})^3$

$(6^4)^3 = a^3$

$\Rightarrow a = 6^4 = 1296$

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الثالثة جبر

أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: **في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:**

1) (نماذج وزارية) حلول المتراجحة $4x \leq 12$ هي جميع قيم x التي تحقق:

A	$x \leq 3$	B	$x \leq 4$	C	$x \geq 3$

2) (الدورة التكميلية) أحد حلول المتراجحة: $3x + 2 \leq x + 4$ هو:

A	2	B	-3	C	5

3) (حماة 2018) أحد حلول المتراجحة: $2x - 1 \leq 3x + 1$ هو:

A	-5	B	-3	C	-1

4) (دير الزور 2018) أحد حلول المتراجحة: $2x - 1 \leq 3X + 1$ هو:

A	-1	B	-3	C	-5

5) (طرطوس 2019) أحد حلول المتراجحة $2(x - 1) \leq 5$ هو العدد:

A	5	B	4	C	-4

6) قبل خمس سنوات كان عمري نصف ما سيصبح عليه بعد خمس سنوات فإذا رمزت إلى عمري بالرمز x فإن المعادلة المعبرة عن النص هي :

A	$2x-5=x+5$	B	$2(x-5)=x+5$	C	$x=2x+15$

السؤال الثاني: **في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:**

1) (نماذج وزارية) العدد الوحيد الذي مربعه يساويه هو العدد 0 .

2) (اللاذقية 2018) للمعادلة $x^2 = 2$ حلان متعاكسان.

3) (حلب 2018) حلول المتراجحة $-3x > 5$ هي جميع قيم x التي تحقق $x > \frac{-5}{3}$.

4) (درعا 2018) إذا كانت $x < 3$ فإن $-x > -3$.

5) (الرقة 2018) العدد 3 هو أحد حلول المتراجحة $x + 1 \geq 4$.

هل تذكر الايام العصيبه ؛ التى اعتقدت
انها ستقصم ظهرك وتفقدك الحياه ؟!
لكنها مضت! هذه الفتره ايضا ستمضى
لاتدعها تمضى وقد انتزعت منك ايمانك ❤️



T.MAHER BAR BAR

"كل صعوبة تمر عليك الآن سوف تكون أكثر فقرة شيِّقة فى قصة نجاحك غدًا.
اجعلها تحديًا لتحكي تلك القصة بشغف في المستقبل وينبهر بها كل من يسمعها، قد تكون سببًا في إلهام الكثير من بعدك." 💖💖

1)

$4x \leq 12 \Rightarrow x \leq 3$

الإجابة A

2) في مثل هذه الأسئلة عوض الأعداد الموجودة في الخيارات والعدد الذي يحقق المتراجحة هو الذي أو تتطابق حل المتراجحة:

$3x+2 \leq x+4$

$\Rightarrow 2x \leq 2 \Rightarrow x \leq 1$

وبالتالي الإجابة B هي الصحيحة حيث

$-3 \leq 1$

3) بنفس طريقة حل السؤال السابق نجد:

$2x-1 \leq 3x+1 \Rightarrow$

$-x \leq 2$

انتبه هنا:

أمثال x هو -1: تذكر: تتغير جهة المتراجحة عند قسمة أو ضرب طرفيها بعدد سالب

$-x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$

وبالتالي الإجابة C هي الصحيحة حيث

$-1 \geq -2$

4) نفس السؤال السابق باختلاف ترتيب الإجابات

الإجابة A.

5) أيضا نفس الطريقة السابقة نجد:

$2x-2 \leq 5 \Rightarrow 2x \leq 7 \Rightarrow$

$x \leq \frac{7}{2}$ أي $x \leq 3.5$

الإجابة C حيث $-4 \leq 3.5$

6) لو رمزنا للعمر بالرمز x

- قبل خمس سنوات $x-5$
- بعد خمس سنوات $x+5$

وحسب الفرض:

$x-5 = \frac{x+5}{2} \Rightarrow 2(x-5) = x+5$

السؤال الثاني:

1) عبارة خاطئة: في مثل هذه الأسئلة حول النص إلى معادلة:

$x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow$

$x(x-1) = 0 \Rightarrow \underline{x=0}$ أو $\underline{x=1}$

* إضافي: العدد الوحيد الذي مربعه يساوي ضعفيه هو 2.

عبارة خاطئة.

$x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$

$x(x-2) = 0 \Rightarrow \underline{x=0}$ أو $\underline{x=2}$

2) عبارة صحيحة:

$x^2 = 2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = +\sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array} \right.$ جذران متعاكسان

* إضافي: للمعادلة $x^2 = 5^{-2}$ حلان متعاكسان.

عبارة صحيحة حيث:

$x^2 = 5^{-2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \begin{array}{l} x = +\frac{1}{5} \\ x = -\frac{1}{5} \end{array}$

* إضافي: للمعادلة $x^2 + 7 = 0$ حلان متعاكسان.

عبارة خاطئة. أي مستحيلة الحل حيث

$x^2 + 7 = 0 \Rightarrow x^2 = -7$ مستحيلة

* إضافي: للمعادلة $(x+1)^2 = 49$ جذران (حلان) متعاكسان. الرجاء الانتباه.

(عندما يوجد داخل القوس عدد غير المجهول وضافا له أو طرحنا منه، والطرف الثاني غير معدوم فالجذران غير متعاكسين) ..... لاحظ!

$(x+1)^2 = 49 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+1 = +7 \Rightarrow \boxed{x=6} \\ x+1 = -7 \Rightarrow \boxed{x=-8} \end{array} \right.$

جذران غير متعاكسين (الجذران المتعاكسان هما جذران لهما نفس القيمة باختلاف الإشارة)

أماهر بربر

تذكر دوماً:

- $x^2 = a \; ; \; a > 0$

عندئذٍ للمعادلة جذرين مختلفين ومتعاكسين هما:

$x = +\sqrt{a}$ and $x = -\sqrt{a}$

- $(x \mp \dots)^2 = a \; ; \; a > 0$

عندئذٍ للمعادلة جذرين مختلفين غير متعاكسين.

- $x^2 = a \; ; \; a < 0$

عندئذٍ المعادلة مستحيلة الحل مثل:

$x^2 = -49 \Leftrightarrow x^2 + 49 = 0$

على خلاف $x^2 - 49 = 0$ ؛

- $x^2 = 0$

عندئذٍ للمعادلة جذر وحيد مضاعف هو $x = 0$

وهذا ما ينطبق على:

$(x \mp \dots)^2 = 0$

مثال:

$\underbrace{(x-5)^2}_{\text{؟}} = 0 \Rightarrow x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

لماذا ؟؟ لأن أصلها:

$(x-5)(x-5) = 0$

إما $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

لاحظ نفس الجذر مكرر مرتين لذلك سميناه جذر وحيد مضاعف.

3) - بجبر الانتباه دوماً إلى إشارة أمثال x حيث عند ضرب (أو قسمة) طرفي المتراجحة بعدد سالب تتغير جهة المتراجحة.

$-3x > 5 \Rightarrow \div -3 \quad x < -\frac{5}{3}$

فالعبارة خاطئة.

4) عبارة خاطئة لنفس السبب السابق.

$-x < -3 \Leftarrow x > 3$

5) جملة صحيحة. $x = 3$ ، $x + 1 \not> 4$

كوضع أو مثل المتراجحة ، (بالتعويض):

محقق $3 + 1 \not> 4 \Rightarrow 4 \not> 4$

(انتبه: إذا كانت المتراجحة المفروضة بالشكل $x + 1 \not< 4$ فالعبارة تكون خاطئة)

أسئلة إضافية تابعة لهذا السؤال:

6) كل عدد أصغر من 8 يكون نظيره أصغر -8

- نفرض x عدد أصغر من 8 أي $x < 8$

نظير العدد x هو $-x$ أي لنحصل على النظير نجبر طرفي المتراجحة $x < 8$ بالعدد -1 ونغير جهة المتراجحة.

$x < 8 \Rightarrow -x > -8$

فالعبارة خاطئة. والصواب: كل عدد أصغر من 8 يكون نظيره أكبر من 8.

7) كل عدد أكبر من 8 يكون مقلوبه أكبر من $\frac{1}{8}$

- نفرض x عدد أكبر من 8 أي $x > 8$

مقلوب العدد x هو $\frac{1}{x}$ أي لنحصل على النظير نجبر قلب طرفي المتراجحة $x > 8$ وعند قلب المتراجحة تتغير جهتها.

$x > 8 \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{8}$

فالعبارة خاطئة. والصواب: كل عدد أكبر من 8 يكون مقلوبه أصغر من $\frac{1}{8}$

(طبق أمثلة عددية على العبارتين السابقتين)

أ. ماهر بربر

8) بما أن $\sqrt{5}$ يمثل حلاً للمتراجحة

$$x \leq \frac{5}{2}$$

• في حال وجود جذر تربيعي نتبع مايلي،

- إذا كان طرفي المتراجحة موجبان كلتيهما، إذا قمنا بتربيع الطرفين فإن جهة المتراجحة لا تتغير ونحل بذلك على متراجحة مكافئة المعطاة.

مثال:

$$5 < 9 \Rightarrow 25 < 81$$

لهما الطرفان موجبان

بالعودة إلى السؤال:

عادت العادة أن نقوم بتعويض العدد المفروض في المتراجحة ثم نحكم على المتراجحة فإذا كانت محققة أو لا، معتمدين على تعويض $\sqrt{5}$ في المتراجحة:

$$x \leq \frac{5}{2} \ , \ x = \sqrt{5} \Rightarrow$$

هل هي محققة؟؟ $\sqrt{5} \leq \frac{5}{2}$

لن نستطيع الحكم عليها لذلك نلجأ و بما أن طرفي المتراجحة $\sqrt{5} \leq \frac{5}{2}$ موجبان فإننا نستطيع تربيع الطرفين دون أن نغير جهة المتراجحة، إذن بالتربيع نجد

$$5 \leq \frac{25}{4}$$

(القسمة العدد 25 على 4) أو بضرب طرفي المتراجحة بالعدد الموجب 4 نجد:

$$20 \leq 25$$ محققة

وبالتالي المتراجحة المكافئة لـ

$\sqrt{5} \leq \frac{5}{2}$ محققة أيضاً

ومنه $\sqrt{5}$ يُمثل حلاً للمتراجحة $x \leq \frac{5}{2}$ فالعبارة صحيحة

تستخدم هذه الخاصية فقط بوجود جذور تربيعية ضمن سؤال المتراجحة

السؤال الذي المتعلق بالمتراجحات هو حل متراجحة وتمثيل الحلول على مستقيم الأعداد لا تنسى ذلك.

أ. ماهر بربر

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الرابعة جبر

السؤال الرئيس في الوحدة هو سؤال ب 100 درجة

متعلق بحل جملة معادلتين خطيتين بيانيا وجبريا

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحه من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

1) اشترى عماد ثلاثة أقلام وأربعة دفاتر بمبلغ 4000 ليرة. المعادلة المعبره عن النص:					
(A)	$3x+4y-4000=0$	(B)	$3x+4000=4y$	(C)	$3x-4y=4000$
2) الثنائية $(0,-2)$ حل للمعادلة $y+x+c=0$ فإنّ					
(A)	$c=0$	(B)	$c=2$	(C)	$c=-2$
3) الثنائية $(1,3)$ حل للمعادلة $ax-y=0$ فإنّ					
(A)	$a=0$	(B)	$a=3$	(C)	$a=-3$
4) بيان إحدى المعادلات التاليه عبارة عن مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات					
(A)	$y-3x=0$	(B)	$y-3=0$	(C)	$y+3=0$
5) نقطة تقاطع المستقيم $x-y=-3$ مع محور التراتيب هي:					
(A)	$(-3,0)$	(B)	$(0,3)$	(C)	$(3,6)$
6) $y-2x-1=-2x$ هي معادلة:					
(A)	مستقيم منصف للربع الأول	(B)	مستقيم منصف للربع الثاني	(C)	مستقيم يوازي محور الفواصل

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الآتية:

1) $m=10$ تجعل الثنائية $\left(\frac{1}{2},\frac{15}{6}\right)$ حلاً للمعادلة $mx-6y=5$.

2) **المعادلتان $4x+4y=4$, $2x-2y=2$ متكافئتان .**

3) لتكون ثنائية حلا لجملة معادلتين يكفي ان تحقق حلا لإحدى معادلتيها.

4) حل الجملة $\begin{cases}2x+3y=2\\3x+4y=1\end{cases}$ هو الثنائية $(5,-4)$

5) لحل الجملة $\begin{cases}4x-y=3\\-x+y=5\end{cases}$ يمكن البدء بكتابة $4x-y+(-x+y)=2$

6) $y=0$ هي معادلة تمثيلها البياني عباره عن مستقيم غيرمارمن مبدأ الإحداثيات

7) $d: y=-x+1$ مستقيم يشكل مع محوري الاحداثيات مثلث محيطه عدد غيرعادي

8) التمثيل البياني للمعادلة $3x-6=0$ هو مستقيم يمر بالمبدأ.

9) $\left(\frac{1}{5},4\right)$ نقطة من المستقيم الممثل للمعادلة $-2y+8=0$.

حل المسألتين الآتيتين.

المسألة الأولى. ليكن (d) و (d') مستقيمان معادلتهما على التوالي $y=x-2$ و $y+x=2$.

1. حل المعادلتين جبريا
2. احسب إحداثيات نقاط تقاطع (d) و (d') مع المحورين الإحداثيين.
3. ارسم (d) و (d'). ثم استنتج الحل المشترك لمعادلتي المستقيمين بيانياً.
4. أثبت أن المستقيمان (d) و (d') متعامدان.

أ. ماهر بربر

المسألة الثانية.

المستقيمان (d_2) و (d_1) معادلتاهما: $\begin{cases} d_1: 3y=-x-4 \\ d_2: y-x=-4 \end{cases}$ المطلوب:

1) حل جملة المعادلتين جبرياً.
2) تحقق أنّ النقطة $A(-1,-1)$ تقع على المستقيم (d_1).
3) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d_2) و (d_1) ، واكتب إحداثيتي M نقطة تقاطعهما.

* السؤال الأول :

1) بفرض x هو سعر القلم الواحد
و y هو سعر الدفتر الواحد كذلك:
$3x+4y=4000 \Rightarrow 3x-4y-4000=0$

الإجابة A.

2) بما أن النقطة $(0,-2)$ حل للمعادلة
فإنها تحقق:
$(\overset{x}{0},\overset{y}{-2}) \Rightarrow y+x+c=0$

$-2+0+c=0 \Rightarrow c=2$ الإجابة B.

3) بنفس الطريقة المطبقة في السؤال السابق:
$(\overset{x}{1},\overset{y}{3}) \Rightarrow ax-y=0$

$a(1)-3=0 \Rightarrow a=3$ الإجابة B.

4) كل معادلة من الشكل: $y=mx$
هي معادلة مستقيم مار من مبدأ الإحداثيات
كذلك فإن المعادلة المعبرة عن مستقيم
محور الفواصل $y=0$ (عدم المبدأ)
و المعادلة المعبرة عن مستقيم محور التراتيب
$x=0$ (عدم المبدأ)
هنا الإجابة الصحيحة A هي
$y-3x=0 \Rightarrow y=3x \xrightarrow[\text{التكافؤ}]{\text{من}} y=mx$

5) تذكر دوماً:
. نقطة تقاطع المستقيم مع محور الفواصل
نعوض في المعادلة بالقيمة $y=0$
. ونقطة تقاطعه مع محور التراتيب نعوض
في المعادلة بالقيمة $x=0$

- نقطة تقاطع المستقيم $d: x-y=-3$
مع محور التراتيب هي $(y,0)$ أي نعوض
في معادلة المستقيم كل x بالقيمة 0 ومنه:
$0-y=-3 \Rightarrow y=3 \Rightarrow (0,3)$ الإجابة B

6) تذكر:

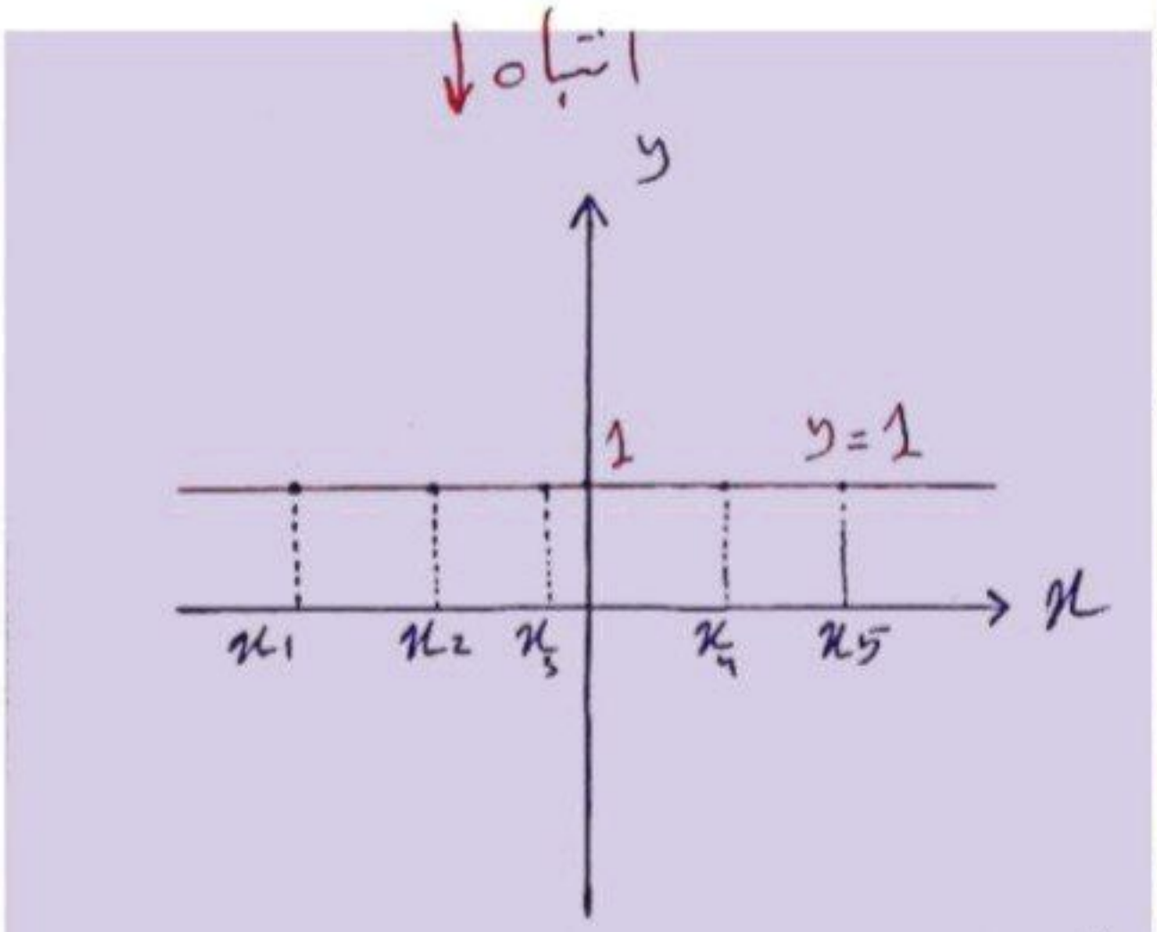
$y=x$ معادلة مستقيم ينصف الربع الأول والثالث

$y=-x$ معادلة مستقيم منصف للربعين الثاني والرابع

$y=a$ معادلة مستقيم يوازي محور الفواصل
(وفي الحالة الخاصة: $y=0$ هي معادلة محور الفواصل نفسه)

$x=b$ معادلة مستقيم يوازي محور التراتيب
(وفي الحالة الخاصة: $x=0$ هي معادلة محور التراتيب نفسه).

- في سؤالنا:
$y-2x-1=-2x \Rightarrow y=1$
معادلة مستقيم يوازي محور الفواصل
الإجابة C.



. جميع النقاط التي تنتمي إلى المستقيم
$y=1$ ترتيبها دوماً 1 باختلاف فواصلها
مثال:
. جميع النقاط $(\frac{1}{2},1)$ ، $(-1,1)$ ، $(2,1)$
جميعها تقع على المستقيم $d: y=1$ وترتيبها
دوماً 1 باختلاف الفواصل.

أ. ماهر بربر

*السؤال الثاني:

1) الثنائية $(\frac{1}{2}, \frac{15}{6})$ حل للمعادلة $mx-6y=5$ في $\mathbb{R}$ تحقق أو منه:

$$m(\frac{1}{2})-6(\frac{15}{6})=5 \Rightarrow$$

$$\frac{m}{2}-15=5 \Rightarrow \frac{m}{2}=20 \Rightarrow m=40$$

فالقضية خاطئة.

2) $4x+4y=4 \xrightarrow{\div 2} 2x+2y=2$

فالعبارة خاطئة

3) لتكون الثنائية حلاً لجملة معادلتين يجب أن تحقق كلاً من معادلتيها. فالقضية خاطئة

4) عوض الثنائية بمعادلتي الجملة يجب أن تحققها معاً.

- نعوض الثنائية $(5,-4)$ في المعادلة الأولى نجد:

$$2(5)+3(-4) \stackrel{?}{=} 2$$

$$10-12 \stackrel{?}{=} 2 \Rightarrow -2 \neq 2$$

أي أن الثنائية لا تحقق المعادلة الأولى في لين حلاً للجملة فالقضية خاطئة.

5) لنجمع المعادلتين طرفاً إلى طرف نجد:

$$(4x-y)+(-x+y)=3+5 \Rightarrow$$

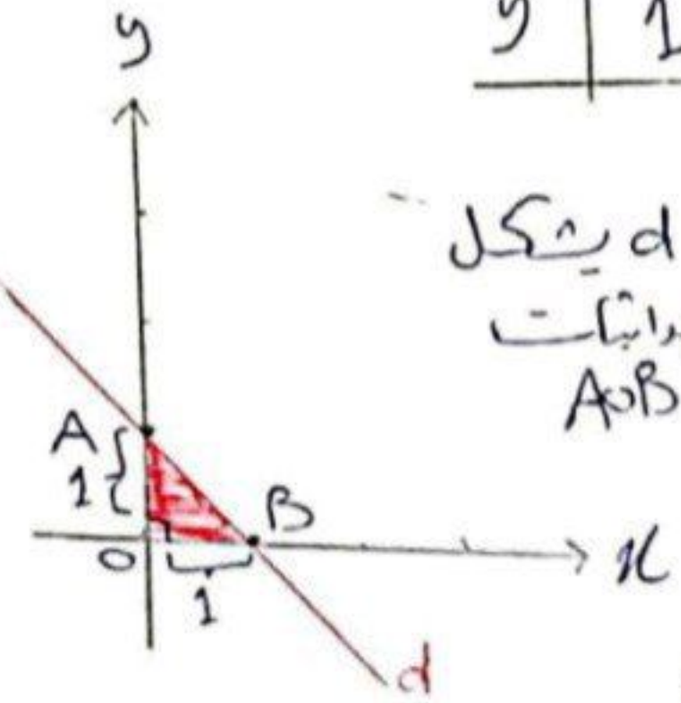
$$4x-y-x+y=8$$

فالقضية خاطئة.

6) $y=0$ هي معادلة محور الفواصل وهذا المحور يمر من المبدأ فالقضية خاطئة.

7) لنرسم المستقيم $d: y=-x+1$

d:	$A(0,1)$	$B(1,0)$
x	0	1
y	1	0



لدينا المستقيم d يشكل مع محوري الإحداثيات المثلث القائم AOB

محيطه هو مجموع أطوال أضلاعه حيث:

$OA=1, OB=1 \Rightarrow AB=\sqrt{2}$ حسب فيثاغورث

وبالتالي،

$$P_{(AOB)}=OA+OB+AB=1+1+\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$$

وهو عدد غير حادي (لوجود $\sqrt{2}$)

فالقضية صحيحة (المباشرة)

8) $3x-6=0 \Rightarrow x=2$

معادلة مستقيم يوازي محور التراتيب لا يمر من المبدأ فالقضية خاطئة.

9) القضية صحيحة $-2y+8=0 \Rightarrow y=4$

فكل نقطة ترتيبها 4 هي نقطة من هذا المستقيم وهي كانت خارجة (تمت مناقشة ذلك في 6 من السؤال الأول)

الأخير:

10) كل معادلة خطية بمجهولين لها عدد غير منته من الحلول.

عبارة صحيحة، حيث كل قيمة لـ x تعطي قيمة لـ y وبالعكس.

$$ax+by+c=0$$

أ. ماهر بربر

المسألة الأولى:

$d: y = x - 2$ ..... (1

$d': y + x = 2$ ..... (2

1) بتعويض (1) في (2) نجد:

$x - 2 + x = 2 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

نعوض في المعادلة (1) نجد: $y = 0$

وبالتالي النقطة $(x, y) = (2, 0)$

هي حل المجلة المعادلتين السابقتين.

(يستطيع استخدام طريقة الحذف بالجمع بعد إصلاح شكل المعادلة الأولى)

2)

$d: y = x - 2$

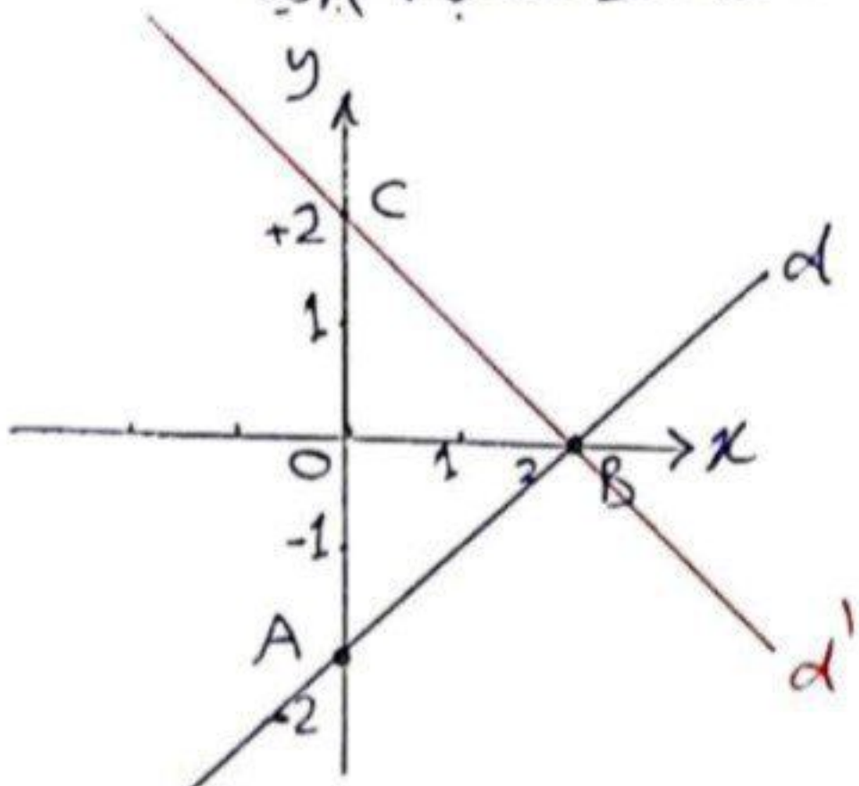
d	A(0,-2)	B(2,0)
x	0	2
y	-2	0

$d': y = 2 - x$

d'	C(0,2)	B(2,0)
x	0	2
y	2	0

← النقطة B نقوم بالتكتب بهما

3)



نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة B(2,0) أي أن الحل المشترك لمجلة المعادلتين بيانياً هو الثنائية B(2,0)

4) نلاحظ أن OB متوسط في المثلث ACB وطول OB يساوي 2 نصف طول القطع المنطلق من C فالمثلث ACB قائم وتر تلك الضلع أي $d \perp d'$ (لأن جداء ميلهما = -1)

المسألة الثانية:

$\begin{cases} d_1: 3y = -x - 4 \\ d_2: y - x = -4 \end{cases}$

1) المجلة تكتب بالشكل:

$\begin{cases} d_1: 3y + x = -4 \\ d_2: y - x = -4 \end{cases}$

بالجمع نجد: $4y = -8$ ومنه $y = -2$

نعوض في d_2 نجد $x = 2$ ومنه الثنائية $(x, y) = (2, -2)$ هي حل المجلة المعادلتين.

2) نعوض إحداثيات النقطة $A(-1,-1)$ في d_1 نجد:

$3(-1) \stackrel{?}{=} -(-1) - 4 \Rightarrow -3 = -3$ محققة

إذن $A \in d_1$

$d_1: y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$

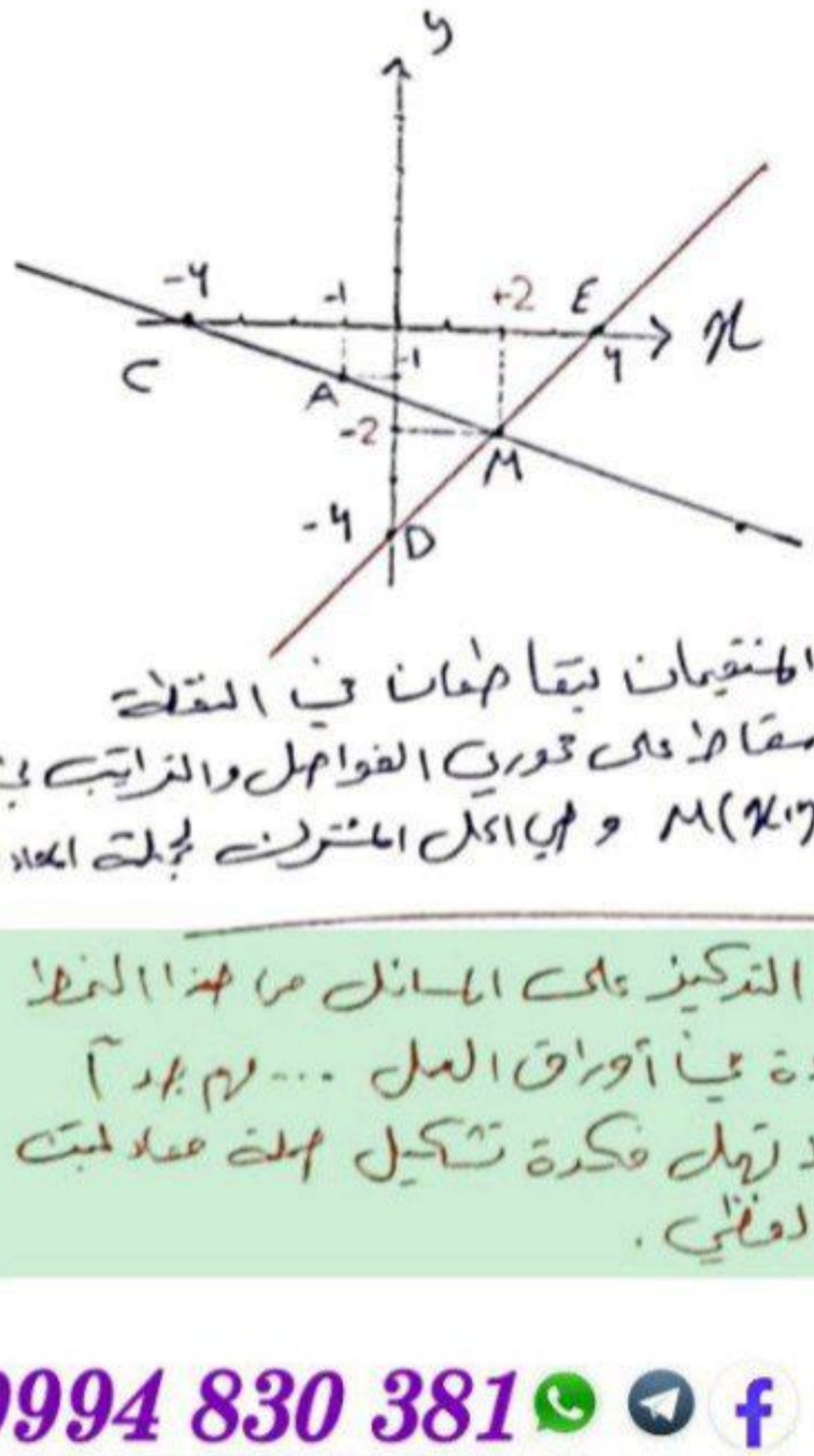
$d_2: y = x - 4$

d_1	B(0,-4/3)	C(-4,0)	A(-1,-1)
x	0	-4	-1
y	-4/3	0	-1

d_2	D(0,-4)	E(4,0)
x	0	4
y	-4	0

← النقطة B نقوم بالتكتب بهما

(دائماً أوجد نقاط مساعدة عندما يوجد كسور غير صحيحة)



نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة M وبالإسقاط على محوري الفواصل والترتيب نجد: $M(x, y) = M(-2, 2)$ وهي الحل المشترك لمجلة المعادلتين

• لا تنسى التركيز على المسائل من هذا النمط والواردة في أوراق العمل ... لم يرد آخر أيضاً لا تهمل فكرة تشكيل مجلة معادلتين من نص لفظي.

أولاً **أجب عن السؤالين الآتيين:**

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) h هو التابع المعطى وفق $h(x)=x^2+2x$ ، أحد أسلاف العدد 0 وفق هذا التابع هو:

A	0	B	3	C	2

2) (الرقة 2018) f هو التابع المعطى وفق $f(x)=x^2-5x$ ، أحد أسلاف العدد 0 وفق التابع هو:

A	-5	B	5	C	1

3) (القنيطرة 2018) f تابع معرف بالصيغة $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن أسلاف العدد 9 هي:

A	$\{3,-3\}$	B	$\{2,-3\}$	C	$\{4,-2\}$

4) (اللاذقية 2018) إذا كان f تابعاً معطى بالصيغة: $f(x)=2x-\sqrt{8}$ ، فإن $f(\sqrt{2})$ يساوي:

A	$\sqrt{2}$	B	$4\sqrt{2}$	C	0

5) (حلب 2018) التابع f معرف بالصيغة $f(x)=x^2$ ، فإن أسلاف العدد 4 هي:

A	$\{1,-3\}$	B	$\{1,3\}$	C	$(2,-2)$

6) (دمشق 2018) إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة: $f(x)=3x^2+2x+8$ ، فإن $f(1)$ تساوي:

A	11	B	12	C	13

7) (طرطوس 2019) إذا كان $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن $f(0)$ يساوي:

A	0	B	1	C	-1

8) (حماة 2019) إذا كان $f(x)=\frac{1}{x}$ فإن $f(\frac{1}{\sqrt{8}})$ يساوي:

A	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	B	8	C	$2\sqrt{2}$

9) (الحسكة 2019) إذا كان التابع $f: x \to \sqrt{x}$ فإن صورة العدد 8 وفق f تساوي:

A	$2\sqrt{2}$	B	$2\sqrt{3}$	C	4

10) (درعا 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=x^2+7$ ، فإن $f(\sqrt{3})$ يساوي:

A	$2\sqrt{5}$	B	$\sqrt{10}$	C	10

11) (دمشق 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=(x-5)^2$ ، فإن $f(3)$ يساوي:

A	-4	B	4	C	2

12) (إدلب 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن $f(\sqrt{3}+1)$ يساوي:

A	3	B	$\sqrt{3}-1$	C	2

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) (الحسكة 2018) إذا كان $f(x)=x^2+4$ فإن $f(\sqrt{2})=7$.

2) (ريف دمشق 2018) f تابع معرف بالصيغة: $f(x)=(x-1)(x+5)$ فإن $f(2)=-6$.

3) h هو التابع $x \mapsto x^2$. إذن ليس للعدد 25 – أسلاف وفق هذا التابع.

4) k هو التابع $t \mapsto \frac{1}{t}$ (حيث $t \neq 0$). إذن لا يمكن إيجاد صورة $\sqrt{5}$ وفق هذا التابع.

5) u هو التابع $t \mapsto (t-1)^2$. يوجد عددان صورة كل منهما 4 وفق هذا التابع.

6) v هو التابع الذي يربط بكل عدد موجب جذره التربيعي الموجب. يوجد عددان صورة كل منهما 16

7) الآلة المصممة لإنتاج الأعداد وفق: $y \to$ $(y+1)^2=x$ $\to x$ **تعرف تابع**

أ. ماهر بربر

*أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين.

- السؤال الأول:

1) $h(x)=x^2+2x$

لإيجاد أسلاف العدد 0 نحل المعادلة:

$h(x)=0 \Rightarrow x^2+2x=0$

$\Rightarrow x(x+2)=0 \Rightarrow$

إما $x=0$

أو $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

فالإجابة الصحيحة هي A.

2) $f(x)=x^2-5x$

لإيجاد أسلاف العدد 0 نحل المعادلة:

$f(x)=0 \Rightarrow x^2-5x=0$

$\Rightarrow x(x-5)=0 \Rightarrow$

إما $x=0$

أو $x-5=0 \Rightarrow x=5$

فالإجابة الصحيحة هي B.

3) $f(x)=(x-1)^2$

لإيجاد أسلاف العدد 9 نحل المعادلة:

$f(x)=9 \Rightarrow (x-1)^2=9 \Rightarrow$

$(x-1)=+\sqrt{9}=+3 \Rightarrow x=4$

$(x-1)=-\sqrt{9}=-3 \Rightarrow x=-2$

فالإجابة الصحيحة هي C.

4) $f(x)=x^2$

لإيجاد أسلاف العدد 4 نحل المعادلة:

$f(x)=4 \Rightarrow x^2=4$

$\Rightarrow x=+\sqrt{4}=2$

$x=-\sqrt{4}=-2$

فالإجابة الصحيحة هي C

4) $f(x)=2x-\sqrt{8}$

$f(\sqrt{2})=2\sqrt{2}-\sqrt{8}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$

فالإجابة الصحيحة هي C.

6) $f(x)=3x^2+2x+8$

$f(1)=3(1)+2(1)+8=13$

فالإجابة الصحيحة هي C.

7) $f(x)=(x-1)^2$

$f(0)=(0-1)^2=1$

فالإجابة الصحيحة هي B.

8) $f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{8}}}$

$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

فالإجابة الصحيحة هي C.

9) $f(x)=\sqrt{x} \Rightarrow f(8)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

فالإجابة الصحيحة هي A.

10) $f(x)=x^2+7 \Rightarrow$ .....

$f(\sqrt{3})=(\sqrt{3})^2+7=3+7=10$

فالإجابة الصحيحة هي C.

11. $F(x)=(x-5)^2 \Rightarrow$

$F(3)=(3-5)^2=4$

فالعبارة صائبة في الجواب B.

12. $F(x)=(x-1)^2$

$f(\sqrt{3}+1)=(\sqrt{3}+1-1)^2=3$

فالعبارة صائبة في الجواب A.

السؤال الثاني:

1. $f(x)=x^2+4 \Rightarrow$

$F(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2+4=2+4=6$

فالعبارة خاطئة.

2. $F(x)=(x-1)(x+5)$

$f(+2)=(+2-1)(+2+5)$

$=(+1)(7)=7$

فالعبارة خاطئة.

3. $h: x \longmapsto x^2 \Leftrightarrow h(x)=x^2$

أسهل فإن العدد -25 هي حلّ للمعادلة:

$h(x)=-25 \Leftrightarrow x^2=-25$

والمعادلة وسيلة الحل فالعبارة صحيحة.

4. $k: t \longmapsto \frac{1}{t}$; $t \neq 0$

$k(t)=\frac{1}{t} \Rightarrow k(\sqrt{5})=\frac{1}{\sqrt{5}}$

استطعنا إيجاد صورة العدد $\sqrt{5}$

فالعبارة هذه خاطئة (لأنه لا يمكن إيجاد صورة الصفر وفق k)

5. $u: t \longmapsto (t-1)^2$

$\Leftrightarrow u(t)=(t-1)^2$

$u(t)=4 \Leftrightarrow$

$(t-1)^2=4 \Rightarrow$

- $t-1=+\sqrt{4}=2 \Rightarrow t=3$
- $t-1=-\sqrt{4}=-2 \Rightarrow t=-1$

أي: $f(3)=4$ ، $f(-1)=4$

أي يوجد عددين صورة كلاهما 4 وفق f

فالعبارة صحيحة.

6. $v: x \longmapsto +\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow v(x)=+\sqrt{x}$

$v(x)=16 \Rightarrow$

$+\sqrt{x}=16 \Rightarrow x=256$

أي: $f(256)=16$

(هو عدد وحيد)

فالعبارة خاطئة.

7. عبارة خاطئة.

$(y+1)^2=x$

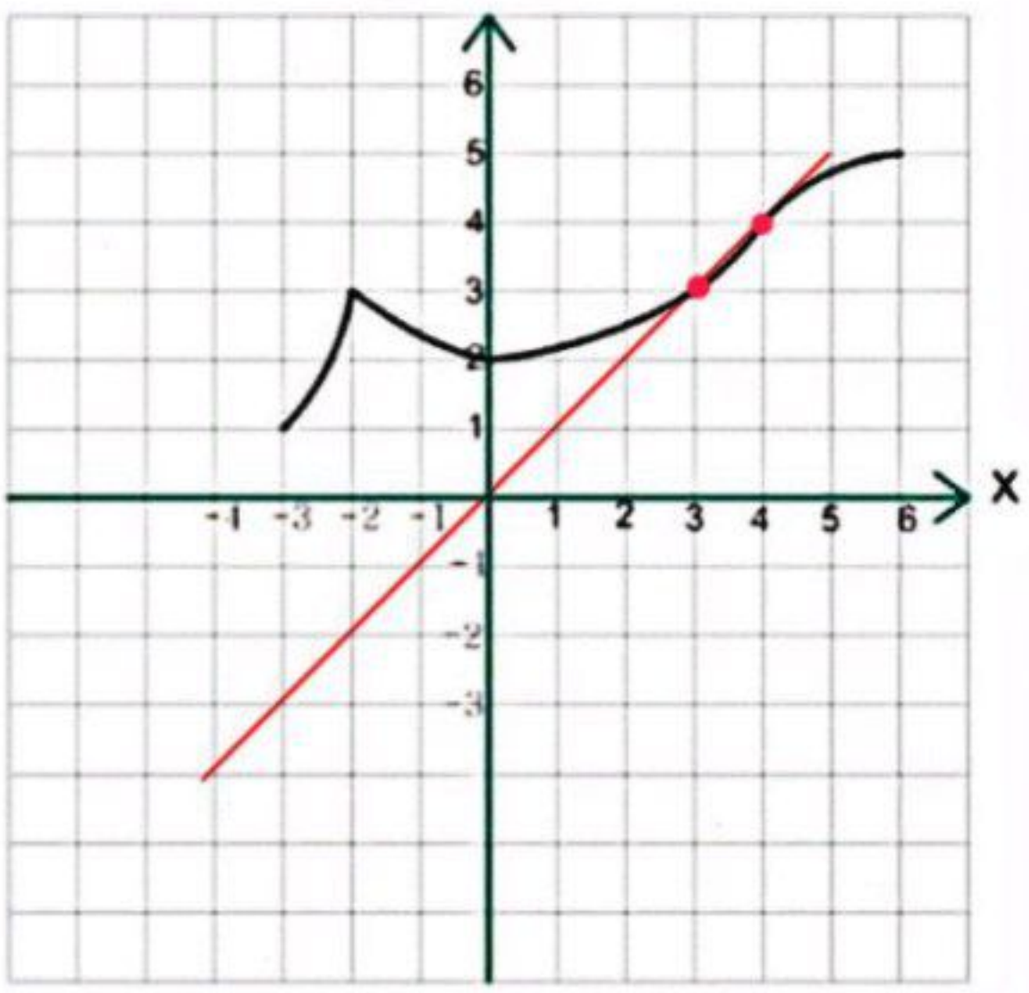
$y^2+2y+1=x \Rightarrow$

$y^2=x-2y-1 \Rightarrow$

$y=\pm\sqrt{x-2y-1}$

فالآلة لا تعرض تابع لأن كل قيمة x تقابل قيمتين لـ y (قيمة موجبة وسالبة)

أ. ماهر بربر



سؤال:

ليكن g التابع المعرف بالخط البياني المجاور والمطلوب:

1) ما مجموعة تعريف التابع g ؟

* بإسقاط نقطتي بداية ونهاية التابع على محور الفواصل نجد: $x \in [-3;+6]$

2) ما صورة كلٍّ من الأعداد

4 ، -2 ، 3 ، 0

$g(0)=2$ ، $g(3)=3$ ، $g(-2)=3$ ، $g(4)=4$

3) جد أسلاف العدد 3 . (يعني أوجد حل المعادلة $g(x)=3$)

نرسم المستقيم $y=3$ فيقطع الخط البياني للتابع g في نقطتين، سنقوم بإسقاطهما على محور الفواصل فنجد: $g(3)=3$ and $g(-2)=3$ وهذا ما أتينا به في الطلب السابق.

أي يوجد عددان سلفين للعدد 3 هما: $x=3$ ، $x=-2$

4) أوجد $g(-3)$

$g(-3)=1$

5) ما العدد الذي صورته أصغر ما يمكن؟ وما هي هذه الصورة؟

- العدد الذي صورته أصغر ما يمكن هو $x=-3$ وصورته $g(-3)=1$

6) ما العدد الذي صورته أكبر ما يمكن؟ وما هي هذه الصورة؟

- العدد الذي صورته أكبر ما يمكن هو $x=6$ وصورته $g(6)=5$

7) ارسم المستقيم المنصف للربعين الأول والثالث ثم عين نقاط تقاطعه مع الخط السابق.

- إن معادلة المستقيم المنصف للربعين الأول والثالث هي $y=x$

x	0	1	2	3	4
y	0	1	2	3	4

حيث يقطع الخط البياني للتابع g في نقطتين هما:

$g(3)=3$ $g(4)=4$

المستقيم محدد باللون الأحمر على الرسم.

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة السادسة جبر

السؤال الأول : في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها :

1) في بيان إحصائي لدينا 6 مفردات متوسطها الحسابي 22 فإن مجموعها :

A	122	B	142	C	132

2) وسيط العينة $3,4,6,7,9,11,12,13,14$ هو :

A	9	B	5	C	12

3) وسيط العينة $4,7,9,11,15,18$ هو :

A	9	B	11	C	10

4) تجربة عشوائية لها نتيجتان فقط ، احتمال أحد نتائجها هو 18% فإن احتمال النتيجة الأخرى :

A	%82	B	18%	C	%50

5) وسيط العينة من الأعداد : $9,10,11,12,14,18,20,22,24$ يساوي :

A	20	B	18	C	14

6) الربيع الثالث لسلسة الأعداد $6,9,10,12,15,17,20,22,25$:

A	22	B	20	C	21

7) الوسيط للعينة الآتية $7,9,11,11,14,17,18,18$:

A	11.5	B	14.5	C	12.5

8) في تجربة رمي قطعني نقود، احتمال النتيجة (H,T) هي :

A	$\frac{3}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{4}$

9) ليكن A حدث بسيط فإن احتمال الحدث A يحقق ما يلي :

A	$1 \leq P(A)$	B	$P(A) < 0$	C	$0 \leq P(A) \leq 1$

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ :

1) مجموع احتمالي حدثين متعاكسين يساوي 1 .
2) مجموع احتمالات الأحداث البسيطة في أي تجربة احتمالية يساوي 0 .
3) الربيعات الثلاثة تقسم العينة بعد ترتيبها إلى ثلاثة أجزاء متساوية عدداً .
4) على شجرة إمكانات محملة بالاحتمالات، احتمال حدث في نهاية أي مسار يساوي مجموع احتمالات المسار.
5) الربيع الأول للعينة $5,6,7,8,10,11,12,14$ هو 6.5
6) احتمال حدث بسيط هو عدد محصور بين الصفر والواحد
7) في تجربة رمي قطعة نقود متجانسة فإن احتمال ظهور الشعار يساوي احتمال ظهور الكتابة يساوي 0.5
8) وسيط مفردات العينة الإحصائية $12,11,10,9,7,5,3$ هو 10
9) إذا كان B و A حدثين متنافيين كان احتمال الحدث « A و B » مساوياً مجموع احتماليهما

* حل أسئلة الاختيار من متعدد
+ أسئلة الصح أو الخطأ:

* السؤال الأول:

1) لدينا عدد المفردات $n = 6$
متوسطها الحسابي $\bar{x} = 22$ ومنه:

$\bar{x} = \frac{\text{مجموع الأعداد}}{\text{عدد لها}} \Rightarrow$

$22 = \frac{\text{مجموع الأعداد}}{6} \Rightarrow$

مجموع الأعداد $= 22 \times 6 = 132$

فالإجابة الصحيحة هي C

2) وسيط العينة:
3، 4، 6، 7، 9، 11، 12، 13، 14
نلاحظ العينة مرتبة تصاعديا
وعددها 9 فردي أي أن:
$2n+1 = 9 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$
ومنه الوسيط هو المفردة التي ترتيبها
$n+1 = 5$ أي المفردة الخامسة
ومنه: $M = Q_2 = 9$
فالإجابة الصحيحة هي A

3) وسيط العينة
9، 7، 9، 11، 15، 18
نلاحظ المفردات مرتبة تصاعديا
وعددها 6 زوجي أي أن:
$2n = 6 \Rightarrow n = 3$ ، $n+1 = 4$
الوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين الوسيطتين أي المفردتين الثالثة والرابعة أي:
$M = Q_2 = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$

فالإجابة الصحيحة هي C

4) في أي تجربة احتمالية فان مجموع احتمالات التوابع هو 1، هنا لدينا تجربة احتمالية لها نتيجتين واحتمال أحد التوابع 18% فتكون احتمال النتيجة الأخرى: 82%
فالإجابة الصحيحة هي A

5) بنفس الطريقة مناقشة السؤال 2 نجد
$M = Q_2 = 14$
فالإجابة الصحيحة هي C

6) بنفس الطريقة مناقشة السؤال 2 نجد
الوسيط $M = Q_2 = 15$
الربيع الثالث هو وسيط العينة التي تلي الوسيط أي، توجد وسيط العينة
17، 20، 22، 25 فتكون
$Q_3 = \frac{20+22}{2} = \frac{42}{2} = 21$

فالإجابة الصحيحة هي C

7) بنفس الطريقة مناقشة السؤال 3 نجد
الوسيط $M = Q_2 = 12.5$
فالإجابة الصحيحة هي C

أ. ماهر بربر

3) عبارة خاطئة / التبرير /
الربيعيات الثلاث تقسم العينة المرتبة
إلى أربعة أقسام متساوية عددياً.

4) عبارة خاطئة:
احتمال حدث يساوي
جداء ضرب احتمالات المسار
(أعالج المجموع فروعه على شجرة الإمكانات
البسيطة وليس على المسار الموجود في
الشجرة المركبة)

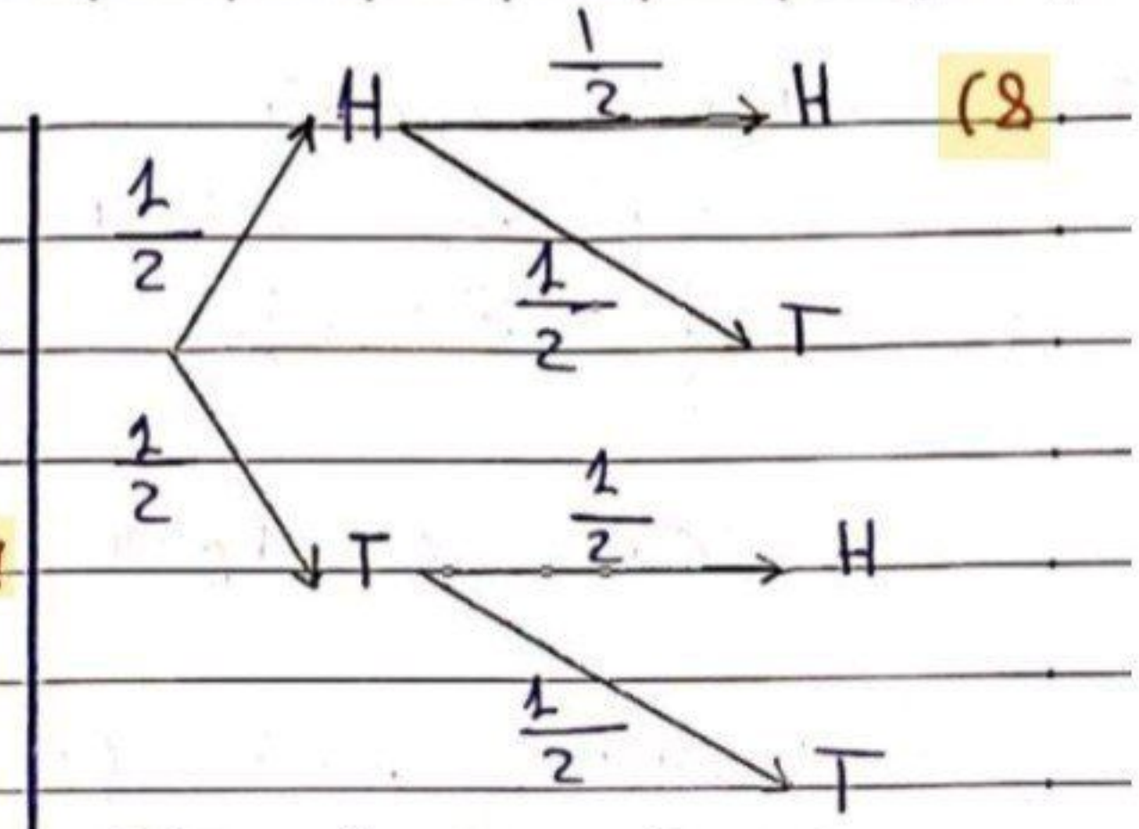
5) الوسيط هو $M = Q_2 = 9$
والمفردات التي تسبق الوسيط هي:
5، 6، 7، 8 وسيط هو البيع
الأول أي: $Q_1 = 6.5$
فالعبارة صحيحة

6) عبارة صحيحة (عن مناقشته في السؤال الأول)

7) فضاء العينة هو:
$\Omega = \{H, T\} \Rightarrow$
$P(H) = \frac{1}{2}$ ، $P(T) = \frac{1}{2}$
فالعبارة صحيحة

8) عبارة خاطئة، الوسيط هو 9.

9) تمرين: عبارة خاطئة.
A و B حدثان متنافيان حيث:
احتمال A أو B يساوي مجموع احتمالهما.
(احتمال أحدهما أو، وليس كليهما و)

8)


$P(H,T) = P(H) \times P(T)$
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

فالعبارة الصحيحة هي C

على طريقة أخرى:
$\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$
$\Rightarrow P(H,T) = \frac{1}{4}$

9) احتمال أي حدث هو عدد محصور بين الصفر والواحد
$0 \leq P(A) \leq 1$
فالعبارة الصحيحة هي C

* السؤال الثاني:

1) عبارة صحيحة:
$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

2) عبارة خاطئة:
مجموع احتمالات نتائج (أحداث)
التجربة هو 1.

ماهر بربر

عرض أفكار سريع لكتاب الهندسة على شكل أسئلة اختيار من متعدد وصح أو خطأ

ليس الهدف السؤال فقط لا بل الفكرة التي يحملها السؤال .

لا تفتح هذا الملف قبل الانتهاء الكامل من مراجعة كتاب الجبر

وأنوه مجددا لا تهمل أوراق العمل والاختبارات الواردة بعد كل وحده

أ.ماهر بربر

الشروحات ضمن أسئلة الاختيار من متعدد والصح او الخطأ هي للتوضيح ولتذكير الطلاب بالمعلومات السابقة .

بالامتحان نكتفي بوضع الإجابة فقط

بعد حل السؤال على المسودة ان لزم الأمر

مراجعة سريعة لبعض افكار الوحدة الأولى هندسة

أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) $ABCD$ مربع طول قطره يساوي $2\sqrt{2}$ فإن طول ضلعه يساوي:

A	$\sqrt{8}$	B	2	C	$\sqrt{2}$

2) (نماذج وزارية) قيمة المقدار $\cdots = sin^2 70^\circ + cos^2 70^0$

A	-1	B	1	C	2

3) (الامتحان النصفي الموحد) قيمة x في التناسب: $\frac{x}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ هي:

A	2	B	6	C	$\sqrt{3}$

4) (الامتحان النصفي الموحد) إذا كانت $\tan \hat{A} = 1$ فإن قياس الزاوية $\hat{A}$ هو:

A	60°	B	30°	C	45°

5) (حماة 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ طول وتره $BC = 10cm$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي:

A	$5cm$	B	$10cm$	C	$20cm$

6) (حماة 2018) قيمة x في التناسب $\frac{x}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ تساوي:

A	$6\sqrt{2}$	B	6	C	$3\sqrt{2}$

7) (ريف دمشق 2018) مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $2cm$ فإن طول الارتفاع يساوي:

A	$\sqrt{3}\,cm$	B	$\frac{\sqrt{12}}{3}cm$	C	1.5 cm

8) (درعا 2018) إذا كانت θ قياس زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\cos 40^\circ = \sin \hat{\theta}$ فإن قياس الزاوية θ يساوي:

A	$\hat{\theta} = 50^\circ$	B	$\hat{\theta} = 60^\circ$	C	$\hat{\theta} = 70^\circ$

9) (درعا 2018) عدد محاور التناظر لمثلث متساوي الأضلاع هي:

A	ثلاث محاور	B	محوران فقط	C	محور واحد

10) (السويداء 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $AC = 2AB$ فإن قياس الزاوية $\hat{A}$ يساوي:

A	45°	B	60°	C	30°

11) (الرقة 2018) إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\hat{A} \neq \hat{C}$ فإن:

A	$\tan \hat{C} = 1$	B	$\sin \hat{C} = \sin \hat{B}$	C	$\sin \hat{C} = \cos \hat{A}$

12) (حماة 2019) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة و $sin\hat{x} = \frac{1}{2}$ فإن $cos\hat{x}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	C	$\frac{1}{2}$

13) (اللاذقية 2019) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ مرسوم في دائرة نصف قطرها 5 فإن طول الوتر BC يساوي:

A	10	B	5	C	أصغر من 10

14) (ريف دمشق 2019) إذا كانت $\hat{x}$ زاوية حادة بحيث $sin\hat{x} = \frac{2}{3}$ فإن قيمة $cos\hat{x}$ تساوي:

A	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	C	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

15) (درعا 2019) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ و $sin\hat{B} = \frac{2}{3}$ فإن $cos\hat{C}$:

A	$\frac{4}{9}$	B	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	C	$\frac{2}{3}$

16) (حلب 2019) إذا كانت $\cos 80^\circ = \sin \alpha$ فإن α تساوي:

A	80°	B	10°	C	40°

17) (إدلب 2019) إذا كانت α قياس زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\sin \frac{3}{5}$ فإن $\cos \alpha$ يساوي:

A	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{5}{4}$	C	$\frac{3}{4}$

18) (القنيطرة 2019) إذا كانت α زاوية حادة في مثلث قائم بحيث $sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن $cos\alpha$ يساوي:

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	C	$\frac{1}{3}$

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) (نماذج وزارية) قياس الزاوية الحادة في المثلث القائم والمتساوي الساقين يساوي 30 درجة .

2) (نماذج وزارية) إذا كان α قياس زاوية حادة فإن $0 < \sin \alpha < 1$.

3) (نماذج وزارية) النسبة المثلثية $\sin 50^\circ = \cos 40^\circ$.

4) (الامتحان النصفي الموحد) إذا كانت $\hat{B}$ زاوية حادة وكان $\cos B = \sin 50^\circ$ فإن قيمة B هي 40° .

5) (الدورة التكميلية) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ ، طول وتره $BC = 8$ فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه يساوي 4 .

6) (حمص 2018) ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}$ و $BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$ فهو متساوي الأضلاع.

7) (ريف دمشق 2018) قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2}$ تساوي 2 .

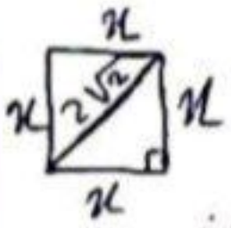
8) (حلب 2018) ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ و $\sin \hat{A} = \frac{2}{3}$ فإن $\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

9) (دير الزور 2018) $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم فإن $\sin \hat{\theta}$ عدد محصور بين الصفر والواحد .

10) (الرقة 2018) إذا كان ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فإن $0 < \sin \hat{A} < 1$.

أ. ماهر بربر

* السؤال الأول :



1) نستطيع تطبيق مبرهنة فيثاغورث :

$$x^2 + x^2 = 8 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x = 2$$

الإجابة B :

فائدة ذكرتها لكم عدة مرات :
مربع طول ضلعه x فإن طول قطره $x\sqrt{2}$

- لاحظ هنا طول قطر المربع $2\sqrt{2}$ بالتالي فإن طول ضلعه $x = 2$ وهذا الكلام ينطبق على المثلث القائم المتساوي الساقين .

2) نذكر دوماً المطابقة الذهبية :

$$\sin^2\hat{\theta} + \cos^2\hat{\theta} = 1$$

لهما نفس الزاوية

عوضه :

$$\sin^2 z_0 + \cos^2 z_0 = 1$$

الإجابة B .

3) جداء الطرفين = جداء الوسطين $\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\sqrt{12}}$

$$3x = \sqrt{3} \times \sqrt{12} \qquad \sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$$

$$x = \frac{\sqrt{36}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

الإجابة A .

4) يجب حفظ جدول النسب المثلثية للزوايا الحادة الشهيرة ، اكتبه مباشرةً على المسودة كما علمتك سابقاً لأنك ستحتاجه في أكثر من مسألة .

$$\tan\hat{A} = 1 \Rightarrow \hat{A} = 45^\circ$$

الإجابة C

5) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم يقع في منتصف الوتر ويكون الوتر قطراً فيها

$$2R = 10 \Rightarrow R = 5\,cm$$

الإجابة A .

6) بتطبيق خاصة الضرب المتقاطعي أو مجرد ملاحظة أن مقام الكسر الثاني ينتج عن مقام الكسر الأول بقسمته على 2 نجد $x = 6$

الإجابة B

7) اطلع على لساني شهر وأنا أذكركم دوماً بأن :

- مساحة المثلث المتساوي الأضلاع :

$$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \quad ; \quad \ell \text{ طول الضلع}$$

- ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع :

$$h_3 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad \ell \text{ طول الضلع}$$

وعليه في سؤالنا يكون :

$$h_3 = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\ cm$$

الإجابة A .

وتكون مساحته :

$$S_3 = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\ cm^2$$

(انتبه دوماً إلى الجواب والواحدة ممكن أن نشاهد أجوبة متقاربة في الخيارات)

8) أذكركم سريعاً : مجموعها 90° ← في الزاويتين المتتامتين تتحقق المساواة :

$$\sin\hat{\theta} = \cos(90^\circ - \hat{\theta})$$

أو :

$$\cos\hat{\theta} = \sin(90^\circ - \hat{\theta})$$

(جيب أحدهما = تجيب الآخر)

مثلاً : $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$ ، $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$ ، $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$

وهكذا ....

- بالعودة إلى السؤال ،

$$\cos 40^\circ = \sin\hat{\theta} \Rightarrow \hat{\theta} = ??$$

المساواة محققة في الزاويتين المتتامتين أي أن :

$$40^\circ + \hat{\theta} = 90^\circ \Rightarrow \hat{\theta} = 90^\circ - 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 50^\circ$$

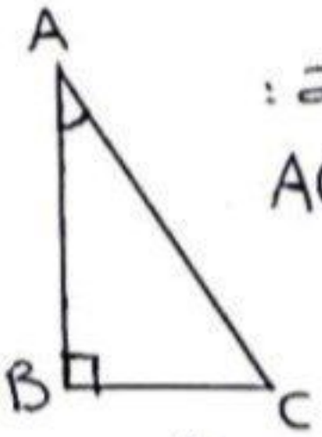
الإجابة A .

ماهر بربر

9) ثلاث محاور الإجابة A.

أ) تحدث لا هقاً عن المعلومات المتبقية في المراجعة المتعلقة بالوحدة الثالثة)

10) نستطيع الحل بأكثر من طريقة:



$AC = 2AB \Rightarrow AB = \frac{1}{2}AC$

المطلوب قياس $\hat{A}$ ومعلوم

لدينا المثلث المجاور لها وهو المثلث القائم ومنه:

$$\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{1}{2}AC}{AC} = \frac{1}{2}$$

وبالتالي $\hat{A} = 60°$ الإجابة B

- بطريقة أخرى:

$\hat{C} = 30$ لأن المثلث المقابل لها يساوي نصف طول الوتر وبالتالي $\hat{A} = 60°$

12) الانتباه جيداً هنا السؤال دقيق:

- المثلث ABC قائم في B وليس متساوي الساقين لأن $\hat{A} \neq \hat{C}$ وعليه فإن الزاويتين $\hat{A}, \hat{C}$ متتامتان (مجموعهما 90) وعليه فإن: $\sin\hat{C} = \cos\hat{A}$

أو $\sin\hat{A} = \cos\hat{C}$ الإجابة C.

- ملاحظة: الخيار B استبعده مباشرة لأن B قائمة وليس حادة.

- وبما أن المثلث ليس متساوي الساقين أي $\hat{C} \neq \hat{A} \neq 45°$ ومنه $\tan\hat{C} \neq 1$

أي الخيار A أيضاً نستطيع استبعاده.

/ انتبه إلى هذه المناقشة تفيدك في أمثلة مشابهة. /

12) الانتباه لعدم الوقوع بالخطأ:

$$\sin\hat{\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha = ?$$

نفس الزاوية

نستخدم مباشرة المطابقة:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = +\frac{\sqrt{3}}{2}$$

الإجابة B

/ هنا النسب في الزاوية شهيرة $\hat{\alpha} = 30°$ أي نستطيع مباشرة أن نجد: $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ولكن ليس بالضرورة أن تكون الزاوية شهيرة دوماً لذلك نعتمد على المطابقة مع الانتباه جيداً لما هو المطلوب (نفس الزاوية أو غيرها)

13) ونرى المثلث القائم هو مرسوم في الدائرة.

وبالتالي $2R = BC = 10$

الإجابة A.

14) $\sin\hat{\alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\hat{\alpha} = ?$

نفس الملاحظة في السؤال 12، الزاوية نفسها وبالتالي نستخدم المطابقة $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

لنجد الإجابة A (طبعاً الجذر الموجب فقط)

15) نطلب جداً جداً:

$\sin\hat{B} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\hat{C} = ?$ فكر بالامتحان

ليست الزاوية نفسها

لا نستخدم المطابقة، علينا الانتباه إلى أن الزاويتين $\hat{B}, \hat{C}$ متتامتان في المثلث القائم وعليه فإن:

$\sin\hat{B} = \cos\hat{C} = \frac{2}{3}$ الإجابة C

أ. ماهر بربر

(16 $\cos 80° = \sin \hat{x} \Rightarrow \hat{x} = 10°$

الإجابة B (المساواة محققة في الزاويتين المتتامتين)

(17 $\sin \hat{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \hat{x} = ??$

$\sin^2 \hat{x} + \cos^2 \hat{x} = 1 \Rightarrow$

$\cos^2 \hat{x} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\Rightarrow \cos \hat{x} = \frac{4}{5}$ الإجابة A.

(18 $\sin \hat{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \hat{x} = ?$

الزاوية هي زاوية مثلثية حيث

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\cos 60° = \frac{1}{2}$

الإجابة A. ويمكن أن نضع دوما بالرسم المطابقة لأجل الزوايا الغير مثلثية.

---

* السؤال الثاني:

1) مقبول الصحيح هو 45°

2) صح $0 < \sin x < 1$

$0 < \cos x < 1$

بينما $\tan x$ ليس بالضرورة.

3) صح: زاويتان متتامتان.

4) صح: $\hat{B}$ تكمل قسمة للزاوية 50°

$\hat{B} + 50° = 90° \Rightarrow \hat{B} = 40°$

5) صح: وتر المثلث القائم قطر في الدائرة:

$2R = BC = 8 \Rightarrow R = 4$

6) صح:

- $AB = 3\sqrt{2}$
- $AC = \sqrt{2} + \sqrt{8}$
  $= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

- $BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$
  $= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

7) صح.

$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2} \Rightarrow 2x = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$

$x = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$

8) صح لا يمكن لأن الزاوية وحدة

- يجب أن تتحقق المطابقة:

$\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A} = 1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 \stackrel{?}{=} 1$

$\frac{4}{9} + \frac{5}{9} \stackrel{?}{=} 1 \Rightarrow \frac{9}{9} = 1$

9) صح: $0 < \sin \hat{\theta} < 1$

10) صح حيث $\hat{A}$ زاوية حادة.

وتأكيد التأكيد على أن: $\hat{\theta}$ حادة ومنه

$0 < \sin \hat{\theta} < 1$ ، $0 < \cos \hat{\theta} < 1$

بينما $\tan \hat{\theta}$ ليس بالضرورة.

11) إثبات:

في المثلث المجاور:

مساحة المثلث ABC:

$S = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin C$

صح

$S = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}}{2}$

$= \frac{a \times AH}{2} = \frac{1}{2} a \times AH$

في المثلث القائم AcH لدينا:

$\sin \hat{C} = \frac{AH}{b} \Rightarrow AH = b \cdot \sin \hat{C}$

نعوض في المساحة:

$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \hat{C}$

أ. ماهر بربر

* بعض الأسئلة الإضافية المحلولة:

السؤال الأول:

مثلث ABC قائم في B فيه $\frac{\hat{A}}{\hat{C}} = \frac{2}{3}$

احسب قياس كلٍّ من $\hat{C}$ و $\hat{A}$.

الحل: $\hat{B} = 90°$ ومنه $\hat{A} + \hat{C} = 90°$

ولدينا فرضاً:

$$\frac{\hat{A}}{\hat{C}} = \frac{2}{3}$$

أسباب خواص التناسب: تثبيت المقامات وتضييق الكسور (أو بالعكس هذه العملية هي +)

$$\frac{\hat{A}+\hat{C}}{\hat{C}} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{90}{\hat{C}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \hat{C} = \frac{90 \times 3}{5}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \frac{18 \times 5 \times 3}{5} = 54°$$

ومنه:

$$\hat{A} + \hat{C} = 90°$$

$$\hat{A} = 90° - 54° = 36°$$

السؤال الثاني:

أحد عددين موجبين فرقهما 4 ونسبتهما $\frac{4}{3}$

الحل:

نفرض العدد الكبير x والعدد الصغير y

عندئذٍ $x - y = 4$ ويكون لدينا:

كبير ← 4 ← كبير

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{y}$$

صغير ← 3 ← صغير

أسباب خواص التناسب تثبيت المقامات وتضييق من البسط (نكتفي بفعل على $x-y$)

$$\frac{4-3}{3} = \frac{x-y}{y} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{y}$$

$$\Rightarrow y = 12 \Rightarrow x = 16$$

الأصغر — الأكبر

السؤال الثالث:

إذا كان $\frac{a}{3} = \frac{b}{2}$

وكان $a+b=15$ احسب كلاً من a، b

الحل: (في مثل هذه الأسئلة حاول وضع المجهولين في كسر واحد باستخدام خواص التناسب)

- بتبادل بين الوسطين نجد:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

تثبيت المقامات وتضييق للبسط (أو بالعكس)

$$\frac{a+b}{b} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{15}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$b = \frac{3 \times 15}{5} = 9$$

ومنه:

$$a+6=15 \Rightarrow a = 15-9 = 6$$

ملاحظات أخيرة:

- في السؤال عندما يطلب إثبات النسبتين $\sin\hat{\theta}$ و $\cos\hat{\theta}$ نستطيع إثبات النسبة الأخيرة من:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

ومن ثم إثبات $\tan\hat{\theta}$

$$\tan\hat{\theta} = \frac{\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\theta}}$$

أ. ماهر بربر

مثال:

لتكن $\hat{\theta}$ زاوية حادة حيث $\cos\hat{\theta}=\frac{5}{13}$

احسب كلاً من $\sin\hat{\theta}$ ، $\tan\hat{\theta}$

الحل:

$$\sin^2\hat{\theta}+\cos^2\hat{\theta}=1 \Rightarrow$$

$$\sin^2\hat{\theta}+\frac{25}{169}=1 \Rightarrow$$

$$\sin^2\theta=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169} \Rightarrow$$

$$\sin\hat{\theta}=\frac{12}{13}$$

وبالتالي:

$$\tan\hat{\theta}=\frac{\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\theta}}$$

$$=\frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}=\frac{12}{13}\times\frac{13}{5}=\frac{12}{5}$$

- في السؤال عندما يعطيني النسبة $\tan\hat{\theta}$ ويطلب مني حساب $\sin\hat{\theta}$ ، $\cos\hat{\theta}$ فيجب الانتباه إلى ما يلي:

*1. إذا كان السؤال اختيار إجابة صحيحة أو خطأ أو مغلقاً:

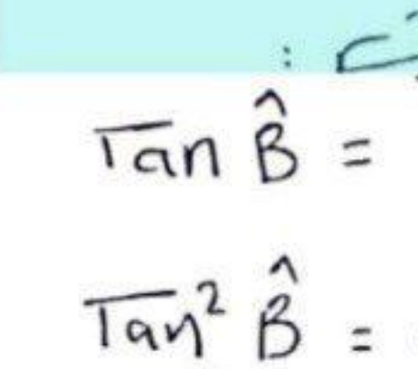
ABC مثلث قائم في A حيث $\tan\hat{B}=\frac{3}{4}$

فإن $\sin\hat{B}=\ldots$ ، $\cos\hat{B}=\ldots$

- هنا نقوم بالحساب إذا لم نجد فقط لذلك على الورقة نقوم بما يلي:

بما أن $\tan\hat{B}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{3}{4}$

فإننا نستطيع أن نرسم مثلث قائم A ونعين عليه الزاوية الحادة $\hat{B}$ بحيث المقابل هو 3 والمجاور هو 4



فيكون حسب فيثاغورث

$CB=5$

ومنه:

$$\sin\hat{B}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{3}{5}$$

$$\cos\hat{B}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{4}{5}$$

*أما إذا لم يكن السؤال اختيار إجابة صحيحة أو خطأ أو مغلقاً كنت فيه ملزمين بالعمل وفق الآتي:

$$\tan\hat{B}=\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{نربع طرفي المساواة}}$$

$$\tan^2\hat{B}=\frac{9}{16} \Leftrightarrow \frac{\sin^2\hat{B}}{\cos^2\hat{B}}=\frac{9}{16}$$

نثبت المقام ونضيف 1 إلى البسط (1 يساوي $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$)

$$\frac{\sin^2\hat{B}+\cos^2\hat{B}}{\cos^2\hat{B}}=\frac{9+16}{16} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\cos^2\hat{B}}=\frac{25}{16} \Rightarrow$$

$$\cos^2\hat{B}=\frac{16}{25} \Rightarrow \cos\hat{B}=\frac{4}{5}$$

وحساب $\sin\hat{B}$ نفوض في العلاقة:

أو مباشرة: $\sin^2B+\cos^2B=1$

$$\tan\hat{B}=\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}} \Rightarrow \frac{3}{4}:\frac{\sin\hat{B}}{\frac{4}{5}} \Rightarrow$$

$$\sin\hat{B}=\frac{\frac{4}{5}\times 3}{4}=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin\hat{B}=\frac{3}{5}$$

*2. إذا كان السؤال اختيار إجابة صحيحة أو خطأ أو مغلقاً:

أ. ماهر برير

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الثانية هندسة

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) أسطوانة بحجم $1000m^3$ صمم نموذجاً مصغراً لها حجمه $8m^3$ فيكون معامل التصغير يساوي:

A	$\frac{1}{125}$	B	$\frac{1}{5}$	C	$\frac{2}{100}$

2) (نماذج وزارية) المثلث EFD تصغير للمثلث ABC فنسبة التصغير K تكون:

A	$K = 1$	B	$K < 1$	C	$K > 1$

3) (نماذج وزارية) مثلثان متشابهان مساحة الأول $25m^2$ ومساحة الثاني $100m^2$ فنسبة التكبير هي:

A	4	B	75	C	2

4) (نموذج تربية حماة التدريبي) المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي نفسها حل المعادلة:

A	$2x + 3 = 4$	B	$2x + 3 = 5$	C	$2x + 3 = 6$

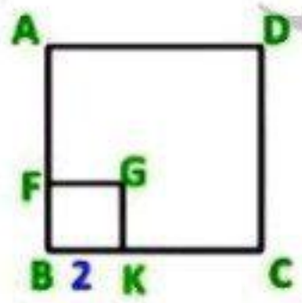
5) (ريف دمشق 2018) مربع مساحته $9m^2$ ، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36m^2$ فإن معامل التكبير يساوي:

A	4	B	3	C	2

6) (حلب 2018) مكعب حجمه $27m^3$ ، صمم نموذجاً مكبراً له حجمه $125m^3$ فإن معامل التكبير يساوي:

A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{5}{3}$	C	$\frac{125}{27}$

السؤال الثاني: في كل مما يلي اجب بكلمة صح أو خطأ:



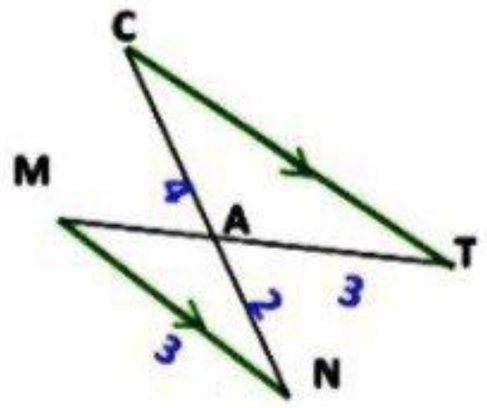
في الشكل المرسوم جانباً: لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

1) (الامتحان النصفي الموحد) إذا كان $BK = 2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6 .

2) (الامتحان النصفي الموحد) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

في الشكل المجاور: (NC) و (MT) مستقيمان متقاطعان في A والمستقيمان (CT) و (NM) متوازيان

و $AC = 4$ و $AN = 2$ و $MN = TA = 3$ **فإن:**



3) (حماة 2018) $AM = \frac{3}{2}$.

4) (حماة 2018) $CT = 4$.

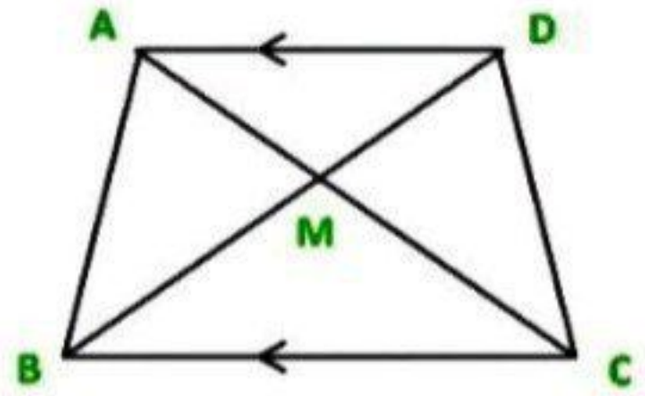
5) (حماة 2018) $\frac{MN}{TC} = \frac{1}{2}$.

6) (حماة 2018) $\frac{\text{مساحة } NAM}{\text{مساحة } TCA} = \frac{2}{3}$.

---

7) (حمص 2018) إذا كانت نسبة التشابه $0 < K < 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل.

في الشكل المرسوم جانباً $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD = 2$ و $BM = 3$



8) (القنيطرة 2018) فإن: $\frac{AD}{BC} = \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC}$.

9) (القنيطرة 2018) المثلث MDA تصغير للمثلث BMC فإن معامله $\frac{2}{3}$.

10) (القنيطرة 2018) النسبة $\frac{MA}{MC} = \frac{3}{2}$.

11) (القنيطرة 2018) $\frac{\text{مساحة } MAD}{\text{مساحة } MBC} = \frac{9}{4}$.



Maher Barbar

والأمانى فى متناول الجميع ولكن فى النهاية لايفوز الا أهل العزائم

أولاً:

حل السؤال الأول:

1*) نفرض أن:

حجم الأسطوانة الكبيرة $V_1 = 1000\ cm^3$

حجم الأسطوانة الصغيرة $V_2 = 8\ cm^3$

المطلوب معامل التصغير لذلك نضع حجم الأسطوانة الصغيرة على حجم الأسطوانة الكبيرة حيث نعلم أن نسبة حجمي شكلين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه:

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3 \Rightarrow k^3 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3}$$

$$k^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

فالإجابة الصحيحة هي B.

2*) نتذكر أن:

$k > 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل

$k < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير الشكل

$k = 1$ يؤول التشابه إلى تطابق

والإجابة الصحيحة هي B. ونتذكر $k > 0$

3*) نفرض:

مساحة المثلث الصغير: $S_1 = 25\ m^2$

مساحة المثلث الكبير: $S_2 = 100\ m^2$

المطلوب نسبة التكبير لذلك نضع مساحة المثلث الكبير على مساحة المثلث الصغير حيث نعلم أن:

نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{100}{25} = 4$$

وضح: $k = 2$ (ولا نأخذ الجذر السالب)

فالإجابة الصحيحة أي C.

4*) نسبة التكبير هي عدد $k > 1$ أي يجب أن نختار المعادلة التي حلها عدد أكبر من 1

نلاحظ:

المعادلة A: $2k + 3 = 4$

$2k = 4 - 3 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

عدد أصغر من 1 فليس A الإجابة الصحيحة

المعادلة B: $2k + 3 = 5$

$2k = 5 - 3 \Rightarrow 2k = 2 \Rightarrow k = 1$

عدد يساوي 1 فليس B الإجابة الصحيحة

المعادلة C: $2k + 3 = 6 \Rightarrow 2k = 6 - 3$

$2k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

عدد أكبر من 1 وهو الإجابة الصحيحة C

5*) بنفس طريقة حل السؤال 3

المطلوب نسبة التكبير ونفرض

مساحة المربع الصغير $S_1 = 9\ m^2$

مساحة المربع الكبير $S_2 = 36\ m^2$

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow k = 2$$

فالإجابة الصحيحة أي C

أ. ماهر بربر

*6) نفرض أن:

حجم المكعب الصغير $V_1 = 27\,m^3$

حجم المكعب الكبير $V_2 = 125\,m^3$

المطلوب معامل التكبير

لذلك نضع حجم المكعب الكبير على حجم المكعب الصغير حيث نعلم أن نسبة حجمي متماثلين ومتشابهين أي مكعبين نسبة التشابه:

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3 \Rightarrow k^3 = \frac{125}{27}$$

$$k^3 = \frac{5^3}{3^3} = \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

أي أن $k = \frac{5}{3}$

فالإجابة الصحيحة B.

حل السؤال الثاني:

المربع BKGF هو تصغير للمربع ABCD بنسبة $\frac{1}{3}$

*1) نعلم أن: التشابه يغير الأطوال بالعدد k حيث:

k هي تصغير بنسبة $\frac{1}{3}$

لذلك نأخذ ضلع من المربع الصغير وكل ضلع من المربع الكبير:

$$\frac{BK}{Bc} = k \Rightarrow \frac{2}{Bc} = \frac{1}{3}$$

تصغير

ومنه $Bc = 6$ وبطريقة أخرى

المطلوب طول ضلع المربع الكبير لذلك نضع الكبير على الصغير مع الانتباه إلى قلب نسبة التصغير لتصبح تكبير كما يلي

$$\frac{Bc}{BK} = k \Rightarrow Bc = k \times BK$$

تكبير

$$= \frac{3}{1} \times 2 = 6$$

فالإجابة صحيحة.

*2) المطلوب مساحة المربع الصغير إلى الكبير بالتالي

$$\frac{S(BKGF)}{S(ABCD)} = k^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

صغير / كبير — تصغير

فالإجابة خاطئة.

لنكتب مباشرة النسب الثلاث:

$$\frac{AM}{AT} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{CT} = k$$

$(AMN \sim ATC) \Rightarrow$

$$\frac{AM}{3} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{3}{CT} = k = \frac{1}{2}$$

*3) $\frac{AM}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = \frac{3}{2}$

الإجابة صحيحة.

*4) $\frac{3}{CT} = \frac{1}{2} \Rightarrow CT = 6$

الإجابة خاطئة

*5) $\frac{MN}{CT} = k = \frac{1}{2}$

الإجابة صحيحة

*6) $\frac{S(NAM)}{S(ATC)} = k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

صغير / كبير — تصغير

فالإجابة خاطئة

أ. ماهر بربر

7) أعيد التذكير مجددا أن $0 < k < 1$

- $k < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير
- $k > 1$ يؤول التشابه إلى تكبير
- $k = 1$ يؤول التشابه إلى تطابق

$k < 0$ مرفوض دوما

يؤول التشابه إلى تصغير

فالإجابة خاطئة.

لنكتب مباشرة النسب المتساوية حيث قاعدتا رسبة المثلثين متوازيتان أي في المثلثين MAD ، MBC لدينا (AD)//(BC) ومنه:

$$\left.\begin{matrix} MAD \\ MCB \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{Bc} = k$$

$$\frac{2}{3} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{Bc} = k \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

8) عبارة صحيحة وهي نفي عبارة النسب المتساوية

9) عبارة صحيحة لدينا نسبة التشابه $k = \frac{2}{3}$ إذن نسبة تصغير

10) لدينا $\frac{MA}{MC} = k = \frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ فالعبارة خاطئة

11) نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه.

المطلوب: مساحة المثلث الصغير MAD على مساحة المثلث الكبير MBC

$\frac{S(MAD)}{S(MBC)}$ صغير / كبير $= k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

فالعبارة خاطئة

// النتيجة //

$\frac{4}{9}$ هي نسبة مساحة المثلث الكبير $S(MBC)$ إلى مساحة المثلث الصغير $S(MAD)$

أسئلة إضافية: (دورات) تشابه نسبة k عندئذ:

12) تضرب الأطوال بالعدد k ✓

13) تضرب الزوايا بالعدد k ✗ (التشابه يحافظ على قياس الزوايا)

14) تضرب المساحات بالعدد k^2 ✓ 15) تضرب الحجوم بالعدد k^3 ✓

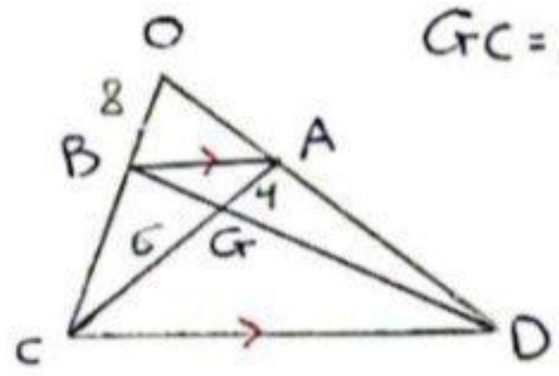
* أسئلة إضافية:

السؤال الأول: في الشكل المجاور:

ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

نعلم أن: $OB = 8\,cm$

$GC = 6cm$ ، $GA = 4cm$



والمطلوب:

1) وازن النسبتين: $\frac{OB}{OC}$ ، $\frac{GA}{GC}$

- بيان أن ABCD شبه منحرف قاعدتاه متوازيتان

أي أن: $BA \parallel CD$ وعليه فإن:

- حساب قيس النسبة الثالثة في المثلثين GAB ، GCD نجد:

$$\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots (1)$$

- حساب قيس النسبة الثالثة في المثلثين OBA ، OCD نجد:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد أن النسبة $\frac{BA}{CD}$ مشتركة

ومنه:

$$\frac{GA}{GC} = \frac{OB}{OC} = \frac{BA}{CD} \quad \ldots\ldots \star$$

أي أن النسبتين $\frac{GA}{GC}$ ، $\frac{OB}{OC}$ متساويتان

2) احسب الطول [BC].

من $\star$ نجد: $\frac{4}{6} = \frac{8}{OC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{OC} \Rightarrow$

$OC = 12\,cm \Rightarrow BC = 12 - 8 = 4\,cm$

3) أثبت أن المثلثين OBA ، OCD متشابهان واستنتج النسبة $\frac{\text{مساحة } OBA}{\text{مساحة } OCD}$

المثلثان متشابهان لتناسب أطوال الأول مع مقابلاتها من الثاني أي حسب قيمة النسب الثلاث ونسبة التشابه:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{BA}{CD} = K \Rightarrow$$

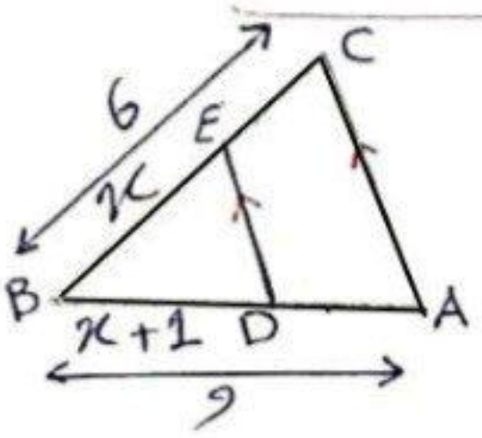
لما

$$\frac{8}{12} = K \Rightarrow K = \frac{2}{3}$$

ونعلم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه أي:

$$\frac{S(OBA)}{S(OCD)} = K^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

- السؤال الثاني:



في الشكل المرافق المستقيمان (CA) ، (ED) متوازيان والمطلوب:

1) احسب قيمة x.

لدينا فرضاً $(CA) \parallel (ED)$ وبالتالي حسب نظرية النسب الثلاث في المثلثين BDE ، BAC نكتب:

$$\star \quad \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{ED}{CA} \Rightarrow$$

$$\frac{x+1}{9} = \frac{x}{6} \Rightarrow 9x = 6x + 6 \Rightarrow$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

2) احسب الطولين [AD] ، [EC].

- حساب [AD]:

$x = 2 \Rightarrow [BD] = x + 1 = 3$

$\Rightarrow [AD] = 9 - 3 = 6$

- حساب [EC]:

$[BE] = x = 2 \Rightarrow [EC] = 6 - 2 = 4$

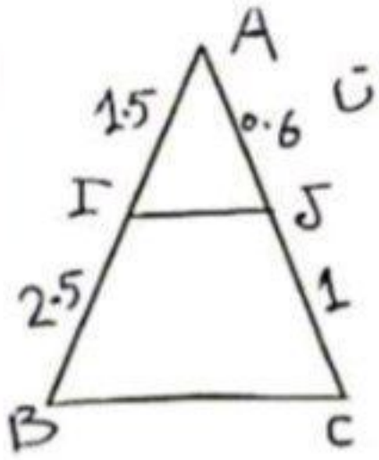
3) احسب النسبة $\frac{ED}{CA}$

من $\star$ لدينا:

$$\frac{ED}{CA} = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{ED}{CA} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

أ. ماهر بربر

✱السؤال الثالث: تأمل المعطيات



في الشكل المجاور، ثم
أثبت أن $(IJ)\parallel(BC)$

الحل:

لكي يكون $(IJ)\parallel(BC)$ يجب أن تتحقق
العلاقة: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$

$$\left.\begin{array}{l}\cdot\ \frac{AI}{AB}=\frac{1.5}{4}=\frac{15}{40}=\frac{3}{8}\\ \cdot\ \frac{AJ}{AC}=\frac{0.6}{1.6}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

وبما أن النقاط A، I، B على القاطع AB، وبالترتيب مع النقاط A، J، C على القاطع AC فالمستقيمان (IJ)، (BC) متوازيان حسب مبرهنة النسب الثلاث العكسية.

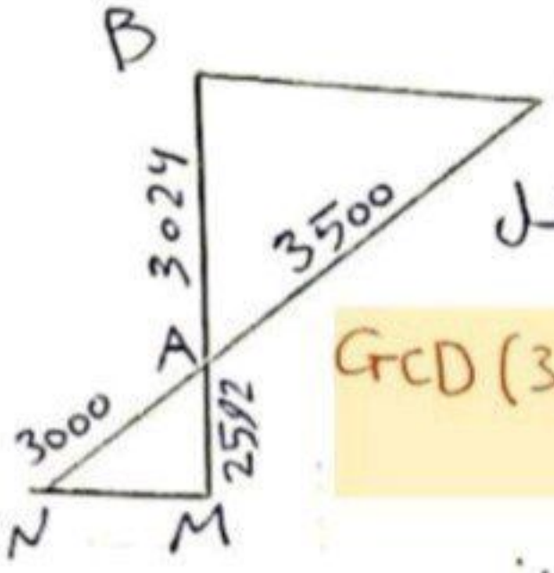
✱إضافي: المثلث ABC مكبر عن المثلث AIJ بنسبة تكبير k أوجد k ثم أثبت أن: $9S(ABC)=64S(AIJ)$

الحل: بما أن $(IJ)\parallel(BC)$ فالمثلثان ABC، AIJ متشابهان حسب مبرهنة النسب الثلاث، والمثلث ABC مكبر عن المثلث AIJ بنسبة تكبير k حيث:
نسبة التصغير هي $\frac{3}{8}$ فنسبة التكبير $k=\frac{8}{3}$
(أو انسبأ نسبة التكبير أي أنقلب التصغير)
- ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين k^2:

$$\frac{S(ABC)}{S(AIJ)}=k^2=\frac{64}{9}\Rightarrow$$

$$9S(ABC)=64S(AIJ)$$

السؤال الرابع:



تأمل الأطوال على الشكل المجاور:

1) احسب $GCD(3024,2592)$ بالطريقة التي تختارها.

حسب خوارزمية أقليدس نجد:

$3024=1\times2592+432$

$2592=6\times432+0\Rightarrow$

$GCD(3024,2592)=432$

2) اختزل الكسرين $\frac{2592}{3024}$، $\frac{3000}{3500}$

$$\cdot\ \frac{3000}{3500}=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$$

$$\cdot\ \frac{2592\div432}{3024\div432}=\frac{6}{7}$$

3) هل إذا كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين أم متقاطعين مع شرح إجابتك.

نفس الطريقة حل الطلب الأول في السؤال السابق:

$$\left.\begin{array}{l}\cdot\ \frac{AN}{AC}=\frac{3000}{3500}=\frac{6}{7}\\ \cdot\ \frac{AM}{AB}=\frac{2592}{3024}=\frac{6}{7}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

المستقيمان (MN)، (BC) متوازيان حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث حيث النقاط B، A، M على القاطع BM وبالترتيب مع النقاط N، A، C على القاطع NC

ماهر بربر

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الثالثة هندسة

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحه من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

❶ (ادلب 2018) $ABCD$ رباعي دائري فيه قياس $B\hat{C}D = 115^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D$ يساوي

115	C	25	B	65	A

❷ (الحسكة 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي دائري فيه $A\hat{D}C = 50°$

فإن قياس الزاوية $C\hat{B}x$ يساوي:



130°	C	50°	B	40°	A

❸ (السويداء و طرطوس 2019) AB ضلع في مخمس منتظم $ABCDE$ مركزه O فان قياس $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	75°	B	72°	A

❹ (الحسكة 2019) المستقيم d يمس دائرة C مركزها O نصف قطرها $R = 6$ فان بعد مركز الدائرةعن المستقيمd

أكبر من 6	C	أقل من 6	B	يساوي 6	A

❺ (الرقة 2019) في الرباعي الدائري مجموع الزاويتين المتقابلتين يساوي :

90°	C	180°	B	100°	A

❻ (الرقة 2019) AB ضلع في مسدس منتظم مركزه O فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	90°	B	72°	A

❼ (اللاذقية 2019) دائرة مركزها O ، $\overset{\frown}{BC}$ قوس فيها قياسه 40° فان قياس الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ يساوي :

80°	C	40°	B	20°	A

❽ (درعا 2019) AB ضلع في مضلع منتظم مركزه O عدد أضلاعه $(n = 12)$ فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

30°	C	45°	B	60°	A

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الآتية:

① (السويداء 2018) إذا كان $ABCDEF$ مسدس منتظم فإن قياس الزاوية $C\hat{D}E$ يساوي 120°

② (اللاذقية 2018) إذا كان قياس $\hat{A} = 100°$ في الرباعي الدائري $ABCD$ فإن قياس الزاويةالمقابلة لها $\hat{C} = 80°$

③ (دمشق 2018) النقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 40°

④ (تكميلي 2018) لنقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي $45°$

⑤ للمثلث المتساوي الساقين محورا تناظر

⑥ طول قطر الدائرة المارة برؤوس مسدس منتظم هو 10 فيكون محيط هذا المسدس 60

⑦ الدائرة $C(O,R)$ تمس الدائرة $C'(O',R')$ داخلاً فإن : $OO' > R' - R$

*أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

- السؤال الأول:

1) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين وبالتالي:

ABCD رباعي دائري فيه $B\hat{C}D = 115°$

فكون قياس الزاوية المقابلة لها

$B\hat{A}D = 65°$

∴ الإجابة الصحيحة هي A.

2) نعلم أن: في الرباعي الدائري الزاوية الخارجية تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لها وبالتالي:

$C\hat{B}K = A\hat{D}C = 50°$

∴ الإجابة الصحيحة هي B

3) قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم والتي تحصر أحد أضلاعه $A\hat{O}B$ تعطى:

$A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$ ، $n=5$ فرضاً

وعليه:

$A\hat{O}B = \frac{360°}{5} = 72°$

∴ الإجابة الصحيحة هي A.

4) نعلم أن: المستقيم المار من الدائرة يبعد عن مركزها بعداً ثابتاً يساوي نصف القطر أي أن: $R=6$ بالتالي بما المستقيم d عن مركز الدائرة هو $R=6$

∴ الإجابة الصحيحة هي A

5) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعهما $180°$)

∴ العبارة الصحيحة هي B

6) بطريقة مشابهة للسؤال 3 نجد

$A\hat{O}B = 60°$ ∴ الإجابة C

7) قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي قياس القوس المقابل وبالعكس

ومنه $B\hat{O}C = \overset{\frown}{BC} = 60°$

∴ الإجابة الصحيحة هي B

8) $A\hat{O}B = \frac{360}{12} = 30°$

∴ الإجابة C

- السؤال الثاني:

1) نعلم أن قياس الزاوية المركزية في المضلع المنتظم $A\hat{O}B = 60°$ وقياس الزاوية الداخلية فيه (المحصورة بين ضلعين متتاليين)

$C\hat{D}E = 180° - A\hat{O}B \Rightarrow$

$= 180° - 60° = 120°$

∴ العبارة صحيحة

2) في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين، $\hat{A} = 100°$ تقابلها $\hat{C} = 80°$

∴ العبارة صحيحة $\hat{A} + \hat{C} = 180°$

ماهر بربر

3) $A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360}{8} = 45^\circ$ فالعبارة خاطئة

4) العبارة صحيحة من الطلب السابق

5) المثلث المتساوي الساقين محور تناظره واحد وهو محور زلم القاعدة فقط فالعبارة خاطئة

تذكر: عدد المحاور التناظرية لأي مضلع منتظم يساوي عدد أضلاعه.
• المثلث المتساوي الأضلاع: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظرية 3.
• المربع: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظرية هو 4
• المستطيل: ليس مضلع منتظم وعدد محاوره التناظرية هو 2.
• المخمس المنتظم: هو مضلع منتظم عدد محاوره التناظريه هو 5. ... وهكذا

وتذكر أيضاً: كل مضلع منتظم قابل للارتسام في دائرة ومركز هذه الدائرة هو مركز المضلع المنتظم.

6) $2R = 10 \Rightarrow R = 5$

نعلم أن: طول ضلع المسدس المنتظم يساوي طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه (وهو المضلع المنتظم الوحيد الذي يحقق هذه الخاصة)
عرفنا $l = 5$ وحيث أي مضلع منتظم يساوي
طول ضلعه l، n عدد أضلاعه و $P = n \times l$
$P = 6 \times 5 = 30$ فالعبارة خاطئة.

7) الجواب: $OO' = R' - R$ عبارة خاطئة

* إضافي: دورة 2020، قدم مضلع مرسوم في دائرة نصف قطرها 5cm فإن محيط المسدس يساوي ...؟؟
$P = n \times l = 6 \times 5 = 30cm$
/ انتبه إلى الفرق بين طول القطر - أو نصف القطر /

أ. ماهر بربر

* طلب إضافي:

5) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث AOB، ما طبيعة العدد الناتج؟

• مساحة الدائرة: $S_{circle} = \pi R^2 ; R=3$

$= \pi (3)^2 = 9\pi$ وحدة مربعة

• المثلث AOB متساوي الساقين فيه الزاوية $\hat{O}=60°$ فهو متساوي الأضلاع ونعلم أن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع:

$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} ; \ell=3$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4}$ وحدة مربعة

• مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث S في AOB حيث:

$S = S_{circle} - S_3 = 9\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$

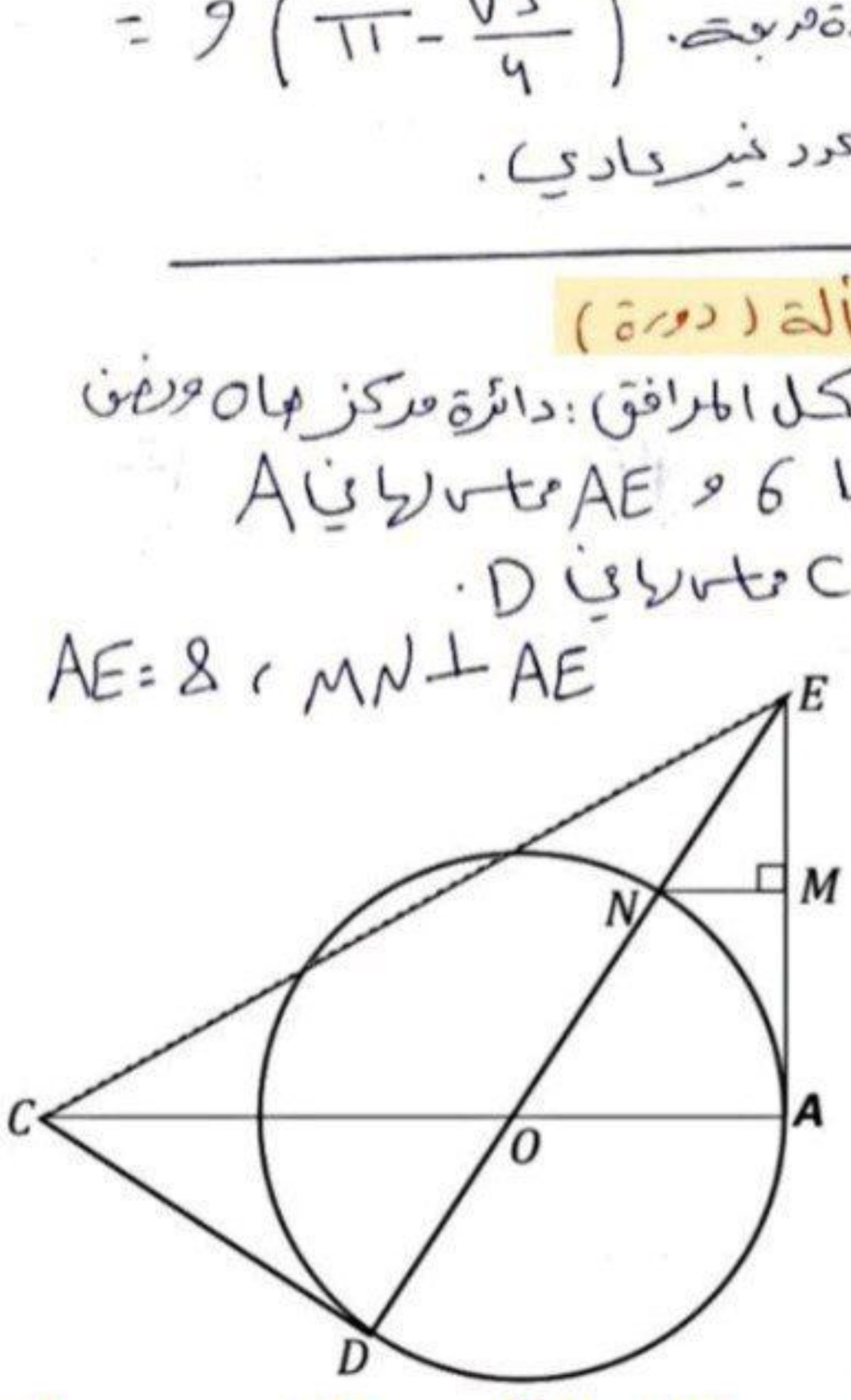
$= 9\left(\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ وحدة مربعة. وهو عدد غير ناطق.

---

* مسألة (دورة)

في الشكل المرافق: دائرة مركزها O ونصف قطرها 6 و AE مماس لها في A و CD مماس لها في D.

$AE=8$ ، $MN \perp AE$



1) أثبت أن $MN \parallel OA$

$MN \perp AE$ (فرضاً)
$OA \perp AE$ (المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس)
$\Rightarrow$ لأن العموديان على مستقيم واحد متوازيان.
$MN \parallel OA$

2) احسب طول OE ثم استنتج طول NE.

المثلث OAE قائم في A لماذا؟ وحسب فيثاغورث نجد:

$[OE]^2 = [OA]^2 + [AE]^2$

$= 36 + 64 \Rightarrow [OE] = 10$

ومنه $NE = 10 - 6 = 4$

3) اكتب النسب المتساوية في المثلثين AOE، MNE واستنتج طول MN.

$MN \parallel OA$ لماذا؟ ومنه وحسب مبرهنة طاليس النسب المتساوية في المثلثين AOE، MNE:

$\frac{EM}{EA} = \frac{EN}{EO} = \frac{NM}{OA} \Rightarrow$

$\frac{EM}{8} = \frac{4}{10} = \frac{NM}{6} \Rightarrow$

$\frac{NM}{6} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow NM = \frac{12}{5} = 2.4$

4) أثبت أن AECD رباعي دائري وعين مركز الدائرة المحيطة بهذا الرباعي.

في الرباعي AECD لدينا:

$\hat{A}=90°$ ، $\hat{D}=90°$ زاويتان متساويتان تحصران قطعة مستقيمة واحدة [CE] وتقعان بجهة واحدة بالنسبة لها، فالرباعي AECD دائري ومركز الدائرة المحيطة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك [CE].

أ. ماهر بربر

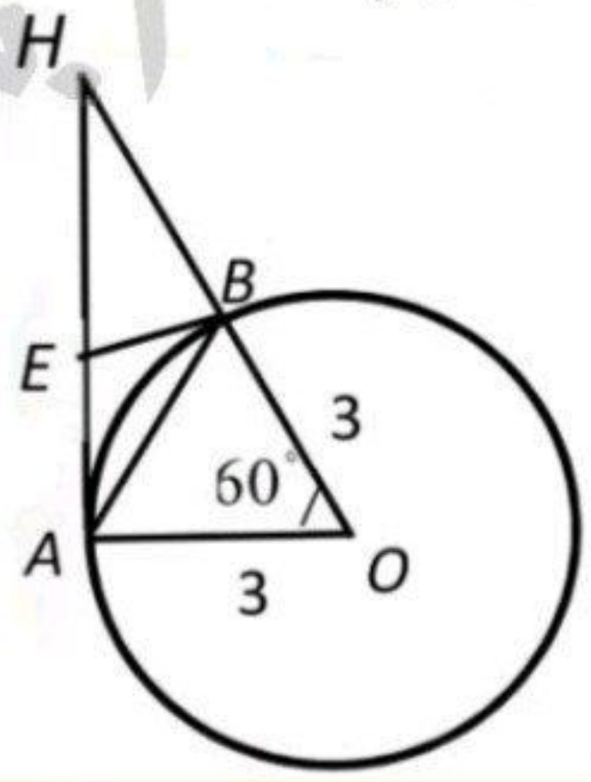
* ملاحظة:
في الامتحان سيخبر مسألة الهندسة بـ 100 درجة، هذه المسألة ستكون من هذه الوحدة والوحدات التي ستدرس (مسألة شاملة).

* تنويه: لحل أي مسألة هندسة:
- ضع الفرضيات مباشرة على الرسم الموجود.
- كل معلومة تظهر معك في الطلبات أيضاً ضعها مباشرة على الرسم.
- التزم بترتيب الطلبات

---

* مسألة (دورة): الرقم 208

في الشكل المرسوم جانباً: دائرة مركزها النقطة O ونصف قطرها $OA=3$
(HA)، (EB) مماسان للدائرة في النقطتين A، B على الترتيب بحيث $B\hat{O}A=60°$



1) احسب قياس الزاويتين $B\hat{A}E$ ، $\hat{H}$.
(حل بأكثر من طريقة)

- $B\hat{O}A=60° \Rightarrow \overset{\frown}{AB}=60°$ (مركزية تقاس بقياس القوس المقابل وبالعكس)
- لدينا مما سبق (HA) مماس للدائرة في A وبالتالي:
- $B\hat{A}E=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}=30°$ (محيطية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصرها)
- $HA \perp AO \Rightarrow H\hat{A}O=90°$
(المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس)
- في المثلث HAO القائم في A لدينا $\delta=60$
ومنه $\hat{H}=30°$ (نضع هذه المعطيات على الرسم)

2) أثبت أن $OH=6$ ثم احسب طول AH
(حل بأكثر من طريقة)
- نعلم أن: في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية $30°$ يساوي نصف طول الوتر
- لدينا:
المثلث HAO قائم في A فيه $\hat{H}=30°$ و $OA=3$
وبالتالي:
$AO=\frac{1}{2}HO$ ومنه $HO=2AO$
$HO=2(3)=6$
- وحساب AH نستطيع تطبيق فيثاغورث أو الاستفادة من إحدى النسب المثلثية $30°$ أو $60°$

$\cos 30°=\frac{AH}{HO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AH}{6} \Rightarrow$
$AH=3\sqrt{3}$

3) احسب $\cos E\hat{H}B$ واستنتج طول HE
بداية المثلث EHB قائم في B
حيث المماس (EB) يعامد نصف القطر OB في B وبالتالي $E\hat{B}H=90°$ ومنه في المثلث القائم EHB لدينا:

$\cos E\hat{H}B=\frac{HB}{HE}$
(إن $HB=6-3=3$)

$\cos 30°=\frac{3}{HE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{HE} \Rightarrow$
$HE=\frac{3\times 2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

4) أثبت أن النقاط A، E، B، O تقع على دائرة واحدة ثم عين مركزها
في الرباعي AEBO لدينا:
$\hat{B}=90°$ (إثباتاً) } زاويتان متقابلتان
$\hat{A}=90°$ (إثباتاً) } ومتكاملتان في الرباعي AEBO فهو دائري أي أن النقاط A، E، B، O تقع على دائرة واحدة مركزها منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين OEA، OEB

أي منتصف OE

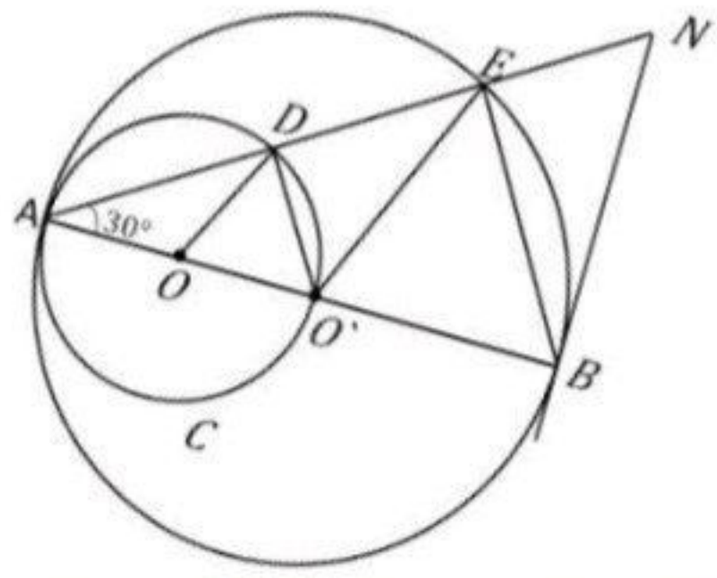
آماهر بربر

* مسألة (دورة)

في الشكل المجاور، (C) دائرة قطرها [AB] ومركزها O'

[NB] مماس للدائرة (C') في B

(C) دائرة قطرها [AO'] حيث $D\hat{A}O' = 30°$



1) احسب قياس كلٍّ من القوسين $\overset{\frown}{DO'}$ ، $\overset{\frown}{EB}$

• في الدائرة (C) لدينا:

$D\hat{A}O' = 30°$ وهي زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{DO'}$

ومنه:

$D\hat{A}O' = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DO'} \Rightarrow \overset{\frown}{DO'} = 2(30) = 60°$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس)

• وبنفس الطريقة نجد في الدائرة (C'):

$N\hat{A}B = 30°$ وهي زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{EB}$

ومنه $\overset{\frown}{EB} = 60°$ (لنفس السبب السابق)

2) أ) أثبت أن $D\hat{O}O' = E\hat{O'}B$ واستنتج أن $(O'E) // (OD)$

• في الدائرة (C) لدينا:

$D\hat{O}O' = \overset{\frown}{DO'} = 60°$ (مركزية تقاس بقياس القوس المقابل لها)

• وكذلك الأمر في الدائرة (C') لدينا

$E\hat{O'}B = \overset{\frown}{EB} = 60°$ (مركزية .....)

• وبالتالي:

$D\hat{O}O' = E\hat{O'}B = 60°$ وهما في وضع التناظر بالنسبة للمستقيمين (OD)، (O'E) والقاطعين (AE)، (AB) فالمستقيمان (OD)، (O'E) متوازيان.

3) احسب النسبة $\frac{\text{مساحة المثلث } AOD}{\text{مساحة المثلث } AO'E}$

• لدينا $(OD) // (O'E)$ ، إثباتاً وبالتالي المثلثان AOD، AO'E متشابهان حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث:

$$\frac{AO}{AO'} = \frac{AD}{AE} = \frac{OD}{O'E} = K \Rightarrow$$

ولدينا $AO = R$ ، $AO' = R'$

$$AO' = 2AO \Leftrightarrow R' = 2R$$

$$\frac{R}{2R} = \frac{AD}{AE} = \frac{OD}{O'D} = K = \frac{1}{2}$$

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي K^2 مربع نسبة التشابه ومنه:

$$\frac{S(AOD)}{S(AO'E)} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

/ انتبه دوماً إلى المطلوب: هنا المطلوب مساحة المثلث الصغير إلى الكبير لذلك أوجدنا نسبة التصغير /

4) أثبت أن الرباعي $BNDO'$ دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه.

• في الدائرة (C) لدينا:

$A\hat{D}O' = 90°$ (محيطية تحصر قوس نصف الدائرة)

ومنه: (مكملة ↓)

$N\hat{D}O' = 90°$، ولدينا [NB] مماس للدائرة (C') في B فهو يعامد نصف قطرها في B أي:

$O'B \perp BN$

مما سبق نجد:

في الرباعي $BNDO'$ لدينا:

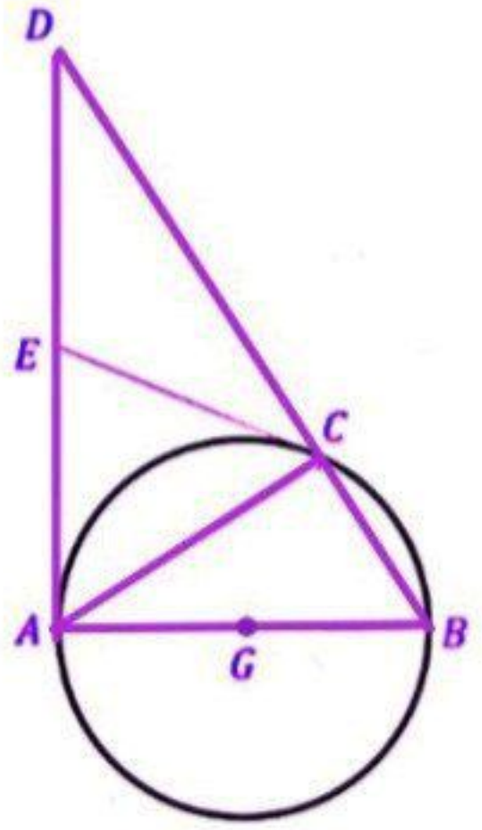
$\left.\begin{matrix}\hat{D} = 90° \\ \hat{B} = 90°\end{matrix}\right\}$ زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي

$BNDO'$ فهو دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين BNO'، DNO' أي منتصف NO'.

أ. ماهر بربر

* مسألة (دورة) + إضافات:

في الشكل المرافق دائرة مركزها النقطة G ومحيطها AB=12 حيث $B\hat{A}C=30°$ مماس الدائرة في A يتقاطع مع BC في D



1) (أ) حساب مساحة المثلث ACD.

• بداية المثلث ACB قائم في C حيث:
$A\hat{C}B$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة.
فيه $B\hat{A}C=30°$ أي حيث AB=12 ومنه

$$\cos B\hat{A}C=\frac{AC}{AB}\Rightarrow$$

$$\cos 30°=\frac{AC}{12}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AC}{12}\Rightarrow$$

$$AC=6\sqrt{3}$$

المثلث BAD قائم في A لأن المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس وبالتالي

$$D\hat{A}C=90°-30°=60°$$

(أو معاينة قياسها يساوي نصف القوس $\overset{\frown}{AC}$ حيث $\overset{\frown}{AC}=2\hat{B}=120°$ ($\hat{B}$ محيطية))

ومنه: في المثلث القائم ACD نجد:

$$\tan D\hat{A}C=\frac{DC}{AC}$$

$$\tan 60=\frac{DC}{6\sqrt{3}}$$

ومنه:

$$\sqrt{3}=\frac{DC}{6\sqrt{3}}\Rightarrow DC=18$$

($\tan 60=\sqrt{3}$)

وبالتالي:
مساحة المثلث القائم ACD تساوي نصف جداء طولي القائمين:

$$S_{(ACD)}=\frac{[AC]\times[DC]}{2}$$

$$=\frac{6\sqrt{3}\times 18}{2}=6\sqrt{3}\times 9$$

$$=54\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

2) إذا كانت E منتصف AD أثبت أن CE مماس للدائرة في C.

(يجب إثبات أن قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم EC مع الدائرة يساوي نصف قياس القوس $\overset{\frown}{AC}$)

• E منتصف الوتر في المثلث القائم ACD
وبالتالي $ED=AE$ ويكون
EC متوسط في المثلث القائم متعلق بالوتر DA
ونعلم أن: في المثلث القائم: المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر ومنه:

$$EC=AE$$

أي أن المثلث AEC متساوي الساقين في E
فيه $\hat{A}=60°$ فهو متساوي الأضلاع أي أن

$$E\hat{C}A=60°$$

وعلاقة أن $\overset{\frown}{AC}=120°$ نجد:

$$E\hat{C}A=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

في زاوية محاطية.
أي أن EC مماس للدائرة في C.

(أو نستطيع أن نصل C إلى G وبعد أن أثبتنا أن AEC متساوي الأضلاع، نُبرهن أن $E\hat{C}G=90°$ أي أن المستقيم EC يُعامد نصف القطر في C فهو مماس - افهم الطريقتين)

أ. ماهر بربر

3) أثبت أن الرباعي AGCE دائري
عين مركزها واحسب طول نصف قطرها.

- CE مماس للدائرة في C ، إثباتاً:
EA مماس للدائرة في A فرضاً ، وبالتالي

$\left.\begin{matrix} CE \perp GC \\ EA \perp AG \end{matrix}\right\}$ لأن المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس.

أصبح لدينا في الرباعي AGCE

$\left.\begin{matrix} \hat{A}=90^\circ \\ \hat{C}=90^\circ \end{matrix}\right\}$ زاويتان متقابلتان ومتكاملتان فهو دائري ومركز الدائرة المارة

بروؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين EGC ، EGA أي منتصف EG.

- لنحسب نصف قطرها.

من المثلث القائم EGA وحسب فيثاغورث نجد:

$[EG]^2 = [AG]^2 + [AE]^2$ حيث EAG متساوي الأضلاع إثباتاً وطول ضلعه $6\sqrt{3}$

$= (6)^2 + (6\sqrt{3})^2$

$= 36 + 108 = 144 \Rightarrow [EG] = 12$

وهو قطر في الدائرة المارة بروؤوس الرباعي AGCE وبالتالي نصف قطر تلك الدائرة

$\frac{[EG]}{2} = 6$

ماذا تلاحظ؟؟ مركز الدائرة المارة برؤوس الرباعي AGCE سيكون بالتأكيد نقطة تقاطع المستقيم EG مع القوس $\overset{\frown}{AC}$

* تمارين وتدريبات الحل للطلاب:

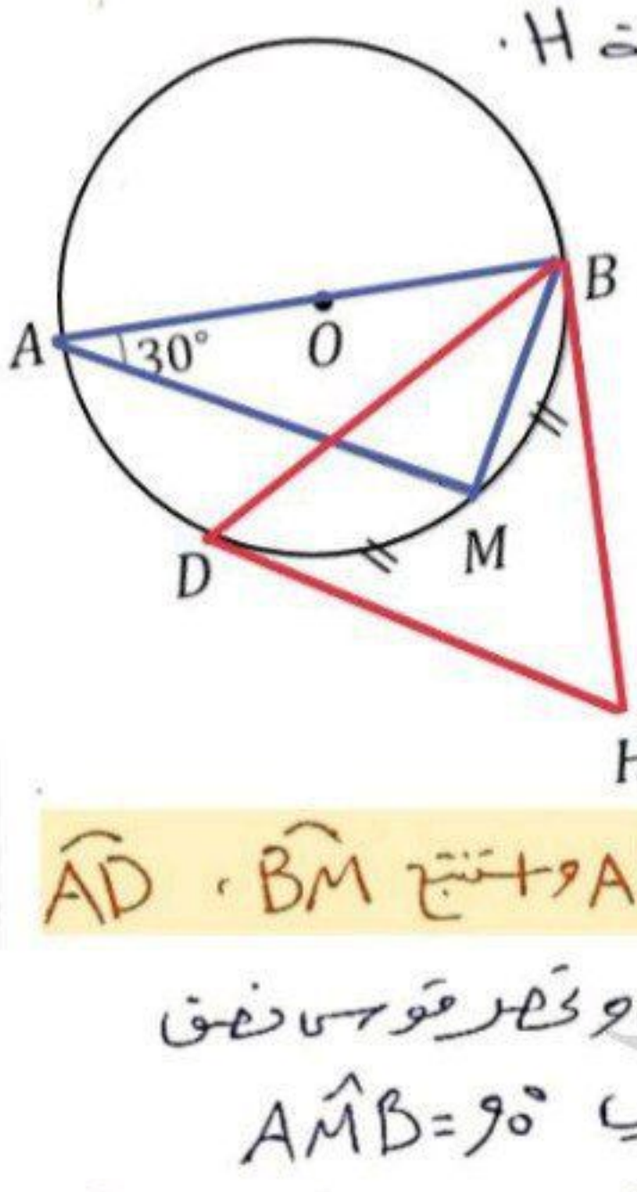
- أثبت أن الرباعي EGCD شبه منحرف، احسب محيطه.
- احسب مساحة المثلث GCD وطول أحد ارتفاعاته.
- أثبت أن الرباعي AGCH معين واحسب مساحته (حيث H نقطة تقاطع المستقيم EG مع القوس $\overset{\frown}{AC}$)

* مسألة (دورة)

في الشكل المجاور دائرة مركزها النقطة O وقطرها AB طوله 10.

M نقطة من الدائرة حيث $\overset{\frown}{MD} = \overset{\frown}{MB}$

$B\hat{A}M = 30^\circ$ ، HB ، HD مماسان للدائرة في النقطتين B ، D على الترتيب ويتقاطعان في النقطة H.



1) احسب قياس $A\hat{M}B$ واستنتج $\overset{\frown}{BM}$ ، $\overset{\frown}{AD}$

$A\hat{M}B$ زاوية محيطية وتحصر قوساً نصف الدائرة فهي قائمة أي $A\hat{M}B = 90^\circ$

لدينا فرضاً $B\hat{A}M = 30^\circ$ وهي محيطية تقوس القوس المقابل $\overset{\frown}{BM}$ ومنه:

$B\hat{A}M = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BM} \Rightarrow \overset{\frown}{BM} = 2(30^\circ) = 60^\circ$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس)

وبما أن $\overset{\frown}{MD} = \overset{\frown}{MB}$ فإن:

$\overset{\frown}{BM} = 60^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{MD} = 60^\circ \Rightarrow$

قياس نصف قوس الدائرة 180° وبالتالي:

$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DM} + \overset{\frown}{MB} = 180^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = 60^\circ$

(ويمكننا الحساب بالاستعانة بالزاوية $\hat{B} = 60^\circ$)

2) احسب قياس $D\hat{B}M$ و $B\hat{D}H$.

$D\hat{B}M = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DM} = 30^\circ$ (محيطية)

DH مماس للدائرة في D ومنه $B\hat{D}H$ محصورة تقوس $\overset{\frown}{DB}$ ومنه:

$B\hat{D}H = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2}(120^\circ) = 60^\circ$

(قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس)

أ. ماهر بربر

3) احسب أطوال المثلث $A\hat{M}B$ علما بما سبق.

• لقد أثبتنا أن المثلث AMB قائم في M
فيه $B\hat{A}M=30°$ ، $AB=10$ وبالتالي:

• $[BM]=\frac{1}{2}[AB]=\frac{1}{2}(10)=5$

(لأن الضلع المقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم يساوي نصف طول وتره ... أو استخدم النسب المثلثية للزاويتين $\hat{A}=30°, \hat{B}=60°$)

• حساب AM عن طريق فيثاغورث أو:

$\cos B\hat{A}M=\frac{AM}{AB} \Rightarrow$

$\cos 30°=\frac{AM}{10} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AM}{10} \Rightarrow$

$AM=5\sqrt{3}$

• مساحة المثلث القائم تساوي نصف جداء طولي القائمتين ومنه:

$S_{(ABM)}=\frac{[AM]\times[MB]}{2}=\frac{5\sqrt{3}\times 5}{2}$

$=\frac{25}{2}\sqrt{3}$ وحدة مربعة

4) أثبت أن المثلث DBH متساوي الأضلاع.

$B\hat{D}H=D\hat{B}H=60°$

(لماذا؟ $\overset{\frown}{DB}=120°$)

وبالتالي $B\hat{H}D=60°$ (مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$)

* إضافي: أثبت أن DB منصف للزاوية $A\hat{B}M$

لدينا ABM في المثلث القائم

$\hat{A}=30°$ ، $\hat{M}=90° \Rightarrow \hat{B}=60°$

ومن جهة أخرى: $D\hat{B}M=30°$ ومنه $D\hat{B}A=60-30°$
$=30°$

أي أن DB منصف للزاوية $A\hat{B}M$.

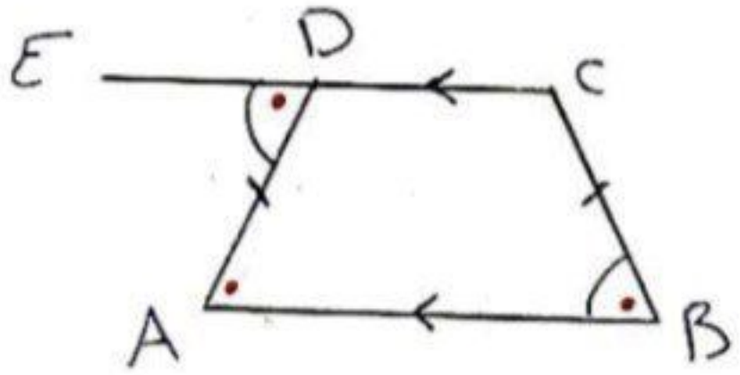
(شكل بطريقة أخرى)

* سؤال:

ناقش صحة الادعاء الآتي عبدياً رأيك.

• كل شبه منحرف متساوي الساقين هو رباعي دائري.

الحل:



في الشكل المرافق:

ABCD شبه منحرف متساوي
الساقين بالتالي زاويتا القاعدة متساويتان
$\hat{A}=\hat{B}$ فرضاً (لأنه متساوي الساقين)

• قاعدتا شبه المنحرف متوازيتان
$DC \parallel AB$
(الرسم يُحدد اتجاهات الساقين أو القاعدتين)
لنحدد DC بالنسبة لـ E يكون:

$\Leftarrow \begin{cases} E\hat{D}A = D\hat{A}B & \text{تبادل داخلي} \\ C\hat{B}A = D\hat{A}B & \text{وكذلك زاويتا القاعدة} \end{cases}$

وبالتالي

$E\hat{D}A = C\hat{B}A$

أي أن الزاوية الخارجية في الرباعي ABCD تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لها وهذا يعني أن الرباعي دائري.

وبالتالي الادعاء صحيح وكل شبه منحرف متساوي الساقين هو رباعي دائري.

أ. ماهر بربر

مراجعة سريعة لبعض أفكار
الوحدة الرابعة.

* 1 المتوازي القائم:

• مساحته الجانبية:

$S_\ell = P \cdot h$; P محيط القاعدة

h ارتفاع المتوازي

• مساحته الكلية:

$S_T = S_\ell + 2S_b$; S_b مساحة إحدى قاعدتيه.

حجم المتوازي:

$V = S_b \times h$

* 1 أ أسطوانات الدورانية: هي متوازي

قائم قاعدتاه دائرة، القوانين الخاصة به
هي نفس القوانين السابقة حيث:

- مساحته الجانبية:

$S_\ell = P \times h \Rightarrow S_\ell = 2\pi R \cdot h$

مساحته الكلية:

$S_T = S_\ell + 2S_b$

$\Rightarrow S_T = 2\pi R \cdot h + 2\pi R^2$

حجمه:

$V = S_b \times h = \pi R^2 \times h$

- ملاحظة: الأسطوانات الدورانية ناتجة
عن دوران مستطيل حول أحد بعديه أو عن
دوران مربع حول أحد أضلاعه.
(س أو ص + اقترابه الصحيح)

* متوازي المستطيلات:

هو متوازي قائم قاعدته مستطيل حجمه هو
جداء أبعاده الثلاثة:

$V = X \cdot Y \cdot Z$

* المكعب: هو متوازي قائم كل أوجهه مع

القاعدتين عبارة عن مربعات طولة ويكون:

$S_\ell = 4a^2$; a طول المكعب

$S_T = 6a^2$; a طول المكعب

$V = a^3$; a طول المكعب

! ملاحظة.

* مقطع متوازي قائم بمستوى يوازي إحدى
قاعدتيه هو مضلع (أو دائرة) يطابق القاعدة.

* مقطع متوازي مستطيلات بمستوى يوازي
أحد أوجهه هو مستطيل مطابق لذلك الوجه.

* مقطع متوازي مستطيلات بمستوى يوازي
أحد أحرفه هو مستطيل أحد بعديه
يساوي ذلك الحرف.

* مقطع مكعب بمستوى يوازي أحد أوجهه
(أو إحدى قاعدتيه) هو مربع مطابق لذلك
الوجه.

* مقطع مكعب بمستوى يوازي أحد أحرفه
دون أن يوازي أحد أوجهه هو مستطيل
أحد بعديه يساوي ذلك الحرف

ماهر بربر

مقطع أسطوانة دوراني لمستوٍ يوازي قاعدتها (أو يُساعد محورها) هو دائرة تطابق القاعدة.

* مقطع أسطوانة دوراني لمستوٍ يوازي محورها (أو يحوي محورها) هو مستطيل بعده يساوي ارتفاع الأسطوانة.

وفي الحالة الخاصة يكون مربع إذا كان طول قطر قاعدة الأسطوانة يساوي طول ارتفاعها (⇐ طول محورها)

---

* الهرم: هرم:

$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$

* نقول عن هرم إنه منتظم إذا تحقق الشرطين.

1- قاعدته مضلع منتظم

2- ارتفاع الهرم يصل بين مركز القاعدة ورأس الهرم.

* في الهرم المنتظم: الأوجه الجانبية هي مثلثات متساوية الساقين ومتطابقة.

* رباعي الوجوه المنتظم: (3 أوجه + قاعدة)
هو هرم منتظم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع، الأوجه الجانبية مثلثات متساوية الأضلاع ومطابقة مع القاعدة أيضاً.

- إذا طلب المساحة الجانبية للهرم في هذه الحالة: $S_L = 3 S_3$ (S_3 هي مساحة مثلث متساوي الأضلاع)

- إذا طلب المساحة الكلية:
$S_T = 4 S_3$

- أما قانون الحجم لهذه الحالة قانون حجم الهرم لأنه بالأساس هو هرم.

مقطع هرم:

* مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو مضلع مصغر عن القاعدة

---

* المخروط الدوراني:

* مجسم ينتج من دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين
(أو دوران مثلث حول أحد ارتفاعاته)

* حجم المخروط:

$V = \frac{1}{3} S_b \times h$

وعليه فإن: (حجم): حجم المخروط يساوي ثلث حجم الأسطوانة المشتركة معه بالقاعدة والارتفاع. ويكون حجم الأسطوانة ثلاثة أمثال حجم ذلك المخروط.

مقطع مخروط:

* مقطع مخروط لمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة.

أ. ماهر بربر

* الطح الكروي - الحجم الكروي

* حجم كروي: $OM \leq R$

* سطح كروي: $OM = R$

* حجم الكرة: بدلالة نصف قطرها R:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

* مساحة السطح الكروي:

$$V = 4\pi R^2$$

* ملاحظة: حجم الكرة يساوي
مساحة السطح الكروي في حالة
$R = 3$ واحدة فقط وهي عندما

(اختيار من متعدد: x أو y ↓)

- حجم الكرة بدلالة قطرها d:

$$d = 2R \Rightarrow R = \frac{d}{2}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}\pi d^3$$

- مساحة سطح بدلالة قطرها d:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$
$$= 4\pi\left(\frac{d^2}{4}\right) = (\pi d^2)$$

* الدائرة الكبرى: مركزها مركز الكرة
دائرة واقعة على الكرة أو قطرها
يساوي قطر الكرة، وهي أكبر دائرة
مرتسمة على الكرة.

* الدائرة الصغرى:
دائرة واقعة على الكرة لا ينطبق مركزها
على مركز الكرة وقطرها أصغر تماماً
من قطر الكرة.

* دوران دائرة حول قطرها ← كرة
* دوران قرص دائري حول قطره
← حجم كروي.

المقاطع:

* مقطع كرة مستوٍ يبعد عن مركز الكرة
مسافة تساوي نصف قطرها هو دائرة.

* مقطع كرة مستوٍ يبعد عن مركز الكرة
مسافة أصغر من نصف قطرها هو
دائرة صغرى.

* مقطع كرة، مستوٍ مار من مركزها
(المسافة بينه وبين مركز الكرة صفر)
هو دائرة كبرى.

* مقطع حجم كروي لمستوٍ هو
قرص دائري.

مراجعة سريعة لبعض أفكار الوحدة الرابعة هندسة

السؤال الاول: في كل حالة آتية إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة . اكتبها.

1) السويداء 2018: مكعب طول حرفه $\sqrt{2}$ فإن حجمه :

$2\sqrt{2}$	C	$8\sqrt{2}$	B	$4\sqrt{2}$	A

2) الرقة 2018: اسطوانة دورانية طول قطر قاعدتها 6cm فإن مقطع هذه الاسطوانة بمستو يوازي قاعدتها هو دائرة مساحتها:

$48\pi\ cm^2$	C	$36\pi\ cm^2$	B	$9\pi\ cm^2$	A

3) القنيطرة 2018: مكعب طول حرفه $x = 0.01\ m$ فيكون حجمه :

$10^{-12}m^3$	C	$10^{-6}m^3$	B	$10^{-2}m^3$	A

4) حلب 2018: مكعب حجمه $27\ m^3$ صمم نموذجا مكبراً له حجمه $125\ m^3$ فإن معامل التكبير يساوي:

$\frac{125}{27}$	C	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{3}{5}$	A

5) ريف دمشق2018: مربع مساحته $9\ m^2$ ، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36\ m^2$ فإن معامل التكبير يساوي:

2	C	3	B	4	A

6) طرطوس2018: مكعب طول حرفه $x = 0.1\ m$ فيكون حجمه:

10^3m^3	C	$10^{-3}m^3$	B	$10^{-2}m^3$	A

7) دير الزور 2018: مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي قاعدتها هو :

قطعة مستقيمة	C	مستطيل	B	دائرة	A

8) حمص 2018: مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي قاعدته هو :

دائرة طبوقة على دائرة القاعدة	C	دائرة مكبرة عن دائرة القاعدة	B	دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة	A

9) دمشق2018 هرم ارتفاعه $9\ cm$ وقاعدته مربع طول ضلعه $3\ cm$ فإن حجم الهرم يساوي:

$36\ cm^3$	C	$27\ cm^3$	B	$81\ cm^3$	A

السؤال الثاني: أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات التالية:

1) (دمشق2018) سطح كروي مركزه O ونصف قطره R هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $OM < R$.
2) (دمشق2018) مقطع اسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها هو مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الأسطوانة
3) (درعا 2018) المخروط الدوراني ينتج من دوران مثلث قائم الزاوية حول أحد الضلعين القائمتين.
4) (درعا 2018) مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو مضلع طبوق مع قاعدته
5) (حلب 2018) مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي القاعدة هي دائرة طبوقة مع القاعدة
6)(الحسكة2018) أسطوانة دورانية نقطعها بمستوي يوازي محورها كان المقطع مستطيل
7)اللاذقية2018) مقطع الكرة بمستو يمر من مركزها هو دائرة طول قطرها يساوي طول قطر الكرة .
8)اللاذقية2018) المكعب الذي طول ضلعه a فإن حجمه مساويا $3a^2$.
9)(الرقة2018) مقطع هرم بمستو يوازي قاعدته هو تكبير للقاعدة .
10) (دير الزور2018) مكعب طول حرفه $2\times10^2\ cm$ فإن حجمه يساوي $8\times10^2\ cm^3$.
11) (دير الزور2018) المجسم الكروي الذي مركزه O ونصف قطره R مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق $OM \geq R$.
12)(ريف دمشق2018) مقطع مخروط دوراني موازٍ للقاعدة هو دائرة مصغرة عن دائرة قاعدة المخروط.
13) (طرطوس 2018) مقطع مخروط دوراني يوازي القاعدة هو دائرة طبوقة على القاعدة.
14) (طرطوس 2018) مقطع اسطوانة بمستوٍ يوازي محورها هو دائرة.
15) (السويداء 2018) مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل
16)(طلاب سوريا المقيمين في لبنان2019) مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه هو مستطيل
17)(وزاري 2018) مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو تكبير للقاعدة

* السؤال الأول:

1) $a=\sqrt{2}$ ، نعلم أن حجم المكعب:

$V=a^3=(\sqrt{2})^3=2\sqrt{2}$

الإجابة C

2) قطع أسطوانة دورانية لمستوٍ يوازي قاعدتها (يُعامد محورها) هو دائرة تطابق دائرة القاعدة.

• طول قطر دائرة القاعدة: $2R=6\Rightarrow R=3$

- مساحة دائرة القاعدة:

$S=\pi R^2=9\pi\ cm^2$

ومنه المقطع دائرة مساحتها أيضاً $9\pi cm^2$

الإجابة A.

3) $a=0.01m$ ، حجم المكعب:

$V=a^3=(0.01)^3=\left(\frac{1}{100}\right)^3=(10^{-2})^3$

$=10^{-6}\ m^3$

الإجابة B.

4) المطلوب معامل التكبير (نسبة التشابه)

حجم المكعب الصغير $V_1=27m^3$

حجم المكعب الكبير $V_2=125\ m^3$

ومنه معامل التكبير (حيث نعلم نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه)

$\frac{\text{حجم كبير } V_2}{\text{حجم صغير } V_1}=k^3$ تكبير

$\frac{125}{27}=k^3\Rightarrow k^3=\left(\frac{5}{3}\right)^3$

وبالتالي معامل التكبير $k=\frac{5}{3}$

الإجابة B

(لو طلب معامل التصغير $k=\frac{3}{5}=\frac{V_1}{V_2}$ تصغير)

5) مساحة المربع الصغير $S_1=9m^2$

مساحة المربع الكبير $S_2=36m^2$

المطلوب معامل التكبير (نسبة التشابه)

- نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه.

$\frac{\text{مساحة كبير } S_2}{\text{مساحة صغير } S_1}=k^2$ تكبير $\Rightarrow\frac{36}{9}=k^2\Rightarrow$

$k^2=4\Rightarrow k=2$ الإجابة C

(فتكون نسبة التصغير $\frac{1}{2}$)

6) $a=0.1m$ ، حجم المكعب:

$V=a^3=(0.1)^3=(10^{-1})^3=10^{-3}\ m^3$

الإجابة B.

7) قطع أسطوانة دورانية لمستوٍ يوازي قاعدتها (أو يُعامد محورها) هو دائرة تطابق القاعدة.

الإجابة A.

8) قطع مخروط دوراني لمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن القاعدة

الإجابة A.

9) حجم الهرم يُعطى بالعلاقة:

$V=\frac{1}{3}S_b\times h$

حيث: h ارتفاع الهرم $h=9cm$

S_b: مساحة القاعدة وهي عبارة عن مربع طول ضلعه 3cm فمساحته $S_b=l^2=9cm^2$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}(9)(9)=27\ cm^3$

الإجابة B.

أ. ماهر بربر

* السؤال الثاني:

1) خطأ. سطح كروي $\Leftrightarrow OM=R$

2) صح.

3) صح. (وحدتان: دوران مثلث حول ارتفاعه)

4) خطأ. وضلع وصغر عن القاعدة.

5) خطأ. دائرة وصغرة عن القاعدة.

6) صح.

7) صح. (المقطع سيكون دائرة كبرى)

8) خطأ. $V=a^3$

9) خطأ. وصغر عن القاعدة.

10) خطأ. $a=2\times10^2$ ومنه

$V=a^3=(2\times10^2)^3=2^3\times10^6=8\times10^6\ cm^3$

11) خطأ. مجسم كروي $OM\leq R$

12) صح.

13) خطأ. دائرة وصغرة عن القاعدة.

14) خطأ. مستقيل ويمكن أن يكون مرتبطاً.

15) صح. } متكرر

16) صح. }

17) خطأ. تصغير للقاعدة.

رابع أوراق العمل وحلول الدورات بالإضافة إلى الاختبار المتعلق بالوحدة وأسئلة الوحدة التي ركزت عليك.

والأسئلة الواردة في ملف كل درس.

يتبع هذا العمل بإدارج ثمانية نماذج جزئية مقسمة حسب وحدات الكتابين بالإضافة إلى خمسة نماذج امتحانية متدرجة المستوى محاكية تماما لأسئلة الامتحان .

.

.

.

يتم وضعها لطلاب الدورة الإلكترونية فقط .

نموذج امتحاني شامل للوحدة الاولى/ جبر :

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

1) يُكتب العدد ((ضعفي $\sqrt{6}$)) بالصيغة $\sqrt{C}$ بالشكل التالي :					
A	$\sqrt{12}$	B	$\sqrt{24}$	C	$\sqrt{6}$
2) الكسر الغير مختزل من بين الكسور التالية :					
A	$\frac{54}{45}$	B	$\frac{11}{3}$	C	$\frac{21}{22}$
3) العدد $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2$ هو عدد :					
A	عادي عشري	B	عادي غير عشري	C	غير عادي
4) العدد $(\sqrt{\sqrt{3}})^4$ هو عدد :					
A	عادي صحيح	B	عادي غير عشري	C	غير عادي

السؤال الثاني : أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات الآتية :

❶ كل عدد غير عادي هو عدد غير عشري

❷ إذا كان $GCD(a\,,b) = a$ فإن : $\frac{a}{b}$ عدد صحيح .

❸ العدد $\frac{\sqrt{9\pi \times 4\pi}}{5\pi}$ هو عدد عادي غير عشري .

❹ ثلاثة أمثال $\sqrt{18}$ يساوي $3\sqrt{2}$.

ثانياً : أجب عن التمارين الخمسة الآتية : ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول بسط كلاً من الأعداد التالية ثم ضع كلاً منها في الحقل المناسب ضمن الجدول :

$$\frac{\pi}{4} \; ، \; (\sqrt{2})^8 \; ، \; \frac{\sqrt{48}}{3\sqrt{3}} \; ، \; \frac{\sqrt{18}}{4\sqrt{\sqrt{49}-5}} \; ، \; 2\pi \times \frac{1}{10\pi} \; ، \; \sqrt{\pi} \times 10^{\,6} \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} \; ، \; 2\pi + 5$$

العدد العادي			العدد الغير عادي
العدد الصحيح	العدد العشري	العدد الدوري	

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان $A = \frac{693}{154}$ و $B = \frac{\sqrt{80}-\sqrt{45}}{2\sqrt{20}-2\sqrt{5}}$ والمطلوب :

❶ أوجد $GCD(693\,,154)$ باستخدام خوارزمية الطرح المتتالي ومن ثم اكتب الكسر المختزل المكافئ للكسر A

❷ هل العدد A عشري ؟ هل هو عادي ؟ علل إجابتك .

❸ اختزل العدد B .

❹ احسب ناتج $A - B$ ومن ثم بين طبيعة الناتج .

التمرين الثالث : $ABCD$ مستطيل بعداه : $AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ ، $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$ والمطلوب :

❶ برهن أن $ABCD$ مربع .

❷ احسب محيطه واكتبه بالصيغة $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❸ برهن أن مساحته عدد طبيعي .

❹ عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب طول نصف قطرها .

التمرين الرابع : ليكن لدينا العدد $A = \frac{875}{1125} + \frac{5}{9}$ والمطلوب :

❶ أوجد $GCD(875\ ,1125)$ باستخدام الخوارزمية الإقليدية ، ومن ثم اكتب الكسر المختزل للكسر $\frac{875}{1125}$.

❷ هل الكسر $\frac{5}{9}$ كسر مختزل ؟ علل إجابتك .

❸ اكتب العدد A بصورة كسر مختزل .

❹ هل العدد A عدد عشري ؟ هل هو عادي ؟ علل .

❺ برهن أن العدد A^{-1} عدد عشري واكتبه بالصيغة $a \times 10^{-n}$ ((حيث a عدد صحيح)) .

التمرين الخامس : بفرض لدينا العددين الآتيين $A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$ و $B = 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{108}$ والمطلوب :

❶ اكتب كلا العددين A و B بالصيغة $a\sqrt{3}$.

❷ جد ناتج كلاً من : $A + B$ ، $A - B$ ، $A \times B$.

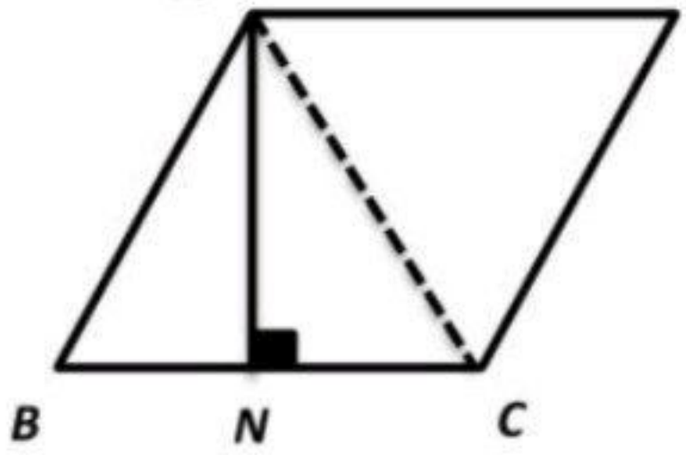
❸ اكتب العدد $A - B$ بالصيغة $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❹ برهن أن $\frac{A}{B}$ عدد عشري واكتبه بالصيغة $a \times 10^{-n}$.

❺ اكتب الكسر $\frac{A}{\sqrt{10}}$ بمقام خال من الجذر .

السؤال الثالث : حل المسألتين التاليتين

المسألة الأولى : $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $AB = \sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{3}{5}\sqrt{50}$ و $BC = \sqrt{72} - \sqrt{32}$ والمطلوب :



❶ برهن أن المتوازي $ABCD$ معين .

❷ احسب محيطه واكتبه بالشكل $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .

❸ بفرض أن $\widehat{B} = 60$ عندئذ :

★ برهن أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

★ احسب مساحته وطول ارتفاعه AN .

★ احسب مساحة المعين بطريقتين .

★ استنتج طول القطر $[BD]$.

المسألة الثانية : لدينا الأعداد التالية $N = \frac{\sqrt{108}}{2} - 2\sqrt{3}$ ، $M = \frac{6}{\sqrt{3}}$ ، $F = 2\sqrt{12} + \sqrt{147} - \frac{1}{3}\sqrt{27}$ والمطلوب:

❶ أزل الجذر من مقام الكسر M .

❷ اختزل العدد N .

❸ اكتب العدد $M + N$ ثم اكتبه بالصيغة $\sqrt{C}$ واحصره بين عددين صحيحين متتالين .

❹ اكتب العدد F بالصيغة $a\sqrt{b}$

-انتهت الاسئله

حل أسئلة الاختبار

أولاً: السؤال الأول:

1) $2\sqrt{6} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{6} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{24}$

الإجابة B.

2) $\frac{54}{45}$ كسر عشري منتهي، وهاه يقبلان القسمة على 9 و5.

الإجابة A

3) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$

الإجابة B.

4) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4 = \left(\sqrt{3}\right)^{\frac{4}{2}} = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$

عدد صحيح وعدد عادي

الإجابة A.

أولاً: السؤال الثاني:

1) عبارة صحيحة

(Q ⊃ D)

كل عدد ناطق ينتمي إلى المجموعة الأكبر وهنا ℚ ينتمي إلى المجموعة الأصغر وهي D.

- فكل عدد صورته العشرية غير منتهية وغير دورية هو عدد غير عادي وغير عشري ... $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}$

2) عبارة خاطئة:

$GCD(a,b) = a \Leftrightarrow$ b قاسم a و a مضاعف b

ومنه $\frac{b}{a}$ عدد صحيح أما $\frac{a}{b}$ غير صحيح

3) عبارة خاطئة.

$\frac{\sqrt{9\pi \times 4\pi}}{5\pi} = \frac{\sqrt{36\pi^2}}{5\pi} = \frac{6\pi}{5\pi} = \frac{6}{5}$

$= \frac{12}{10} = 1.2$ عدد عادي وعشري

4) عبارة خاطئة.

$3\sqrt{18} = 3\sqrt{9 \times 2} = 9\sqrt{2}$

ثانياً: التمرين الأول:

* $\frac{\pi}{4}$ عدد غير عادي

* $(\sqrt{2})^8 = 2^{\frac{8}{2}} = 2^4 = 16$ عادي، صحيح، عشري

* $\frac{\sqrt{48}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16 \times 3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{3}$

عدد عادي دوري (صورته العشرية غير منتهية ودورية)

* $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt[4]{\sqrt{49} - 5}} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{\sqrt[4]{7 - 5}}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{3}{4}$ عادي، عشري

* $2\pi \times \frac{1}{10\pi} = \frac{2}{10}$ عادي، عشري

* $\sqrt{\pi} \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times 10^6 = 2 \times 10^6$

صحيح، عادي، عشري

* $2\pi + 5$ غير عادي

ثانياً: التمرين الثاني:

1)

الأكبر a	الأصغر b	الفرق a - b
693	154	539
539	154	385
385	154	231
231	154	77
154	77	77
77	77	0

أ.ماهر بربر

ثانياً: التمرين الثالث:

ABCD مستطيل بُعداه:

$AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ ، $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$

① $AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$

$= \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \underline{\sqrt{2}}$

$BC = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \underline{\sqrt{2}}$

نلاحظ أن بُعدا المستطيل متساويان فهو مربع طول ضلعه $\ell = \sqrt{2}$

② محيط المربع: $P = 4\ell = 4\sqrt{2}$

$= \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32}$

$25 < 32 < 36 \Rightarrow$

$\sqrt{25} < \sqrt{32} < \sqrt{36} \Rightarrow$

$5 < \sqrt{32} < 6$

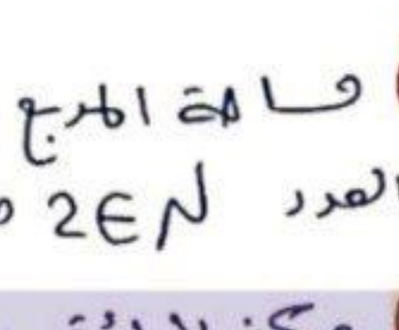
③ مساحة المربع $S = \ell^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ والعدد $2 \in \mathbb{N}$ طبيعي.

④ مركز الدائرة المارة برؤوس المربع كما نعلم هي نقطة تلاقي قطريه (المتساويات)

- نعين بداية طول قطر المربع الذي هو وتر في الدائرة، وذلك عن طريق فيثاغورث من المثلث القائم ABD مثلاً

$(BD)^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 2 + 2 = 4$



$\Rightarrow BD = \sqrt{4} = 2 = 2R \Rightarrow R = 1$

(أو: باضلاعها: طول قطر المربع هو $\ell\sqrt{2}$ أي $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$)

أولاً: التمرين الثالث:

① القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج جداء غير معدوم: $GCD(693, 154) = 77$

بإيجاد القاسم المشترك الأكبر نقسم كلا العددين على $GCD(693, 154) = 77$ بند:

$\frac{693}{154} = \frac{693 \div 77}{154 \div 77} = \frac{9}{2}$

② $A = \frac{9}{2}$ هو عدد عادي لأنه من الشكل $\frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$

(أو تقول هو رتبة العشرية قطعة $\frac{9}{2} = 4.5$)

$A = \frac{9}{2}$ هو عدد عشري لأنه يكتب:

$\frac{9}{2} = \frac{45}{10} = \underbrace{45 \times 10^{-1}}_{a \times 10^n; a, n \in \mathbb{Z}}$

(أو تقول هو رتبة العشرية قطعة $\frac{9}{2} = 4.5$)

③

$B = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{45}}{2\sqrt{20} - 2\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}}{2\sqrt{4 \times 5} - 2\sqrt{5}}$

$= \frac{4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}}{4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$

④

$A - B = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{9-1}{2}$

$= \frac{8}{2} = 4 \in \mathbb{N}$ طبيعي

أماهر بربر

ثانياً: التمرين الرابع :

$$A = \frac{875}{1125} + \frac{5}{9}$$

① $1125 = 1 \times 875 + 250$

$875 = 3 \times 250 + \boxed{125}$

$250 = 2 \times 125 + 0$

آخر باقي غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر.

$GCD(1125, 875) = 125$

- لكتابة الكسر المقترن بكسر $\frac{875}{1125}$ نقسم بسطه ومقامه على القاسم المشترك لهما 125 نجد:

$$\frac{875}{1125} = \frac{875 \div 125}{1125 \div 125} = \frac{7}{9}$$

② نعم الكسر $\frac{5}{9}$ هو كسر مختزل لأنه حدّاه من مجموعة الأعداد فيما بينهما أوليان:

$GCD(9, 7) = 1$

③
$$A = \frac{875}{1125} + \frac{5}{9}$$

$$= \frac{7}{9} + \frac{5}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

④ العدد $A = \frac{4}{3}$ هو عدد عادي لأنه من الشكل $\frac{a}{b}$; $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ويمكن غير عشري لذلك لا نستطيع كتابته بالشكل:

$a \times 10^n$; $a, n \in \mathbb{N}$

أو نقول: بأن $\frac{4}{3} = 1.333\ldots$ مدونة العشري غير منتهي.

⑤ تذكر:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

وضح: $A^{-1} = \frac{1}{A^1} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$

كسر عشري $= \frac{75}{100} = \underbrace{75 \times 10^{-2}}_{a \times 10^n ; a, n \in \mathbb{Z}}$

ثانياً: التمرين الخامس :

$$A = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$$

$$B = 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{108}$$

①

$* A = 2\sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} - \frac{1}{2}\sqrt{16 \times 3}$

$= 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

$* B = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} - \frac{1}{2}\sqrt{36 \times 3}$

$= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

②

$* A + B = 5\sqrt{3} + (-2\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

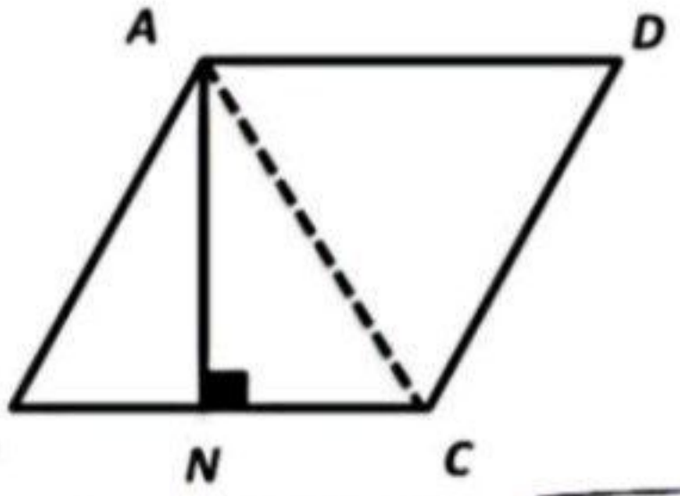
$* A - B = 5\sqrt{3} - (-2\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

$* A \times B = (5\sqrt{3})(-2\sqrt{3})$

$= -10(3) = -30$

ماهر بربر



* $AB = \sqrt{9\times2} + \sqrt{4\times2} - \frac{3}{5}\sqrt{25\times2}$

$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{3\times5}{5}\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

* $BC = \sqrt{36\times2} - \sqrt{16\times2}$

$= 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow$

ABCD متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين ($AB = BC$) فهو معين أي جميع أضلاعه متساوية وطول كل ضلع $\ell = 2\sqrt{2}$

② محيط المعين $P = 4\ell$

$P = 4(2\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} = \sqrt{8^2}\times\sqrt{2}$

$= \sqrt{64\times2} = \sqrt{128}$

$121 < 128 < 144 \Rightarrow$

$11 < \sqrt{128} < 12$

③ * ABC متساوي الساقين في B لأن:

$AB = BC = 2\sqrt{2}$

فيه زاوية $B = 60°$ فهو متساوي الأضلاع

* مساحته تُعطى بالدستور $S = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$ ؛ ℓ طول ضلعه

$S = \frac{(2\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$ وحدة مساحة.

$A - B = 7\sqrt{3} = \sqrt{7^2}\times\sqrt{5}$: أنظر ③

$\Rightarrow A - B = \sqrt{7^2\times3} = \sqrt{49\times3} = \sqrt{147}$

$144 < 147 < 169 \Rightarrow$

$\sqrt{144} < \sqrt{147} < \sqrt{169} \Rightarrow$

$12 < \sqrt{147} < 13$

④ * $\frac{A}{B} = \frac{5\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}} = -\frac{5}{2}$

$= -\frac{25}{10} = \underbrace{-25\times10^{-1}}$ كتابة بالشكل العلمي

$a\times10^n ; a,n\in\mathbb{Z}$

⑤ نضرب حدي الكسر بالجذر المطلوب في المقام نجد:

$\frac{A}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}\times A}{10}$

$= \frac{\sqrt{10}\times5\sqrt{3}}{10} = \frac{5\sqrt{30}}{10}$

$= \frac{\sqrt{30}}{2}$

المسألة الثانية:

ABCD متوازي أضلاع:

$AB = \sqrt{18} + \sqrt{8} - \frac{3}{5}\sqrt{50}$

$Bc\ \sqrt{72} - \sqrt{32}$

① المطلوب: هو متوازي أضلاع تساوى فيه ضلعين متجاورين فإن استغناء إثبات أن $AB = Bc$ يتم المطلوب

وطول كل ارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع

يُعطى بالدستور: $h = AN = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ ؛ ℓ طول ضلعه

وبهذا $= \frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$ طول $[AN]$

* مساحة المجسم:

(هي نصف جداء قطريه، لكن القطر الآخر غير معلوم)

- طريقة أولى: مساحة متوازي الأضلاع هي

S_{ABCD}: القاعدة $\times$ الارتفاع المتعلق بها

وهي ذاتها مساحة المجسم هنا، وكنا قد أثبتنا أن المتوازي الأضلاع ABCD هو معين أيضاً:

$S = \underbrace{BC}\times\underbrace{AN}$

$= 2\sqrt{2}\times\sqrt{6} = 2\sqrt{12}$

$= 2\times 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ وحدة مساحة

- طريقة ثانية: المعين قُسم إلى مثلثين هما ABC و ACD ومساحة كل منها ستساوي نصف $2\sqrt{3}$ ومنه:

$S_{ABCD} = S_{ABC}\times 2 = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$ وحدة مساحة.

* استنتاج طول القطر $[BD]$.

نعلم أن: مساحة المعين هي،

$\underbrace{S_{ABCD}}_{4\sqrt{3}} = \frac{\text{جداء قطريه}}{2} = \frac{[AC]\cdot[BD]}{2}$

$= \frac{2\sqrt{2}\times[BD]}{2} \Rightarrow [BD] = 2\sqrt{6}$ وحدة طول.

التمرين الثاني:

① $M = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

② $N = \frac{\sqrt{108}}{2} - 2\sqrt{3}$

$= \frac{6\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

③ $M+N = 2\sqrt{3}+\sqrt{3} = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$

$25 < 27 < 36 \Rightarrow$

$5 < \sqrt{27} < 6$

④ $F = 2\sqrt{12} + \sqrt{147} - \frac{1}{3}\sqrt{27}$

$= 2\sqrt{4\times3} + \sqrt{49\times3} - \frac{1}{3}\sqrt{9\times3}$

$= 4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$= 10\sqrt{3}$

أ. ماهر بربر

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

ماهر برير

نموذج اختبار محلول

للوحدة الأولى جبر + الوحدة الثانية جبر

الاختبار الأول





نموذج اختبار شامل في الوحدة 2 + 1 جبر

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

أ.ماهر بربر

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

نموذج اختبار في كتاب الجبر للوحدتين ١+٢

الاسم :

المدة : $1024 \times \frac{\sqrt{14400}}{2^{10}} Minute$

أولاً: أجب عن السؤالين التاليين:

١-اختر الإجابة الصحيحة من بين الأجابات التالية:

١- إن ناتج $(\sqrt{15})^{-2} \times (\sqrt{15})^{2}$ يساوي							
A	1	B	$\sqrt{5}$	C	3		
٢- إن ناتج $64 \times (1024)^{5}$ يساوي							
A	4^{28}	B	28^{4}	C	56^{2}		
٣- نصف العدد 4^{7}							
A	4^{6}	B	4^{5}	C	2^{13}		
٤- الكسر المختزل هو							
A	$\frac{78}{15}$	B	$\frac{537}{15}$	C	$\frac{23}{15}$		

٢- أجب بصح أو خطأ :

١- العدد $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^{2}$ عادي.

٢- $(a+b)^{n} = a^{n} + b^{n}$

٣- المقدار $\frac{15 \times 4^{2} \times 3^{2}}{27 \times 5^{2}}$ هو عدد عشري.

٤- عند تحليل المقدار $2t^{2} - t - 3$ نجد $(\sqrt{2}t - \sqrt{3})^{2}$

٥) $2^{7} - 2^{3} = 2^{4}$.

٦) مربع أي عدد هو عدد عادي.

٧) $8 + \frac{3}{4}z^{2} - 2\sqrt{6}z$ - مربع كامل أياً يكن العدد z.

ثانياً: حل التمارين التالية:

التمرين الأول:

١) اكتب كلا مما يلي على شكل قوة أساسها عدد نسبي:

$\left(\frac{-7}{2}\right)^{3} \cdot \left(\frac{-12}{7}\right)^{3}$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-14}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^{6}$

٢) اكتب كلا مما يلي على شكل قوة أساسها عدد طبيعي

$\left((\sqrt{5})^{3}\right)^{4}$	$\left((\sqrt{11})^{7}\right)^{4}$	$\left((\sqrt{2})^{-3}\right)^{-2}$

٣) اكتب كل من العبارات الآتية على شكل : $a^{n}.b^{m}.c^{p}$

$(a^{2}.b^{3}.c^{5}) \quad .(a^{3}.b^{7}.c^{-2})^{4}$	$\frac{a^{7}.b^{-2}.c^{-3}}{a^{2}.b^{5}.c^{-9}}$

٤)اكتب المقدار التالي على شكل قوة لعدد عادي: $\frac{4^{3} \times 5^{7} \times 25^{-2}}{125 \times 2^{5}}$

التمرين الثاني:

١. اكتب المقدار التالي على شكل $a\sqrt{c}$: $\sqrt{50} - 3\sqrt{128} + 4\sqrt{8}$

٢. أزل الجذر من المقام $\frac{4\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$ و أثبت أن الناتج عدد طبيعي.

التمرين الثالث:

حلل كل من العبارات إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى:

$A)\quad 3(x+5)-2(x+5)^{\,2}$

$B)\quad 4y-16y^2$

$C)\quad 25-(x+1)^2$

$D)\quad -36xy+9y^2+36x^2$

$E)\quad 25x^2+20x+4x$

$F)\quad x^4-64$

التمرين الرابع

أوجد منشور كل ممايلي واختزل الناتج بأبسط شكل:

$A)\quad (2x-3)^2$

$B)\quad 3(x-2)-(x+2)^2$

$C)\quad -2(5-x)-2(x+3)(2x-4)$

$D)\quad (2x-6)(2x+6)$

أ.ماهر بربر
MAHER BAR

ثالثاً: أجب عما يلي

السؤال الأول:

لتكن العبارة $E=3x-6-5(x-2)^2$ والمطلوب:

١- انشر ثم اختزل العبارة.

٢- احسب قيمة E من أجل $x=2$

٣- حلل العبارة E إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى.

احسب قيمة E من أجل $x=\frac{13}{5}$

٤- استنتج حلول المعادلة $E=0$.

السؤال الثاني:

المثلث ABC أطوال أضلاعه : $AB=\sqrt{27}-\sqrt{3}\ ,\ BC=\sqrt{12}\ ,\ AC=\frac{\sqrt{48}}{2}$

وليكن المربع $EFGH$ طول ضلعه $EF=2\sqrt{3}$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن المثلث ABC متساوي الاضلاع .

2) احصر العدد $6\sqrt{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين .

3) وازن بين محيطي الشكلين المربع والمثلث المتساوي الاضلاع

٤) احسب مساحة المثلث السابق وطول أحد ارتفاعاته .

==========انتهت الأسئلة==========

الحل المفصل للاختبار (الوحدتين 1+2 / جبر)

أولاً: أجب عن السؤالين التاليين.

1- اختر الإجابة الصحيحة:

1*) $(\sqrt{15})^{2} \times (\sqrt{15})^{-2} = ??$

نتذكر جداء قوتين لهما الأساس نفسه هو جمع الأسس:

$a^{n} \times a^{m} = a^{n+m}$ ⇒

$(\sqrt{15})^{2} \times (\sqrt{15})^{-2} = (\sqrt{15})^{+2-2}$

$= (\sqrt{15})^{0}$

ونعلم أن $a^{0} = 1$

وعنه $(\sqrt{15})^{0} = 1$

فالإجابة الصحيحة هي A.

$64 \times (1024)^{5} = \underbrace{64} \times (2^{10})^{5}$

$= 2^{6} \times 2^{50} = 2^{56}$

$= (2^{2})^{28} = 4^{28}$

الإجابة الصحيحة هي A

3*) نضع العدد 4^{7} على الصورة:

النضع: نقسم العدد على 2

ونكتب 4^{7} على شكل قوة

أساسها 2 وعنه

$\frac{4^{7}}{2} = \frac{(2^{2})^{7}}{2} = \frac{2^{14}}{2} = 2^{13}$

حيث:

$(a^{n})^{m} = a^{n \times m}$ ، $\frac{a^{n}}{a^{m}} = a^{n-m}$

الإجابة الصحيحة هي C

4*) لدينا معطى مايلي:

مالكسر A: $\frac{78}{15}$ يقبل القسمة على 3

لأن مجموع أرقام العدد في البسط من مضاعفات العدد 3 وكذلك المقام، وهذا الكسر ليس مختزل.

وكذلك الأمر بالنسبة للكسر B: $\frac{537}{15}$

يقبل القسمة على 3

وهذا الكسر ليس مختزل.

لدينا الكسر C: $\frac{23}{15}$ إن البسط والمقام

عددان أوليان فيما بينهما أي:

$GCD(23,15) = 1$

فالكسر $\frac{23}{15}$ هو كسر مختزل.

فالإجابة الصحيحة هي C

2- أجب بكلمة صح أو خطأ.

1*) $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^{2} = ??$

نعلم أن: $(a-b)^{2} = a^{2} - 2ab + b^{2}$

(وهذا بقية ثانية) وعنه:

$(\sqrt{12} - \sqrt{3})^{2} = (\sqrt{12})^{2} - 2(\sqrt{12})(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^{2}$

$(\sqrt{9} \times \sqrt{6}) = \sqrt{9 \times 6}$ نتذكر

$= 12 - 2(\sqrt{36}) + 3$

$= 12 - (2 \times 6) + 3$

$= 12 - 12 + 3$

عدد صحيح فهو عادي، فالقضية صحيحة

ماهر بربر

2* حسب خواص القوى:

نستطيع توزيع القوة على الجداء

أي: $(a\times b)^n = a^n \times b^n$

ولكن لا نستطيع توزيع القوة على الجمع

أي أن $(a+b)^n \neq a^n + b^n$

فالقضية خاطئة.

(لاحظ في تعزيزي الطالب) $n=2 \Rightarrow$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

في حين: $(a\times b)^2 = a^2 \times b^2$

3* لنستعين بخواص القوى لكتابة الكسر $\frac{15\times 4^2\times 3^2}{27\times 5^2}$ بأبسط صورة.

لاحظ أن: $27 = 9\times 3 = 3^3$

$15 = 5\times 3$

نعوض: $\frac{15\times 4^2\times 3^2}{27\times 5^2} = \frac{3\times 5\times 4^2\times 3^2}{3^3\times 5^2}$

$= \frac{3^3}{3^3}\times\frac{4^2}{1}\times\frac{5}{5^2} = 1\times 16\times 5^{-1}$

$= \frac{16\times 2}{5\times 2} = \frac{32}{10} = 32\times 10^{-1}$

فهو عدد عشري.

فالقضية صحيحة.

4* إذا أقمنا بنشر المقدار $(\sqrt{2}t-\sqrt{3})^2$ وكان الجواب هي عبارة التعليل نقول عندئذٍ تكون القضية صحيحة وإذا كان ناتج النشر لا يساوي عبارة التعليل عندئذٍ تكون القضية خاطئة.

لنشر نعتمد المطابقة $(\sqrt{2}t-\sqrt{3})^2$

وهي المطابقة الثانية $(a-b)^2$

$(\sqrt{2}t-\sqrt{3})^2 = 2t^2 - 2\sqrt{6}t + 3$

لاحظ $2t^2 - t + 3 \neq$

فالقضية خاطئة.

(تعزيزي الطالب: ليس كل مقدار جبري مؤلف من ثلاثة حدود يمكن تحليله باستخدام المطابقات، في أسئلة الصح والخطأ قم مباشرة بنشر المقدار المفروض فإذا كان الجواب نفسه في عبارة التعليل عندئذٍ تكون القضية صحيحة وأعلمنا كان السؤال مثلاً يحتمل التحليل باستخدام العامل المشترك أو بالتحليل باستخدام المطابقات، أرجو الانتباه جيداً وخاصة الطلاب الذين يضعون العلامة الكاملة نصب أعينهم.)

5* هذه القضية خاطئة حيث البداية بين القوتين ليس ضرب وليس الجواب $2^7 - 2^3$

$= 2^4\times 2^3 - 2^3$

$= 2^3(2^4-1) + 2^4$

عامل مشترك

*6) إثبات خطأ قضية يكفي إيراد مثال معاكس:

مثال:

- عدد غير عادي، ومربعه هو π^2 أيضاً عدد غير عادي

مثال آخر:

- $\sqrt{5}$ عدد غير عادي، ومربعه هو 5 أيضاً عدد غير عادي.

- فالقضية خاطئة.

*7) لنتذكر معاً تعريف المربع الكامل:

- هو كل مربع يمكن كتابته بالشكل $(a \pm b)^2$

- لدينا:

$$-2\sqrt{6}z + \frac{3}{4}z^2 + 8$$

- نرتب حسب قوى الحدود المتناقصة:

$$= \frac{3}{4}z^2 - 2\sqrt{6}z + 8$$

- الحد الثالث: مربع الحد الأول

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}z - 2\sqrt{2}\right)^2$$

- بقاعدة الثنائي

- للتأكد نشر الناتج ستحصل على السابقة الجبرية المفروضة)

- فالقضية صحيحة

- لتذكر: المطابقة الأولى $(a+b)^2$ والمطابقة الثانية $(a-b)^2$ كل منها مربع كامل، أما المطابقة الثالثة $a^2 - b^2$ ليست مربع كامل)

ثانياً: حل التمارين التالية:

*التمرين الأول:

1) اكتب كلاً مما يلي على شكل قوة أساسها عدد نسبي (أي عدد عادي)

$$a^n \; ; \; a \in \mathbb{Q}$$

- $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^6 = \left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^6$

$$= \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{6}{2}} = \left(\frac{3}{7}\right)^3$$

- من: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

- إذا كان n عدد زوجي فإن: $\left(\sqrt{a}\right)^n = a^{\frac{n}{2}}$

- $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-14} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{14}}$

من $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{14}}} \; ; \; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$1^n = 1$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2^{\frac{14}{2}}}} = \frac{1}{\frac{1}{2^7}} = 2^7$$

وتستطيع كتابة الحل مباشرة هكذا:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-14} = \left(\left(\sqrt{2}\right)^{-1}\right)^{-14}$$

حيث:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

وهي الخاصة: قوة القوة هي جداء القوتين. يكون: $(a^n)^m = a^{n \times m}$

$$\left(\left(\sqrt{2}\right)^{-1}\right)^{-14} = \left(\sqrt{2}\right)^{14} = 2^7$$

$$\left(-\frac{7}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-12}{7}\right)^3 = ??$$

نتذكر:

$$\left(a^n \times b^n\right) = (a \times b)^n$$

وهنا:

$$\left(-\frac{7}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-12}{7}\right)^3 =$$

$$= \left(-\frac{7}{2} \times \frac{-12}{7}\right)^3 = \left(\frac{12}{2}\right)^3 = 6^3$$

2) اكتب كلا مما يلي على شكل قوة أحد الأعداد الطبيعية.

$$a^n \; ; \; a \in \mathbb{N}$$

$$\left(\left(\sqrt{2}\right)^{-3}\right)^{-2} = \left(\sqrt{2}\right)^6$$

$$\left(\left(\sqrt{11}\right)^7\right)^4 = \left(\sqrt{11}\right)^{28} = (11)^{14}$$

$$\left(\left(\sqrt{5}\right)^3\right)^{+9} = \left(\sqrt{5}\right)^{12} = 5^6$$

3) اكتب كلا من العبارات الآتية على الشكل $a^n \times b^m \times c^p$

$$\frac{a^7 \times b^{-2} \times c^{-3}}{a^2 \times b^5 \times c^{-9}}$$

نتذكر: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ؛

$$= \frac{a^7}{a^2} \times \frac{b^{-2}}{b^5} \times \frac{c^{-3}}{c^{-9}}$$

$$= a^{7-2} \times b^{-2-5} \times c^{-3+9}$$

$$= a^5 \times b^{-7} \times c^{+6}$$

$$(a^2 \times b^3 \times c^5) \times (a^3 \times b^7 \times c^{-2})^4$$

نتذكر:

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

ويمكن التعميم لجداء أكثر من عددين.

كما أن $(a^n)^m = a^{n+m}$ وهنا:

$$= (a^2 \times b^3 \times c^5) \times (a^{12} \times b^{28} \times c^{-8})$$

ونتذكر: جداء قوتين لهما الأساس نفسه هو: $a^n \times a^m = a^{n+m}$ وهنا:

$$= a^2 \times a^{12} \times b^3 \times b^{28} \times c^5 \times c^{-8}$$

$$= a^{14} \times b^{31} \times c^{-3}$$

4) اكتب العدد $4^3 \times 5^7 \times 25^{-2}$ على الشكل $125 \times 2^{+5}$

على شكل قوة لعدد عادي.

$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$

$(25)^{-2} = (5^2)^{-2} = 5^{-4}$ } نفوض فنجد

$125 = 5^3$

$4^3 \times 5^7 \times 25^{-2} = 2^6 \times 5^7 \times 5^{-4}$

$125 \times 2^5 \quad 5^3 \times 2^5$

$= \frac{2^6 \times 5^{-3}}{5^3 \times 2^5} = 2^1 = 2$

* التمرين الثاني:

1)

$\sqrt{50} - 3\sqrt{128} + 4\sqrt{8} =$

$\sqrt{25 \times 2} - 3\sqrt{64 \times 2} + 4\sqrt{4 \times 2}$

$= 5\sqrt{2} - 24\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$

$= -11\sqrt{2}$

2)

$\frac{4\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7 \times 4}}{\sqrt{7}}$

$= \frac{4\sqrt{7} + \sqrt{4}}{\sqrt{7}} = 4 \times 2$

$= 8 \in N$

* التمرين الثالث:

A) $3(x+5) - 2(x+5)^2$

$= (x+5)(3 - 2x - 10)$

$= (x+5)(-2x - 7)$

B) $4y - 16y^2$

العامل المشترك $4y$

$= 4y(1 - 4y)$

C) $25 - (x+1)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$= (5 + x + 1)(5 - x - 1)$

$= (x + 6)(-x + 4)$

D) $-36xy + 9y^2 + 36x^2$

$= 36x^2 - 36xy + 9y^2$

مربع الأول — مربع الثالث

$= (6x - 3y)^2$

ضعف جداء الأول في الثاني

في مثل هذه التمارين ثم نشر المربع الكامل الذي وصلت عليه بحيث أن تحصل على العبارة الجبرية المفروضة.

أ. ماهر بربر

E) $25x^2 + 20x + 4x$

انتبه

هذا ليس ثلاثي حدود ليتم تحليله وفق المطابقات:

$25x^2 + \underbrace{20x + 4x}$

نجمع الحدود المتشابهة

$= 25x^2 + 24x$

$= x(25x + 24)$

F) $x^4 - 64 = \underbrace{(x^2)^2}_{a^2} - \underbrace{(8)^2}_{b^2}$

$= (x^2 - 8)(x^2 + 8)$

دائماً حاول التحليل إلى عوامل أكبر عدد ممكن من الأقواس إن لم يُذكر ذلك.

لاحظ نستطيع أيضاً تحليل $x^2 - 8$ كما يلي:

$\underbrace{x^2}_{a^2} - \underbrace{(2\sqrt{2})^2}_{b^2}$

$= (x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2})$

ومنه:

F) $(x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2})(x^2 + 8)$

* التمرين الرابع: وطابقة ثانية.

A) $(2x - 3)^2$

$(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

B) $3(x-2) - (x+2)^2$

$= 3x - 6 - (x^2 + 4x + 4)$

$= 3x - 6 - x^2 - 4x - 4$

$= -x^2 - x - 10$

C) $-2(5-x) - 2(x+3)(2x-4)$

$= -10 + 2x - 2(2x^2 - 4x + 6x - 12)$

$= -10 + 2x - 4x^2 + 8x - 12x + 24$

$= -4x^2 - 2x + 14$

D) $(2x - 6)(2x + 6)$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$= 4x^2 - 36$

ماهر بربر

* ثالثا: أجب عما يلي:

المسؤال الأول:

$E = 3x - 6 - 5(x-2)^2$

1)

$E = 3x - 6 - 5(x^2 - 4x + 4)$

$= 3x - 6 - 5x^2 + 20x - 20$

$= -5x^2 + 23x - 26$

2) $x = 2 \Leftarrow$

لحساب قيمة E نستطيع التعويض بنابع النشر أو بعبارة E الأساسية (التفضل التعويض بعبارة E بعد التحليل ولكن إذا الأب لم يطلب تحليل E)

لتعويض بعبارة E الأساسية ذلك أفضل لوجود قوس سينعدم مباشرة بعد التعويض.

$x = 2 \Rightarrow$

$E(2) = 3(2) - 6 - 5(2-2)^2$

$= 6 - 6 - 0 = 0$

$\Rightarrow E(2) = 0$

3) $E = 3x - 6 - 5(x-2)^2$

$E = 3(x-2) - 5(x-2)^2$

$= (x-2)(3 - 5(x-2))$

$\Rightarrow E = (x-2)(3 - 5x + 10)$

$E = (x-2)(-5x + 13)$

(حاول تعويض $x = 2$ بعبارة E بعد التحليل ستحصل على 0 بشكل مباشر)

لدينا $x = \frac{13}{5}$، لحساب قيمة E عند $\frac{13}{5}$ نعوض في عبارة التحليل نجد:

$E\left(\frac{13}{5}\right) = \left(\frac{13}{5} - 2\right)\left(-5\left(\frac{13}{5}\right) + 13\right)$

$= \left(\frac{13}{5} - 2\right)(\underbrace{-13 + 13}_{0})$

$\Rightarrow E\left(\frac{13}{5}\right) = 0$

4)

لتسائل: متى تكون العبارة التالية محققة؟ $E = 0$

$(x-2)(-5x+13) = 0$

متى ينعدم جداء عددين؟؟

عندما ينعدم أحدهما أو كليهما

$\Leftarrow \begin{cases} \text{أو هنا في الطلب الثاني أن} \\ E = 0 \text{ عندما } x = 2 \\ \text{أو هنا في الطلب الثالث أن} \\ E = 0 \text{ عندما } x = \frac{13}{5} \end{cases}$

حلول المعادلة $E = 0$ هي $x = 2$ و $x = \frac{13}{5}$

(هذه الخاصية تُدعى خاصية الجداء المنعدم سنتعرف عليها في الوحدة الثالثة ويمكن أفهم الفكرة من الآن)

ماهر بربر

السؤال الثاني: المثلث ABC أطوال أضلاعه:

$AB=\sqrt{27}-\sqrt{3}$ ، $BC=\sqrt{12}$ ، $AC=\frac{\sqrt{48}}{2}$

وطول ضلع المربع EFGH هو $2\sqrt{3}$

1) $AB=\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$BC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$AC=\frac{\sqrt{48}}{2}=\sqrt{\frac{48}{4}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

نلاحظ أن:

$AB=BC=AC=2\sqrt{3} \Rightarrow$

المثلث ABC متساوي الأضلاع طول ضلعه $\ell=2\sqrt{3}$

2) بدايةً في مثل هذه الحالات مباشرة اكتب العدد المطلوب على الشكل $\sqrt{c}$

$6\sqrt{3}=\sqrt{36}\times\sqrt{3}=\sqrt{108}$

تعلمنا سابقاً كيف نحصر العدد $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين

نبحث عن عددين a و b بحيث:

a أقرب عدد صحيح من c وأصغر منه

و يملك جذراً صحيحياً.

b أقرب عدد صحيح من c وأكبر منه

و يملك جذراً صحيحياً.

كما يكون $\sqrt{a}<\sqrt{c}<\sqrt{b}$

وهذه الخطوات تكون حصرنا للعدد $\sqrt{c}$

بين عددين صحيحين متتاليين

$6\sqrt{3}=\sqrt{108}$

$100<108<121$

$\sqrt{100}<\sqrt{108}<\sqrt{121}$

$10<\sqrt{108}<11$

أ. ماهر بربر

3) محيط المثلث المتساوي الأضلاع هو مجموع أطوال أضلاعه، وبما أن أضلاعه متساوية فإن:

$P(ABC) = 3\ell = 3(2\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$ (وحدة طول)

محيط المربع هو 4 × طول ضلعه وعليه:

$P(EFGH) = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ (وحدة طول)

نلاحظ أن محيط المربع $8\sqrt{3}$ أكبر من محيط المثلث $6\sqrt{3}$

4) نعلم أن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تُعطى بالعلاقة:

$$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{4 \times 3 \times \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$ وحدة مساحة

طول ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع تُعطى بالعلاقة:

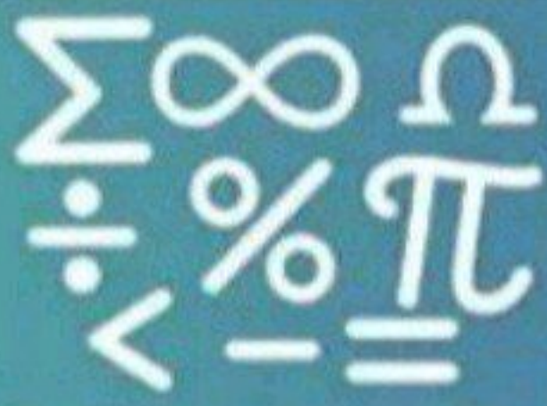
$$h_3 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = 3$$

تمت بعون الله...

انضموا إلى صفحتنا على الفيس بوك رياضيات مع المدرس ماهر بربر

ليصلكم كل ماهو مفيد

تطلب كافة الشروحات حصرياً من مكتبة اليمان
هاتف 0991172229



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

مركز ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثانية جبر

الاختبار الثاني





0994 830 381 رياضيات مع المدرس ماهر بربر

نموذج اختبار شامل في الوحدة 2 + 1 جبر

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

أ.ماهر بربر

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

نموذج امتحاني شامل للوحدة الثانية جبر

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) إذا كان $8^4 = 2^n$ عندئذ فإن قيمة n هي :					
A	12	B	8	C	4
2) نصف العدد 4^{50} هو :					
A	2^{99}	B	2^{25}	C	2^{50}
3) يُكتب العدد $3^4 + 3^4 + 3^4$ بصيغة قوة للعدد 3 كما يلي :					
A	3^5	B	3^6	C	3^7
4) عند تحليل العبارة : $(x+3)^2 - 36$ فإن أحد المضاريب سيكون :					
A	x	B	$(x-3)$	C	$(x+3)$

السؤال الثاني : ضع كلمة صح أو خطأ بجانب كل عبارة مما يلي :

❶ ناتج المقدار $\frac{5\times\sqrt{5}^0}{\sqrt{5}}$ هو $\sqrt{5}$.

❷ ناتج $2^4 + 2^4$ هو 2^5

❸ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $9^2\ cm$ ، فإن محيطه $3^7\ cm$.

❹ ناتج تحليل العبارة $x^2 + 10x + 16$ هو $(x+4)^2$

ثانياً : أجب عن التمارين الخمسة التالية : ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : ليكن لدينا المقدار التالي $A = 16(x+3) - x^2(x+3)$ والمطلوب :

❶ انشر العبارة A واختزلها إن أمكن .

❷ حلل العبارة السابقة إلى جداء ثلاثة عوامل

❸ احسب قيمتها من أجل $x = 3$

التمرين الثاني : ليكن لدينا الأعداد التالية :

$A = \frac{0.25\times10^6\times8\times10^{-2}}{4\times(10^{-2})^2}$ ، $B = \frac{-5\times10^{-5}\times18\times(10000)^2}{6\times(-0.01)}$ ، $P = \frac{3^7\times4^8\times5^4}{2^5\times5^{-7}\times9^3}$ والمطلوب :

❶ اكتب كلاً من العددين $A\ ,B$ بالصيغة $a\times10^n$ حيث : n, a أعداد صحيحة .

❷ أوجد $\frac{A}{B}$ ، هل هو عادي ؟ علل .

❸ اكتب العدد P بالشكل $2^a\times3^b\times5^c$.

❹ جد قيمة الكسر $\frac{a+b+c}{a\times c}$ وبين فيما إذا كان مختزل أم لا .

التمرين الثالث : ليكن لدينا العبارتان $E = (x+5)^2 - 2(x+5)$ ، $F = x^2 + 6x + 9$ والمطلوب :

❶ حلل العبارتين E و F

❷ اكتب العبارة $E - F$.

❸ حلل العبارة $E - F$ ثم جد قيمتها من أجل $x = \frac{1}{2}$.

التمرين الرابع :حلل ما يلي إلى جداء أكبر عدد ممكن من العوامل من الدرجة الأولى :

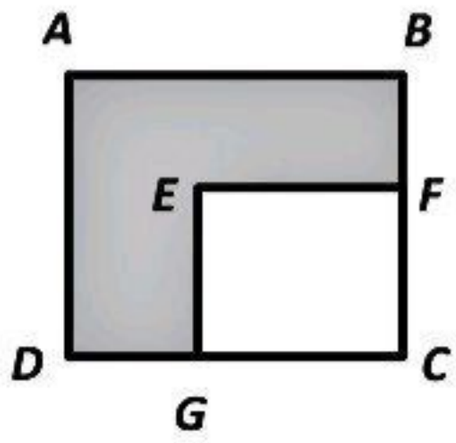
$A = 9y^2 + 12y + 4$	$B = (t+1)^2 - 8(t+1) + 16$	$F = x^4 - 16$
$G = (2y+1)^2 + (5y+3)(2y+1)$	$H = (2x-3)^2 - (x+4)^2$	

التمرين الخامس : لتكن لدينا العبارة الجبرية التالية : $A = (3x+5)^2 - x^2 + 10x - 25$ والمطلوب :

❶ انشر العبارة A و احسب قيمتها من أجل : $x = 0$.
❷ حلل المقدار $-x^2 + 10x - 25$.
❸ حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

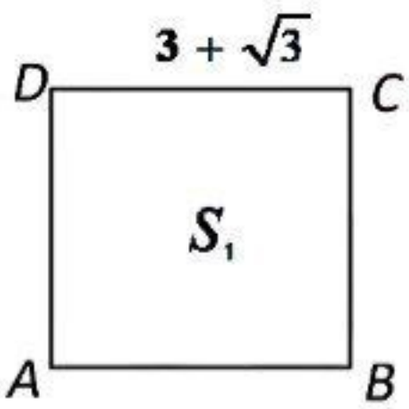
ثالثاً :حل كلاً من المسألتين التاليتين : ((100 درجة لكل مسألة))

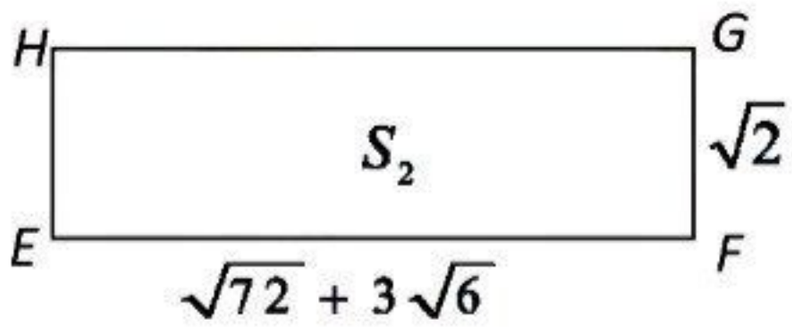
المسألة الأولى : في الشكل المجاور $ABCD$ و$EFCG$ مربعان حيث : $DG = x$ و $CG = x + 3$ والمطلوب :



❶ بدلالة x احسب S_1 مساحة المربع $ABCD$ دون نشرها
❷بدلالة x احسب S_2 مساحة المربع $EFCG$ دون نشرها
❸ بفرض S مساحة المنطقة الملونة ، عندئذ :
اكتب العبارة S ثم حللها إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى .

المسألة الثانية : في الشكل المجاور $ABCD$ مربع طول ضلعه $3+\sqrt{3}$ نرمز لمساحته S_1 .
$EFGH$ مستطيل بعداه $EF = \sqrt{72} + 3\sqrt{6}$ و $EH = \sqrt{2}$ نرمز لمساحته S_2





المطلوب:
1) احسب S_2 واختزل الناتج .
2) أثبت أن $S_2 = S_1$

انتهت الأسئلة

الحل المفصل للنموذج

* السؤال الأول:

1)

$2^n = 8^4$

$2^n = (2^3)^4 \Rightarrow 2^n = 2^{12} \Rightarrow n = 12$

الإجابة A.

2)

$\frac{1}{2}(4)^{50} = \frac{4^{50}}{2}$

ونعلم: $4^{50} = (2^2)^{50} = 2^{100}$

$\frac{4^{50}}{2} = \frac{2^{100}}{2} = 2^{100-1} = 2^{99}$

الإجابة A.

3)

$\underbrace{3^4 + 3^4 + 3^4}_{3 \times 3^4} = 3^1 \times 3^4 = 3^5$

الإجابة A.

4)

$(x+3)^2 - 36 = ??$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x+3)^2 - 36 = (x+3)^2 - (6)^2$

$= [x+3-6][x+3+6]$

$= (x-3)(x+9)$

الإجابة B

* السؤال الثاني:

1)

$\frac{5 \times (\sqrt{5})^0}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \sqrt{5}$ العبارة صحيحة.

$a^0 = 1$ ، $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

2) *

$\underbrace{2^4 + 2^4}_{2 \times 2^4} = 2^1 \times 2^4 = 2^5$

العبارة صحيحة

3) * نعلم أن محيط المثلث المتساوي الأضلاع

$P = 3 \times l$; $l = 9^2 cm$

$= 3 \times 9^2 = 3 \times (3^2)^2$

$= 3 \times 3^4 = 3^5 cm$ العبارة صائبة

4) * في مثل هذه الأسئلة قم بنشر ناتج التحليل المقترح فإذا وصلت على نفس المقدار $x^2 + 10x + 16$ تكون العبارة صحيحة وإلا فهي خاطئة.

$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

$\neq x^2 + 10x + 16$

العبارة خاطئة.

أو تتبع مباشرة + تتابع ذلك عبر خطوات

$x^2 + \underbrace{10x}_{(2)(x)(9)} + 16$ لا يحقق الشرط.

$+ 8x$

أي المقدار السابق ليس مربع كامل)

أماهر بربر

* التمرين الأول:

$$A = 16(x+3) - x^2(x+3)$$

1)

$$A = 16x + 48 - x^3 - 3x^2$$

$$= -x^3 - 3x^2 + 16x + 48$$

لا يمكن اختزال A.

2) $$A = 16(x+3) - x^2(x+3)$$

$$= (x+3)(16 - x^2)$$

$$= (x+3)(4-x)(4+x)$$

3) داعيا كوض بعبارة التحليل في حال كانت معطاة.

$x = 3 \Rightarrow$

$$A = (x+3)(4-x)(4+x)$$

$$= (3+3)(4-3)(4+3)$$

$$= (6)(1)(7) = 42$$

/ يجب أن تحصل على نفس الناتج في حال التعويض بعبارة A الأساسية أو بعبارة A بعد التشريب ذلك

ويمكن دوما كوض بعبارة التحليل /

* التمرين الثاني:

$$A = \frac{0.25 \times 10^{6} \times 8 \times 10^{-2}}{4 \times (10^{-2})^{+2}}$$

$$B = \frac{-5 \times 10^{-5} \times 18 \times (10000)^2}{6 \times (-0.01)}$$

$$P = \frac{3^7 \times 4^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times 9^3}$$

1)

$$A = \frac{25 \times 10^{-2} \times 10^{6} \times 8 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-4}}$$

$$A = \frac{25 \times 8}{4} \times \frac{10^{-2} \times 10^{6} \times 10^{-2}}{10^{-4}}$$

$$= 50 \times 10^{6} = 5 \times 10^{7}$$

$$* B = \frac{\ominus 5 \times 10^{-5} \times 18 \times (10^{4})^2}{6 \times (\ominus 10^{-2})}$$

$$= \frac{5 \times 18}{6} \times \frac{10^{-5} \times 10^{8}}{10^{-2}}$$

$$= 15 \times 10^{5}$$

2)

$$\frac{A}{B} = \frac{5 \times 10^{7}}{15 \times 10^{5}} = \frac{1}{3} \times 10^{2} = \frac{100}{3}$$

هو عدد عادي ليس من الشكل:

$\frac{a}{b}$; $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{N}$

نقول صورته العشرية غير منتهية

ويمكن كتابة $\frac{100}{3} = 33.333\ldots$

(1

$E = (x+5)(x+5-2)$

$= (x+5)(x+3)$

$F = x^2 + 6x + 9$

يُحلل باستخدام إحدى طرق التحليل التي
اكتسبناها في هذا المستوى:

$F = (x+3)^2$

2) $E - F = (x+5)(x+3) - (x+3)^2$

3) $E - F = (x+3)(x+5-x-3)$

$E - F = (x+3)(+2) = 2(x+3)$

لحساب قيمة $E-F$ عندما $x = \frac{1}{2}$
نعوض بعبارة التحليل

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow E - F = 2\left(\frac{1}{2}+3\right)$

$= 2\left(\frac{7}{2}\right) = 7$

* التمرين الرابع:

$A = 9y^2 + 12y + 4$

$= (3y+2)^2$ طريقة أولى

$B = (t+1)^2 - 8(t+1) + 16$

طريقة ثانية

$= ((t+1) - 4)^2 = (t-3)^2$

(3

$P = \frac{3^7 \times 4^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times 9^3}$

$P = \frac{3^7 \times (2^2)^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times (3^2)^3}$

$P = \frac{2^{16}}{2^5} \times \frac{3^7}{3^6} \times \frac{5^4}{5^{-7}}$

$= 2^{11} \times 3^1 \times 5^{11}$

$2^9 \times 3^6 \times 5^c$

$a = 11 \; ; \; 6 = 1 \; ; \; c = 11$

(4

$a+b+c = 11+1+11$

$a \times c \quad (11)(11)$

$= 23$

$= 121$

والعدد الناتج هو عدد مختزل
لأن طبيعة عددان أوليان فيما بينهما:

$GCD(121, 23) = 1$

* التمرين الثالث:

$E = (x+5)^2 - 2(x+5)$

$F = x^2 + 6x + 9$

ماهر بربر

3) $A=(3x+5)^2 \underbrace{-x^2+10x-25}$

$A=(3x+5)^2-(x-5)^2$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$A=(3x+5-x+5)(3x+5+x-5)$

$=(2x+10)(4x)$

$=4x(2x+10)$

* $F=x^4-16$

$=(x^2)^2-(4)^2 \quad a^2-b^2$

$=\underbrace{(x^2-4)}(x^2+4)$

$=(x-2)(x+2)(x^2+4)$

* $G=\underline{(2y+1)^2}+(5y+3)\underline{(2y+1)}$

$=(2y+1)(2y+1+5y+3)$

$=(2y+1)(7y+4)$

* $H=(2x-3)^2-(x+4)^2$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$H=(2x-3-x-4)(2x-3+x+4)$

$=(x-7)(3x+1)$

* التمرين الثاني:

$A=(3x+5)^2-x^2+10x-25$

1) $A=9x^2+30x+25-x^2+10x-25$

$=8x^2+40x$

$x=0 \Rightarrow A=8(0)+40(0)=0$

2) $-x^2+10x-25$

$=-(x^2-10x+25)$

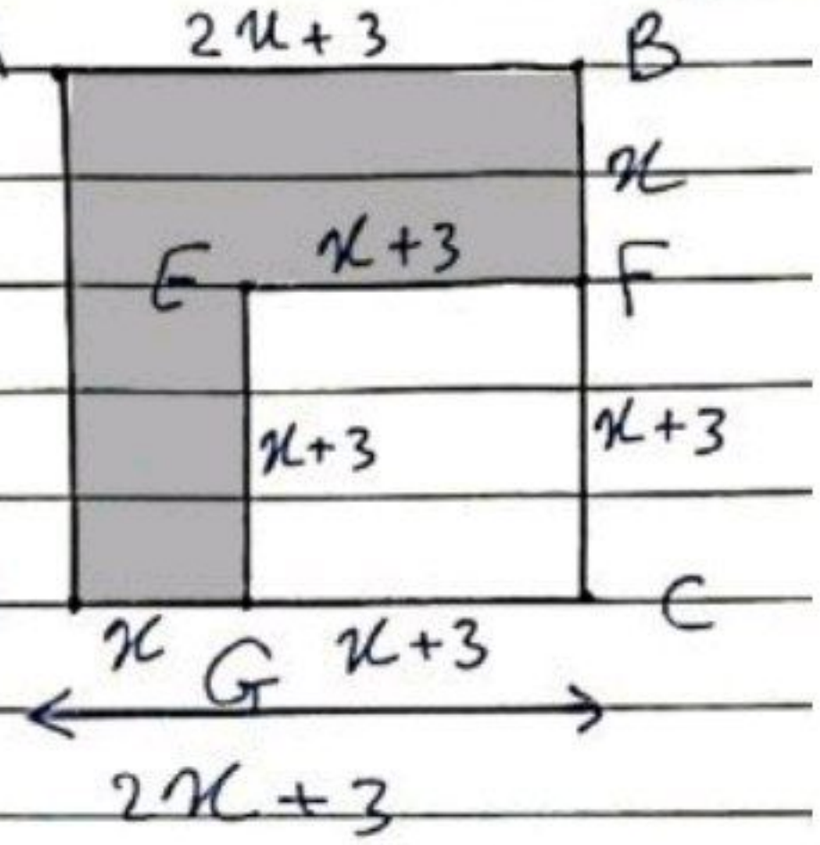
$=-(x-5)^2$

ماهر بربر

$S = (x)(3x+6)$

$= 3x(x+2)$

* الحل الأول:



فنا لفرض لدينا

$DG = x$ ، $GC = x+3$

ومنه طول ضلع المربع $ABCD$ هو $DC = 2x+3$

وطول ضلع المربع $EFCG$ هو $x+3$

(1) مساحة المربع = (طول ضلعه)^2

$S_1 = S(ABCD) = (2x+3)^2$

(2) $S_2 = S(EFCG) = (x+3)^2$

(3) S: مساحة المنطقة الملونة هي عبارة عن مساحة المربع الكبير S_1 ومطروح منها مساحة المربع الصغير S_2

$S = S_1 - S_2$

$= (2x+3)^2 - (x+3)^2$

$= (2x+3-x-3)(2x+3+x+3)$

أ.ماهر بربر

ألتمرين الثاني:

* ABCD مربع طول ضلعه $\ell = 3+\sqrt{3}$

/ مساحته تساوي ℓ^2 أي [طول الضلع]^2 $= S_1$ /

* EFGH مستطيل بُعداه (أي الطول والعرض)

$EH = \sqrt{2}$ ، $EF = \sqrt{72} + 3\sqrt{6}$

/ مساحة المستطيل: (الطول × العرض) $= S_2$

1) $S_2 = (\sqrt{2})(\sqrt{72} + 3\sqrt{6})$

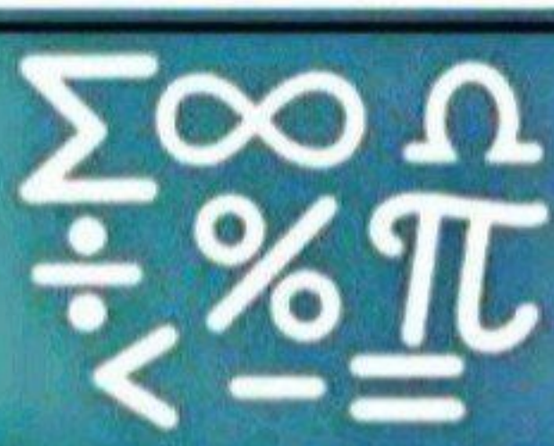
$= (\sqrt{2})(6\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$

$= 12 + 3\sqrt{12} \Rightarrow S_2 = 12 + 6\sqrt{3}$ وهو المطلوب

2) $S_1 = (3+\sqrt{3})^2 = 9 + 2(3)\sqrt{3} + 3$

$= 12 + 6\sqrt{3} = S_2$

أ.ماهر بربر



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

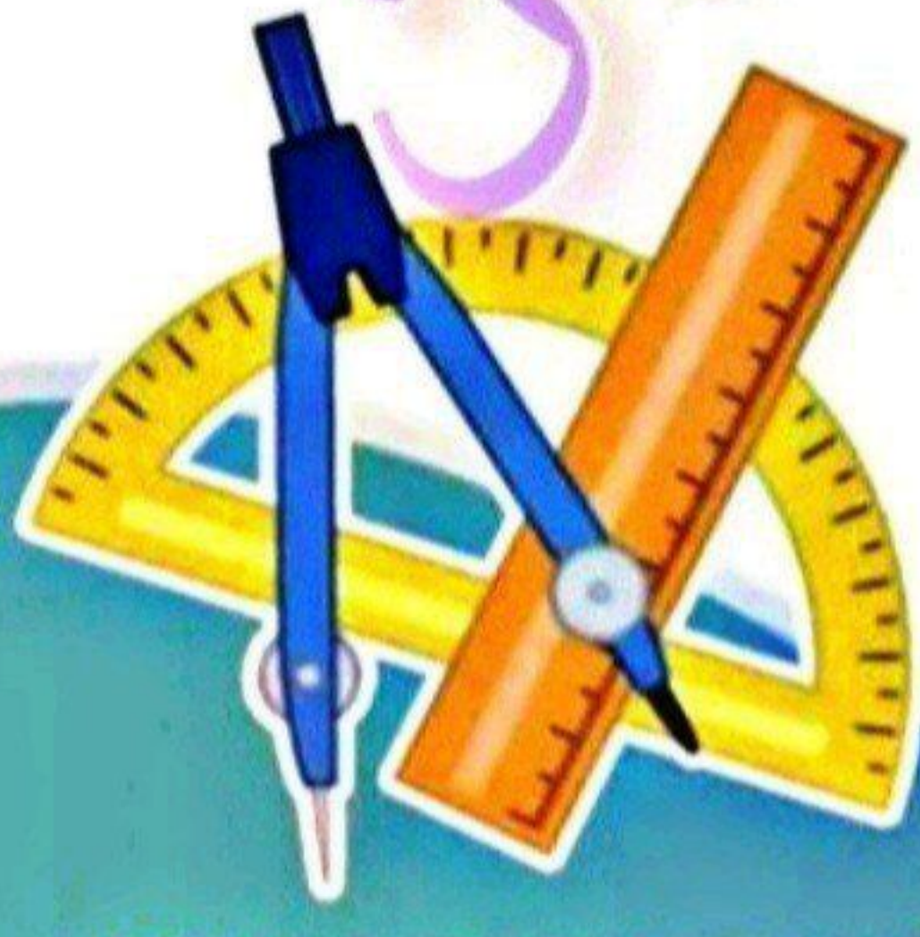
ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة **الثالثة جبر**

مكتبة أبجد

الاختبار الأول





اختبار جبر الوحدة الثالثة (معادلات ومتراجحات)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$-2,+2$	مستحيلة الحل	$-4,+4$

② المعادلة التي حلولها -5 , $\sqrt{3}$ هي :

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$	$(x+\sqrt{3})(x-5)=0$	$(x+5)+(x-\sqrt{3})=0$

③ للمعادلة: $16x^2+24x-9=-18$

جذران متعاكسان	جذر وحيد مضاعف	كل الخيارات خاطئة

④ المعادلة المكافئة للمعادلة $2(x-1)=x+3$

$x(x+5)=0$	$\sqrt{2}(x-5)=0$	$\sqrt{5}(x-2)=0$

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

① كل عدد أصغر من 0.2 يكون نظيره أصغر من $0.2-$

② المتراجحتان $4\geq -2x$, $x\geq -2$ متكافئتان

③ للمعادلة $(x-3)^2=9$ جذران متعاكسان

④ العدد الوحيد الذى مربعه يساوي خمسة أمثاله هو 5

السؤال الثالث : أجب عن كل التمارين التالية

التمرين الأول : أوجد حلول المعادلات

① $2x^2-2=30$ ② $x^4-0.16=0$

③ $(x+2)(x+3)=(x-3)(2x+4)$ ④ $2x-(13+2x)=0$

التمرين الثاني : لتكن العبارة $A=4x^2(x+1)-9(x+1)$

1) حلل العبارة A إلى ثلاثة عوامل من الدرجة الأولى.

2) حل المعادلة $A=0$.

التمرين الثالث : لدينا المقداران: $B=(x+1)(3x-2)$, $A=3x^2+x-2$

1) انشر B وقارن بين A و B.

2) حل المعادلة $A=0$.

3) إذا كان $C=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$, أنشر C واكتبه بأبسط صورة.



التمرين الرابع: لدينا المتراجحة $3x - 7 \geq 3$ والمطلوب :

1- تحقّق أي من الأعداد $\frac{1}{6}, 6, -2$ حلاً للمتراجحة وأي منها ليس حلاً لها .

2- حل المتراجحة , ثم مثّل حلولها على مستقيم الأعداد .

3- هل العدد $\sqrt{3}$ يمثل حلا للمتراجحة السابقه؟ ولماذا ؟

السؤال الرابع: حل كلا من المسائل الآتيه.

المسأله الأولى: عمر أحمد 11 سنة وعمر لانا 25 سنه، بعد كم سنة يصبح عمر لانا مثلى عمر أحمد؟

المسألة الثانية:

في أحدى المشافي الأوربية عدد من مصابي كوفيد 19 ، نصفهم كبار السن أعمارهم فوق 60 سنة، وربعهم تتراوح أعمارهم بين (40،50) سنة

وخمسهم شباب أعمارهم أقل من 40 سنة بالإضافة إلى 6 أطفال

ماهو عدد الأشخاص المصابين

المسألة الثالثة: عددان زوجيان متتاليان الفرق بين مربعيهما 44 ، أوجدهما

المسألة الرابعة:

مربعان : طول قطر المربع الأول هو $4\sqrt{2}$ ومساحته تساوى أربعة أضعاف مساحة المربع الثاني ، أوجد طول ضلع كلا منهما

المسألة الخامسة:

نادي رياضي يقدم عرضين .

الأول : يدفع المنتسب مبلغ 400ل.س عن كل ساعة تدريب .

الثاني : اشتراك شهري بحيث يدفع المشترك 800 ل.س شهرياً ويدفع 200ل.س عن كل ساعة تدريب .

بدءاً من كم ساعة تدريب يصبح العرض الثاني أوفر من العرض الأول .

****

انتهت الأسئلة

أ. ماهر بربر

الحلول التفصيلية للاختبار

*** السؤال الأول:**

(1) حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$

ليس لها حل، لأن مربع عدد حقيقي لا يكون عدداً سالباً وهي من الشكل:

$x^2=a$ ؛ $a<0$ ليس لها حل.

(2) المعادلة التي حلولها -5 ، $\sqrt{3}$ هي:

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$

إما $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

أو $x-\sqrt{3}=0 \Rightarrow x=\sqrt{3}$

(3) المعادلة:

$16x^2+24x-9=-18$

$16x^2+24x+9=0$

الطرف الأيسر يُحلل باستخدام المطابقة ويكتب بشكل مربع كامل حيث $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$16x^2+24x+9=0 \Rightarrow$

$(4x+3)^2=0 \Rightarrow$

$4x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

وهو حل وحيد مضاعف.

(4) $2(x-1)=x+3 \Rightarrow$

$2x-2=x+3 \Rightarrow$

$x=5$ وهو حل المعادلة المفروضة

نبحث عن معادلة حلها $x=5$

من المعادلات الثلاثة نجد أن المعادلتان الثانية والثالثة هما معادلتان مكافئتان (لهما نفس الحل):

نلاحظ أن المعادلة $\sqrt{2}(x-5)=0$ حلها هو $x=5$ حيث:

$\sqrt{2}(x-5)=0 \Rightarrow \sqrt{2}\neq 0$

$(x-5)=0 \Rightarrow x=5$

وهي المعادلة المكافئة للمعادلة المفروضة.

/ بطريقة أخرى:

لاحظنا وجودنا حل المعادلة المفروضة $x=5$ ومنه $x-5=0$ نقسم الطرفين بـ $\sqrt{2}$ نجد:

$\sqrt{2}(x-5)=0$

وهي المعادلة المكافئة لما من بين الخيارات الموجودة /

*** السؤال الثاني:**

(1) بفرض x عدداً أصغر من 0.2 أي: $x<0.2$ ، نتابع نظير x أي نريد $-x$ لذلك نضرب طرفي المتراجحة $x<0.2$ بالعدد (-1) ونغير جهة التراجح:

$x<0.2 \Rightarrow -x>-0.2$

إذاً النظير أكبر من -0.2 فالعبارة خاطئة

(2) $-2x \geq 4 \Rightarrow$

نقسم طرفي المتراجحة على أمثال x أي على العدد السالب -2 ونغير الجهة نجد:

$x \leq -2$

وهي المتراجحة المكافئة وليست $x \geq -2$ فالعبارة خاطئة.

(3) انتبه لقد سبق ونوهت عن هذه الملاحظة عبر الفيديو:

* $x^2 = a \; ; a > 0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين متعاكسين هما $x = +\sqrt{a}$ ، $x = -\sqrt{a}$

* $(....)^2 = a \; ; a > 0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين مختلفين وليسا متعاكسين لاحظ:

$(x-3)^2 = 9 \Rightarrow$
- $x - 3 = +\sqrt{9} \Rightarrow x = 3+3 = 6$
- $x - 3 = -\sqrt{9} \Rightarrow x = 3-3 = 0$

الجذران هما $x = 6$ ، $x = 0$
جذران مختلفان غير متعاكسين
فالعبارة خاطئة.

(4) الحل يتبع ذهنياً أو عبر حل المعادلة:

$x^2 = 5x \Rightarrow$
$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow$
إما $x = 0$
أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$
إذاً العددان 0 and 5 يحققان المعادلة فالعبارة خاطئة.

* السؤال الثالث: / التمرين الأول /

(1) $2x^2 - 2 = 30 \Rightarrow \div 2$
$x^2 - 1 = 15 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow$
جذران متعاكسان $\begin{cases} x = +\sqrt{16} = +4 \\ x = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$

إذاً مجموعة الحلول: $S = \{-4 \; ; +4\}$

(2) $x^4 - 0.16 = 0 \Leftrightarrow$
$x^4 - \frac{16}{100} = 0$
نحلل الطرف الأيسر باستخدام المطابقة:
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$(x^2)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2 = 0 \Rightarrow$
$\left(x^2 - \frac{4}{10}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
القوس الأول يحلل أيضاً:
$\left(x - \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
ومنه:
إما $x - \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{10}}$
أو $x + \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{\sqrt{10}}$
أو $x^2 + \frac{4}{10} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{4}{10}$
وهذه مرفوضة لأن:
ومنه مجموعة الحلول:
$S = \left\{ \frac{-2}{\sqrt{10}} \; , \; \frac{2}{\sqrt{10}} \right\}$

(3) $(x+2)(x+3) = (x-3)(2x+4)$
لا تنشر بوجود العامل المشترك:
$(x+2)(x+3) = 2(x-3)(x+2) \Rightarrow$
$(x+2)(x+3) - 2(x-3)(x+2) = 0$
$\Rightarrow (x+2)[(x+3) - 2(x-3)] = 0$
$\Rightarrow (x+2)(-x+9) = 0 \Rightarrow$ جداء عاملين جداء أحدهما الصفر يجب أن:
$S = \{-2 \; , \; 9\}$

أ. ماهر بربر

(4) $2x - (13 + 2x) = 0$

هذه معادلة من الدرجة الأولى
ولا نستعمل خاصة الجداء الصفري
فالإشارة بين الحدين هي سالب
وليس جداء لذلك:

$2x - 13 - 2x = 0 \Rightarrow$

$2x - 2x = 13 \Rightarrow$

مستحيلة $0 = 13$

(أي من الشكل $0x = a$
لا توجد قيم تحقق هذه المعادلة)

/ التمرين الثاني /

$A = 9x^2(x+1) - 9(x+1)$

(1) بداية نخرج $(x+1)$ عامل مشترك

$A = (x+1)(4x^2 - 9)$

نحلل المطابقة في القوس الثاني:

$A = (x+1)(2x-3)(2x+3)$

(2) $A = 0$

نعوض في عبارة A بعد التحليل

$A = 0 \Rightarrow$

$(x+1)(2x-3)(2x+3) = 0$

مبرهنة الجداء الصفري:

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

ومنه: مجموعة حلول المعادلة:

$S = \{-1 ; +\frac{3}{2} ; -\frac{3}{2}\}$

/ التمرين الثالث /

$A = 3x^2 + x - 2$

$B = (x+1)(3x-2)$

(1)

$B = 3x^2 - 2x + 3x - 2$

$= 3x^2 + x - 2 \Rightarrow B = A$

(2)

بما أن $A = 0$ إذن حلول المعادلة $A = 0$
هي ذاتها حلول المعادلة $B = 0$

$A = 0 \iff B = 0$ ؛ $A = B$

/ انتبه: إذا تحليل A وداعاً لفوضى
بالمعادلة الناتجة عن التحليل أيا التي تؤدي
جداء لقوسين /

$(x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow$ مبرهنة
الجداء الصفري نجد:

$S = \{-1 ; \frac{2}{3}\}$

(3)

$C = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ مطابقة من الشكل
$(a+b)^2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= 3 + 2 + \frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$

/ التمرين الرابع /

$3x - 7 \neq 3$

(1)

$x = -2 \Rightarrow 3(-2) - 7 \neq 3$

$\Rightarrow -6 - 7 \neq 3$

$\Rightarrow -13 \neq 3$ غير محققة

أي $x = -2$ ليس حلاً للمتراجحة.

$x=6 \Rightarrow 3(6)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 18-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 11 \nearrow 3$ محققة

أي $x=6$ هو حل للمتراجحة.

$x=\frac{1}{6} \Rightarrow 3\left(\frac{1}{6}\right)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow -6 \nearrow 6$ اضرب بـ 2

غير محققة

أي $x=\frac{1}{6}$ ليس حل للمتراجحة

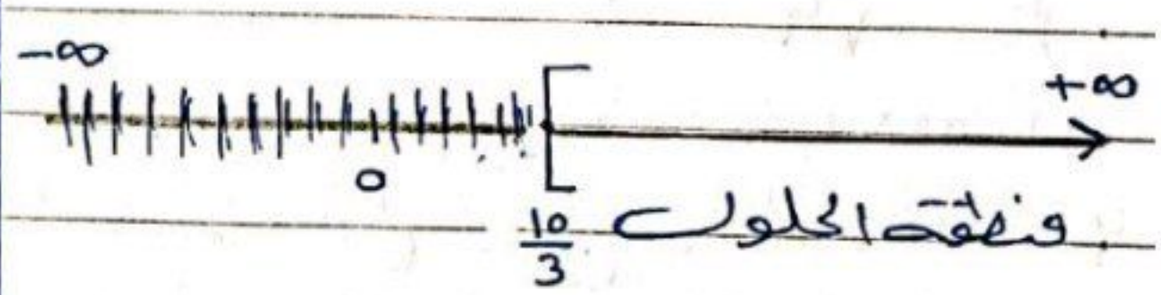
(2) $3x-7 \nearrow 3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 7+3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 10 \Rightarrow x \nearrow \frac{10}{3}$

أي حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر أو تساوي $\frac{10}{3}$

أي: $x \in \left[\frac{10}{3}, +\infty\right[$



منطقة الحلول

* التمرين الرابع: / المسألة الأولى /

عمر أحمد 11 سنة

عمر لانا 25 سنة

بعد x سنة

وحسب الفرض

يصبح عمر أحمد $x+11$

يصبح عمر لانا $x+25$

بعد x سنة يصبح عمر لانا ضعف عمر أحمد أي

$x+25=2(x+11) \Rightarrow$

$2x+22=x+25 \Rightarrow$

$x=3$

أي بعد ثلاث سنوات يصبح عمرنا ضعف عمر أحمد.

/ للتأكد: بعد ثلاث سنوات:

يصبح عمر أحمد $11+x=11+3=14$

يصبح عمر لانا $25+x=25+3=28$

لاحظ: $28=2\times 14$

فالحل صحيح /

/ المسألة الثانية /

نفرض عدد الصابيت هو x

نضغم أي $\frac{x}{2}$ (فوق 60 سنة)

نعم أي $\frac{x}{4}$ (أعمارهم بين 50، 60)

نضم أي $\frac{x}{5}$ (أعمارهم أقل من 50)

بالإضافة إلى 6 أطفال وهنا:

مجموع هؤلاء الأشخاص هو العدد الكلي للصابيت أي:

$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+6 \Rightarrow$

نضرب طرفي المعادلة بالمقام المشترك (20) نجد:

$20x=10x+5x+4x+120 \Rightarrow$

$x=120$ وهو عدد الصابيت

/ للتأكد:

$120 \stackrel{?}{=} \frac{120}{2}+\frac{120}{4}+\frac{120}{5}+6 \Rightarrow$

$120 \stackrel{?}{=} 60+30+24+6 \Rightarrow$

$120=120 \Rightarrow$ الحل صحيح

/ المسألة الثالثة /

كل عدد زوجي يزيد على سابقه بمقدار 2 حيث العددان زوجيان متتاليان لا فرق:

... 8 ، 6 ، 4 ، 2

+2 +2 +2 +2 وهكذا:

إذا كان العدد الزوجي الأول x

يكون العدد الزوجي الثاني $x+2$

وحسب الفرض: الفرق بين مربعيهما

يساوي 44 وهذا:

$(x+2)^2 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$x^2 + 4x + 4 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$4x = 44 - 4 \Rightarrow 4x = 40$

$\Rightarrow x = 10$

وهو العدد الزوجي الأول

فيكون العدد الزوجي الثاني

$x + 2 = 10 + 2 = 12$

/ للتأكد: الفرق بين مربعيهما 44:

$(12)^2 - (10)^2 \stackrel{?}{=} 44$

$144 - 100 \stackrel{?}{=} 44$

$44 = 44$ محققة

فالحل صحيح

/ المسألة الرابعة /

المربع الأول: طول قطره $4\sqrt{2}$

وهذا طول ضلع المربع الأول

هو 4

تذكر يا طالب:

طول قطر المربع الذي طول ضلعه x

هو $x\sqrt{2}$ وبالعكس:

طول ضلع المربع الذي طول قطره $x\sqrt{2}$

هو x ... طبق فيثاغورث لتتذكر ذلك /

إذن: طول ضلع المربع الأول هو 4

نفرض طول ضلع المربع الثاني هو x

وحسب الفرض:

مساحة المربع الأول تساوي أربعة أضعاف

مساحة الثاني:

مساحة المربع هي $(\text{طول الضلع})^2$

وهذا:

مساحة المربع الأول هي: $4^2 = 16$

مساحة المربع الثاني هي: x^2

وهذا: $16 = 4x^2 \Rightarrow$

$x^2 = 4 \Rightarrow$

$x = +\sqrt{4} = +2$ مقبول

$x = -\sqrt{4} = -2$ مرفوض

حيث الطول هو مقدار موجب دوماً.

إذاً طول ضلع المربع الأول هو 4

وطول ضلع المربع الثاني هو 2

/ للتأكد: فعلاً مساحة المربع الأول

هي 16 تساوي أربعة أضعاف مساحة

المربع الثاني الذي مساحته $2^2 = 4$ /

أ. ماهر بربر

المسألة الخامسة

نفرض أن عدد ساعات التدريب هو x عندئذٍ:

يدفع المتسابق في العرض الأول: $400x$ S.P

يدفع المتسابق في العرض الثاني: $200x + 800$ S.P

نريد أن يكون العرض الثاني أوفر (أصغر) من العرض الأول ومنه:

$$200x + 800 < 400x \Rightarrow$$

$$200x > 800 \Rightarrow$$

$$x > \frac{800}{200} \Rightarrow x > 4$$

إذن: حتى يكون العرض الثاني أوفر من العرض الأول يجب أن تكون ساعات التدريب أكثر من 4 ساعات، أي بدءاً من ساعة التدريب الخامسة

أ.ماهر بربر

زيادة على الحل غير مطلوبة ولكن تستطيع اعتبارها طلب إضافي /

ما هي عدد ساعات التدريب التي تتساوى فيها تكلفة العرض الأول مع العرض الثاني ؟؟ .... هي 4 ساعات حيث:

$$200x + 800 = 400x \Rightarrow$$

$$200x = 800 \Rightarrow$$

$$x = \frac{800}{200} \Rightarrow x = 4$$

كلمة أخيرة قبل إغلاق ملف الوحدة الثالثة من كتاب الجبر:

إن هذا الاختبار ما هو إلا عمل يتمم أوراق العمل وحلول تمارين ومسائل الكتاب، الرجاء عدم إهمال أي منها لتكون علامة الجزء المخصص لهذه الوحدة وضمونة في الامتحان، هذا الكلام موجه للطلاب بشكل عام وطلاب الدورة الإلكترونية بشكل خاص ... تمنى بعون الله.

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة جبر

مركز جبة البحار

الاختبار الثاني





نموذج امتحاني شامل للوحدة الثالثة جبر

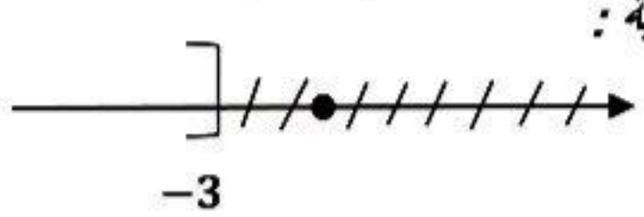
أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) إذا كان $x > 3$ فإن :					
A	$\frac{1}{x} > \frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{x} > 3$	C	$\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$
2) المعادلة $3t^2 - 27 = 0$					
A	لها حلين متعاكسين	B	لها حل وحيد	C	مستحيلة الحل
3) المعادلة التي حلولها $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$ هي :					
A	$(x-5)(x+5) = 0$	B	$x^2 - 5 = 0$	C	$x^2 = 25$
4) حلول المعادلة $(2x-3)(4x+1) = 0$					
A	صحيحة	B	عشرية	C	عادية غير عشرية

السؤال الثاني : أجب بكلمة (صح) أو (خطأ) أمام كل من العبارات الآتية :

❶ تُمثل حلول المتراجحة $-2x \leq 6$ على مستقيم الأعداد بالشكل :



❷ مربع طول ضلعه $(x+1)$ ومساحته 9 فإن $x = 2$.

❸ العدد 3 هو أحد حلول المتراجحة $x + 1 > 4$.

❹ المعادلتان $2x + 1 = 7$ و $3x - 12 = 0$ متكافئتان .

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : لتكن لدينا العبارة الجبرية الآتية $A = 16x^2 - 9 - (2x+5)(4x+3)$ والمطلوب :

❶ انشر العبارة A واختزلها .

❷ جد قيمة العبارة A من أجل $x = -1$

❸ حلل المقدار $16x^2 - 9$ ثم حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

❹ حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثاني : لتكن لدينا المتراجحة الآتية $-3(x-2) \leq 2(x+2) - 3$ والمطلوب :

❶ أي القيم الآتية : $2, 0, -3$ حلاً للمتراجحة وأيها ليس حل ؟

❷ حل هذه المتراجحة . ما هو أصغر حل لها ؟

❸ مثل حلول هذه المتراجحة على مستقيم الأعداد .

التمرين الثالث : حل المعادلات الآتية

❶ $\frac{x-3}{2} = \frac{8}{x-3}$

❷ $(x-3)(x+1) = (2x-6)(x+2)$

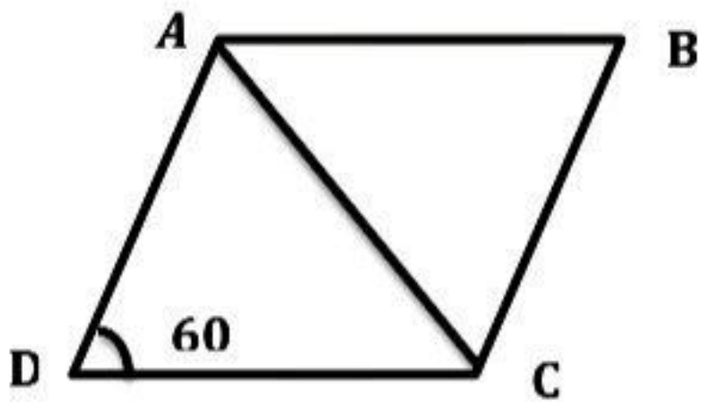
❸ $(2x-1)(x+1) = 2(-4x+2)$

❹ $\frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{8}$

❺ $(\sqrt{2}x - 3)^2 = 2(x+\sqrt{2})^2$

❻ $16(x+1) = 4x^2(x+1)$

التمرين الرابع : $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $\widehat{D} = 60$ ، $AB = 5(\frac{1}{5}x + 2)$ ، $BC = 2x + 5$ والمطلوب :



❶ جد قيم x التي تجعل المحيط أكبر تماماً من $36\ cm$.

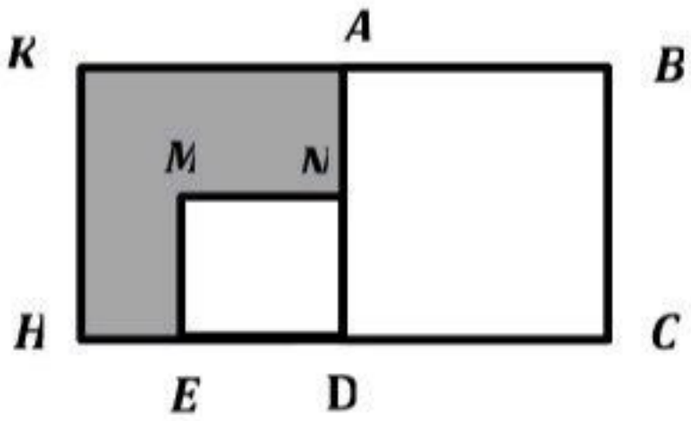
❷ ما هي قيمة x التي تجعل المتوازي معيناً ؟

❸ بغرض أن $ABCD$ معين عندئذ برهن أن المثلث ADC متساوي الأضلاع

وجد طول ضلعه

واحسب مساحته،ارتفاعه

التمرين الخامس : في الشكل المرسوم جانباً $KBCH$ مستطيل و $ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$ و $MNDE$ مربع طول ضلعه $2\ cm$ و $HE = x$ والمطلوب :



❶ عبر عن HC ((طول المستطيل)) بدلالة x .

❷ برهن أن S مساحة المستطيل $KBCH$ تُعطى بالعلاقة : $S = 4x + 24$.

❸ برهن أن $\acute{S}$ مساحة الجزء المظلل تُعطى بالعلاقة : $\acute{S} = 4x + 4$.

❹ عين قيمة x كي تكون $S = 4\acute{S}$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ((100 درجة لكل مسألة))

المسألة الأولى : قامت شركة سيرتيل بتقديم عروض لزبائنها المشتركين بمناسبة عيد الأم على النحو الآتي :

العرض الأول ((خط لاحق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 2000 ليرة اشتراك شهري بالإضافة لمبلغ 15 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

العرض الثاني ((خط مسبق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 25 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

لنفترض أن عدد الدقائق التي يتحدث بها المشترك شهرياً x دقيقة ، عندئذ :

❶ عبر بدلالة x عن فاتورة الخط في حال اختار المشنترك العرض الأول .

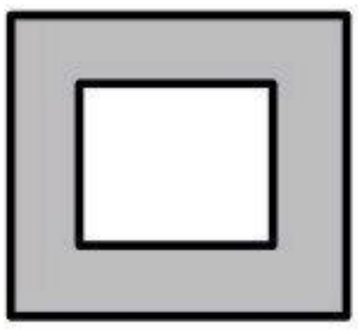
❷ عبر بدلالة x عن المبلغ المترتب على المشترك في حال اختار العرض الثاني .

❸ بدءاً من كم دقيقة يتحدث بها المشترك خلال الشهر يكون العرض الأول أوفر له ؟

❹ لو كنت تعمل في شركة سيرتيل ، بمَ تنصح المشترك الذي يتحدث حوالي 150 دقيقة شهرياً ؟

المسألة الثانية : إطار صورة شخصية طول ضلع مربعه الخارجي $x + 2$ وطول ضلع مربعه الداخلي $x - 1$ ((حيث $x > 1$))

والمطلوب :



❶ برهن أن مساحة المربع الخارجي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_1 = x^2 + 4x + 4$

❷ برهن أن مساحة المربع الداخلي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_2 = x^2 - 2x + 1$

❸ برهن أن سماكة الإطار ((مساحة المنطقة مابين المربعين)) تُعطى بالعلاقة : $S = 6x + 3$

❹ جد قيمة x إذا علمت أن سماكة الإطار تساوي $27cm^2$.

. يوجد سؤالان إضافيان في نهاية حل الاختبار

الموضوع : الحل التفصيلي للنموذج 2

*** أولاً: السؤال الأول.**

(1) $x > 3 \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

عند قلب طرفي المتراجحة تُقلب إشارة المتراجحة. الإجابة C

(2) $3t^2 - 27 = 0 \Rightarrow$

$3(t^2 - 9) = 0 \Rightarrow$

$t^2 - 9 = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow$

$S = \{-3, +3\}$

لها حلين متعاكسين الإجابة A

(3) $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$

$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ ، $x = -\sqrt{5}$

أو:

$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0 \Rightarrow$

إما $x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$

أو $x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$

الإجابة B.

(4) $(2x - 3)(4x + 1) = 0$

جداء عامل الجداء المعدوم.

إما $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

أو $4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

حلان:

$x = \frac{3}{2} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = 15 \times 10^{-1}$

وبنفس الطريقة نجد:

$x = -\frac{1}{4} = -25 \times 10^{-2}$

وهما عددان كتابتان الإجابة B.

السؤال الثاني:

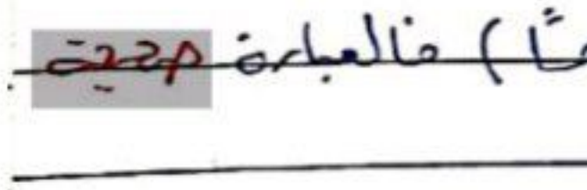
(1) $-2x \leq 6 \Rightarrow$

(نقسم الطرفين على 2- مع قلب جهة المتراجحة)

$x \geq -3 \Rightarrow$

$x \in [-3, +\infty[$

مجموعة حلول المتراجحة هي جميع قيم x الأكبر أو تساوي 3- أي:



فالعبارة خاطئة

(2) طول ضلع المربع $(x+1) = \ell$ وهو أحد أطوال المربع

بما أن $S = \ell^2$ أي:

$S = \ell^2 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = \pm\sqrt{9}$

مقبول $x + 1 = +3 \Rightarrow x = +2$ بما

مرفوض $x + 1 = -3 \Rightarrow x = -4$ أي

(الطول موجب دوماً) فالعبارة صحيحة

(3) $x + 1 > 4 \Rightarrow x > 3$

$x \in]3, +\infty[$

العدد 3 ليس حلاً للمتراجحة

فالقضية خاطئة / أو عوض 3 في المتراجحة

غير محققة $3 + 1 > 4 \Rightarrow 4 > 4$ /

(4) المعادلتان المتكافئتان لهما معادلتان لهما الحل ذاته.

$2x + 1 = 7 \Rightarrow x = 3$

$3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$

المعادلتان المعادلتين حلين مختلفين

فالعبارة خاطئة.

* ثانياً: التمرين الأول:

$A=16x^2-9-(2x+5)(4x+3)$

(1) النشر:

$A=16x^2-9-(8x^2+6x+20x+15)$

$=16x^2-9-8x^2-26x-15$

$=8x^2-26x-24$

(2) $x=-1$ (نعوض بالكل اختر ك)

$A=8x^2-26x-24 \quad (x=-1 \Rightarrow$

$A=8(-1)^2-26(-1)-24$

$=8+26-24 \Rightarrow A=10$

/ إن قمنا بتعويض $x=-1$ في عبارة A الناتجة نبي أنك تحصل على نفس النتيجة $A=10$ / الجواب

(3)

$16x^2-9=(4x)^2-(3)^2$

$=(4x-3)(4x+3)$

ومنه:

$A=(4x+3)(4x-3)-$

$(2x+5)(4x+3)$

$A=(4x+3)\left[(4x-3)-(2x+5)\right]$

$A=(4x+3)(2x-8)$

/ حاصل تعويض $x=-1$ في عبارة A الناتجة عن التحليل ستحصل على نفس النتيجة $A=10$ وداعاً هو في العبارة الناتجة عن التحليل في حال كانت موجودة عند حساب قيمة تلك العبارة الجبرية لأجل قيمة المجهول /

(4) $A=0$ / هنا داعاً نعوض بعبارة A الناتجة عن التحليل /

$A=0 \Rightarrow (4x+3)(2x-8)=0$

إما $4x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

أو $2x-8=0 \Rightarrow x=4$

ومنه $S=\left\{-\frac{3}{4}\,;\,4\right\}$

* التمرين الثاني:

$-3(x-2) \leq 2(x+2)-3$

(1)

$x=2 \Rightarrow -3(2-2) \leq 2(2+2)-3$

$0 \leq 5$ محققة

$x=2$ حل للمتراجحة المعطاة.

$x=0 \Rightarrow -3(0-2) \leq 2(0+2)-3$

$+6 \leq 1$ غير محققة

$x=0$ لا تمثل حل للمتراجحة المعطاة.

$x=-3 \Rightarrow -3(-3-2) \leq 2(-3+2)-3$

$15 \leq -5$ غير محققة

$x=-3$ لا تمثل حل للمتراجحة المعطاة.

(2) $-3(x-2) \leq 2(x+2)-3 \Rightarrow$

$-3x+6 \leq 2x+4-3 \Rightarrow$

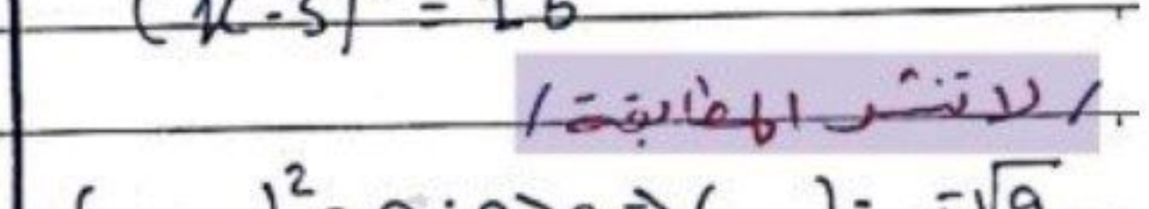
$-5x \leq -5 \Rightarrow \div -5 \quad x \geq 1$

ومنه: حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر أو تساوي 1 أو أصغر على أي $x \in [1;+\infty[$ $x=1$ وحال الكل هو

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

(3) $x \geq -1 \Leftrightarrow x \in [-1, +\infty[$



* التمرين الثالث :

حل المعادلات التالية :

(1) $\frac{x-3}{2} = \frac{8}{x-3}$

(جداء الطرفين بالتقاطع)

$(x-3)(x-3) = 8 \times 2 \Rightarrow$

$(x-3)^2 = 16$

/ لا تنسى المطابقة /

$(\quad)^2 = a ; a > 0 \Rightarrow (\quad) = \pm\sqrt{a}$

$(x-3) = 4 \Rightarrow x = 7$.

$(x-3) = -4 \Rightarrow x = -1$.

ومنه مجموعة الحلول : $S = \{-1, +7\}$

(2) $(x-3)(x+1) = (2x-6)(x+2)$

$(x-3)(x+1) = 2(x-3)(x+2)$

ومنه :

$(x-3)(x+1) - 2(x-3)(x+2) = 0$

$(x-3)[(x+1) - 2(x+2)] = 0$

$(x-3)(-x-3) = 0 \Rightarrow$

أما . $x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو . $-x-3 = 0 \Rightarrow x = -3$

ومنه مجموعة الحلول $S = \{-3, +3\}$

(3) $(2x-1)(x+1) = 2(-6x+2)$

$(2x-1)(x+1) = 4(-2x+1)$

ومنه : / الانتباه هي هنا /

$(2x-1)(x+1) - 4(-2x+1) = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)(x+1) + 4(2x-1) = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)[(x+1)+4] = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)(x+5) = 0 \Rightarrow$

أما . $2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

أو . $x+5 = 0 \Rightarrow x = -5$

ومنه مجموعة الحلول : $S = \{\frac{1}{2}, -5\}$

(4) $\frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{8} \Rightarrow$

$2(x-3) = 8(x-3)$

$2x-6 = 8x-24 \Rightarrow$

$2x-8x = -24+6$

$-6x = -18 \Rightarrow x = 3$

/ الانتباه : قد تخطر في ذهنك أضرب الطرفين بالمقام $x-3$ فتصبح المعادلة :

$\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

وتقول بأنها خطأ .

بينما هذا لا يجوز لأن القيمة $x-3$ تعني أنك قسمت على صفر حيث $x=3$ سنحاول هنا ويكون $x-3 = 3-3 = 0$ الرجاء الانتباه /

(5) $(\sqrt{2}x-3)^2 = 2(x+\sqrt{2})^2$

/ لا تنسى ستعمل أي طريقة وسوف !!! /

لا تنسى أن : $(\sqrt{a}\quad)^2 = (\quad)^2$

$2(x+\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2}(x+\sqrt{2}))^2$

ومنه:

$(\sqrt{2}(x+\sqrt{2}))^2 = (\sqrt{2}x+2)^2$

فتصبح المعادلة:

$(\sqrt{2}x-3)^2 = (\sqrt{2}x+2)^2$

$(\quad)^2 = a ; a>0 \Rightarrow (\quad)^2 = \pm\sqrt{a}$

ومنه:

$\sqrt{2}x-3 = +\sqrt{2}x+2 \Rightarrow$

$\sqrt{2}x-\sqrt{2}x = +2+3 \Rightarrow$

وهذه محالة $0 = 5$

$\sqrt{2}x-3 = -\sqrt{2}x-2 \Rightarrow$

$\sqrt{2}x+\sqrt{2}x = -2+3 \Rightarrow$

$2\sqrt{2}x = +1 \Rightarrow$

$x = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ملاحظة: يمكن الوصول إلى

$(\sqrt{2}x-3)^2 = (\sqrt{2}x+2)$

بتطبيع نشر الطرفين و نصل إلى نفس الجواب و لكن لا ضرورة لذلك /

(6) $16(x+1) = 4x^2(x+1)$

$16(x+1) - 4x^2(x+1) = 0$

$(x+1)[16-4x^2] = 0$

$(x+1)(4-2x)(4+2x) = 0 \Rightarrow$

إما $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

أو $4-2x=0 \Rightarrow x=2$

أو $4+2x=0 \Rightarrow x=-2$

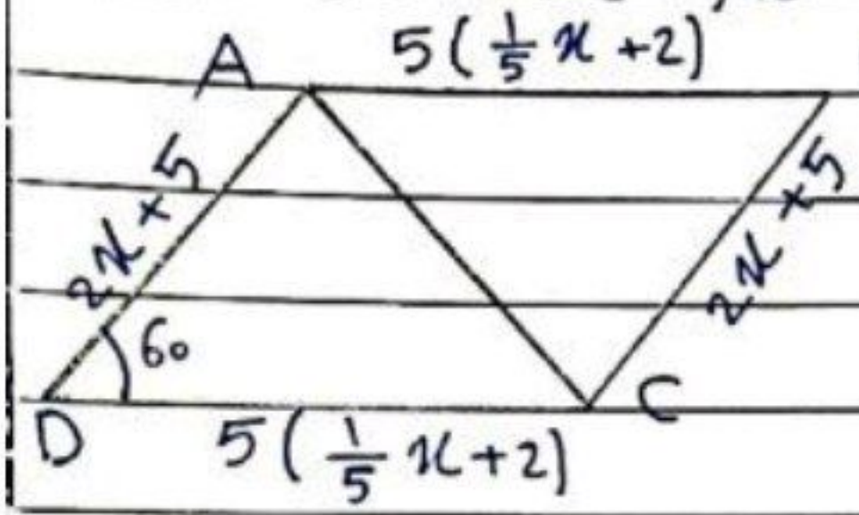
مجموعة الحلول: $S = \{-2; -1; 2\}$

* التمرين الرابع:

$AB = 5(\frac{1}{5}x+2)$ ، $BC = 2x+5$

حيث ABCD متوازي أضلاع أي:

$AB = DC$ ، $BC = AD$



(1) نحيط متوازي الأضلاع هو مجموع أطوال أضلاعه أي:

$P = 2AB + 2BC$

($AB = DC$ ، $BC = AD$ حيث)

$P = 2(5(\frac{1}{5}x+2)) + 2(2x+5)$

$= 2x+20+4x+10$

$P = 6x+30$

نريد قيم x التي تجعل المحيط أكبر تماماً من 36cm أي $P > 36$

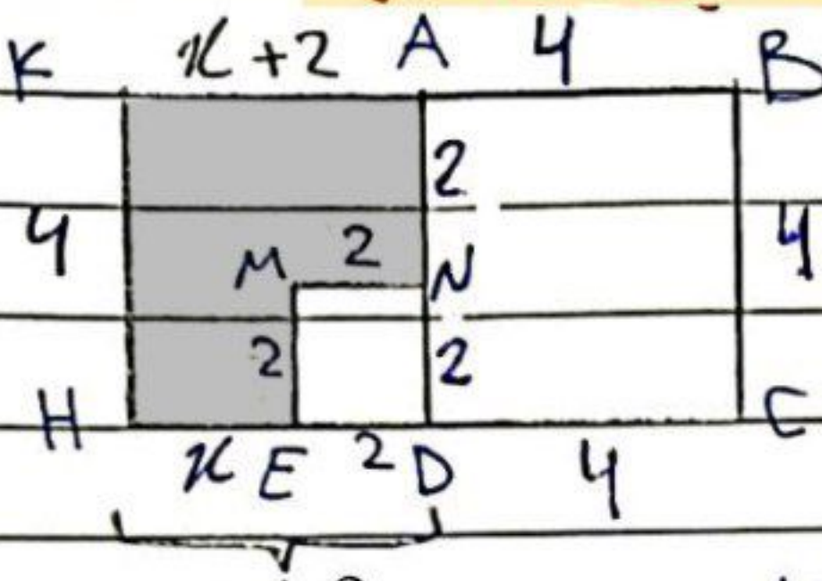
$6x+30 > 36 \Rightarrow 6x > 6$

$\Rightarrow x > 1$

ومنه جميع قيم x الأكبر تماماً من 1 أي التي تجعل المحيط أكبر تماماً من 36 أي $x \in]1; +\infty[$ القيم التي تنتمي للمجال

(2) ليكون ABCD معيناً يجب أن تتساوى فيه طولي ضلعين متجاورين أي يجب أن يكون $AB = BC$ ومنه:

* التمرين الخامس.



الأطوال بـ cm

داعماً فوق المعطيات على الرسم /

(1) $HC = HE + ED + DC$

$= x + 2 + 4 \Rightarrow HC = x + 6$ cm

(2) مساحة المستطيل = الطول × العرض:

$S = HC \times BC = (x+6) \times 4$

$\Rightarrow S = 4x + 24$ cm²

(3) مساحة الجزء المظلل S' هي عبارة عن مساحة المستطيل KBCH ومساحة المربع ABCD ومساحة المربع MNDE أي:

$S' = S - (S_{ABCD} + S_{MNDE})$

$S_{ABCD} = 4^2 = 16\,cm^2$ ، $S_{MNDE} = 2^2 = 4\,cm^2$

نعوض:

$S' = 4x + 24 - (16 + 4)$

$S' = 4x + 24 - 20 \Rightarrow S' = 4x + 4$ cm²

(4) $S = 4S' \Rightarrow 4x + 24 = 4(4x + 4)$

$4x + 24 = 16x + 16 \Rightarrow$

$12x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ cm

$AB = BC \Rightarrow$

$5\left(\frac{1}{5}x + 2\right) = 2x + 5 \Rightarrow$

$x + 10 = 2x + 5 \Rightarrow$

$2x - x = 10 - 5 \Rightarrow x = 5$

هي القيمة التي يكون فيها المتوازي المستطيلات ABCD معيناً.

(3) ABCD معين بالتالي أطوال أضلاعه متساوية أي:

$AB = DC$

المثلث ADC متساوي الساقين فيه زاوية $\hat{D} = 60°$ فهو متساوي الأضلاع

وعندما $x = 5$ يجعل المتوازي المستطيلات ABCD معيناً وعند طول ضلع المعين

$2(5) + 5 = 15$ cm

أو $5\left(\frac{1}{5}(5) + 2\right) = 5 \times 3 = 15$ cm

مساحة المثلث متساوي الأضلاع بدلالة ضلعه:

$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$; $\ell = 15$ cm

$= \frac{(15)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{225\sqrt{3}}{4}$ cm²

ارتفاع المثلث متساوي الأضلاع بدلالة ضلعه:

$h_3 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$; $\ell = 15$ cm

$h_3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ cm

ثالثاً:

المسألة الأولى:

عدد الدقائق التي يتحدث بها المشترك شهرياً هي x

(1) فاتورة الخط في حال اختار المشترك العرض الأول:

$1.5x + 2000$

(2) فاتورة الخط في حال اختار المشترك العرض الثاني:

$25x$

(3) ليكون العرض الأول أوفر للمشترك يجب أن يتحقق:

$15x + 2000 < 25x \Rightarrow$

$10x > 2000 \Rightarrow$

$x > 200$

أي أنه إذا تحدث المشترك أكثر من 200 دقيقة يكون العرض الأول أوفر للمشترك لذلك أنصح المشترك الذي يتحدث 150 دقيقة أن يختار العرض الثاني

(أما المشترك الذي يتحدث 200 دقيقة أو أكثر أنصح بالعرض 1)

المسألة الثانية:

(1) $S_1 = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ وهي مربعة

(2) $S_2 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ وهي مربعة

(3) $S = S_1 - S_2 = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1)$

$S = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1$

$= 6x + 3$ وهي مربعة

(4) مساحة الإطار $27\ cm^2$

أي $S = 27$

$6x + 3 = 27 \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow$

$x = 4\ cm$

تابع سؤالان إضافيان

* سؤال: حلل الطرف الأيسر ثم حدد مجموعة حلول المعادلة.

الحل:

$$2-8x^2+(x+1)(2x-1)=0$$

$$2(1-4x^2)+(x+1)(2x-1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)+(2x-1)(x+1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)-(-1)(2x-1)(x+1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)-(1-2x)(x+1)=0$$

$$(1-2x)\left[2(1+2x)-(x+1)\right]=0$$

$$(1-2x)(2+4x-x-1)=0$$

$$(1-2x)(3x+1)=0 \Rightarrow$$

$$\text{إما } \cdot (1-2x)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$\text{أو } \cdot (3x+1)=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S=\left\{-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

* سؤال: بفرض $a,b\in\mathbb{Z}$ حيث

$$\begin{cases} a^2+b^2=19 \\ a\times b=3 \end{cases}$$

برهن أن $a+b$

الحل: نعلم أن:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$=\underbrace{a^2+b^2}+2\underbrace{ab}$$

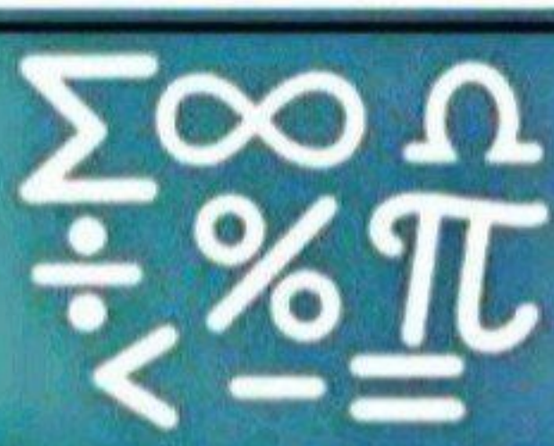
$$=19+2(3)$$

$$=19+6=25 \Rightarrow (a+b)^2=25 \Rightarrow$$

$$\cdot a+b=+\sqrt{25}=+5$$

$$\cdot a+b=-\sqrt{25}=-5$$

أ.ماهر بربر



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

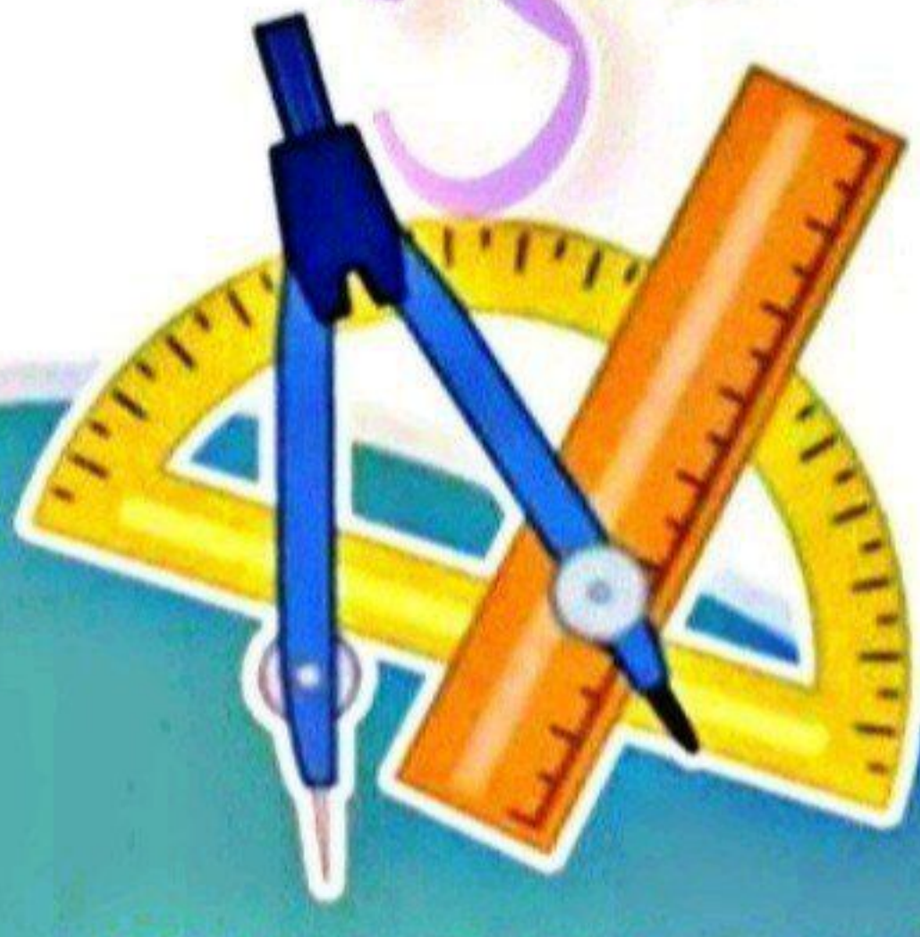
ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة **الثالثة جبر**

مكتبة أبجد

الاختبار الأول





اختبار جبر الوحدة الثالثة (معادلات ومتراجحات)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$-2,+2$	مستحيلة الحل	$-4,+4$

② المعادلة التي حلولها -5 , $\sqrt{3}$ هي :

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$	$(x+\sqrt{3})(x-5)=0$	$(x+5)+(x-\sqrt{3})=0$

③ للمعادلة: $16x^2+24x-9=-18$

جذران متعاكسان	جذر وحيد مضاعف	كل الخيارات خاطئة

④ المعادلة المكافئة للمعادلة $2(x-1)=x+3$

$x(x+5)=0$	$\sqrt{2}(x-5)=0$	$\sqrt{5}(x-2)=0$

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

① كل عدد أصغر من 0.2 يكون نظيره أصغر من $0.2-$

② المتراجحتان $4\geq -2x$, $x\geq -2$ متكافئتان

③ للمعادلة $(x-3)^2=9$ جذران متعاكسان

④ العدد الوحيد الذى مربعه يساوي خمسة أمثاله هو 5

السؤال الثالث : أجب عن كل التمارين التالية

التمرين الأول : أوجد حلول المعادلات

① $2x^2-2=30$ ② $x^4-0.16=0$

③ $(x+2)(x+3)=(x-3)(2x+4)$ ④ $2x-(13+2x)=0$

التمرين الثاني : لتكن العبارة $A=4x^2(x+1)-9(x+1)$

1) حلل العبارة A إلى ثلاثة عوامل من الدرجة الأولى.

2) حل المعادلة $A=0$.

التمرين الثالث : لدينا المقداران: $B=(x+1)(3x-2)$, $A=3x^2+x-2$

1) انشر B وقارن بين A و B.

2) حل المعادلة $A=0$.

3) إذا كان $C=\left(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$, أنشر C واكتبه بأبسط صورة.



التمرين الرابع: لدينا المتراجحة $3x - 7 \geq 3$ والمطلوب :

1- تحقّق أي من الأعداد $\frac{1}{6}, 6, -2$ حلاً للمتراجحة وأي منها ليس حلاً لها .

2- حل المتراجحة , ثم مثّل حلولها على مستقيم الأعداد .

3- هل العدد $\sqrt{3}$ يمثل حلا للمتراجحة السابقه؟ ولماذا ؟

السؤال الرابع: حل كلا من المسائل الآتيه.

المسأله الأولى: عمر أحمد 11 سنة وعمر لانا 25 سنه، بعد كم سنة يصبح عمر لانا مثلى عمر أحمد؟

المسألة الثانية:

في أحدى المشافي الأوربية عدد من مصابي كوفيد 19 ، نصفهم كبار السن أعمارهم فوق 60 سنة، وربعهم تتراوح أعمارهم بين (40،50) سنة

وخمسهم شباب أعمارهم أقل من 40 سنة بالإضافة إلى 6 أطفال

ماهو عدد الأشخاص المصابين

المسألة الثالثة: عددان زوجيان متتاليان الفرق بين مربعيهما 44 ، أوجدهما

المسألة الرابعة:

مربعان : طول قطر المربع الأول هو $4\sqrt{2}$ ومساحته تساوى أربعة أضعاف مساحة المربع الثاني ، أوجد طول ضلع كلا منهما

المسألة الخامسة:

نادي رياضي يقدم عرضين .

الأول : يدفع المنتسب مبلغ 400ل.س عن كل ساعة تدريب .

الثاني : اشتراك شهري بحيث يدفع المشترك 800 ل.س شهرياً ويدفع 200ل.س عن كل ساعة تدريب .

بدءاً من كم ساعة تدريب يصبح العرض الثاني أوفر من العرض الأول .

****

انتهت الأسئلة

أ. ماهر بربر

الحلول التفصيلية للاختبار

*** السؤال الأول:**

(1) حلول المعادلة $x^2+4=0$:

$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$

ليس لها حل، لأن مربع عدد حقيقي لا يكون عدداً سالباً وهي من الشكل:

$x^2=a$ ؛ $a<0$ ليس لها حل.

(2) المعادلة التي حلولها -5 ، $\sqrt{3}$ هي:

$(x+5)(x-\sqrt{3})=0$

إما $x+5=0 \Rightarrow x=-5$

أو $x-\sqrt{3}=0 \Rightarrow x=\sqrt{3}$

(3) المعادلة:

$16x^2+24x-9=-18$

$16x^2+24x+9=0$

الطرف الأيسر يُحلل باستخدام المطابقة ويكتب بشكل مربع كامل حيث $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$16x^2+24x+9=0 \Rightarrow$

$(4x+3)^2=0 \Rightarrow$

$4x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

وهو حل وحيد مضاعف.

(4) $2(x-1)=x+3 \Rightarrow$

$2x-2=x+3 \Rightarrow$

$x=5$ وهو حل المعادلة المفروضة

نبحث عن معادلة حلها $x=5$

من المعادلات الثلاثة نجد أن المعادلتان الثانية والثالثة هما معادلتان مكافئتان (لهما نفس الحل):

نلاحظ أن المعادلة $\sqrt{2}(x-5)=0$ حلها هو $x=5$ حيث:

$\sqrt{2}(x-5)=0 \Rightarrow \sqrt{2}\neq 0$

$(x-5)=0 \Rightarrow x=5$

وهي المعادلة المكافئة للمعادلة المفروضة.

/ بطريقة أخرى:

لاحظنا وجودنا حل المعادلة المفروضة $x=5$ ومنه $x-5=0$ نقسم الطرفين بـ $\sqrt{2}$ نجد:

$\sqrt{2}(x-5)=0$

وهي المعادلة المكافئة لما من بين الخيارات الموجودة /

*** السؤال الثاني:**

(1) بفرض x عدداً أصغر من 0.2 أي: $x<0.2$ ، نتابع نظير x أي نريد $-x$ لذلك نضرب طرفي المتراجحة $x<0.2$ بالعدد (-1) ونغير جهة التراجح:

$x<0.2 \Rightarrow -x>-0.2$

إذاً النظير أكبر من -0.2 فالعبارة خاطئة

(2) $-2x \geq 4 \Rightarrow$

نقسم طرفي المتراجحة على أمثال x أي على العدد السالب -2 ونغير الجهة نجد:

$x \leq -2$

وهي المتراجحة المكافئة وليست $x \geq -2$ فالعبارة خاطئة.

(3) انتبه لقد سبق ونوهت عن هذه الملاحظة عبر الفيديو:

* $x^2 = a \; ; a > 0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين متعاكسين هما $x = +\sqrt{a}$ ، $x = -\sqrt{a}$

* $(....)^2 = a \; ; a > 0 \Rightarrow$
في هذه الحالة للمعادلة جذرين مختلفين وليسا متعاكسين لاحظ:

$(x-3)^2 = 9 \Rightarrow$
- $x - 3 = +\sqrt{9} \Rightarrow x = 3+3 = 6$
- $x - 3 = -\sqrt{9} \Rightarrow x = 3-3 = 0$

الجذران هما $x = 6$ ، $x = 0$
جذران مختلفان غير متعاكسين
فالعبارة خاطئة.

(4) الحل يتبع ذهنياً أو عبر حل المعادلة:

$x^2 = 5x \Rightarrow$
$x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow$
إما $x = 0$
أو $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$
إذاً العددان 0 and 5 يحققان المعادلة فالعبارة خاطئة.

* السؤال الثالث: / التمرين الأول /

(1) $2x^2 - 2 = 30 \Rightarrow \div 2$
$x^2 - 1 = 15 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow$
جذران متعاكسان $\begin{cases} x = +\sqrt{16} = +4 \\ x = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$

إذاً مجموعة الحلول: $S = \{-4 \; ; +4\}$

(2) $x^4 - 0.16 = 0 \Leftrightarrow$
$x^4 - \frac{16}{100} = 0$
نحلل الطرف الأيسر باستخدام المطابقة:
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$(x^2)^2 - \left(\frac{4}{10}\right)^2 = 0 \Rightarrow$
$\left(x^2 - \frac{4}{10}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
القوس الأول يحلل أيضاً:
$\left(x - \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\left(x^2 + \frac{4}{10}\right) = 0$
ومنه:
إما $x - \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{10}}$
أو $x + \frac{2}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{\sqrt{10}}$
أو $x^2 + \frac{4}{10} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{4}{10}$
وهذه مرفوضة لأن:
ومنه مجموعة الحلول:
$S = \left\{ \frac{-2}{\sqrt{10}} \; , \; \frac{2}{\sqrt{10}} \right\}$

(3) $(x+2)(x+3) = (x-3)(2x+4)$
لا تنشر بوجود العامل المشترك:
$(x+2)(x+3) = 2(x-3)(x+2) \Rightarrow$
$(x+2)(x+3) - 2(x-3)(x+2) = 0$
$\Rightarrow (x+2)[(x+3) - 2(x-3)] = 0$
$\Rightarrow (x+2)(-x+9) = 0 \Rightarrow$ جداء عاملين جداء أحدهما الصفر يجب أن:
$S = \{-2 \; , \; 9\}$

أ. ماهر بربر

(4) $2x - (13 + 2x) = 0$

هذه معادلة من الدرجة الأولى
ولا نستعمل خاصة الجداء الصفري
فالإشارة بين الحدين هي سالب
وليس جداء لذلك:

$2x - 13 - 2x = 0 \Rightarrow$

$2x - 2x = 13 \Rightarrow$

مستحيلة $0 = 13$

(أي من الشكل $0x = a$
لا توجد قيم تحقق هذه المعادلة)

/ التمرين الثاني /

$A = 9x^2(x+1) - 9(x+1)$

(1) بداية نخرج $(x+1)$ عامل مشترك

$A = (x+1)(4x^2 - 9)$

نحلل المطابقة في القوس الثاني:

$A = (x+1)(2x-3)(2x+3)$

(2) $A = 0$

نعوض في عبارة A بعد التحليل

$A = 0 \Rightarrow$

$(x+1)(2x-3)(2x+3) = 0$

مبرهنة الجداء الصفري:

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

ومنه: مجموعة حلول المعادلة:

$S = \{-1 ; +\frac{3}{2} ; -\frac{3}{2}\}$

/ التمرين الثالث /

$A = 3x^2 + x - 2$

$B = (x+1)(3x-2)$

(1)

$B = 3x^2 - 2x + 3x - 2$

$= 3x^2 + x - 2 \Rightarrow B = A$

(2)

بما أن $A = 0$ إذن حلول المعادلة $A = 0$
هي ذاتها حلول المعادلة $B = 0$

$A = 0 \iff B = 0$ ؛ $A = B$

/ انتبه: إذا تحليل A وداعاً لفوضى
بالمعادلة الناتجة عن التحليل أيا التي تؤدي
جداء لقوسين /

$(x+1)(3x-2) = 0 \Rightarrow$ مبرهنة
الجداء الصفري نجد:

$S = \{-1 ; \frac{2}{3}\}$

(3)

$C = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ مطابقة من الشكل
$(a+b)^2$

$= (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= 3 + 2 + \frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$

/ التمرين الرابع /

$3x - 7 \neq 3$

(1)

$x = -2 \Rightarrow 3(-2) - 7 \neq 3$

$\Rightarrow -6 - 7 \neq 3$

$\Rightarrow -13 \neq 3$ غير محققة

أي $x = -2$ ليس حلاً للمتراجحة.

$x=6 \Rightarrow 3(6)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 18-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow 11 \nearrow 3$ محققة

أي $x=6$ هو حل للمتراجحة.

$x=\frac{1}{6} \Rightarrow 3\left(\frac{1}{6}\right)-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}-7 \nearrow 3$

$\Rightarrow -6 \nearrow 6$ اضرب بـ 2

غير محققة

أي $x=\frac{1}{6}$ ليس حل للمتراجحة

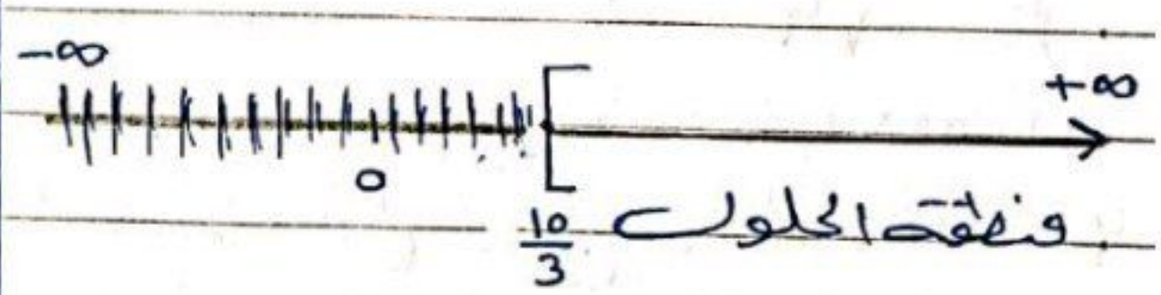
(2) $3x-7 \nearrow 3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 7+3 \Rightarrow$

$3x \nearrow 10 \Rightarrow x \nearrow \frac{10}{3}$

أي حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر أو تساوي $\frac{10}{3}$

أي: $x \in \left[\frac{10}{3}, +\infty\right[$



منطقة الحلول

* التمرين الرابع: / المسألة الأولى /

عمر أحمد 11 سنة

عمر لانا 25 سنة

بعد x سنة

وحسب الفرض

يصبح عمر أحمد $x+11$

يصبح عمر لانا $x+25$

بعد x سنة يصبح عمر لانا ضعف عمر أحمد أي

$x+25=2(x+11) \Rightarrow$

$2x+22=x+25 \Rightarrow$

$x=3$

أي بعد ثلاث سنوات يصبح عمرنا ضعف عمر أحمد.

/ للتأكد: بعد ثلاث سنوات:

يصبح عمر أحمد $11+x=11+3=14$

يصبح عمر لانا $25+x=25+3=28$

لاحظ: $28=2\times 14$

فالحل صحيح /

/ المسألة الثانية /

نفرض عدد الصابيت هو x

نضغم أي $\frac{x}{2}$ (فوق 60 سنة)

نعم أي $\frac{x}{4}$ (أعمارهم بين 50، 60)

نضم أي $\frac{x}{5}$ (أعمارهم أقل من 50)

بالإضافة إلى 6 أطفال وهنا:

مجموع هؤلاء الأشخاص هو العدد الكلي للصابيت أي:

$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+6 \Rightarrow$

نضرب طرفي المعادلة بالمقام المشترك (20) نجد:

$20x=10x+5x+4x+120 \Rightarrow$

$x=120$ وهو عدد الصابيت

/ للتأكد:

$120 \stackrel{?}{=} \frac{120}{2}+\frac{120}{4}+\frac{120}{5}+6 \Rightarrow$

$120 \stackrel{?}{=} 60+30+24+6 \Rightarrow$

$120=120 \Rightarrow$ الحل صحيح

/ المسألة الثالثة /

كل عدد زوجي يزيد على سابقه بمقدار 2 حيث العددان زوجيان متتاليان لا فرق:

... 8 ، 6 ، 4 ، 2

+2 +2 +2 +2 وهكذا:

إذا كان العدد الزوجي الأول x

يكون العدد الزوجي الثاني $x+2$

وحسب الفرض: الفرق بين مربعيهما

يساوي 44 وهذا:

$(x+2)^2 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$x^2 + 4x + 4 - x^2 = 44 \Rightarrow$

$4x = 44 - 4 \Rightarrow 4x = 40$

$\Rightarrow x = 10$

وهو العدد الزوجي الأول

فيكون العدد الزوجي الثاني

$x + 2 = 10 + 2 = 12$

/ للتأكد: الفرق بين مربعيهما 44:

$(12)^2 - (10)^2 \stackrel{?}{=} 44$

$144 - 100 \stackrel{?}{=} 44$

$44 = 44$ محققة

فالحل صحيح

/ المسألة الرابعة /

المربع الأول: طول قطره $4\sqrt{2}$

وهذا طول ضلع المربع الأول

هو 4

تذكر يا طالب:

طول قطر المربع الذي طول ضلعه x

هو $x\sqrt{2}$ وبالعكس:

طول ضلع المربع الذي طول قطره $x\sqrt{2}$

هو x ... طبق فيثاغورث لتتذكر ذلك /

إذن: طول ضلع المربع الأول هو 4

نفرض طول ضلع المربع الثاني هو x

وحسب الفرض:

مساحة المربع الأول تساوي أربعة أضعاف

مساحة الثاني:

مساحة المربع هي $(\text{طول الضلع})^2$

وهذا:

مساحة المربع الأول هي: $4^2 = 16$

مساحة المربع الثاني هي: x^2

وهذا: $16 = 4x^2 \Rightarrow$

$x^2 = 4 \Rightarrow$

$x = +\sqrt{4} = +2$ مقبول

$x = -\sqrt{4} = -2$ مرفوض

حيث الطول هو مقدار موجب دوماً.

إذاً طول ضلع المربع الأول هو 4

وطول ضلع المربع الثاني هو 2

/ للتأكد: فعلاً مساحة المربع الأول

هي 16 تساوي أربعة أضعاف مساحة

المربع الثاني الذي مساحته $2^2 = 4$ /

أ. ماهر بربر

المسألة الخامسة

نفرض أن عدد ساعات التدريب هو x عندئذٍ:

يدفع المتسابق في العرض الأول: $400x$ S.P

يدفع المتسابق في العرض الثاني: $200x + 800$ S.P

نريد أن يكون العرض الثاني أوفر (أصغر) من العرض الأول ومنه:

$$200x + 800 < 400x \Rightarrow$$

$$200x > 800 \Rightarrow$$

$$x > \frac{800}{200} \Rightarrow x > 4$$

إذن: حتى يكون العرض الثاني أوفر من العرض الأول يجب أن تكون ساعات التدريب أكثر من 4 ساعات، أي بدءاً من ساعة التدريب الخامسة

أ.ماهر بربر

زيادة على الحل غير مطلوبة ولكن تستطيع اعتبارها طلب إضافي /

ما هي عدد ساعات التدريب التي تتساوى فيها تكلفة العرض الأول مع العرض الثاني ؟؟ .... هي 4 ساعات حيث:

$$200x + 800 = 400x \Rightarrow$$

$$200x = 800 \Rightarrow$$

$$x = \frac{800}{200} \Rightarrow x = 4$$

كلمة أخيرة قبل إغلاق ملف الوحدة الثالثة من كتاب الجبر:

إن هذا الاختبار ما هو إلا عمل يتمم أوراق العمل وحلول تمارين ومسائل الكتاب، الرجاء عدم إهمال أي منها لتكون علامة الجزء المخصص لهذه الوحدة وضمونة في الامتحان، هذا الكلام موجه للطلاب بشكل عام وطلاب الدورة الإلكترونية بشكل خاص ... تمنى بعون الله.

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة جبر

مركز جبة البحار

الاختبار الثاني





نموذج امتحاني شامل للوحدة الثالثة جبر

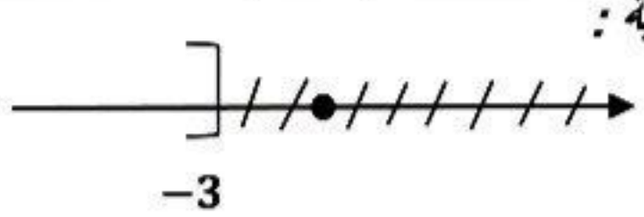
أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) إذا كان $x > 3$ فإن :					
A	$\frac{1}{x} > \frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{x} > 3$	C	$\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$
2) المعادلة $3t^2 - 27 = 0$					
A	لها حلين متعاكسين	B	لها حل وحيد	C	مستحيلة الحل
3) المعادلة التي حلولها $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$ هي :					
A	$(x-5)(x+5) = 0$	B	$x^2 - 5 = 0$	C	$x^2 = 25$
4) حلول المعادلة $(2x-3)(4x+1) = 0$					
A	صحيحة	B	عشرية	C	عادية غير عشرية

السؤال الثاني : أجب بكلمة (صح) أو (خطأ) أمام كل من العبارات الآتية :

❶ تُمثل حلول المتراجحة $-2x \leq 6$ على مستقيم الأعداد بالشكل :



❷ مربع طول ضلعه $(x+1)$ ومساحته 9 فإن $x = 2$.

❸ العدد 3 هو أحد حلول المتراجحة $x + 1 > 4$.

❹ المعادلتان $2x + 1 = 7$ و $3x - 12 = 0$ متكافئتان .

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : لتكن لدينا العبارة الجبرية الآتية $A = 16x^2 - 9 - (2x+5)(4x+3)$ والمطلوب :

❶ انشر العبارة A واختزلها .

❷ جد قيمة العبارة A من أجل $x = -1$

❸ حلل المقدار $16x^2 - 9$ ثم حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

❹ حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثاني : لتكن لدينا المتراجحة الآتية $-3(x-2) \leq 2(x+2) - 3$ والمطلوب :

❶ أي القيم الآتية : $2, 0, -3$ حلاً للمتراجحة وأيها ليس حل ؟

❷ حل هذه المتراجحة . ما هو أصغر حل لها ؟

❸ مثل حلول هذه المتراجحة على مستقيم الأعداد .

التمرين الثالث : حل المعادلات الآتية

❶ $\frac{x-3}{2} = \frac{8}{x-3}$

❷ $(x-3)(x+1) = (2x-6)(x+2)$

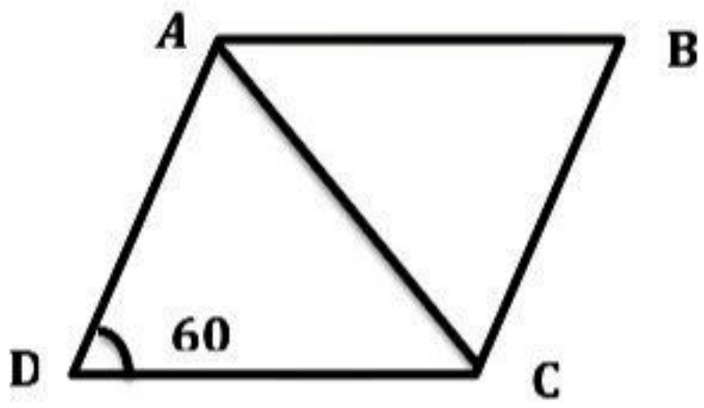
❸ $(2x-1)(x+1) = 2(-4x+2)$

❹ $\frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{8}$

❺ $(\sqrt{2}x - 3)^2 = 2(x+\sqrt{2})^2$

❻ $16(x+1) = 4x^2(x+1)$

التمرين الرابع : $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $\widehat{D} = 60$ ، $AB = 5(\frac{1}{5}x + 2)$ ، $BC = 2x + 5$ والمطلوب :



❶ جد قيم x التي تجعل المحيط أكبر تماماً من $36\ cm$.

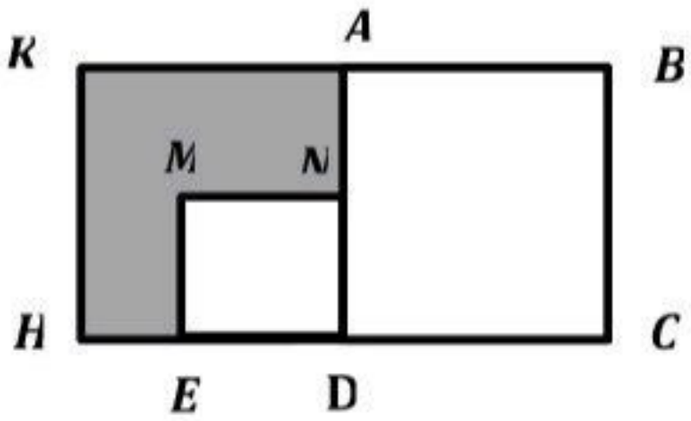
❷ ما هي قيمة x التي تجعل المتوازي معيناً ؟

❸ بغرض أن $ABCD$ معين عندئذ برهن أن المثلث ADC متساوي الأضلاع

وجد طول ضلعه

واحسب مساحته،ارتفاعه

التمرين الخامس : في الشكل المرسوم جانباً $KBCH$ مستطيل و $ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$ و $MNDE$ مربع طول ضلعه $2\ cm$ و $HE = x$ والمطلوب :



❶ عبر عن HC ((طول المستطيل)) بدلالة x .

❷ برهن أن S مساحة المستطيل $KBCH$ تُعطى بالعلاقة : $S = 4x + 24$.

❸ برهن أن $\acute{S}$ مساحة الجزء المظلل تُعطى بالعلاقة : $\acute{S} = 4x + 4$.

❹ عين قيمة x كي تكون $S = 4\acute{S}$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ((100 درجة لكل مسألة))

المسألة الأولى : قامت شركة سيرتيل بتقديم عروض لزبائنها المشتركين بمناسبة عيد الأم على النحو الآتي :

العرض الأول ((خط لاحق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 2000 ليرة اشتراك شهري بالإضافة لمبلغ 15 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

العرض الثاني ((خط مسبق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 25 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

لنفترض أن عدد الدقائق التي يتحدث بها المشترك شهرياً x دقيقة ، عندئذ :

❶ عبر بدلالة x عن فاتورة الخط في حال اختار المشنترك العرض الأول .

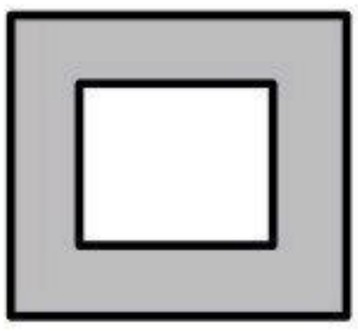
❷ عبر بدلالة x عن المبلغ المترتب على المشترك في حال اختار العرض الثاني .

❸ بدءاً من كم دقيقة يتحدث بها المشترك خلال الشهر يكون العرض الأول أوفر له ؟

❹ لو كنت تعمل في شركة سيرتيل ، بمَ تنصح المشترك الذي يتحدث حوالي 150 دقيقة شهرياً ؟

المسألة الثانية : إطار صورة شخصية طول ضلع مربعه الخارجي $x + 2$ وطول ضلع مربعه الداخلي $x - 1$ ((حيث $x > 1$))

والمطلوب :



❶ برهن أن مساحة المربع الخارجي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_1 = x^2 + 4x + 4$

❷ برهن أن مساحة المربع الداخلي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_2 = x^2 - 2x + 1$

❸ برهن أن سماكة الإطار ((مساحة المنطقة مابين المربعين)) تُعطى بالعلاقة : $S = 6x + 3$

❹ جد قيمة x إذا علمت أن سماكة الإطار تساوي $27cm^2$.

. يوجد سؤالان إضافيان في نهاية حل الاختبار

الموضوع : الحل التفصيلي للنموذج 2

*** أولاً: السؤال الأول.**

(1) $x > 3 \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

عند قلب طرفي المتراجحة تُقلب إشارة المتراجحة. الإجابة C

(2) $3t^2 - 27 = 0 \Rightarrow$

$3(t^2 - 9) = 0 \Rightarrow$

$t^2 - 9 = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow$

$S = \{-3, +3\}$

لها حلين متعاكسين الإجابة A

(3) $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$

$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$ ، $x = -\sqrt{5}$

أو:

$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0 \Rightarrow$

إما $x - \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5}$

أو $x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$

الإجابة B.

(4) $(2x - 3)(4x + 1) = 0$

جداء عامل الجداء المعدوم.

إما $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

أو $4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

حلان:

$x = \frac{3}{2} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = 15 \times 10^{-1}$

وبنفس الطريقة نجد:

$x = -\frac{1}{4} = -25 \times 10^{-2}$

وهما عددان كتابتان الإجابة B.

السؤال الثاني:

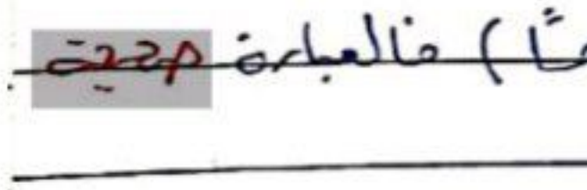
(1) $-2x \leq 6 \Rightarrow$

(نقسم الطرفين على 2- مع قلب جهة المتراجحة)

$x \geq -3 \Rightarrow$

$x \in [-3, +\infty[$

مجموعة حلول المتراجحة هي جميع قيم x الأكبر أو تساوي 3- أي:



فالعبارة خاطئة

(2) طول ضلع المربع $(x+1) = \ell$ وهو أحد أطوال المربع

بما أن $S = \ell^2$ أي:

$S = \ell^2 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = \pm\sqrt{9}$

مقبول $x + 1 = +3 \Rightarrow x = +2$ بما

مرفوض $x + 1 = -3 \Rightarrow x = -4$ أي

(الطول موجب دوماً) فالعبارة صحيحة

(3) $x + 1 > 4 \Rightarrow x > 3$

$x \in]3, +\infty[$

العدد 3 ليس حلاً للمتراجحة

فالقضية خاطئة / أو عوض 3 في المتراجحة

غير محققة $3 + 1 > 4 \Rightarrow 4 > 4$ /

(4) المعادلتان المتكافئتان لهما معادلتان لهما الحل ذاته.

$2x + 1 = 7 \Rightarrow x = 3$

$3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$

المعادلتان المعادلتين حلين مختلفين

فالعبارة خاطئة.

* ثانياً: التمرين الأول:

$A=16x^2-9-(2x+5)(4x+3)$

(1) النشر:

$A=16x^2-9-(8x^2+6x+20x+15)$

$=16x^2-9-8x^2-26x-15$

$=8x^2-26x-24$

(2) $x=-1$ (نعوض بالكل اختر ك)

$A=8x^2-26x-24 \quad (x=-1 \Rightarrow$

$A=8(-1)^2-26(-1)-24$

$=8+26-24 \Rightarrow A=10$

/ إن قمنا بتعويض $x=-1$ في عبارة A الناتجة نبي أنك تحصل على نفس النتيجة $A=10$ / الجواب

(3)

$16x^2-9=(4x)^2-(3)^2$

$=(4x-3)(4x+3)$

ومنه:

$A=(4x+3)(4x-3)-$

$(2x+5)(4x+3)$

$A=(4x+3)\left[(4x-3)-(2x+5)\right]$

$A=(4x+3)(2x-8)$

/ حاصل تعويض $x=-1$ في عبارة A الناتجة عن التحليل ستحصل على نفس النتيجة $A=10$ وداعاً هو في العبارة الناتجة عن التحليل في حال كانت موجودة عند حساب قيمة تلك العبارة الجبرية لأجل قيمة المجهول /

(4) $A=0$ / هنا داعاً نعوض بعبارة A الناتجة عن التحليل /

$A=0 \Rightarrow (4x+3)(2x-8)=0$

إما $4x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{4}$

أو $2x-8=0 \Rightarrow x=4$

ومنه $S=\left\{-\frac{3}{4}\,;\,4\right\}$

* التمرين الثاني:

$-3(x-2) \leq 2(x+2)-3$

(1)

$x=2 \Rightarrow -3(2-2) \leq 2(2+2)-3$

$0 \leq 5$ محققة

$x=2$ حل للمتراجحة المعطاة.

$x=0 \Rightarrow -3(0-2) \leq 2(0+2)-3$

$+6 \leq 1$ غير محققة

$x=0$ لا تمثل حل للمتراجحة المعطاة.

$x=-3 \Rightarrow -3(-3-2) \leq 2(-3+2)-3$

$15 \leq -5$ غير محققة

$x=-3$ لا تمثل حل للمتراجحة المعطاة.

(2) $-3(x-2) \leq 2(x+2)-3 \Rightarrow$

$-3x+6 \leq 2x+4-3 \Rightarrow$

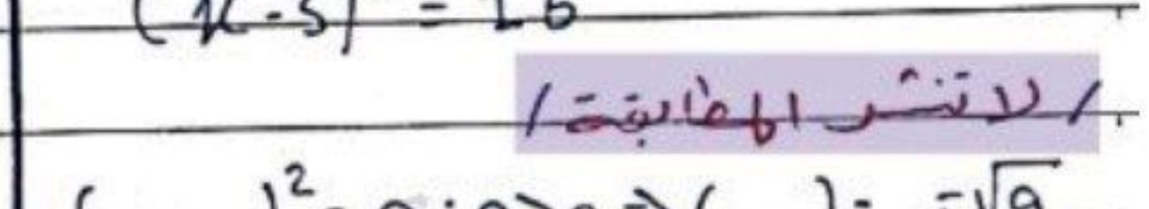
$-5x \leq -5 \Rightarrow \div -5 \quad x \geq 1$

ومنه: حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر أو تساوي 1 أو أصغر على أي $x \in [1;+\infty[$ $x=1$ وحال الكل هو

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

(3) $x \geq -1 \Leftrightarrow x \in [-1, +\infty[$



* التمرين الثالث :

حل المعادلات التالية :

(1) $\frac{x-3}{2} = \frac{8}{x-3}$

(جداء الطرفين بالتقاطع)

$(x-3)(x-3) = 8 \times 2 \Rightarrow$

$(x-3)^2 = 16$

/ لا تنسى المطابقة /

$(\quad)^2 = a ; a > 0 \Rightarrow (\quad) = \pm\sqrt{a}$

$(x-3) = 4 \Rightarrow x = 7$.

$(x-3) = -4 \Rightarrow x = -1$.

ومنه مجموعة الحلول : $S = \{-1, +7\}$

(2) $(x-3)(x+1) = (2x-6)(x+2)$

$(x-3)(x+1) = 2(x-3)(x+2)$

ومنه :

$(x-3)(x+1) - 2(x-3)(x+2) = 0$

$(x-3)[(x+1) - 2(x+2)] = 0$

$(x-3)(-x-3) = 0 \Rightarrow$

أما . $x-3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو . $-x-3 = 0 \Rightarrow x = -3$

ومنه مجموعة الحلول $S = \{-3, +3\}$

(3) $(2x-1)(x+1) = 2(-6x+2)$

$(2x-1)(x+1) = 4(-2x+1)$

ومنه : / الانتباه هي هنا /

$(2x-1)(x+1) - 4(-2x+1) = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)(x+1) + 4(2x-1) = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)[(x+1)+4] = 0 \Rightarrow$

$(2x-1)(x+5) = 0 \Rightarrow$

أما . $2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

أو . $x+5 = 0 \Rightarrow x = -5$

ومنه مجموعة الحلول : $S = \{\frac{1}{2}, -5\}$

(4) $\frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{8} \Rightarrow$

$2(x-3) = 8(x-3)$

$2x-6 = 8x-24 \Rightarrow$

$2x-8x = -24+6$

$-6x = -18 \Rightarrow x = 3$

/ الانتباه : قد تخطر في ذهنك أن تقسم على $x-3$ فتصبح المعادلة :

$\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

وتقول بأنها خاطئة.

بينما هذا لا يجوز لأن القسمة على $x-3$ تعني أنك قسمت على صفر حيث $x=3$

$x=3 \Rightarrow x-3 = 3-3 = 0$ سنحاول هنا ويكون الرجاء الانتباه /

(5) $(\sqrt{2}x-3)^2 = 2(x+\sqrt{2})^2$

/ لا تنسى ستعمل أي طريقة وسوف !!! /

لا ضير أن : $(\quad)^2 = (\sqrt{a}\quad)^2$

$2(x+\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2}(x+\sqrt{2}))^2$

ومنه:

$(\sqrt{2}(x+\sqrt{2}))^2 = (\sqrt{2}x+2)^2$

فتصبح المعادلة:

$(\sqrt{2}x-3)^2 = (\sqrt{2}x+2)^2$

$(\quad)^2 = a ; a>0 \Rightarrow (\quad)^2 = \pm\sqrt{a}$

ومنه:

$\sqrt{2}x-3 = +\sqrt{2}x+2 \Rightarrow$

$\sqrt{2}x-\sqrt{2}x = +2+3 \Rightarrow$

وهذه محالة $0 = 5$

$\sqrt{2}x-3 = -\sqrt{2}x-2 \Rightarrow$

$\sqrt{2}x+\sqrt{2}x = -2+3 \Rightarrow$

$2\sqrt{2}x = +1 \Rightarrow$

$x = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ملاحظة: يمكن الوصول إلى

$(\sqrt{2}x-3)^2 = (\sqrt{2}x+2)$

بتطبيع نشر الطرفين و نصل إلى نفس الجواب و لكن لا ضرورة لذلك /

(6) $16(x+1) = 4x^2(x+1)$

$16(x+1) - 4x^2(x+1) = 0$

$(x+1)[16-4x^2] = 0$

$(x+1)(4-2x)(4+2x) = 0 \Rightarrow$

إما $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

أو $4-2x=0 \Rightarrow x=2$

أو $4+2x=0 \Rightarrow x=-2$

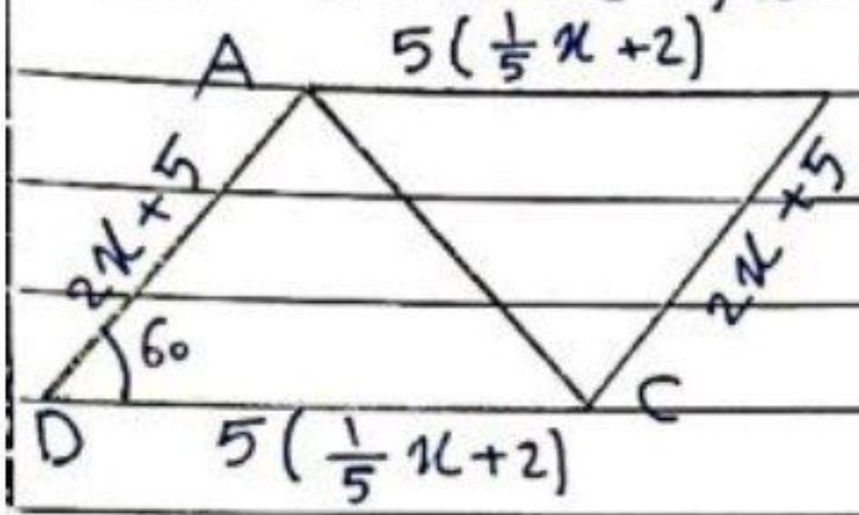
مجموعة الحلول: $S = \{-2; -1; 2\}$

* التمرين الرابع:

$AB = 5(\frac{1}{5}x+2)$ ، $BC = 2x+5$

حيث ABCD متوازي أضلاع أي:

$AB = DC$ ، $BC = AD$



(1) نحيط متوازي الأضلاع هو مجموع أطوال أضلاعه أي:

$P = 2AB + 2BC$

($AB = DC$ ، $BC = AD$ حيث)

$P = 2(5(\frac{1}{5}x+2)) + 2(2x+5)$

$= 2x+20+4x+10$

$P = 6x+30$

نريد قيم x التي تجعل المحيط أكبر تماماً من 36cm أي $P > 36$

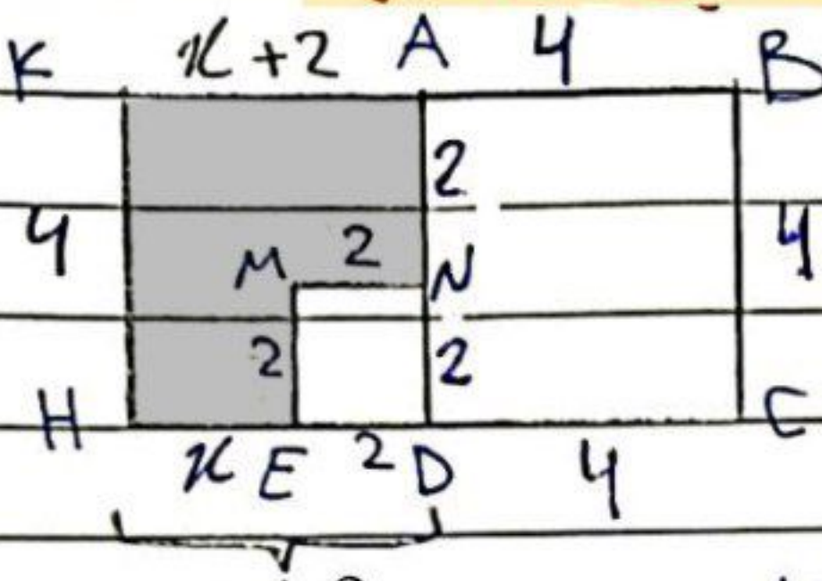
$6x+30 > 36 \Rightarrow 6x > 6$

$\Rightarrow x > 1$

ومنه جميع قيم x الأكبر تماماً من 1 أي التي تجعل المحيط أكبر تماماً من 36 أي $x \in]1; +\infty[$ القيم التي تنتمي للمجال

(2) ليكون ABCD معيناً يجب أن تتساوى فيه طولي ضلعين متجاورين أي يجب أن يكون $AB = BC$ ومنه:

* التمرين الخامس.



الأطوال بـ cm

داعماً فوق المعطيات على الرسم /

(1) $HC = HE + ED + DC$

$= x + 2 + 4 \Rightarrow HC = x + 6$ cm

(2) مساحة المستطيل = الطول × العرض:

$S = HC \times BC = (x+6) \times 4$

$\Rightarrow S = 4x + 24$ cm²

(3) مساحة الجزء المظلل S' هي عبارة عن مساحة المستطيل KBCH ومساحة المربع ABCD ومساحة المربع MNDE أي:

$S' = S - (S_{ABCD} + S_{MNDE})$

$S_{ABCD} = 4^2 = 16\,cm^2$ ، $S_{MNDE} = 2^2 = 4\,cm^2$

نعوض:

$S' = 4x + 24 - (16 + 4)$

$S' = 4x + 24 - 20 \Rightarrow S' = 4x + 4$ cm²

(4) $S = 4S' \Rightarrow 4x + 24 = 4(4x + 4)$

$4x + 24 = 16x + 16 \Rightarrow$

$12x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ cm

$AB = BC \Rightarrow$

$5\left(\frac{1}{5}x + 2\right) = 2x + 5 \Rightarrow$

$x + 10 = 2x + 5 \Rightarrow$

$2x - x = 10 - 5 \Rightarrow x = 5$

هي القيمة التي يكون فيها المتوازي المستطيلات ABCD معيناً.

(3) ABCD معين بالتالي أطوال أضلاعه متساوية أي:

$AB = DC$

المثلث ADC متساوي الساقين فيه زاوية $\hat{D} = 60°$ فهو متساوي الأضلاع

وعندما $x = 5$ يجعل المتوازي المستطيلات ABCD معيناً وعند طول ضلع المعين

$2(5) + 5 = 15$ cm

أو $5\left(\frac{1}{5}(5) + 2\right) = 5 \times 3 = 15$ cm

مساحة المثلث متساوي الأضلاع بدلالة ضلعه:

$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$; $\ell = 15$ cm

$= \frac{(15)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{225\sqrt{3}}{4}$ cm²

ارتفاع المثلث متساوي الأضلاع بدلالة ضلعه:

$h_3 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$; $\ell = 15$ cm

$h_3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ cm

ثالثاً:

المسألة الأولى:

عدد الدقائق التي يتحدث بها المشترك شهرياً هي x

(1) فاتورة الخط في حال اختار المشترك العرض الأول:

$1.5x + 2000$

(2) فاتورة الخط في حال اختار المشترك العرض الثاني:

$25x$

(3) ليكون العرض الأول أوفر للمشترك يجب أن يتحقق:

$15x + 2000 < 25x \Rightarrow$

$10x > 2000 \Rightarrow$

$x > 200$

أي أنه إذا تحدث المشترك أكثر من 200 دقيقة يكون العرض الأول أوفر للمشترك لذلك أنصح المشترك الذي يتحدث 150 دقيقة أن يختار العرض الثاني

(أما المشترك الذي يتحدث 200 دقيقة أو أكثر أنصح بالعرض 1)

المسألة الثانية:

(1) $S_1 = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ وهي مربعة

(2) $S_2 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ وهي مربعة

(3) $S = S_1 - S_2 = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1)$

$S = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1$

$= 6x + 3$ وهي مربعة

(4) مساحة الإطار $27\ cm^2$

أي $S = 27$

$6x + 3 = 27 \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow$

$x = 4\ cm$

تابع سؤالان إضافيان

* سؤال: حلل الطرف الأيسر ثم حدد مجموعة حلول المعادلة.

الحل:

$$2-8x^2+(x+1)(2x-1)=0$$

$$2(1-4x^2)+(x+1)(2x-1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)+(2x-1)(x+1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)-(-1)(2x-1)(x+1)=0$$

$$2(1-2x)(1+2x)-(1-2x)(x+1)=0$$

$$(1-2x)\left[2(1+2x)-(x+1)\right]=0$$

$$(1-2x)(2+4x-x-1)=0$$

$$(1-2x)(3x+1)=0 \Rightarrow$$

$$\text{إما } \cdot (1-2x)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$\text{أو } \cdot (3x+1)=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S=\left\{-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}$$

* سؤال: بفرض $a,b\in\mathbb{Z}$ حيث

$$\begin{cases} a^2+b^2=19 \\ a\times b=3 \end{cases}$$

برهن أن $a+b$

الحل: نعلم أن:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$=\underbrace{a^2+b^2}+2\underbrace{ab}$$

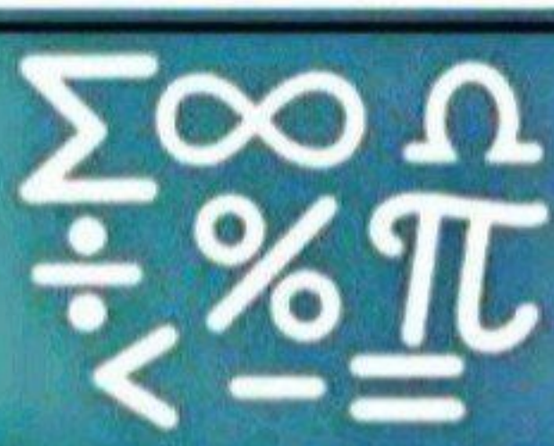
$$=19+2(3)$$

$$=19+6=25 \Rightarrow (a+b)^2=25 \Rightarrow$$

$$\cdot a+b=+\sqrt{25}=+5$$

$$\cdot a+b=-\sqrt{25}=-5$$

أ.ماهر بربر



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

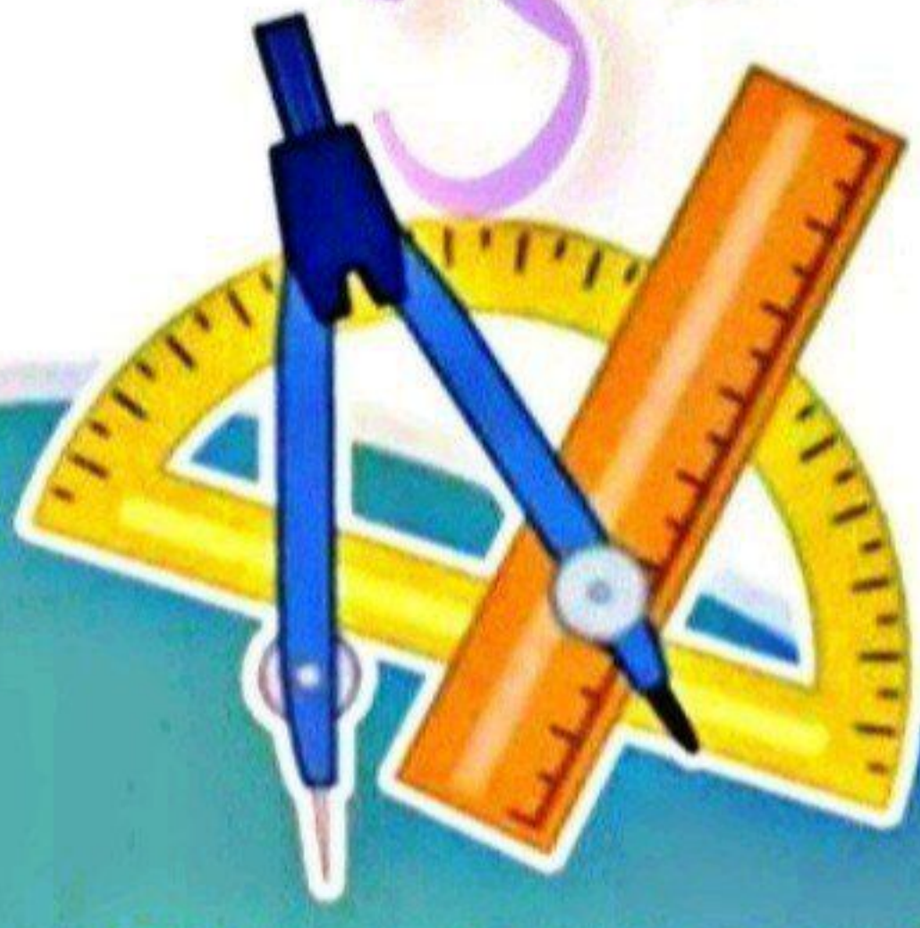
ماهر بربر

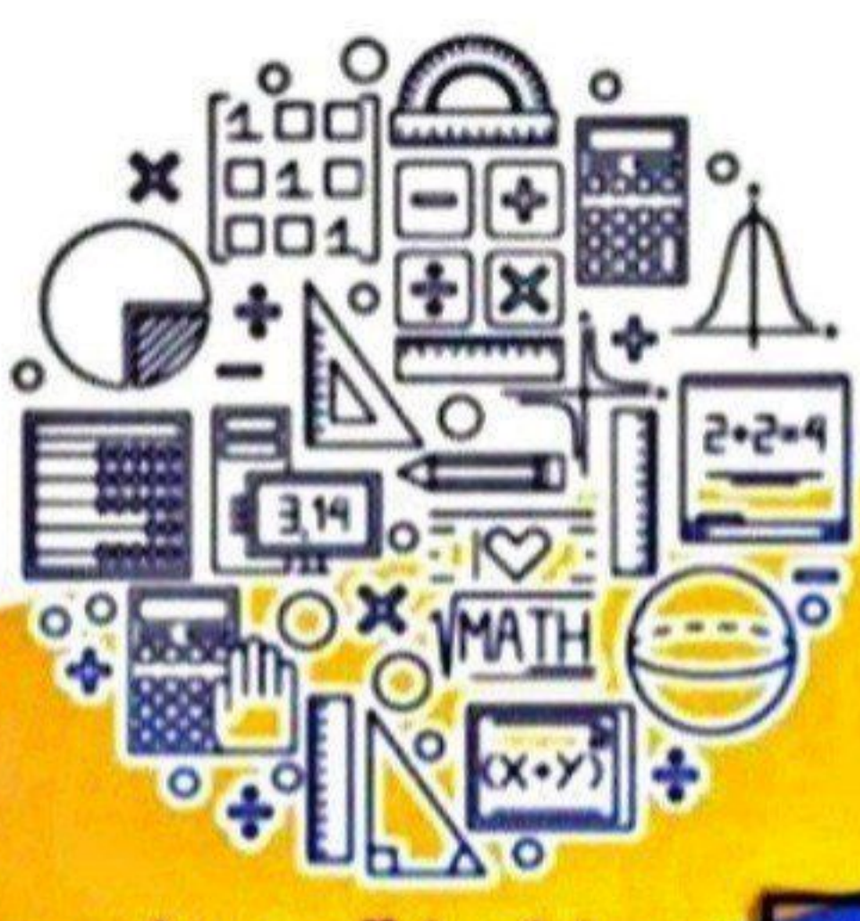
نموذج اختبار محلول

الوحدة الرابعة جبر

مكتبة أبجد

الاختبار الأول





إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

1) الثنائية $(-2,3)$ هي حل للمعادلة :					
A	$2x-y=-1$	B	$2x+y=-1$	C	$2x+y=1$
2) إذا كانت الثنائية $(2,-3)$ حلاً للمعادلة $ax+y=5$ فإن قيمة العدد a :					
A	4	B	8	C	-4
3) المستقيم الذي معادلته $3x-2y=6$ يقطع محور التراتيب في النقطة :					
A	$(2,0)$	B	$(0,3)$	C	$(0,-3)$
4) للمعادلة الخطية $ax+by=C$					
A	حل وحيد	B	عدد غير منته من الحلول	C	عدد محدود من الحلول

السؤال الثاني : ضع كلمة (صح) أو (خطأ) أمام العبارات الآتية :

❶ التمثيل البياني للمعادلة $3x-2(y+2)=-4$ مستقيم لا يمر من المبدأ .
❷ المعادلة الخطية هي معادلة من الدرجة الأولى وبمجهولين حصراً.
❸ المعادلة الآتية هي معادلة خطية $x^2+y^2=1$
❹ يتقاطع المستقيمان $d_1:2x-6=0$ و $d_2:4(y+2)=0$ عند النقطة $(-2,3)$

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية

التمرين الأول : ليكن لدينا المستقيم الذي معادلته $d: x+by=2$ والمطلوب :

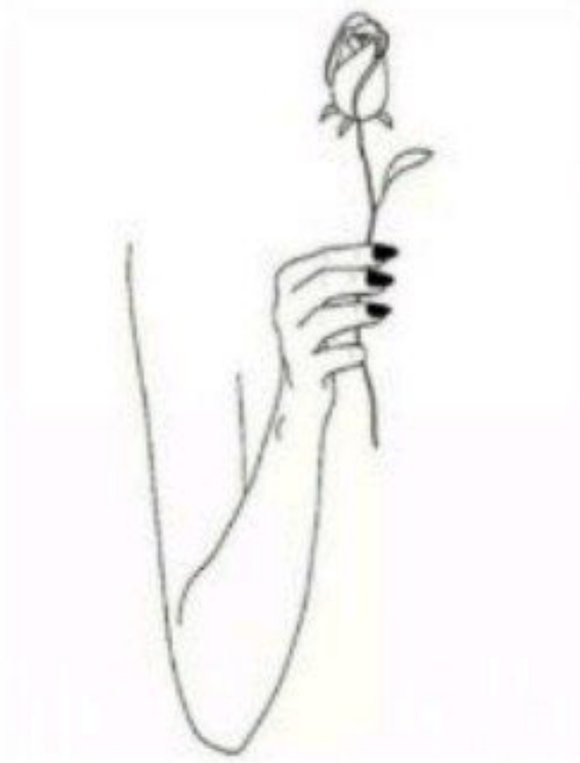
❶ عين قيمة b إذا علمت أن المستقيم d يمر من النقطة $(1,2)$.
❷ جد إحداثيي النقطتين B و C نقطتي تقاطع المستقيم d مع المحورين الإحداثيين .
❸ ارسم في معلم متجانس المستقيم d ثم احسب مساحة المثلث COB

التمرين الثاني : لتكن لدينا جملة المعادلتين $d_1:2x-y=5$ (1) , $d_2:x+y=4$ (2)
و المطلوب :

❶ هل الثنائية $(-3,1)$ حلاً للمعادلة الأولى ؟ ماذا يعني ذلك بيانياً ؟
❷ هل الثنائية $(3,-7)$ حلاً للمعادلة الثانية ؟ ماذا يعني ذلك بيانياً ؟
❸ حل جملة المعادلتين جبرياً

التمرين الثالث : لتكن لدينا d_1 و d_2 مستقيمان معادلتيهما : $d_1:x+2y=4$ (1) , $d_2:y-2x=2$ (2)
و المطلوب :

❶ حل جبرياً جملة المعادلتين
❷ في معلم ديكارتي ارسم المستقيم d_1 و d_2 واستنتج إحداثيي النقطة D نقطة تقاطعهما .
❸ برهن أن $d_1 \perp d_2$



التمرين الرابع : ليكن (d) , (Δ) مستقيمان معادلتهما على التوالي :

$$\begin{cases} d : 2y = x + 2 \\ \Delta : \ y + x = -2 \end{cases}$$

1) حل جملة المعادلتين جبرياً .

2) المستقيم (d) يقطع محور الفواصل في A ويقطع محور التراتيب في B، جد إحداثيات كلاً من A و B.

3) تحقق أن $D(0\ ,-2)$ حلاً للمعادلة $y + x = -2$.

4) في معلم متجانس ارسم كلاً من المستقيمين (d) , (Δ) ثم احسب مساحة المثلث ABD .

التمرين الخامس :

نحن عددان موجبان الفرق بيننا 25 وخارج قسمة أكبرنا على أصغرنا 2 وباقيها 11 . فمن نحن ؟

ثالثاً : حل كلاً من المسألتين الآتيتين

المسألة الأولى : ليكن لدينا المستقيمين d_1 و d_2 الممثلين بالمعادلتين : $d_1: x + y = 5$ و $d_2: x + by = 1$
والمطلوب :

1. عين قيمة العدد b إذا علمت أن d_2 يمر من النقطة $(0\ ,-1)$.
2. جد إحداثيي النقطتين A و B نقطتي تقاطع d_1 مع المحورين الإحداثيين .
3. جد الحل المشترك لجملة المعادلتين بيانياً ثم تحقق من صحة الحل جبرياً .
4. احسب طول القطعة المستقيمة $[AB]$.
5. احسب مساحة المثلث المحصور ما بين محور التراتيب والمستقيمين d_1 و d_2 .

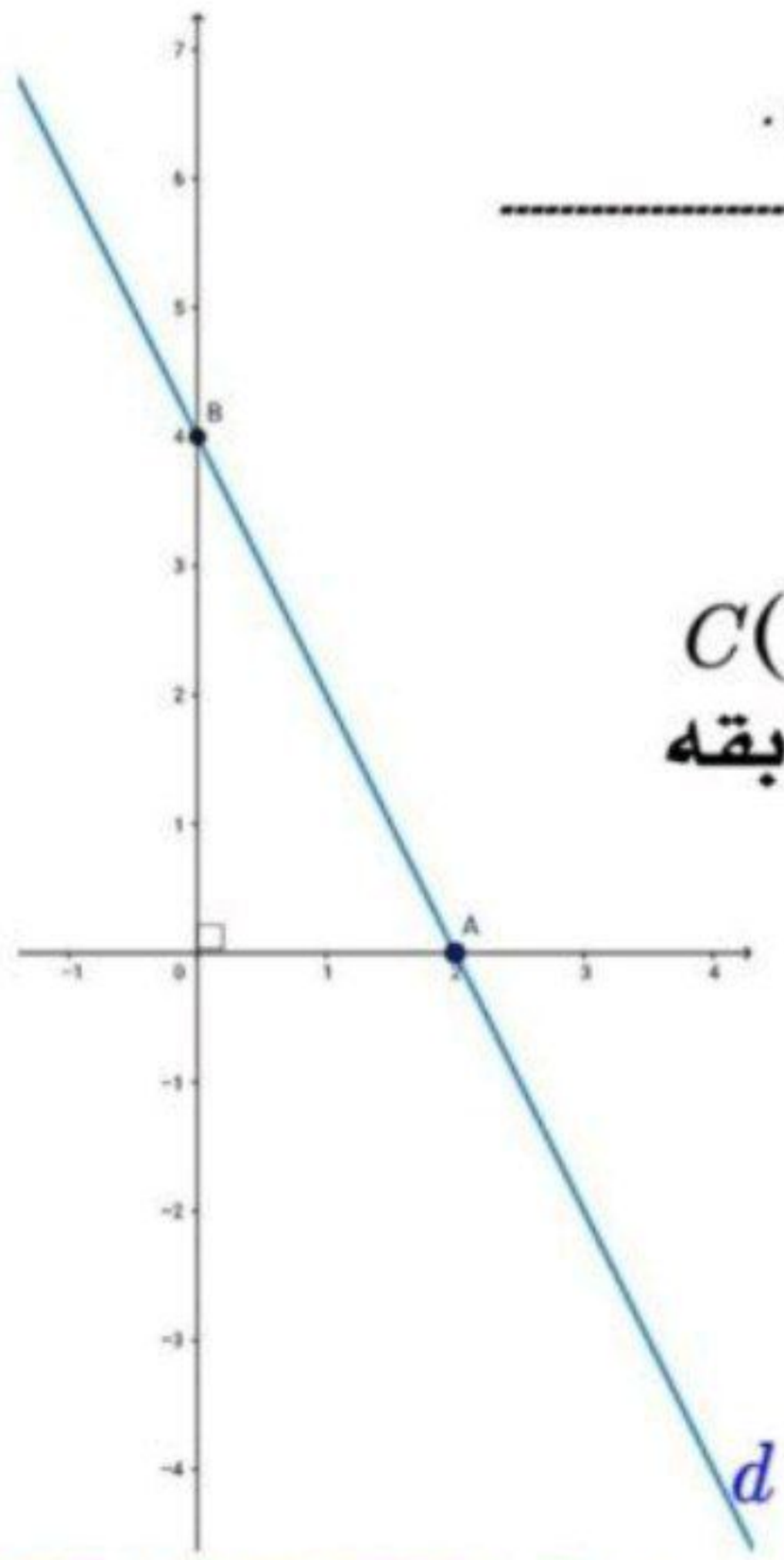
المسألة الثانية :

تأمل الجملة الإحداثية جانبا

١- جد معادلة المستقيم الملون **بالأرزق**.

٢- جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $C(1,2)$ ومبدأ الاحداثيات وارسمه في الجملة السابقه

٣- احسب مساحة المثلث BOC



انتهت الأسئلة

الحل المفصل للاختبار:لاضرورة لكتابة الشروحات بهذا التفصيل هي للتوضيح ولمعرفة كيفية التنقل بين الخطوات

* أولاً :

- السؤال الأول :

① نعوض إحداثيات النقطة $(-2,3)$ في المعادلات الثلاث فنجد أن تحقق المعادلة B : حيث:

$2x+y=-1$ ، $(-2,3)$

$2(-2)+(3) \stackrel{?}{=} -1$

$-4+3 \stackrel{?}{=} -1 \Rightarrow -1=-1$ تحققت

الإجابة الصحيحة هي B.

② بتعويض النقطة $(2,3)$ في المعادلة $ax+y=5$ نجد :

$a(2)+(-3)=5 \Rightarrow 2a-3=5 \Rightarrow$

$2a=8 \Rightarrow a=4$

الإجابة الصحيحة هي A

③ $d: 3x-2y=6 \Leftrightarrow y=\frac{3}{2}x-3$

يتقاطع المستقيم d مع محور التراتيب في نقطة مناسبها فاصلتها معدومة $A(0,y)$ نفوض في المعادلة :

$y=\frac{3}{2}(0)-3 \Rightarrow y=-3 \Rightarrow A(0,-3)$

الإجابة الصحيحة هي C

④ للمعادلة الخطية $ax+by=c$

عدد لا نهائي من الحلول

(كل ثنائية تحقق المعادلة هي حلّ لها، وبما أن عدد لا نهائي من الثنائيات المحققة لها، فهذه الثنائيات تتبع بالمتغير، فيتم تأخير المجهولين واستنتاج المجهول الآخر، وكذلك كل مرة تعطي حل فينتج عدد لا نهائي من الحلول، وكذلك بالنسبة للمعادلة $ax+by=0$)

الإجابة الصحيحة هي B.

- السؤال الثاني:

①

$3x-2(y+2)=4 \Rightarrow$

$3x-2y-4=4 \Rightarrow 3x-2y=0$

$\Leftrightarrow y=\frac{3}{2}x$

من الشكل $y=mx$ وهي معادلة مستقيم يمر من المبدأ من العبارة خاطئة.

② عبارة خاطئة.

فكل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي أيضاً معادلة مقبلة، فمثلاً $y+3=0$ أو $x+2=1$

③ عبارة خاطئة المعادلة $x^2+y^2=1$

هي معادلة من الدرجة الثانية بمجهولين وليس معادلة مقبلة

(المعادلة المقبلة هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين أو بمجهول واحد)

أي لا يجب أن تحوي تربيع أو تكعيب أو.....

ولا حتى جداء بين المجاهيل، فمثلاً المعادلة $xy=1$ ليست مقبلة.

④

$d_1: 2x-6=0 \Rightarrow x=3$

$d_2: 4y+8=0 \Rightarrow y=-2$ $\Rightarrow$

$(3,-2)$ هي الحل المشترك لجملة المعادلتين

أي يتقاطع المستقيمان d_1, d_2 في النقطة $(3,-2)$ وليس عند النقطة $(-2,3)$

خاطئة العبارة.

أ.ماهر بربر

ثانياً :

التمرين الأول :

$d: x + by = 2$

1) $(1,2) \in d: x + by = 2 \Rightarrow$

النقطة $(1,2)$ تنتمي إلى المستقيم d فهي تحقق معادلته) نعوض فنجد :

$1 + b(2) = 2 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$

وبالتالي تصبح المعادلة :

$d: x + \frac{1}{2}y = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}y = -x + 2 \Rightarrow$

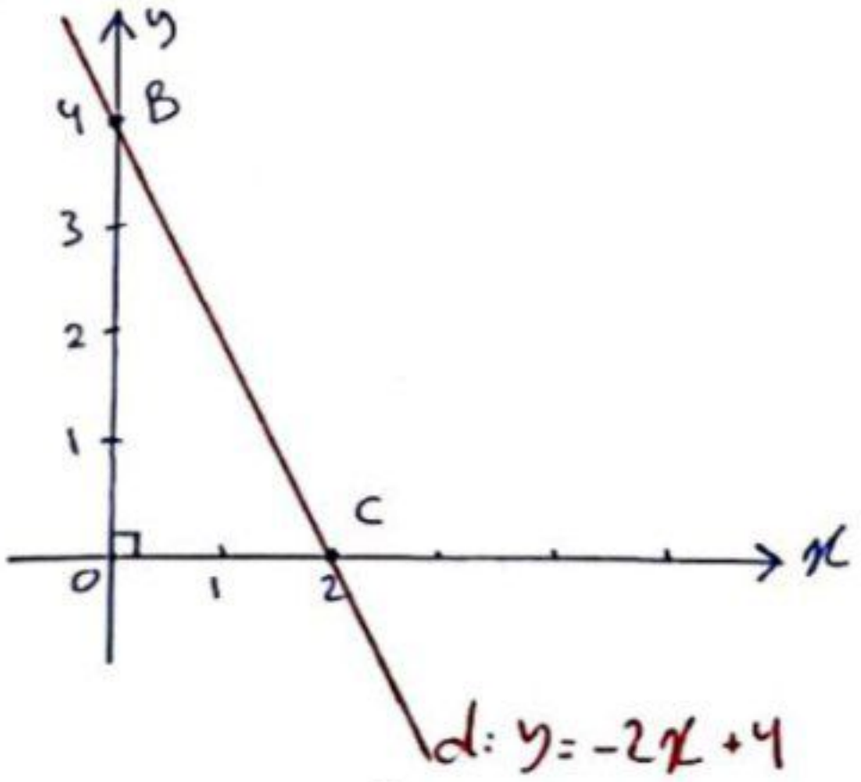
$$d: y = -2x + 4$$

2)

d	$B(0,4)$	$C(2,0)$
x	0	2
y	4	0

3) النقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب : $B(0,4)$

" " " " " الفواصل : $C(2,0)$



$$S_{(COBI)} = \frac{[OB] \times [OC]}{2}$$

$$= \frac{4 \times 2}{2}$$

$= 4$ وحدة مربعة

التمرين الثاني :

$$\begin{cases} d_1: 2x - y = 5 \ldots\ldots (1) \\ d_2: x + y = 4 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

1) نعوض في المعادلة الأولى نجد :

$(1,-3)$

$2(1) - (-3) \stackrel{?}{=} 5 \Rightarrow 2 + 3 \stackrel{?}{=} 5 \Rightarrow 5 = 5$ محققة

بالتالي الثنائية $(1,-3)$ هي حل للمعادلة الأولى لأنها تحققها وهذا يعني بأن النقطة المقابلة للثنائية $(1,-3)$ تقع على المستقيم d_1.

2) باتباع ذات الخطوات في الطلب الأول نجد :

$-7 + 3 \stackrel{?}{=} 4 \Rightarrow -4 \neq 4$

أي أن الثنائية $(-7,3)$ ليست حلاً للمعادلة الثانية لأنها لا تحققها وهذا يعني بأن النقطة المقابلة للثنائية $(-7,3)$ لا تقع على المستقيم d_2.

3)

$$2x - y = 5 \ldots\ldots (1)$$
$$x + y = 4 \ldots\ldots (2)$$
$$\overline{\qquad\qquad}$$

بالجمع :

$3x = 9 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

نعوض في (2) نجد $\boxed{y = 1}$ بالتالي الثنائية $(x,y) = (3,1)$ هي حل مشترك لمجلة المعادلتين.

التمرين الثالث :

$$\begin{cases} d_1: x + 2y = 4 \ldots\ldots (1) \\ d_2: y - 2x = 2 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

1) بضرب المعادلة (2) بالعدد -2 نجد :

$$\begin{cases} d_1: x + 2y = 4 \\ d_2: 4x - 2y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{بالجمع نجد}} 5x = 0$$

أي أن $\boxed{x = 0}$

نعوض في (2) نجد $\boxed{y = 2}$ بالتالي الثنائية $(x,y) = (0,2)$ هي حل مشترك لمجلة المعادلتين.

أ. ماهر بربر

- التمرين الرابع.

$$\begin{cases} d: 2y = x+2 \\ \Delta: y+x = -2 \end{cases}$$

1. جملة المعادلتين تكتب بالشكل:

$$\begin{cases} 2y - x = 2 \dots (1) \\ y + x = -2 \dots (2) \end{cases}$$

بالجمع $3y = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

نعوض في (2) نجد $\boxed{x = -2}$ وهذا الثنائي $(x,y) = (-2,0)$ هي حلة مشتركة لجملة المعادلتين.

2. المستقيم $d: 2y = x+2 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} + 1$

يقطع محور الفواصل في $A(x,0)$ نعوض فنجد:

$y = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow A(-2,0)$

ويقطع محور التراتيب $B(0,y)$ نعوض فنجد:

$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(0,1)$

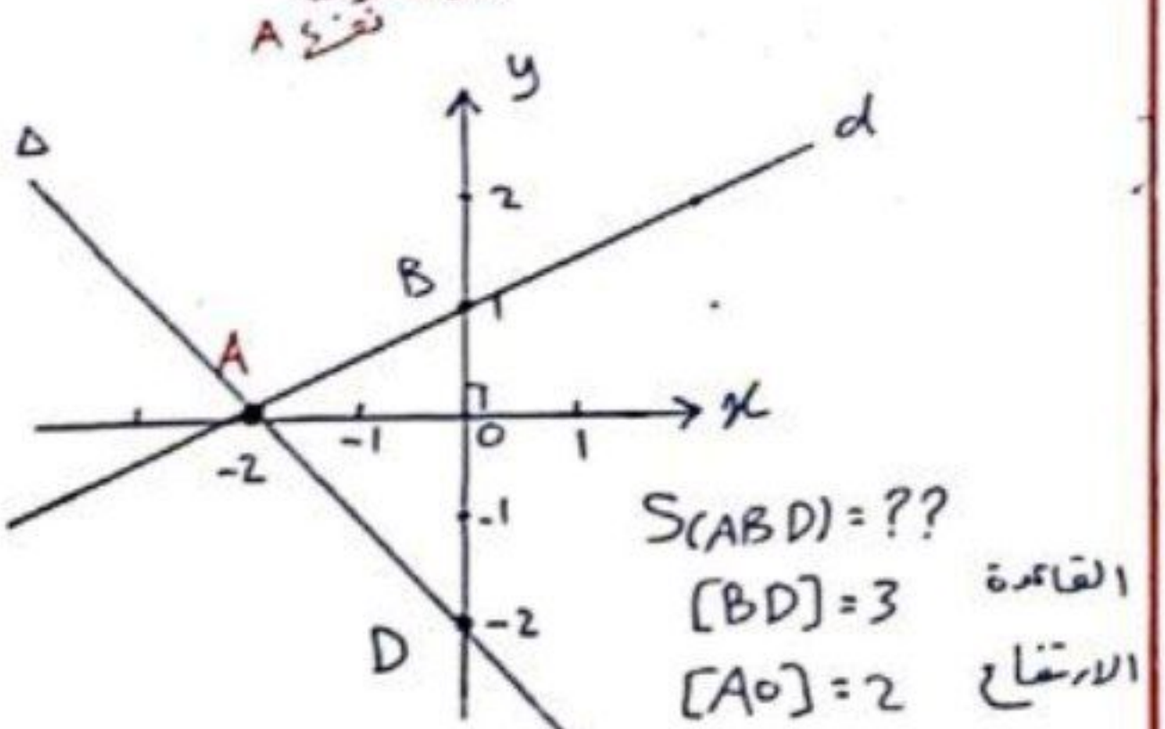
3. نعوض إحداثيات النقطة $D(0,-2)$ في المعادلة $y + x = -2$ فنجد:

$-2 + 0 \overset{?}{=} -2 \Rightarrow -2 = -2$ محققة

وهذا $D(0,-2)$ هي حلة المعادلة $\Delta: y + x = -2$ وهي نقطة تقاطع Δ مع محور التراتيب.

4. لا ضرورة هنا لرسم الجداول المعتادة لأن النقاط لها أهمية خاصة:

* $A(-2,0)$، $B(0,1)$ and $(-2,0) \in d$ (الحل المشترك نعوض A)
* $D(0,-2)$، $(-2,0) \in \Delta$ (الحل المشترك نعوض A)



$S(ABD) = ??$

القاعدة $[BD] = 3$

الارتفاع $[AO] = 2$

ونعلم أن: $S(ABD) = \frac{[BD] \times [AO]}{2} = \frac{3 \times 2}{2}$

$\Rightarrow S(ABD) = 3$ وحدة مساحة

2

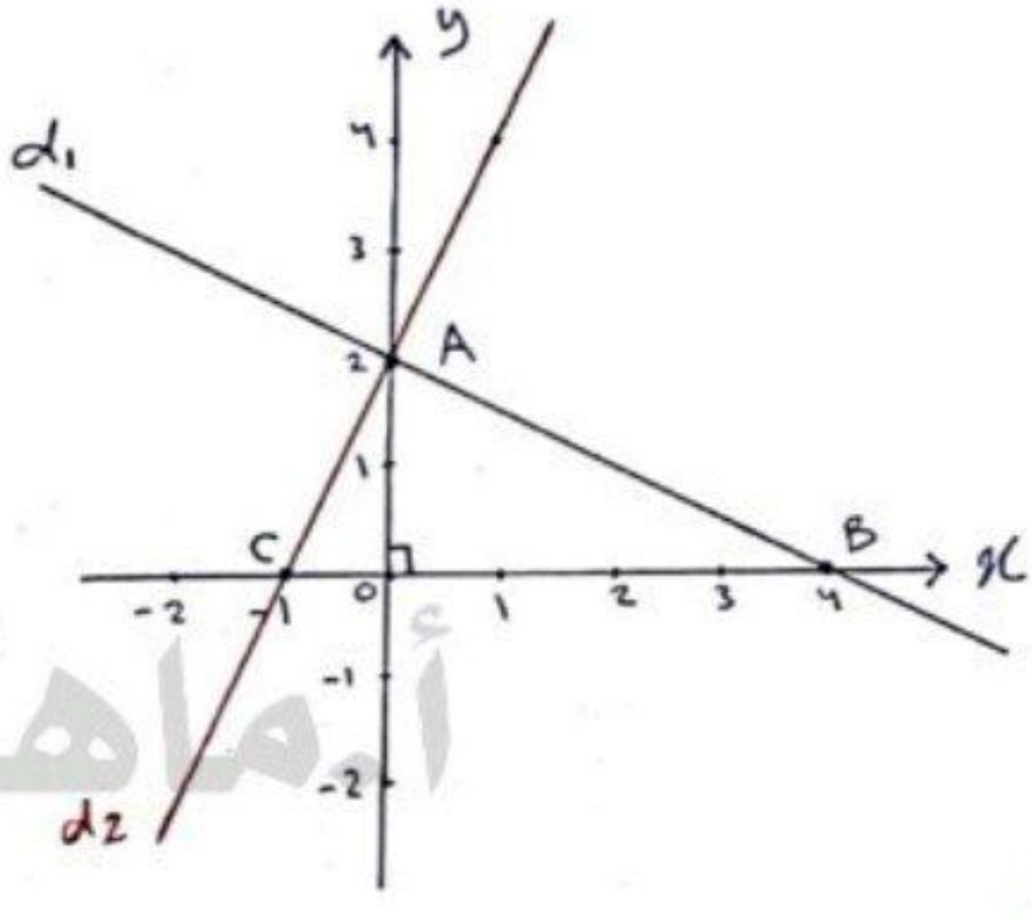
$d_1: x + 2y = 4 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$

$d_2: y - 2x = 2 \Leftrightarrow y = 2x + 2$

d_1	A(0,2)	B(4,0)
x	0	4
y	2	0

d_2	A(0,2)	C(-1,0)
x	0	-1
y	2	0

(نضع النقطة، نحافظ على الاسم ذات A.)



3

لنثبت أن $d_1 \perp d_2$ (نثبت أن المثلث BAC قائم في A)

- في المثلث القائم AOB وحسب فيثاغورث نجد:

$[AB]^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow \boxed{AB = 4\sqrt{5}}$

- في المثلث القائم AOC نجد حسب فيثاغورث:

$[AC]^2 = [AO]^2 + [CO]^2 \Rightarrow [AC]^2 = 2^2 + 1^2 = 5$

$\Rightarrow \boxed{[AC] = \sqrt{5}}$

طول CO هو 1+ وليس 1- يا شطور (لأن الأطوال دوما موجبة)

- ولدينا طول $\boxed{CB = 5}$

- لنطبق عكس فيثاغورث في المثلث ACB.

$[CB]^2 \overset{?}{=} [CA]^2 + [AB]^2$

$25 \overset{?}{=} 5 + 20 \Rightarrow 25 = 25$

فالمثلث ACB قائم في A وهذا $d_1 \perp d_2$.

- التمرين الخامس :

- نفرض أن العدد الكبير هو x والصغير y فيكون :

$$x - y = 25 \quad \cdots\cdots (1)$$

ومن المعطيات :

$$\frac{x}{y} = 2 + \frac{11}{y} \xrightarrow{xy \neq 0} x = 2y + 11 \quad \cdots (2)$$

ملاحظة :

$$\frac{\text{المقسوم}}{\text{المقسوم عليه}} = \text{الناتج} + \frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$$

مثلا :

$$\frac{37}{6} = 6 + \frac{1}{6}$$

$$\frac{37}{6} = \underbrace{6}_{\frac{36}{6}} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{37}{6}$$

أصبح لدينا جملة المعادلتين :

$$x - y = 25 \quad \cdots (1)$$

$$x = 2y + 11 \quad \cdots (2)$$

نعوض (2) في (1) نجد :

$$2y + 11 - y = 25 \Rightarrow \boxed{y = 14} \quad \cdots (3)$$

نعوض (3) في (2) نجد $x = 2(14) + 11 \Rightarrow \boxed{x = 39}$

/ونستطيع الحل باستخدام الحذف بالجمع/

وحدة العددان هما : الكبير 39 ، الصغير 14

للتأكد الفرق يبقى 25 : $39 - 14 = 25$

- خارج قسمة الكبير على الصغير 2 والباقي 11

ما الحل صحيح $\frac{39}{14} = 2 + \frac{11}{14}$

- ثالثا :

*** الطريقة الأولى :**

$d_1 : x + y = 5$

$d_2 : x + by = 1$

1 $(0,-1) \in d_2 \Rightarrow 0 + b(-1) = 1 \Rightarrow b = -1$

فتصبح المعادلة : $d_2 : x - y = 1$

2 يتقاطع المستقيم $d_1 : x + y = 5 \Leftrightarrow y = -x + 5$ مع محور التراتيب في النقطة $B(0,5)$ نعوض $y = 5$ فنجد $x = 0$ وحدة $B(0,5)$

يتقاطع المستقيم d_1 مع محور الفواصل في النقطة $A(x,0)$ نعوض : $x = 5$ فنجد $A(5,0)$

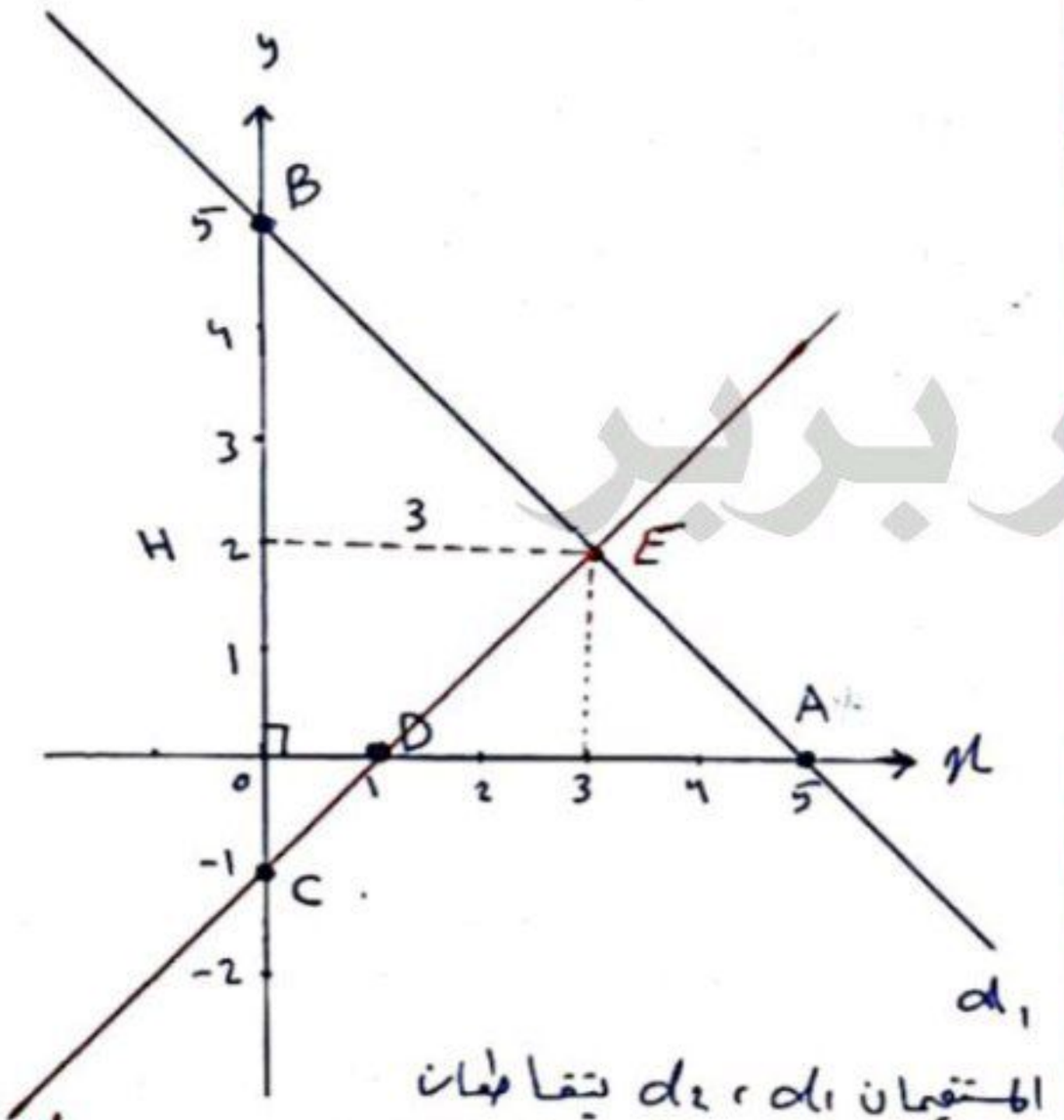
3 :

$d_1 : x + y = 5 \Leftrightarrow y = -x + 5$

$d_2 : x - y = 1 \Leftrightarrow y = x - 1$

d_1	B(0,5)	A(5,0)	
x	0	5	3
y	5	0	2

d_2	C(0,-1)	D(1,0)	
x	0	1	3
y	-1	0	2



المستقيمان d_1 ، d_2 يتقاطعان في النقطة E وهي الحل المشترك لجملة المعادلتين وبإسقاط هذه النقطة على المحورين نجد إحداثيتها : $E(3,2)$

* لنتحقق من صحة الحل جبريا :

$d_1 : x + y = 5 \quad \cdots (1)$

$d_2 : x - y = 1 \quad \cdots (2)$

بالجمع $2x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 3}$ نعوض في (1) $\rightarrow y = 2$

وحدة الحل المشترك للجملة المعادلتين هو الثنائية $(3,2)$ ما يؤكد صحة الحل بيانيا.

4 المثلث ABO قائم ومتساوي الساقين في O وطول كل من ساقيه $l = 5$ وحدة طول وتره $5\sqrt{2}$

آماهر بربر

تذكر: طول وتر المثلث القائم والمتساوي الساقين هو $\ell\sqrt{2}$ حيث ℓ طول ضلع المربع (أو مباشرة نتيجة المطلوب)
(وكذلك طول قطر المربع الذي طول ضلعه ℓ هو $\ell\sqrt{2}$)

5 المثلث المطلوب حساب مساحته هو BEC
طول قاعدته $CB = 6$ وارتفاعه هو طول العمود النازل من E على (BC) أي محور التراتيب ويقدر بـ
$EH = 3$ فقط E على y حيث يكون: H

ومنه:
$$S(BEC) = \frac{[CB]\times[EH]}{2}$$
$$= \frac{6\times 3}{2} = 9$$ وحدة مربعة

* طلب إضافي: أثبت أن المثلث BEC قائم في E (بعبارة أخرى: أثبت تعامد المستقيمين d_1 و d_2)

نستفيد من أن EH متوسط طوله يساوي نصف طول الضلع المتعلق به

* المسألة الثانية

1 إن المستقيم المطلوب إيجاد معادلته هو مستقيم يمر من مبدأ المعلم ولذلك معادلته من الشكل
$$d: y = mx + p$$
علينا إيجاد العددين m و p

- نلاحظ أن المستقيم d يقطع محور التراتيب في النقطة B ومنه $B(0,4)\in d$ تحقق معادلته وبالتعويض في معادلة d نجد:
$B(0,4)\in d: y = mx + p \Rightarrow$
$4 = 0 + p \Rightarrow \boxed{p = 4}$

- نلاحظ أن المستقيم d يقطع محور الفواصل في النقطة A ومنه $A(2,0)\in d$ تحقق معادلته وبالتعويض في معادلة d نجد:
$A(2,0)\in d: y = mx + 4 \Rightarrow 0 = 2m + 4$

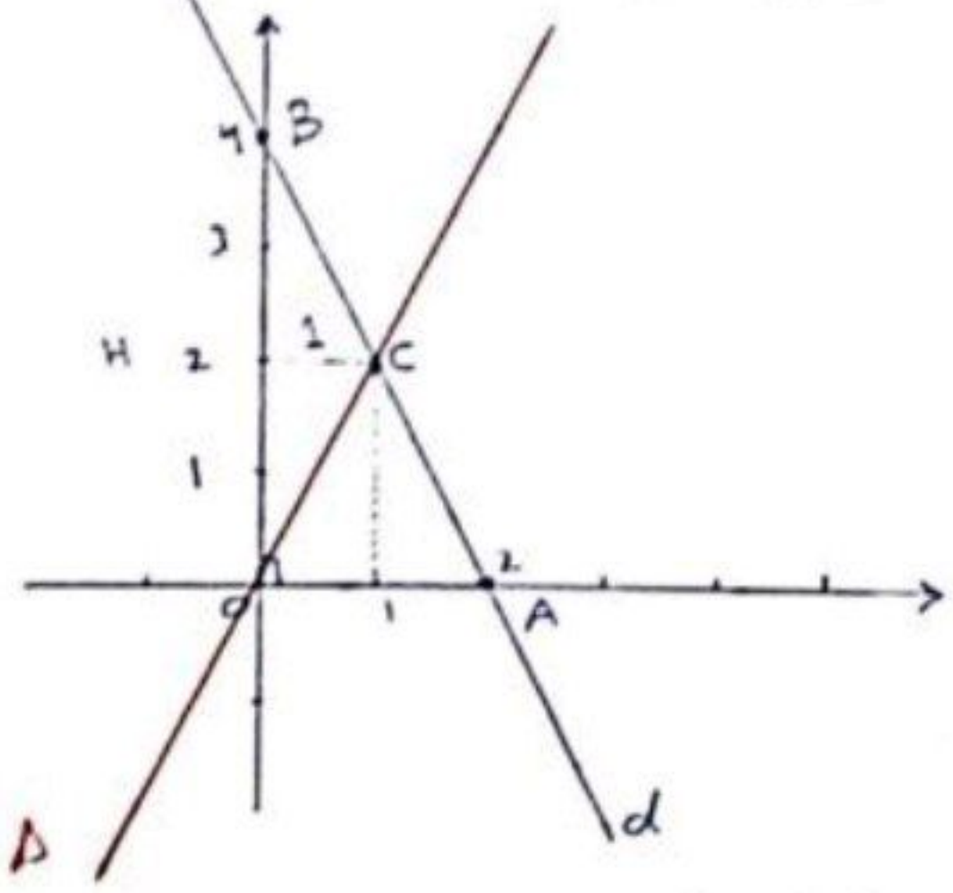
$\Rightarrow 2m = -4 \Rightarrow \boxed{m = -2}$

وبالتالي معادلة المستقيم d المطلوبة هي:
$$\boxed{d: y = -2x + 4}$$

(الشكل السابق هو التوضيح الوارد في الكتاب في الامتحان مباشرة أو نرسمه)

2 بما أن المستقيم المطلوب مار من مبدأ المعلم
وبالتالي معادلته من الشكل $\Delta: y = mx$
علينا إيجاد العدد m
لدينا فرضاً المستقيم Δ مار من النقطة $C(1,2)$ أي تحقق معادلته وبالتالي نعوض C في Δ نجد:
$C(1,2)\in \Delta: y = mx \Rightarrow$
$2 = m(1) \Rightarrow m = 2$
ومنه: $\boxed{\Delta: y = 2x}$

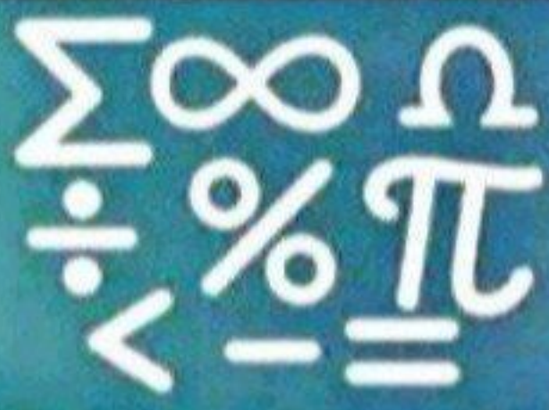
* إضافي: حل جملة المعادلتين Δ و d وتأكد من النقطة C هي الحل المشترك للجملة.



3 $$S(BOC) = \frac{[CH]\times[BO]}{2}$$
$$= \frac{1\times 4}{2} = 2$$ وحدة مربعة

انتهى الاختبار

أ. ماهر بربر



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

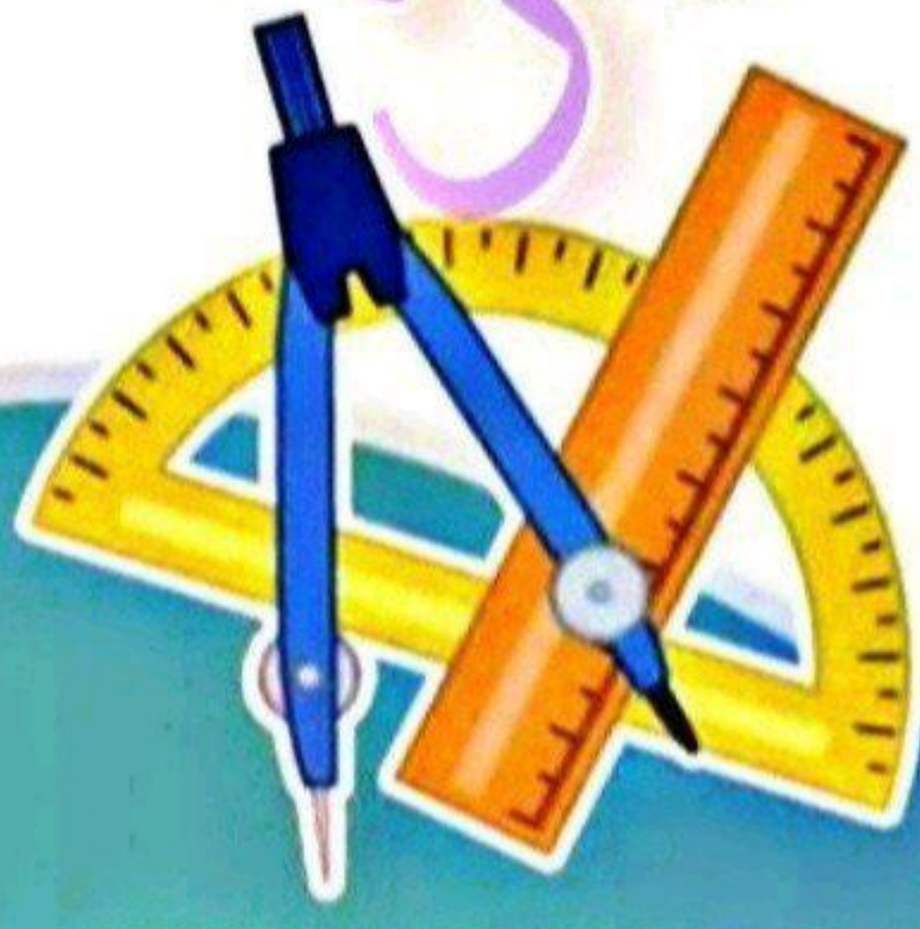
أ.ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الرابعة جبر

مركز البحار

الاختبار الثاني





إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

الكتاب:	الجبر
الوحدة:	الرابعة-جمل المعادلات
التاريخ:	30/1/2023

اختبارات المراجعة لطلاب
الصف التاسع الأساسي

الاسم:	
المدة:	**ساعتان**

إعداد أ.ماهر بربر

أولاً: أجب عن السؤالين التاليين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

1) نقطة تقاطع المستقيمين $d: y=2\ ,\ \Delta: x=-2$ هي

(A)	$A(2\ ,-2)$	(B)	$B(-2\ ,2)$	(C)	$C(2\ ,0)$

2) إحدى المعادلات التالية تمثل معادلة مستقيم محور الفواصل:

(A)	$2y+6=6$	(B)	$x-2=-2$	(C)	$y=x$

3) المستقيم الممثل للمعادلة $2y-4=-2(x+2)$ هو

(A)	محور التراتيب	(B)	منصف الربعين الأول والثالث	(C)	منصف الربعين الثاني والرابع

4) حل المعادلة $2x-y=2$ هو نفسه حل المعادلة

(A)	$4x-2y=-4$	(B)	$4x-4=2y$	(C)	$-2y-4=4x$

السؤال الثاني: قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الآتية:

1) $d: 2-3x=y+2$ هو مستقيم لا يمر من مبدأ الإحداثيات.

2) المستقيم $x=4$ يقطع محور التراتيب في النقطة $F(4,0)$

3) الثنائية $N(0,\frac{4}{3})$ هي الحل الوحيد للمعادلة $\frac{1}{2}y=\frac{2}{3}+x$

4) جملة المعادلتين $\begin{cases}2x+y=2\\3x-y=1\end{cases}$ تكافئ الجملة $\begin{cases}2(x+1)+y-4=0\\3x-y=1\end{cases}$

ثانياً: حل المسألتين التاليتين:

المسألة الأولى:

لدينا المستقيمان $d: x+y=4$ و $\Delta: y-3=0$ والمطلوب :

- ***جد الثنائية (x,y) والتي هي أحد نقاط المستقيم d إذا علمت أن ترتيبها ثلاثة أضعاف فاصلتها.***
- ***جد النقطتين A و B نقطتي تقاطع d مع المحورين الإحداثيين . (B مع Oy و A مع Ox)***
- ***في معلم متجانس ارسم المستقيم d و Δ ثم حدد النقطة D نقطة تقاطعهما .***
- ***في المعلم السابق عين النقطة $M(0\ ,3)$ ثم أثبت تشابه المثلثين BDM و BAO واحسب نسبة مساحتيهما .***
- ***برهن أن $AB=4\sqrt{2}$ واستنتج طول BD ثم احسب $COS\ \widehat{DBM}$.***

التزم بتسميات النقاط

المسألة الثانية:

لتكن لدينا جملة المعادلتين الخطيتين $\begin{cases} d: 1=y-x \\ \Delta: 3-y=x \end{cases}$

تمثيلهما البياني في معلم متجانس عباره عن مستقيمين والمطلوب:

1) أوجد B إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور الفواصل،
ثم أوجد C إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب، ارسم هذا المستقيم

2) أوجد M إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل،
ثم أوجد E إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب، ارسم هذا المستقيم

3) أثبت بيانيا أن $A(1,2)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (الحل المشترك لهما)
ثم تأكد جبريا من صحة ماتوصلت إليه.

4) في الجملة السابقة ارسم الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها AM
ثم برهن أن المستقيم d مماس لتلك الدائرة في A

5) احسب مساحة ومحيط المثلث BAM -علما ان الأطوال مأخوذه بالسنتيمتر

انتهت الاسئلة

كل الأمنيات لكم بالتفوق والتميز

الحلول التفصيلية للاختبار _ لاداعي لكتابة الشرح المفصل

أولاً: السؤال الأول

(1) المستقيمان $d: x=-2$ ، $d': y=2$ يتقاطعان في النقطة $B(-2,2)$ نستطيع استنتاج ذلك بشكل مباشر أو من خلال الرسم.

فالإجابة الصحيحة هي B

(2) معادلة محور القواطع هي $y=0$ وعند حذف x:

$2y+6=6 \Rightarrow 2y=0 \Rightarrow y=0$

فالإجابة الصحيحة هي A

(3) المستقيم المماثل للمعادلة:

$2y-4=-2(x+2) \Leftrightarrow$

بالإصلاح $2y=-2x \Leftrightarrow$

$x=-y$ وهو مستقيم منصف للربعين الثاني والرابع فالإجابة الصحيحة هي C

(4) نبحث عن معادلة مكافئة للمعادلة $2x-y=2$.

لإيجاد المعادلة: $4x-2y=4 \Leftrightarrow$

$4x-4=2y$

وكأننا ضربنا طرفي المعادلة المفروضة بالعدد 2 فحصلنا على معادلة مكافئة لها.

فالإجابة الصحيحة هي B

السؤال الثاني

(1) $d: 2-3x=y+2 \Leftrightarrow$

$y=-3x$ وهي من الشكل $y=mx$ وهي معادلة مستقيم مار من مبدأ الإحداثيات

فالعبارة خاطئة.

(2) $x=4$ معادلة مستقيم يوازي محور التراتيب (ولا ينطبق) فالعبارة خاطئة (بل يقطع محور الفواصل في $F(4,0)$)

(3) كل معادلة خطية $ax+by=c$ لها عدد لانهائي من الحلول (كل قيمة لـ x تقابل قيمة لـ y وبالعكس) فالعبارة خاطئة

(4) إن المعادلة الأولى في المجلة الثانية

$2(x+1)+y-4=0 \Leftrightarrow$

$2x+2+y-4=0 \Leftrightarrow$

$2x+y=2$

فتؤول المجلة الثانية إلى الأولى وهما متكافئتان فالعبارة صحيحة

ثانياً: المسألة الأولى

$$\begin{cases} d: x+y=4 \quad \cdots (1) \\ \Delta: y-3=0 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

(1) لدينا فرضاً النقطة (x,y) هي نقطة من نقاط المستقيم d ففي تحقق معادلته كما أن ترتيب هذه النقطة يساوي ثلاثة أضعاف فاصلتها أي أن $y=3x$ نعوض في معادلة المستقيم d نجد:

$$x+3x=4 \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=3x \Rightarrow y=3$$

وبالتالي النقطة هي $(x,y)=(1,3)$ نقطة من المستقيم d.

(2) $d: x+y=4 \Leftrightarrow y=-x+4$

$B(0,4)$ نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب

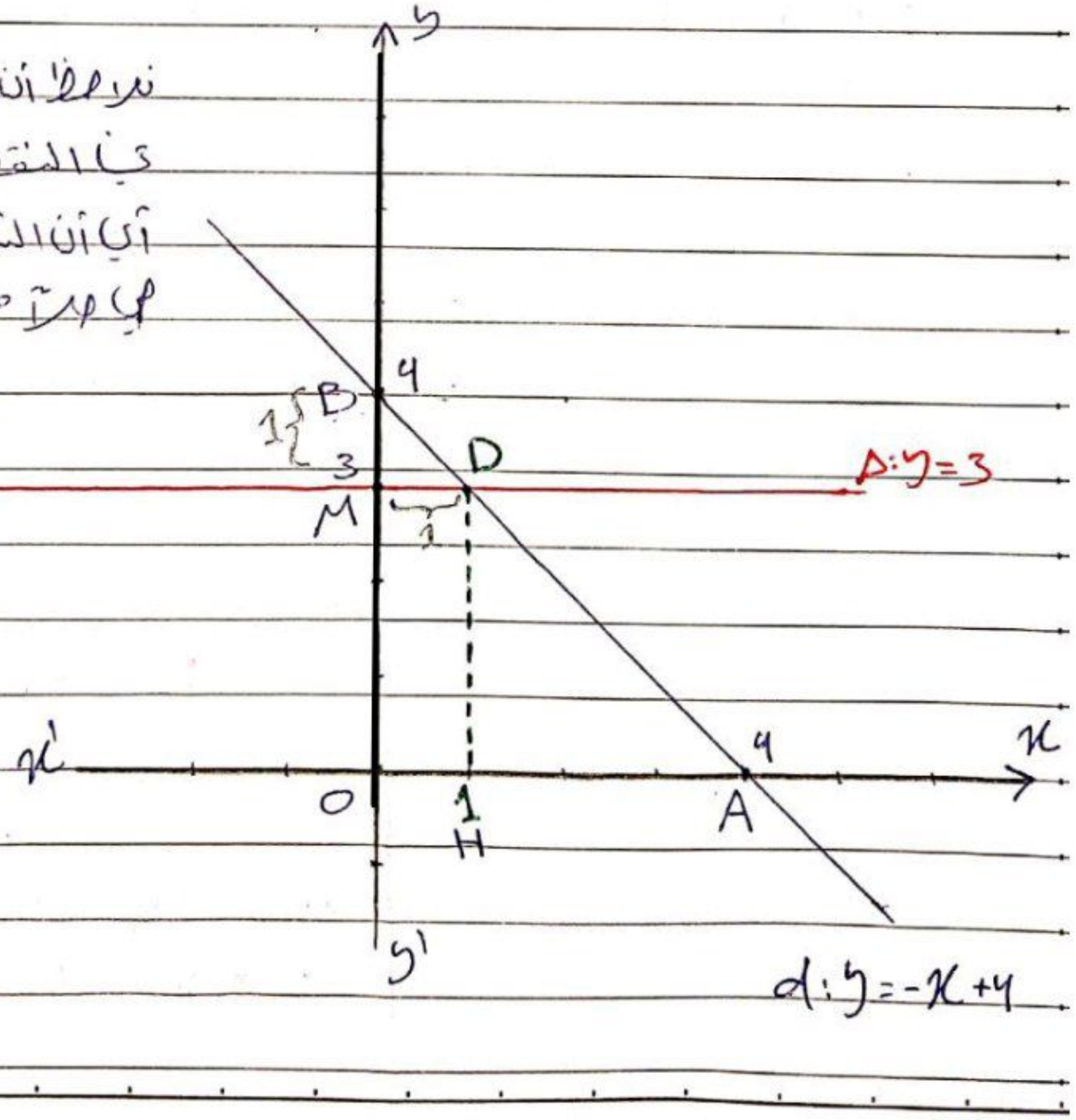
$A(4,0)$ " " " " الفواصل

d	$B(0,4)$	$A(4,0)$
x	0	4
y	4	0

(3.1) لإثبات أن المستقيم $\Delta: y-3=0 \Leftrightarrow y=3$ يوازي محور الفواصل

نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة $D(1,3)$

أي أن النقطة $D(x,y)=D(1,3)$ هي نقطة مشتركة لمجلة المعادلتين



(4) بفرض النقطة H هي وسط النقطة D على المحور (O,K) عندئذ يمكن
الدوران MDHO هو مستطيل أي أن MD=OH وهذا يعني أن
في المثلثين BDM، BAO اطوال أضلاع المثلث MD، OH متوازيات
فالمثلثان المتشابهان لتناسب أطوال الأول مع مقابلاتها من الثاني
هو مبرهنة الثلاث وتكون نسبة التشابه:

$$\frac{BM}{BO} = \frac{BD}{BA} = \frac{MD}{OA} = \frac{1}{4} \quad \cdots\cdots \star$$

ونعلم أن:
نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه وهذا:

$$\frac{S_{(BDM)}}{S_{(BAO)}} = k^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(5) هو فيثاغورث من المثلث BAO نجد:

$$[BO]^2 + [OA]^2 = [AB]^2 \Rightarrow$$

$$4^2 + 4^2 = [AB]^2 \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

نعوض في ★ نجد:

$$\frac{BD}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow BD = \sqrt{2}$$

ومن المثلث القائم BDM نجد:

$$\cos D\hat{B}M = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{BM}{BD} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طريقة أخرى: المثلث BDM قائم ومتساوي الساقين في M بالتالي
زاويتي القاعدة $\hat{B} = \hat{D} = 45^\circ$ وهذا $\cos D\hat{B}M = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

المسألة الثانية:

$$\begin{cases} d: 1 = y - x \\ \Delta: 3 - y = x \end{cases}$$

(3) + (2) + (1)

$d: 1 = y - x \Leftrightarrow y = x + 1$

$\Delta: 3 - y = x \Leftrightarrow y = -x + 3$

عوض $x = 1$ ستجد $y = 2$ في كلتا المعادلتين

d	$C(0,1)$	$B(-1,0)$
x	0	-1
y	1	0

Δ	$E(0,3)$	$M(3,0)$
x	0	3
y	3	0

$C(0,1)$ نقطة تقاطع d مع محور التراتيب

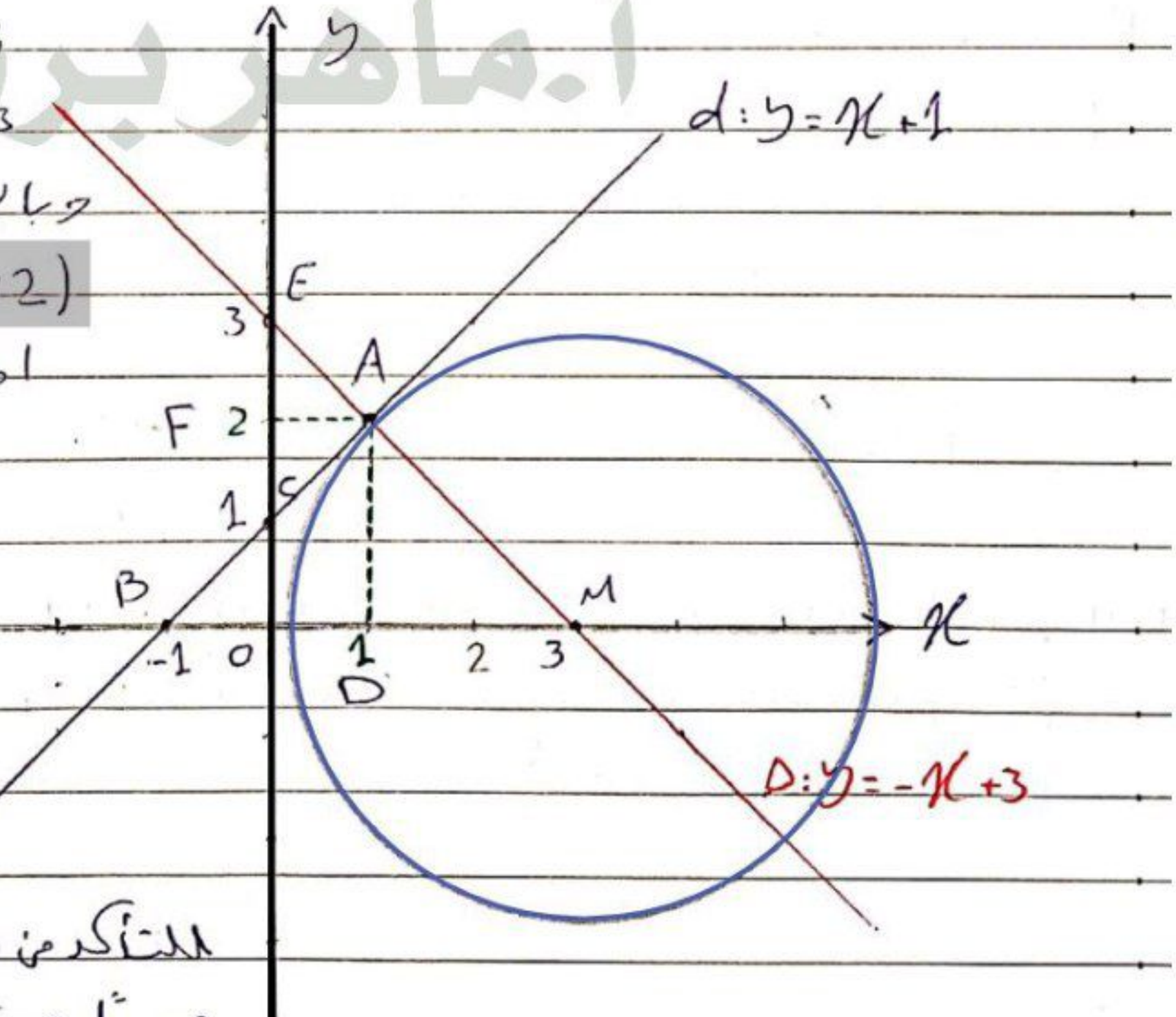
$B(-1,0)$ " " " " الفواصل

$E(0,3)$ نقطة تقاطع Δ مع محور التراتيب

$M(3,0)$ " " " " الفواصل

نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة $A(x,y)$

وبالإسقاط على المحورين نجد $A(x,y) = A(1,2)$ وهي الحل المشترك لمجلة المعادلتين



للتأكد من صحة الحل نقوم بحل المعادلتين جبريا حيث مجلة المعادلتين تكافئ:

$$\begin{cases} d: y = x + 1 \quad \cdots (1) \\ \Delta: y = -x + 3 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

بالجمع نجد $2y = 4 \Leftrightarrow y = 2$

بتعويض (1) نجد $x = 1$ وهذا ما يؤكد صحة الحل.

(9) (ثبت أن أية الفرجار في النقطة M وضع القلم على النقطة A ستعمل بذلك على الدائرة المطلوبة بدون برهان)

الرجاء الانتباه:

نعلم أن المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس أي يجب إثبات أن المستقيمان d ، Δ متعامدان ليتم المطلوب

(وكأنه طلب إثبات تعامد المستقيمين بطريقة غير مباشرة)

عند إثبات التعامد يوجد أكثر من طريقة للحل.

لتكن F نقطة A على محور الترتيب، إن F منتصف EC وهذه AF متوسط في المثلث EAC وطول AF=1 يساوي نصف طول الضلع المتعلق به CE=2 فالمثلث EAC قائم في A

بمعنى آخر EA⊥AC أي d⊥Δ

(نستطيع الإثبات بتطبيق نص الخطوات على المثلث BAM أو حساب AM ومن ثم AB وتطبيق نظرية فيثاغورث في هذا المثلث بالإضافة إلى طرائق حديثة أخرى للبرهان)

إذاً d⊥Δ أي أن المستقيم d عامد نصف القطر AM في A

بالتالي المستقيم d مماس للدائرة في A.

نفرض D و A على محور الفواصل حيث D موجب فيثاغورث في المثلث القائم ADM نجد AM=2√2 وبنفس الطريقة نجد AB=2√2 وبما أن المثلث BAM قائم في A (حيث d مماس بما أن) نجد:

$$S(BAM) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4\ cm^2$$

(أو نصف القاعدة بالارتفاع)

$$P(BAM) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \underbrace{4}_{OB+OM} = 4+4\sqrt{2}\ cm$$

انتهى حل نموذج الاختبار

نموذج اختبار في الوحدة الخامسة التابع.

هو متمم لأوراق العمل وحلول الدورات السابقه التي **قمت بإدراجها لكم**

أ.ماهر بربر

كل مايمكن أن تجده في الامتحان نكون قد ناقشناه ضمن أوراق العمل السابقه وضمن هذا الاختبار

أولاً أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) (نماذج وزارية) h هو التابع المعطى وفق $h(x)=x^2+2x$ ، أحد أسلاف العدد 0 وفق هذا التابع هو:

A	0	B	3	C	2

2) (الرقة 2018) f هو التابع المعطى وفق $f(x)=x^2-5x$ ، أحد أسلاف العدد 0 وفق التابع هو:

A	-5	B	5	C	1

3) (القنيطرة 2018) f تابع معرف بالصيغة $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن أسلاف العدد 9 هي:

A	$\{3,-3\}$	B	$\{2,-3\}$	C	$\{4,-2\}$

4) (اللاذقية 2018) إذا كان f تابعاً معطى بالصيغة: $f(x)=2x-\sqrt{8}$ ، فإن $f(\sqrt{2})$ يساوي:

A	$\sqrt{2}$	B	$4\sqrt{2}$	C	0

5) (حلب 2018) التابع f معرف بالصيغة $f(x)=x^2$ ، فإن أسلاف العدد 4 هي:

A	$\{1,-3\}$	B	$\{1,3\}$	C	$(2,-2)$

6) (دمشق 2018) إذا كان f تابع معرف وفق الصيغة: $f(x)=3x^2+2x+8$ ، فإن $f(1)$ تساوي:

A	11	B	12	C	13

7) (طرطوس 2019) إذا كان $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن $f(0)$ يساوي:

A	0	B	1	C	-1

8) (حماة 2019) إذا كان $f(x)=\frac{1}{x}$ فإن $f(\frac{1}{\sqrt{8}})$ يساوي:

A	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	B	8	C	$2\sqrt{2}$

9) (الحسكة 2019) إذا كان التابع $f: x \to \sqrt{x}$ فإن صورة العدد 8 وفق f تساوي:

A	$2\sqrt{2}$	B	$2\sqrt{3}$	C	4

10) (درعا 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=x^2+7$ ، فإن $f(\sqrt{3})$ يساوي:

A	$2\sqrt{5}$	B	$\sqrt{10}$	C	10

11) (دمشق 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=(x-5)^2$ ، فإن $f(3)$ يساوي:

A	-4	B	4	C	2

12) (إدلب 2019) f تابع معرف بالعلاقة: $f(x)=(x-1)^2$ ، فإن $f(\sqrt{3}+1)$ يساوي:

A	3	B	$\sqrt{3}-1$	C	2

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

1) (الحسكة 2018) إذا كان $f(x)=x^2+4$ فإن $f(\sqrt{2})=7$.

2) (ريف دمشق 2018) f تابع معرف بالصيغة: $f(x)=(x-1)(x+5)$ فإن $f(2)=-6$.

3) h هو التابع $x \mapsto x^2$. إذن ليس للعدد 25 – أسلاف وفق هذا التابع.

4) k هو التابع $t \mapsto \frac{1}{t}$ (حيث $t \neq 0$). إذن لا يمكن إيجاد صورة $\sqrt{5}$ وفق هذا التابع.

5) u هو التابع $t \mapsto (t-1)^2$. يوجد عددان صورة كل منهما 4 وفق هذا التابع.

6) v هو التابع الذي يربط بكل عدد موجب جذره التربيعي الموجب. يوجد عددان صورة كل منهما 16

7) **الآلة المصممة لإنتاج الأعداد وفق:** $y \to$ $(y+1)^2=x$ $\to x$ **تعرف تابع**

ثانياً حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: (2020)

أولا: ليكن التابع f المعطى بالصيغة $f(x) = 2x + 1$ **والمطلوب :**

1) احسب كلا من $f(0),\ f(\frac{1}{2})$

2) جد أسلاف العدد (5)

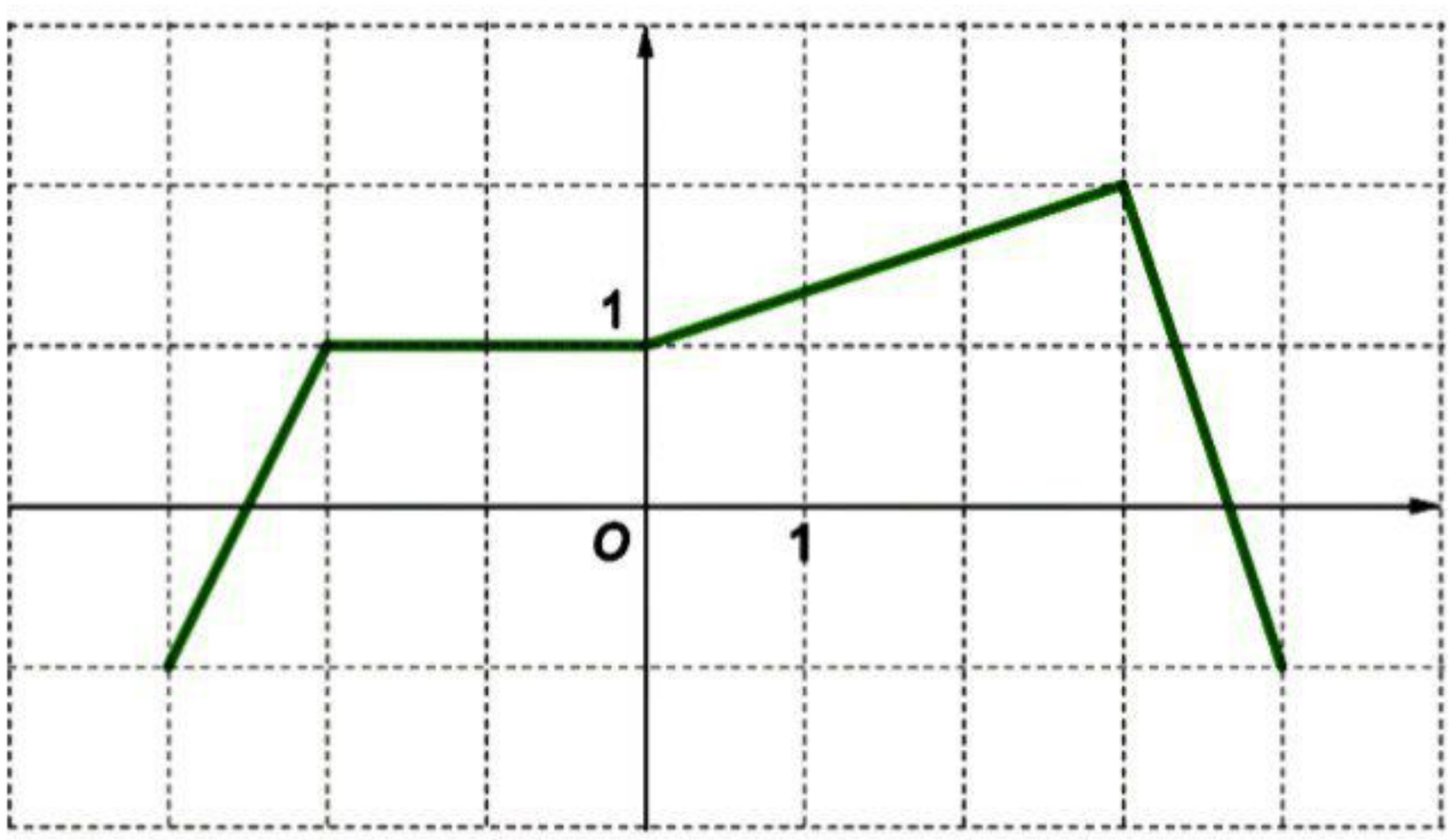
ثانيا: حل المتراجحة $2x + 1 \leq 5$ ومثل الحلول على مستقيم الأعداد.

التمرين الثاني: *ليكن لدينا التابع h المعين بالصيغة الآتية $h(t) = t^2 - 9$ والمطلوب :*

1) *وفق التابع h جد صورة كلاً من الأعداد الآتية : $-2, 0, 4, \sqrt{3}$*
2) *وفق التابع h عين أسلاف العدد 0*
3) *هل للعدد -25 أسلاف وفق التابع h ؟ علل إجابتك .*

ثالثاً **حل المسائل التالية:**

المسألة الأولى: (نماذج وزارية) ليكن f التابع المعرف بهذا الخط البياني: **والمطلوب:**



1) ما صورة العدد -2 وفق f ؟.
2) ما هي أسلاف العدد -1 وفق f ؟.
3) ماهي مجموعة التعريف للتابع f.
4) عين نقطتين من المستقيم (d) الذي معادلته $y = x - 1$.
5) ارسم المستقيم (d) على الشكل المجاور ثم عين نقطة تقاطع مع الخط البياني للتابع f.

المسألة الثانية: (الرقة 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة: $f(x) = 2x - 3$ خطه البياني Δ **والمطلوب:**

1) جد $f(1), f(\frac{1}{2})$.
2) جد قيم x التي تجعل $f(x) = 0$.
3) في معلم متجانس ارسم المستقيم (Δ) المعطى بالعلاقة: $\Delta: y = 2x - 3$.
4) إذا كان (d) مستقيماً معادلته: $d: y = -x$ ارسم (d) في نفس المعلم المتجانس واستنتج الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} d: y = -x \\ \Delta: y = 2x - 3 \end{cases}$$ وتحقق من الحل جبرياً.

المسألة الثالثة: (السويداء 2019) ليكن f التابع المعرف بالعلاقة: $f(x) = 2x - 4$ خطه البياني Δ **والمطلوب:**

1) جد $f(2)$ ، حل المعادلة $f(x) = 0$.
2) حل جبرياً جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \Delta: y = 2x - 4 \\ d: y = x \end{cases}$$

3) في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين (Δ) و (d) وأوجد إحداثيات N نقطة تقاطع (Δ) و (d) .
4) تحقق أن النقطة $A(0, -4)$ تنتمي للمستقيم (Δ) ثم احسب مساحة المثلث ONA .

انتهت الأسئلة

أ.ماهر بربر



* أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين.

السؤال الأول.

1) $h(x)=x^2+2x$

لإيجاد أسلاف العدد 0 نحل المعادلة:

$h(x)=0 \Rightarrow x^2+2x=0$

$\Rightarrow x(x+2)=0 \Rightarrow$

إما $x=0$

أو $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

فالإجابة الصحيحة هي A.

2) $f(x)=x^2-5x$

لإيجاد أسلاف العدد 0 نحل المعادلة:

$f(x)=0 \Rightarrow x^2-5x=0$

$\Rightarrow x(x-5)=0 \Rightarrow$

إما $x=0$

أو $x-5=0 \Rightarrow x=5$

فالإجابة الصحيحة هي B.

3) $f(x)=(x-1)^2$

لإيجاد أسلاف العدد 9 نحل المعادلة:

$f(x)=9 \Rightarrow (x-1)^2=9 \Rightarrow$

$(x-1)=+\sqrt{9}=+3 \Rightarrow x=4$

$(x-1)=-\sqrt{9}=-3 \Rightarrow x=-2$

فالإجابة الصحيحة هي C.

4) $f(x)=2x-\sqrt{8}$

$f(\sqrt{2})=2\sqrt{2}-\sqrt{8}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$

فالإجابة الصحيحة هي C.

5) $f(x)=x^2$

لإيجاد أسلاف العدد 4 نحل المعادلة:

$f(x)=4 \Rightarrow x^2=4$

$\Rightarrow x=+\sqrt{4}=2$

$x=-\sqrt{4}=-2$

فالإجابة الصحيحة هي C

6) $f(x)=3x^2+2x+8$

$f(1)=3(1)+2(1)+8=13$

فالإجابة الصحيحة هي C.

7) $f(x)=(x-1)^2$

$f(0)=(0-1)^2=1$

فالإجابة الصحيحة هي B.

8) $f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f(\frac{1}{\sqrt{8}})=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{8}}}$

$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

فالإجابة الصحيحة هي C.

9) $f(x)=\sqrt{x} \Rightarrow f(8)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

فالإجابة الصحيحة هي A.

10) $f(x)=x^2+7 \Rightarrow$ ـــــ

$f(\sqrt{3})=(\sqrt{3})^2+7=3+7=10$

فالإجابة الصحيحة هي C.

أ. ماهر بربر

(11. $F(x)=(x-5)^2 \Rightarrow$

$F(3)=(3-5)^2=4$

فالعبارة A صائبة في الجواب B.

(12. $F(x)=(x-1)^2$

$f(\sqrt{3}+1)=(\sqrt{3}+1-1)^2=3$

فالعبارة A صائبة في الجواب A.

السؤال الثاني:

(1. $f(x)=x^2+4 \Rightarrow$

$F(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2+4=2+4=6$

فالعبارة خاطئة.

(2. $F(x)=(x-1)(x+5)$

$f(+2)=(+2-1)(+2+5)$

$=(+1)(7)=7$

فالعبارة خاطئة.

(3. $h: x \longmapsto x^2 \Leftrightarrow h(x)=x^2$

أسهل فإن العدد 25- هي حلّ للمعادلة:

$h(x)=-25 \Leftrightarrow x^2=-25$

والمعادلة ليس لها حل فالعبارة صحيحة.

(4. $k: t \longmapsto \frac{1}{t}$; $t \neq 0$

$k(t)=\frac{1}{t} \Rightarrow k(\sqrt{5})=\frac{1}{\sqrt{5}}$

استطعنا إيجاد صورة العدد $\sqrt{5}$

(5. $u: t \longmapsto (t-1)^2$

$\Leftrightarrow u(t)=(t-1)^2$

$u(t)=4 \Leftrightarrow$

$(t-1)^2=4 \Rightarrow$

$t-1=+\sqrt{4}=2 \Rightarrow t=3$

$t-1=-\sqrt{4}=-2 \Rightarrow t=-1$

أي: $f(3)=4$ ، $f(-1)=4$

يوجد عددين صورة كلاً منهما 4 وفق f

فالعبارة صحيحة.

(6. $v: x \longmapsto +\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow v(x)=+\sqrt{x}$

$v(x)=16 \Rightarrow$

$+\sqrt{x}=16 \Rightarrow x=256$

أي: $f(256)=16$

(هو عدد وحيد)

فالعبارة خاطئة.

(7. $(y+1)^2=x$ عبارة خاطئة.

$y^2+2y+1=x \Rightarrow$

$y^2=x-2y-1 \Rightarrow$

$y=\pm\sqrt{x-2y-1}$

فالآلة لا تعرض تابع لأن كل قيمة x ستقابل قيمتين لـ y (قيمة موجبة وسالبة)

أ. ماهر بربر

• أعيد للمرة الأخيرة:

x^2 ← تابع

$y^2 = \ldots$ ← ليس تابع

* ثانياً: حل التمارين الآتية:

- التمرين الأول:

• أولاً: $f(x) = 2x + 1$

1) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$

$f(0) = 2(0) + 1 = 1$

2) نبدأ بإيجاد أسلاف العدد 5 وفق المعادلة $f(x) = 5$

$f(x) = 5 \Rightarrow$

$2x + 1 = 5 \Rightarrow 2x = 4$

$\Rightarrow x = 2$

يوجد سلف وحيد للعدد 5 وفق التابع f وهو $x = 2$ أي:

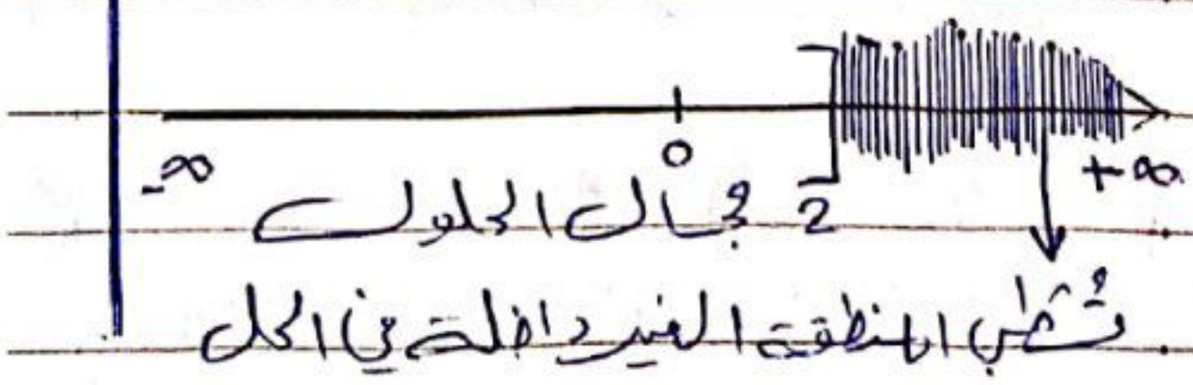
$f(2) = 5$

• ثانياً: $2x + 1 \leq 5$

$2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$

حلول المتراجحة هي جميع قيم x الأصغر أو تساوي 2

أي أن: $x \in]-\infty ; +2]$



مجال الحلول

تظليل المنطقة الغير داخلة في الحل

- التمرين الثاني:

$h(t) = t^2 - 9$

1)

$h(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 9 = 3 - 9 = -6$

$h(4) = 4^2 - 9 = 16 - 9 = 7$

$h(0) = 0^2 - 9 = -9$

$h(-2) = (-2)^2 - 9 = 4 - 9 = -5$

2) لتعيين أسلاف العدد 0 نحل المعادلة:

$h(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 9 = 0 \Rightarrow$ نحل طريقتين

$(t-3)(t+3) = 0 \Rightarrow$

إما $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3$

أو $t + 3 = 0 \Rightarrow t = -3$ } $\Rightarrow$

يوجد سلفين للعدد 0 وفق h أي:

$h(3) = 0$ ، $h(-3) = 0$

3) لتعيين أسلاف العدد -25 وفق h

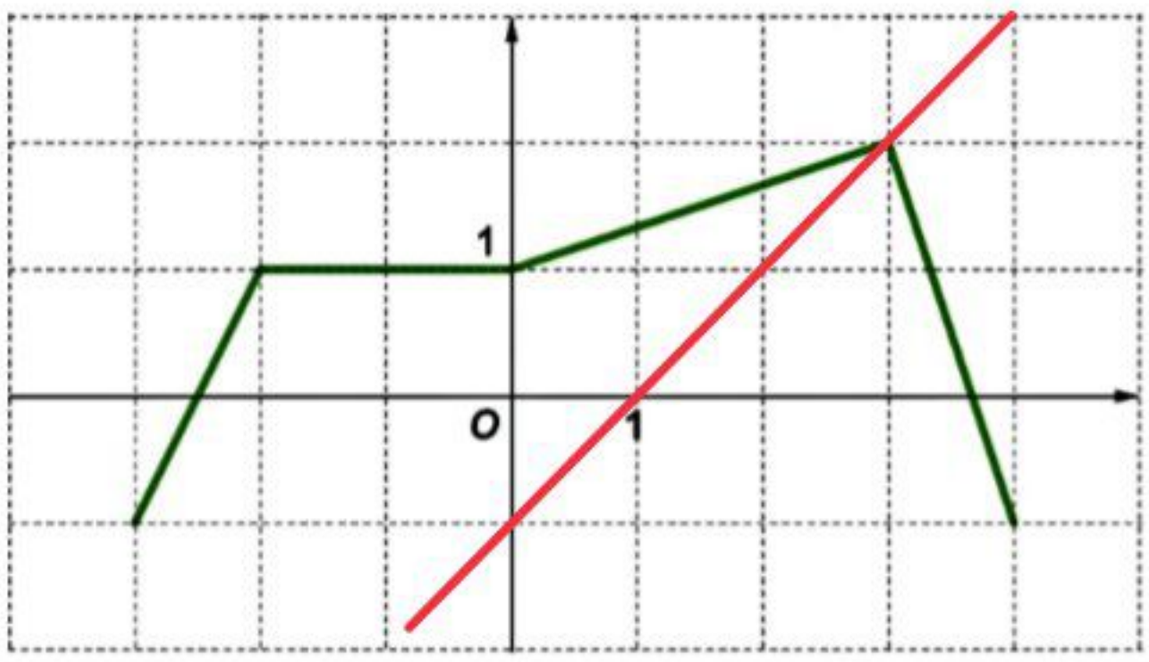
نحل المعادلة: $h(t) = -25$

$t^2 - 9 = -25 \Rightarrow t^2 = -16$

وهذه المعادلة مرفوضة إذاً لا يوجد أسلاف للعدد -25 وفق التابع h.

* ثالثاً: حل المسائل الآتية:

- المسألة الأولى:



ماستشاهده ضمن الأقواس هو للشرح
حتى تصل طريقة الحل لك بشكل مبسط

1): $f(-2)=1$
(ارسم من $x=-2$ عمودًا على محور الفواصل، سيقطع الخط البياني للتابع f في نقطة ترتيبها 1 أي أن
$x=-2 \Rightarrow y=1 \Leftrightarrow f(-2)=1$)

2): $f(x)=-1 \Leftrightarrow y=-1$
(ارسم من $y=-1$ عمودًا على محور التراتيب، سيقطع الخط البياني للتابع f في نقطتين اهما الوب إيجاد فواصلهما ثانيت النقطتين بالإسقاط على محور الفواصل نجد)
$f(x)=-1 \Rightarrow x=-3$ ، $x=4$
أي: $f(-3)=-1$ ، $f(4)=-1$

3): $x \in [-3, 4]$
(وذلك بتتبع بإسقاط نقاط بداية ونهاية الخط البياني للتابع على محور الفواصل)

4): $d: y=x-1$

d:	$(0,-1)$	$(1,0)$
x	0	1
y	-1	0

5): نرسم المستقيم على الشكل الموجود فنجد أنه يقطع الخط البياني للتابع f في $(x,y)=(3,2)$

طلبات إضافية:

(6): ما الأعداد التي صورتها أصغر ما يمكن؟ وما هي هذه الأعداد؟
لاحظ أن أصغر قيمة لـ f هي -1:
$f(-3)=-1$ ، $f(4)=-1$
أي أن الأعداد $x=-3$ ، $x=4$ صورتها أصغر ما يمكن -1.

(7): ما الأعداد التي صورتها أكبر ما يمكن؟ وما هي هذه الأعداد؟
لاحظ أن: أكبر قيمة لـ f هي 2:
أي أن العدد $x=3$ صورته أكبر ما يمكن وهي $f(3)=2$
وهو وحيد وهيم.

المسألة الثانية:

$\Delta: f(x) = 2x - 3$

1): $f(\frac{1}{2}) = 2(\frac{1}{2}) - 3 = -2$.

$f(1) = 2(1) - 3 = -1$.

2): $f(x) = 0 \Rightarrow$

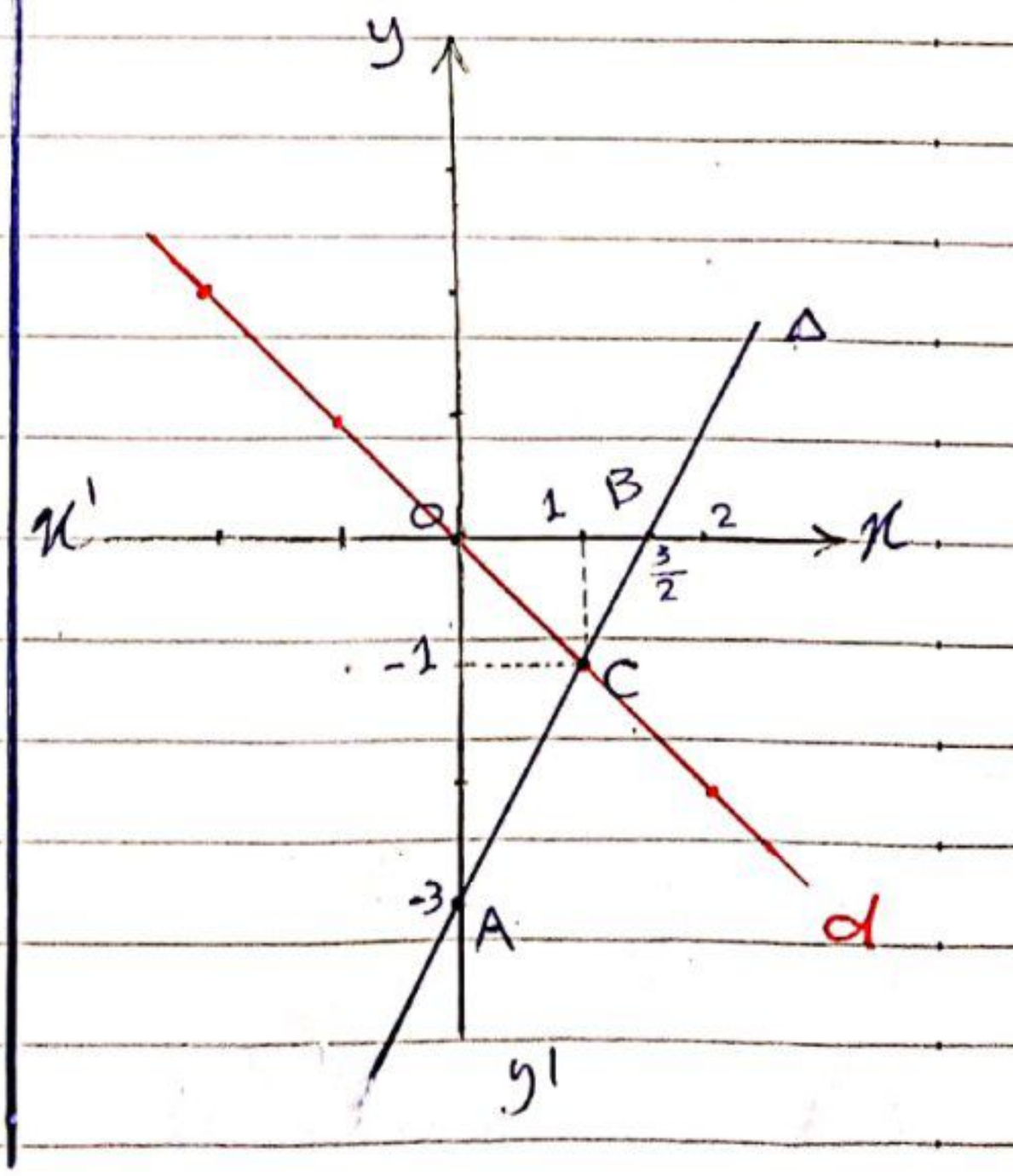
$2x - 3 = 0 \Rightarrow$

$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

3): $\Delta: y = 2x - 3$

Δ	$A(0,-3)$	$B(\frac{3}{2},0)$	$C(1,-1)$
x	0	$\frac{3}{2}$	1
y	-3	0	-1

نعوض $f(\frac{3}{2}) = 0$ $f(1) = -1$



1): $d: y = -x$

d:	$O(0,0)$	$C(1,-1)$
x	0	1
y	0	-1

نعوض النقطة C في Δ

نرسم المستقيم d كما تعلم في السابق، فنلاحظ أنه يقطع المستقيم Δ في النقطة $C(1,-1)$، أي أن الحل المشترك لمعادلتي المستقيمين بيانيًا هو $C(1,-1)$

.. نتحقق من الحل جبريًا:

$$\begin{cases} d: y = -x \\ \Delta: y = 2x - 3 \end{cases}$$

نعوض معادلة المستقيم d في Δ نجد:

$-x = 2x - 3 \Rightarrow$

$3x = 3 \Rightarrow x = 1$

نعوض في d نجد:

$y = -x = -(1) \Rightarrow y = -1$

أي الثنائية $(x,y) = (1,-1)$

وهذا ما يؤكد صحة الحل البياني.

*** إضافي:**

(المساحة المثلث المشكل بين محور التراتيب وتقاطع المستقيمين Δ و d:

$S(AOC) = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$

(القاعدة OA والارتفاع هو فقط x لـ C)

$S(AOC) = \frac{1 \times 3}{2}$

$= \frac{3}{2}$ وحدة مربعة

أ. ماهر بربر

المسألة الثالثة:

$\Delta: f(x) = 2x - 4$

1): $f(2) = 2(2) - 4 = 0$

(بمعنى آخر: $x = 2$ ، $y = 0$

هي فواصل نقاط تقاطع المستقيم Δ مع $x'x$)

$f(x) = 0$

(يجب أن أحصل على $x = 2$ وهذا واضح من الطلب السابق)

$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow$

$2x = 4 \Rightarrow x = 2$

2): $\begin{cases} \Delta: y = 2x - 4 \\ d: y = x \end{cases}$

نعوض معادلة المستقيم d في Δ

نجد:

$x = 2x - 4 \Rightarrow x = 4$

نعوض في d نجد $y = 4$

أي أن الحل المشترك لمجلة المعادلتين هو الثنائية

$(x, y) = (4, 4)$

3): التزام بالتسميات

$\Delta: y = 2x - 4$

Δ	$A(0,-4)$	$B(2,0)$	$N(4,4)$
x	0	2	4
y	-4	0	4

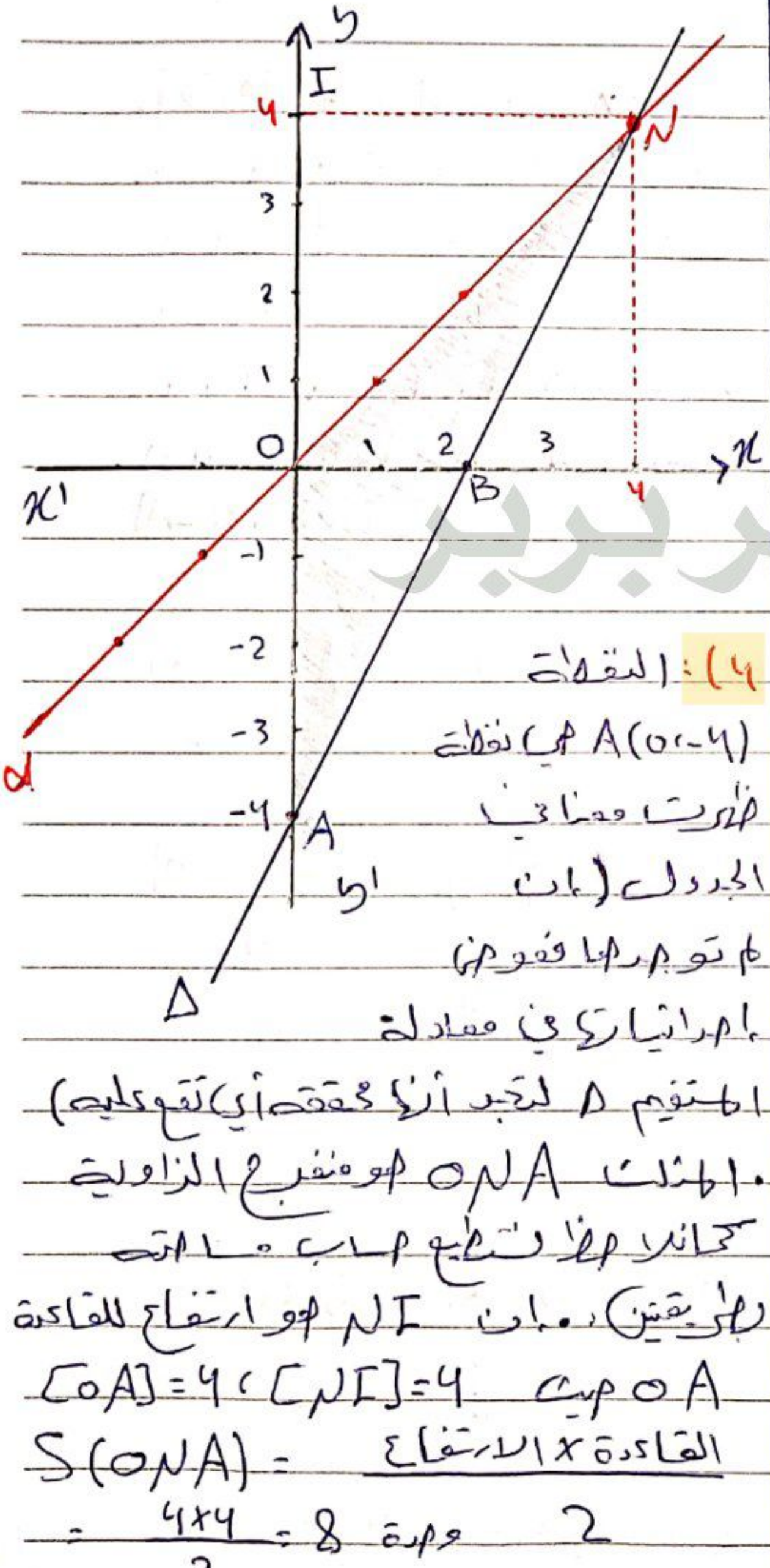
من الحل الجبري $f(2) = 0$ نفرغ

$d: y = x$

4): النقاط $A(0,-4)$ هي نقطة ظهرت معنا في الجدول (بما أننا لم نوجدها نعوض في معادلة المستقيم Δ لنجد أن A تقع عليه)

المثلث ONA هو مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين، بما أن NI هو ارتفاع للقاعدة $[OA]$ حيث $[OA] = 4$ ، $[NI] = 4$

$S(ONA) = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ وحدة مربعة.



أ ماهر بربر

لتذكر: في المثلث المقرج الزاوية تتراوح الارتفاعات في نقطة تقع خارجه و AN هي تلك الارتفاعات المنطلقة من القاعدة OA)

أو بطريقة ثانية

- مساحة المثلث ONA تساوي مساحة المثلث ONI مضافاً إليها مساحة المثلث القائم NIA مثل:
- مساحة المثلث القائم = جداء طولي الضلعين القائمين ÷ 2)

$$S(NIA) = \frac{[NI] \times [IA]}{2}$$ قائم.

$$= \frac{4 \times 8}{2} = 16$$ وحدة مربعة.

$$S(NIO) = \frac{[NI] \times [IO]}{2}$$ قائم.

$$= \frac{4 \times 4}{2} = 8$$ وحدة مربعة.

ومنه:

$$S_{(ONA)} = S_{(NIA)} - S_{(NIO)}$$

$$= 16 - 8$$

$$= 8$$ وحدة مربعة

(وهو نفس الجواب الذي وصلنا عليه بالطريقة الأولى)

أ. ماهر بربر

للدورة +مكتبة

اختبار في الوحدة السادسة من كتاب الجبر

(مبادئ الاحتمال والإحصاء)

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة :

1) وسيط العينة 16 ، 17 ، 16 ، 14 ، 18 ، 13 ، 14 ، 12 هو :

A	16	B	15	C	14

2) تجربة احتمالية ذات نتيجتين فقط هما A ,B احتمال A هو $P(A)=\frac{10}{18}$ فإن P(B)

A	$\frac{4}{9}$	B	$\frac{9}{5}$	C	$\frac{5}{9}$

3) احتمال حدث بسيط هو

A	أكبر من الواحد	B	أصغر من الصفر	C	محصور بين 0 ، 1

4) احتمال ظهور عدد n>3 في تجربة القاء حجر نرد هو

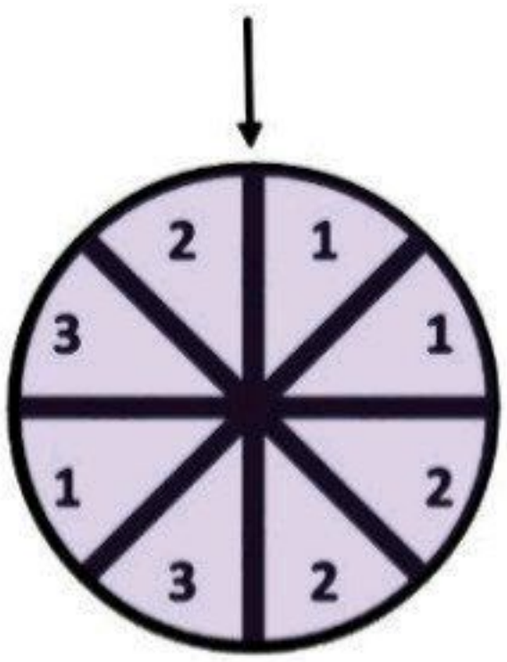
A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$\frac{1}{4}$

السؤال الثاني: أجب بكلمة صح أو خطأ:

1) في تجربة القاء قطعة نقود مرتين متتاليتين ، احتمال ظهور شعار واحد في المرتين هو $\frac{1}{4}$.
2) احتمال الحدث المستحيل محصور بين الصفر والواحد .
3) الحدثين المتعاكسين ليسا متنافيين .
4) تجربة احتمالية مؤلفة من 3 نتائج احتمال الأولى 0.22 ، احتمال الثانية 0.54 ، فإن احتمال الثالثة 0.26 .

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية :

التمرين الأول: دولاب مرقم كما في الشكل ، ندور الدولاب فيستقر على أحد القطاعات



1- ارسم شجرة الامكانات وزوّد فروعها باحتمالات النتائج
2- احسب احتمال الحدث A يستقر الدولاب على العدد 1
3- احسب احتمال الحدث B يستقر الدولاب على عدد فردي
4- احسب احتمال الحدث C يستقر الدولاب على عدد أكبرتماماً من 1

التمرين الثاني: في تجربة القاء حجر نرد محمل بالارقام { 1,2,3,4,5,6 }

لدينا الأحداث : A) ظهور عدد من مضاعفات 3 ، B) ظهور عدد فردي

C) ظهور عدد أولي ، D) ظهور عدد اصغر تماما من 3

احسب احتمال الأحداث السابقة

ماذا ندعوا الحدثين A ، D

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث: عينة احصائية مفرداتها : 9 ، 7 ، 6 ، 5 ، 4 ، 3 ، 3 ، 2

عين المدى ، الوسيط ، الربيع الأول ، المتوسط الحسابي

التمرين الرابع: صندوق يحوي 10 كرات : 3 حمراء ، 5 زرقاء ، 2 سوداء نسحب كرة من الصندوق

1) ما احتمال ظهور كرة زرقاء
2) احسب احتمال ظهور كرة ليست سوداء
3) ما احتمال ظهور كرة حمراء أو سوداء

التمرين الخامس: نلقي قطعة نقود مرتين متتاليتين ونقرأ النتيجة في كل مرة

1- ارسم شجرة الامكانات وزوّد فروعها بالاحتمالات
2- احسب احتمال ظهور وجهين متماثلين
3- احسب احتمال ظهور شعار في المرة الأولى
4- احسب احتمال ظهور كتابة مرة على الاقل

ثالثاً: حل المسالتين الآتيتين :



المسألة الأولى: صندوق يحتوي على 5 كرات : 3 حمراء ، 2بيضاء

نسحب كرة ونلقيها على الدولاب المجاور لتستقر على أحد القطاعات :

1) ارسم شجرة الامكانات وزوّد فروعها باحتمالات النتائج الممكنة
2) ما احتمال وقوع كرة حمراء على عدد زوجي
3) احسب احتمال وقوع كرة بيضاء على عدد فردي
4) احتمال ظهور عدد أكبر تماماً من الواحد مع كرة حمراء

المسألة الثانية: يحوي صندوق 9 كرات متماثلة : 5 حمراء ، 3 زرقاء ، كرة بيضاء

نسحب كرة ثم نعيدها ثم نسحب كرة أخرى .



1) ارسم شجرة الامكانات وزوّد فروعها بالاحتمالات
2) A : ما احتمال الحصول على كرتين زرقاوتين
3) E : ما احتمال الحصول على كرتين من لون واحد
4) C : ما احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين
5) D : ما احتمال الحصول على كرة حمراء وكرة بيضاء
6) ماذا ندعوا الحدثين C , E

انتهت الأسئلة

في السؤال / أولا / ضمن الامتحان اكتب فقط الاجابه دون الشرح فهو للتوضيح

*أولا: أجب عن الأسئلة الآتية:

- السؤال الأول:

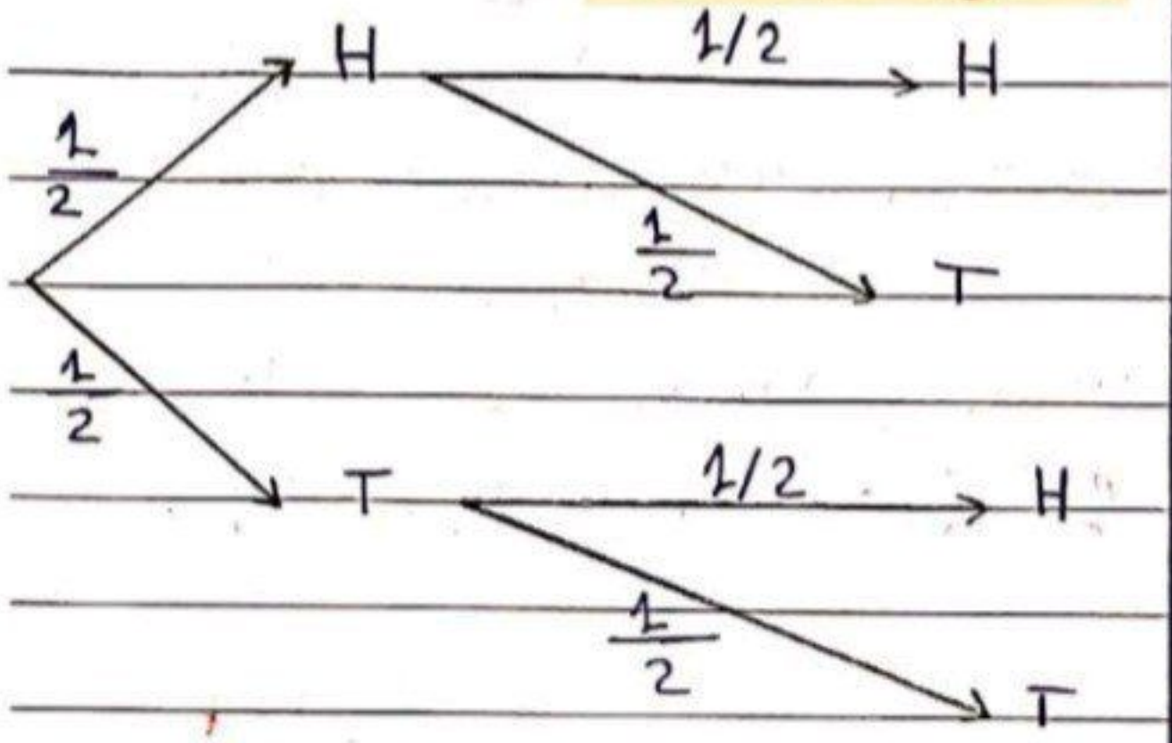
1) نرتب العينة تصاعديا نجد:
12، 13، 14، 14، 16، 16، 17، 18
نلاحظ أن عدد مفردات العينة هو 8
وهو عدد زوجي وعليه
$2n=8 \Rightarrow n=4$ ، $n+1=5$
الوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين اللتين تقعان في الوسط أي للمفردتين الرابعة والخامسة وعليه:
$M=Q_2=\frac{14+16}{2}=\frac{30}{2}=15$
الإجابة B

2) في أي تجربة احتمالية: مجموع احتمالات جميع النتائج (الأحداث) يساوي 1
وعليه وعلى التجربة هنا نتيجتين فقط:
$P(A)+P(B)=1 \Rightarrow$
$\frac{10}{18}+P(B)=1 \Rightarrow P(B)=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$
الإجابة A

3) احتمال الحدث البسيط وليكن A هو عدد محصور بين الصفر والواحد
$0 \leq P(A) \leq 1$
الإجابة C

4) $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$
A: حدث دال على ظهور عدد $n>3$
$A=\{4,5,6\} \Rightarrow P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
الإجابة A

- السؤال الثاني:



نريد احتمال الحدث الدال على ظهور شعار واحد في الرميتين أي:
ظهور الثنائية (H،T) أو (T،H)
وعليه الاحتمال المطلوب (وليكن A)
$P(A)=P(T,H)+P(H,T)$
$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$
بالتالي العبارة خاطئة

(أو مباشرة:)
$\Omega=\{(H,H),(H,T),(T,H),(H,H)\}$
$A=\{(H,T),(T,H)\}$
$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

2) احتمال الحدث المستحيل هو صفر دوماً
$P(\phi)=0$
فالعبارة خاطئة

3) كل حدثين متعاكسين لهما احتمالان متساويان
فالعبارة خاطئة

أ.ماهر بربر

4) يجب أن يكون مجموع احتمالات هذه النتائج يساوي 1 وهنا ليس محقق ذلك:

$0.22+0.54+0.26=1.02$

فالعبارة خاطئة

بل يكون احتمال النتيجة الثالثة

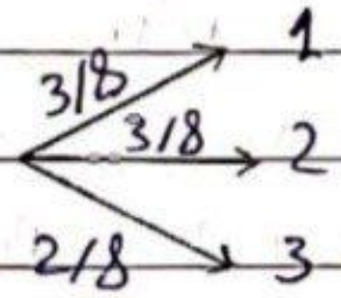
$1-(0.22+0.54)=0.24$

ثانياً:

التمرين الأول:

$\Omega=\{1,1,1,2,2,2,3,3\}$

1)



(أعيدها للمرة الأخيرة:

كل فرع يرتبط بنتيجة واحدة

حتى لو كانت مكررة، ومجموع

احتمالات الفروع يساوي 1)

2) $P(A)=P(1)=\frac{3}{8}$

3) B الحدث الذي يدل على أن يتقدم الدولاب كنتيجة فردية

$B=\{1,1,1,3,3\}\ n(B)=5$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{5}{8}$

أو بطريقة هذه الشجرة $P(1)+P(3)$

4) $C=\{2,2,2,3,3\}\ n(C)=5$

$P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{5}{8}$

(أعد الشجرة)

* إضافي:

هل الحدثان A و C متنافيان؟

إن الحدثان A و C لا يتحققان معاً والحدث A يتحقق إن لم يتحقق C وبالعكس فالحدثان متعاكسان حيث

$A\cap C=\phi\ ,\ A\cup C=\Omega$

ونعلم أن الحدثان المتعاكسان هما متنافيان دوماً، إذاً الحدثان A و B متنافيان.

التمرين الثاني:

$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A=\{3,6\}\ ,\ B=\{1,3,5\}$

$C=\{2,3,5\}\ ,\ D=\{1,2\}$

1) $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$P(D)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

2) A و D متنافيان متعاكسان، وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر، لدينا:

$A\cap D=\phi\ ,\ A\cup B\neq\Omega$

إضافي/ تمرين/

ناقش صحة الإدعاء التالي:

إن مجموع احتمالي الحدثين B، C يساوي الواحد إذن الحدثان B، C متعاكسان.

$B=\{1,3,5\}$

$C=\{2,3,5\}$

$B\cap C=\{3\}\neq\varnothing$ وهما ليسا متعاكسان

بالرغم من أن مجموع احتمالهما يساوي 1.

إياك أن تنسى الملاحظة:

- إذا كان A، B حدثان متعاكسان عندئذٍ $P(A)+P(B)=1$ والعكس غير صحيح بالضرورة.

التمرين الثالث:

نلاحظ أن العينة مرتبة تصاعدياً:

2، 3، 3، 4، 5، 6، 7، 9

$E=x_{max}-x_{min}=9-2=7$

عدد مفردات العينة هو 8 عدد زوجي

$2n=8\Rightarrow n=4$ $(n+1=5)$

الوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين الرابعة والخامسة.

الوسيطين أي للمفردتين الرابعة والخامسة.

$M=Q_2=\frac{4+5}{2}=\frac{9}{2}=4.5$

2، 3 | 3، 4 | 5، 6، 7، 9

Q_1 Q_2

- الربيع الأول: هو وسيط العينة التي يسبق الوسيط: بالحساب نجد $Q_1=3$

- الربيع الثالث: هو وسيط العينة التي تلي الوسيط $Q_3=6.5$

- المتوسط: هو مجموع المعدات ÷ عددها:

$\overline{X}=\frac{39}{8}=4.875$

التمرين الرابع:

B: حدث دال على سحب كرة زرقاء:

$P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

R: حدث دال على سحب كرة حمراء:

$P(R)=\frac{3}{10}$

D: حدث دال على سحب كرة سوداء:

$P(D)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

1) تم حسابه

2) A: حدث دال على سحب كرة ليست سوداء (إما زرقاء أو حمراء)

$P(A)=P(R)+P(B)=\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{8}{10}$

3) F: حدث دال على ظهور كرة حمراء أو سوداء:

$P(F)=P(R)+P(D)=\frac{3}{10}+\frac{2}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

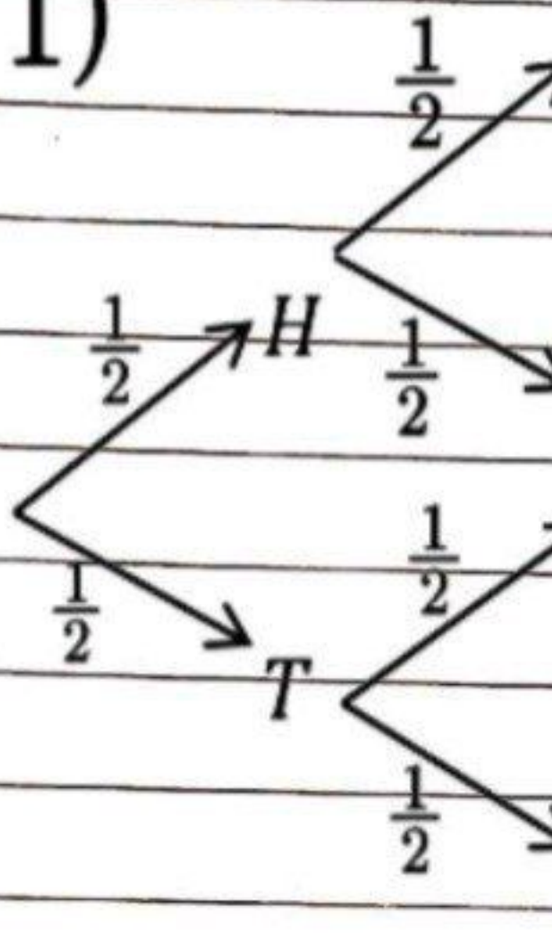
قد يطلب الحل بطريقتين:

- طريقة ثانية: الحدث F هو الحدث المعاكس للحدث B ومنه: $P(F)+P(B)=1\Rightarrow$

$P(F)=1-P(B)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التمرين الخامس.

1)



$$\ldots\ldots P(H,H)=P(H)\times P(H)=\frac{1}{4} \quad \ldots(H,H)$$

$$\ldots\ldots P(H,T)=P(H)\times P(T)=\frac{1}{4} \quad \ldots(H,T)$$

$$\ldots\ldots P(T,H)=P(T)\times P(H)=\frac{1}{4} \quad \ldots(T,H)$$

$$\ldots\ldots P(T,T)=P(T)\times P(T)=\frac{1}{4} \quad \ldots(T,T)$$

2) A: حدث ظهور رجهين متماثلين (T، T) أو (H، H) فيكون:

$$P(A)=P(H,H)+P(T,T)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

3) B: حدث ظهور شعار في الطبقة الأولى (H، T) أو (H، H) فيكون:

$$P(B)=P(H,H)+P(H,T)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

4) C: حدث ظهور كتابة على الأقل (إما أن أحصل على كتابة أو أكثر)
(T، H) أو (H، T) أو (T، T) فيكون:

$$P(C)=P(T,H)+P(H,T)+P(T,T)=\frac{3}{4}$$

ملاحظة: وجود ظهور شعار على الأكثر (شعار أو ولا شعار) واضح

* إضافي: ما الحدث المعاكس للحدث C؟ ما هي احتماله بطريقتين:

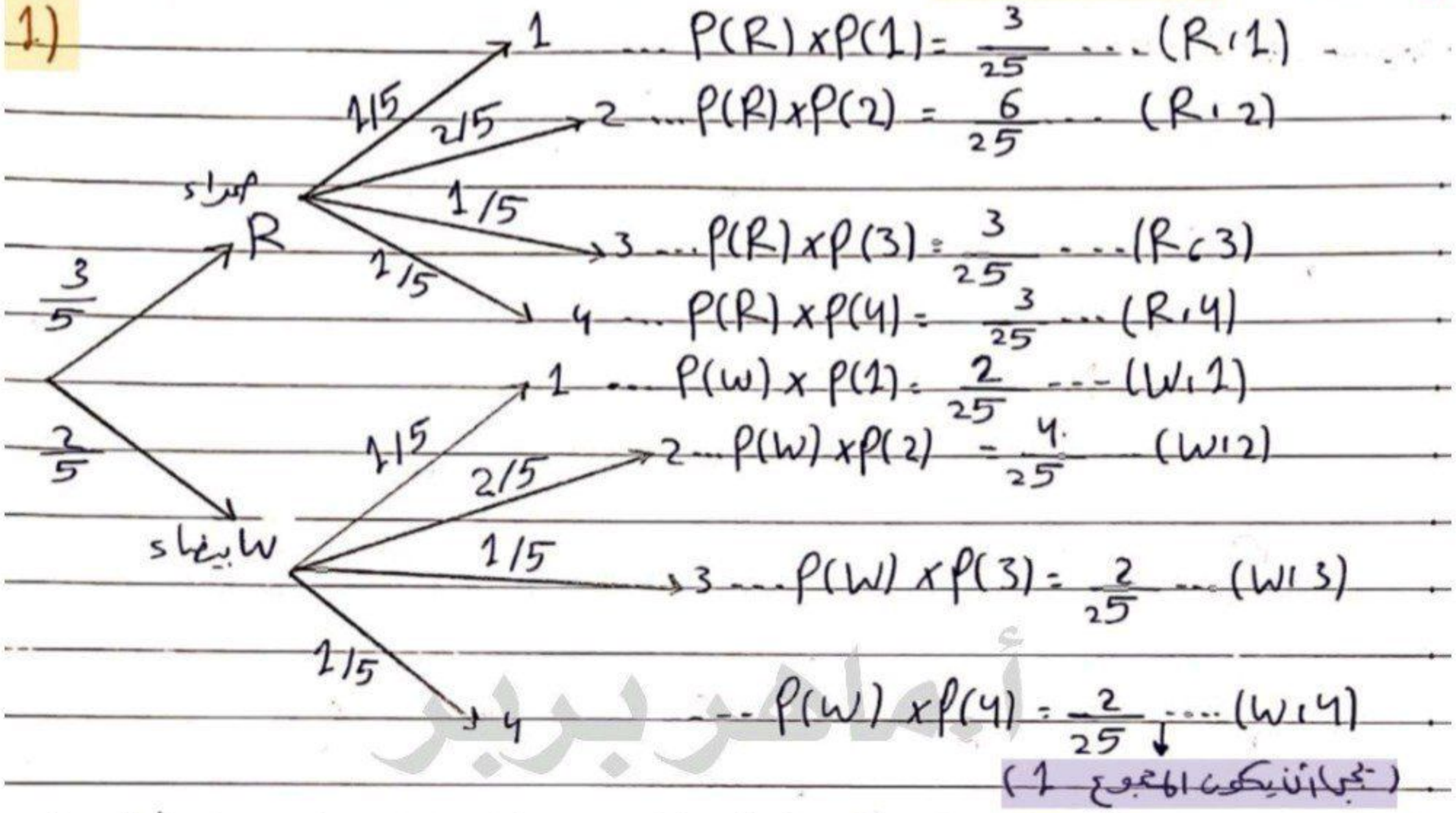
بفرض D الحدث المعاكس للحدث C، الحدث D يقع عندما لا يقع C أي عندما أحصل على (H، H) ظهور شعارين متتاليين $P(D)=P(H,H)=\frac{1}{4}$

بطريقة أخرى: بما أن الحدث D هو الحدث المعاكس للحدث C فإن:

$$P(D)+P(C)=1 \Rightarrow P(D)+\frac{3}{4}=1 \Rightarrow P(D)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

* ثالثاً: المسألة الأولى:

1)



(يجب أن يكون المجموع 1)

2) A: حدث دال على وقوع كرة حمراء على عدد فردي (يقع A عندما نحصل على (R,1) أو (R,3)) فيكون:

$$P(A) = P(R,1) + P(R,3) = \frac{3}{25} + \frac{6}{25} = \frac{9}{25}$$

3) B: حدث دال على وقوع كرة بيضاء على عدد فردي (يقع B عندما نحصل على (W,1) أو (W,3)) فيكون:

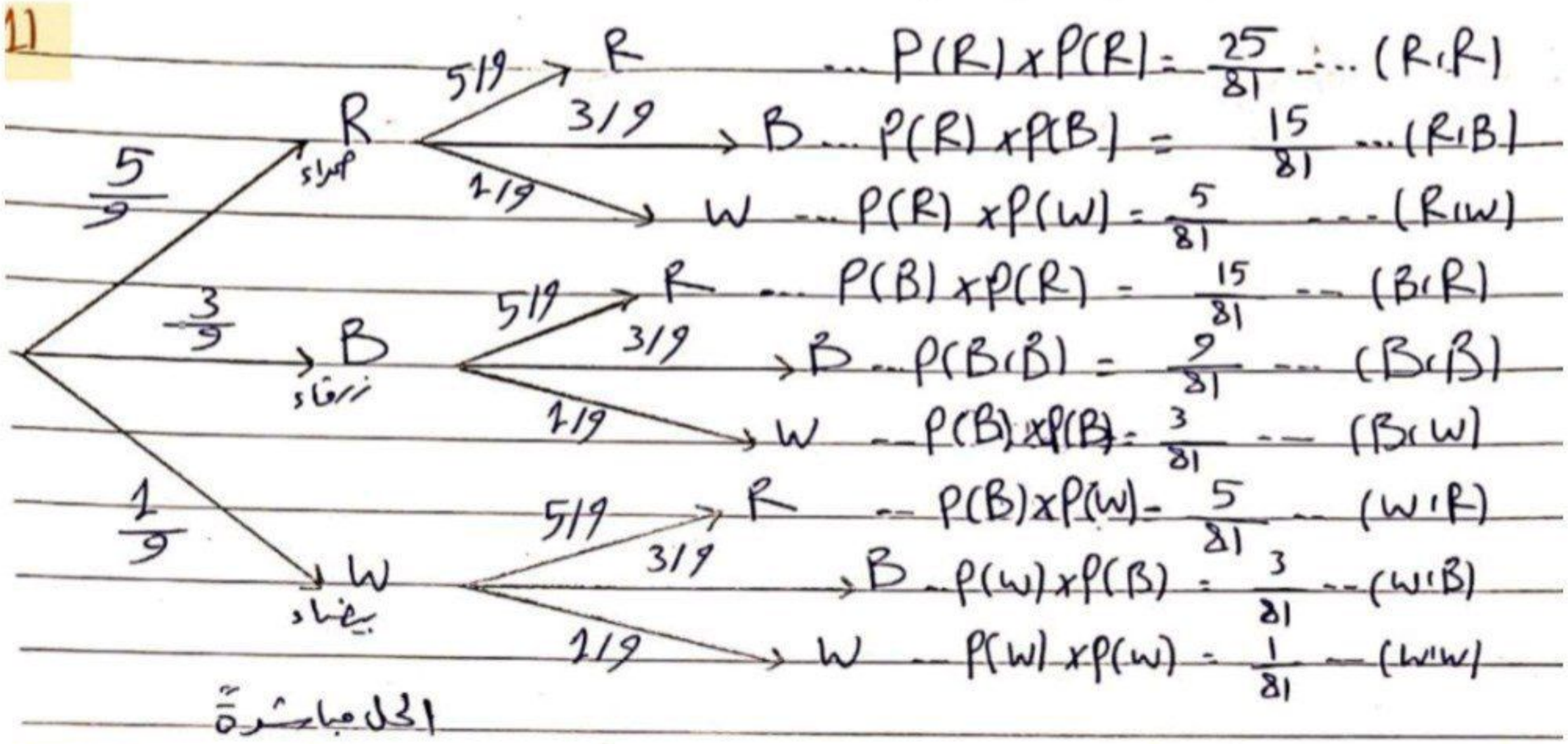
$$P(B) = P(W,1) + P(W,3) = \frac{2}{25} + \frac{2}{25} = \frac{4}{25}$$

4) C: حدث ظهور عدد أكبب تماماً من 1 في كرة حمراء. (يقع C عندما نحصل على (R,4) أو (R,3) أو (R,2)) فيكون:

$$P(C) = P(R,4) + P(R,3) + P(R,2) = \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$$

أ. ماهر بربر

11



الحل مباشرة

2) $P(A) = P(B,B) = \frac{9}{81}$

3) $P(E) = P(R,R) + P(B,B) + P(W,W) = \frac{25}{81} + \frac{9}{81} + \frac{1}{81} = \frac{35}{81}$

4) $P(C) = P(R,B) + P(R,W) + P(B,R) + P(B,W) + P(W,R) + P(W,B)$

$= \frac{15}{81} + \frac{5}{81} + \frac{15}{81} + \frac{3}{81} + \frac{5}{81} + \frac{3}{81} = \frac{46}{81}$

طريقة ثانية: بما أن الحدث C هو الحدث العكسي للحدث E وعليه:

$P(C) + P(E) = 1 \Rightarrow P(C) = 1 - P(E) = 1 - \frac{35}{81} = \frac{46}{81}$

5) $P(D) = P(R,W) + P(W,R) = \frac{5}{81} + \frac{5}{81} = \frac{10}{81}$

6) الحدث C هو الحدث العكسي للحدث E حيث الحدث C يقع عندما لا يقع الحدث E أي عندما نحصل على كرتين من لونين مختلفين (وقوع الحدث C) فلن نحصل على كرتين من نفس اللون (عدم وقوع الحدث E).

نهاية الوحدة السادسة / ماهر بربر

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

مركز ماهر برير

نموذج اختبار محلول

الوحدة الأولى هندسة

الاختبار الأول





مكتبة اليمان

نموذج امتحاني شامل للوحدة الأولى هندسة

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

1) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ ومتساوي الساقين فإن $\sin\hat{C}$ يساوي :					
A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	C	$\frac{1}{2}$
2) $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :					
A	$0 < \sin\hat{\theta} \leq 1$	B	$0 \leq \sin\hat{\theta} < 1$	C	$0 < \sin\hat{\theta} < 1$
3) العدد التالي $(\sin 30 \times \tan 60)^2$ هو عدد :					
A	عادي غير صحيح	B	عادي صحيح	C	غير عادي
4) بفرض $\sin(40) = \cos(15 + \hat{\theta})$ فإن قياس الزاوية $\hat{\theta}$ يساوي :					
A	25	B	35	C	125

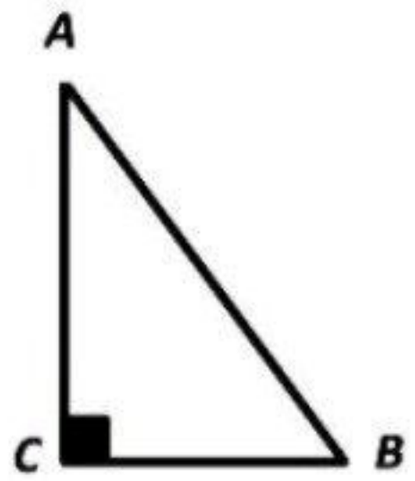
السؤال الثاني : أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات التالية :

- طول الضلع المقابلة للزاوية 60 في المثلث القائم تساوي نصف طول الوتر .
- ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ حيث $\sin\hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن $\hat{B} = 60$.
- إذا كان $\tan\hat{\theta} < 1$ فإن : $\sin\hat{\theta} > \cos\hat{\theta}$.
- إذا كان $\sin\hat{\theta} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{108}}$ فإن $\hat{\theta} = 30$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول : ABC مثلث قائم في $\hat{C}$ فيه $AB = 1125$ و $BC = 675$ والمطلوب :

1. أوجد $GCD(675, 1125)$ باستخدام الخوارزمية التي تراها مناسبة .
2. أوجد $\sin\hat{A}$ بصيغة كسر مختزل .



التمرين الثاني :

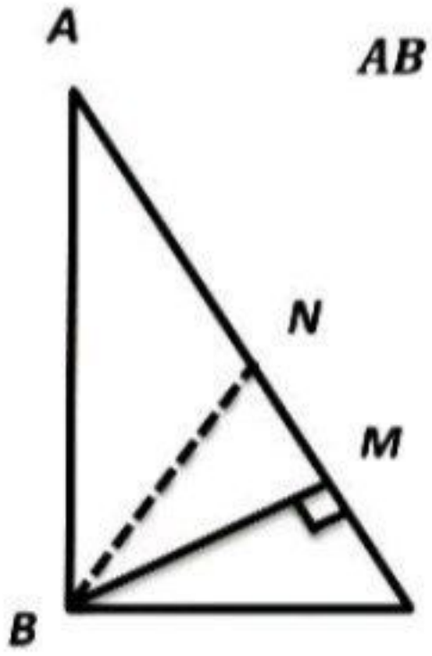
أولاً : ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ فيه $\frac{\hat{C}}{\hat{B}} = \frac{4}{5}$ والمطلوب :

1. جد قياس الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$.
2. نقبل بأن $\sin\hat{C} = \frac{3}{5}$ عندئذ احسب كلاً مما يلي :
   - ★ $\cos\hat{B}$ ثم $\cos\hat{C}$ ثم $\tan\hat{C}$

ثانياً : جد عددين طبيعيين فرقهما 9 ونسبتهما $\frac{4}{3}$

التمرين الثالث : ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ $\tan\hat{A} = \frac{1455}{1940}$ والمطلوب :

1. جد $GCD(1455, 1940)$ واكتب الكسر المختزل المكافئ للكسر $\tan\hat{A}$.
2. جد $\sin\hat{A}$ و $\cos\hat{A}$.
3. استنتج $\cos\hat{C}$ ثم $\tan\hat{C}$ معللاً إجابتك .



التمرين الرابع : في الشكل المجاور ABC مثلث فيه : $BC = 6\ cm$ ، $AC = 10\ cm$ ، $AB = 8\ cm$

و النقطة N منتصف الضلع $[AC]$ كما أن النقطة M من الضلع $[AC]$ تحقق $\frac{MC}{AM} = \frac{9}{16}$ والمطلوب :

❶ برهن أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$.

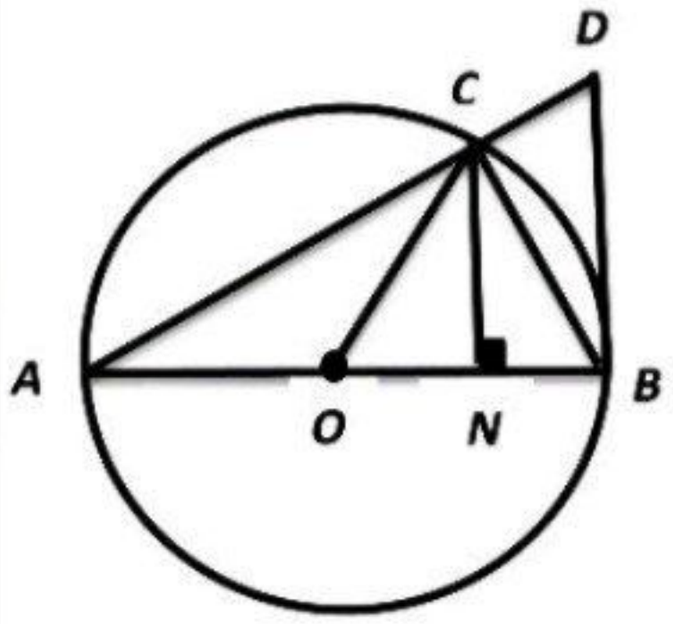
❷ جد طول كلاً من AM ، MC .

❸ احسب $\sin \widehat{C}$ في كلا المثلثين ABC و BMC ثم استنتج طول BM .

❹ احسب طول BN عين مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC واحسب طول نصف قطرها .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين

المسألة الأولى : في الشكل المجاور لدينا $C(O\ ,6)$ فيها $\widehat{BAC} = 30$ ، كما أن $[BD]$ مماس لها في B ،



والمطلوب :

❶ حدد نوع المثلث ABC بالنسبة لزواياه ، واحسب قياس $\widehat{ABC}$.

❷ احسب الأطوال التالية : BC ثم AC ثم CN ثم BD ثم CD .

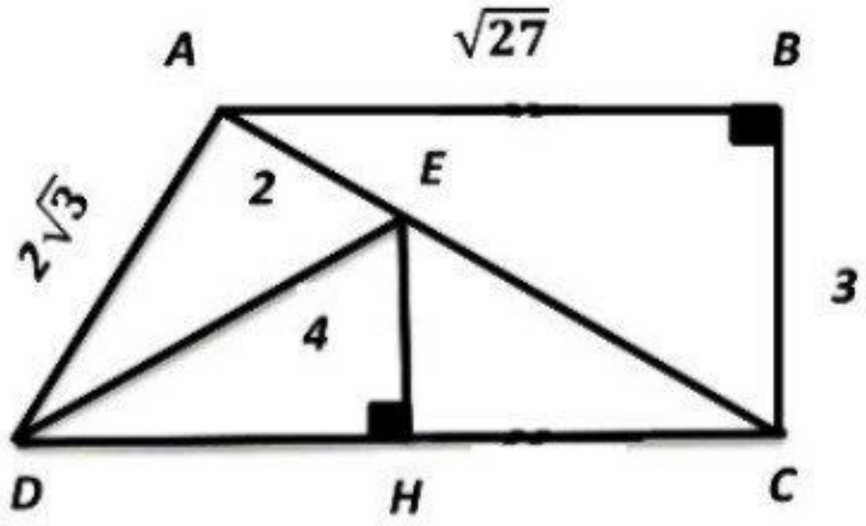
❸ برهن أن : $CN \parallel BD$ ، ثم استنتج نوع الرباعي $CNBD$ واحسب مساحته.

❹ أثبت أن المثلث OCB متساوي الأضلاع

ثم برهن أن المساحة التي يشغلها تشكل $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$

من مساحة الدائرة التي مركزها النقطة O

المسألة الثانية : في الشكل المجاور لدينا $ABCD$ شبه منحرف قائم في $\widehat{B}$ ، ليكن $EH \perp DC$ والمطلوب :



❶ احسب $\tan \widehat{BAC}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.

❷ احسب طول AC ثم استنتج طول EC ثم أثبت أن $\widehat{EDC} = 30$.

❸ برهن أن المثلث ADE قائم الزاوية في $\widehat{A}$.

❹ برهن أن DE منصف للزاوية $\widehat{ADC}$.

❺ برهن أن H منتصف DC ثم احسب طول كلاً من

EH ثم DH واستنتج مساحة المثلث DEC .

الموضوع : حل أسئلة الاختبار

* السؤال الأول :

(1) : $\hat{A}=90^\circ$ ، $\hat{C}=\hat{B}=45^\circ \Rightarrow \sin\hat{C}=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

الإجابة B .

(2) : $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم

$0<\sin\hat{\theta}<1$ ومنه

الإجابة C وكذلك بالنسبة لـ $\cos\hat{\theta}$

أما $\tan\hat{\theta}$ ليس بالضرورة بسالبة

(3) : $(\sin 30^\circ \times \tan 60^\circ)^2 =$

$\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

$=\frac{3}{4}$

وهو عدد عادي غير مرجح

الإجابة A .

(4) : $\sin(40)=\cos(15+\hat{\theta}) \Rightarrow$

الزاويتان متتامتان ومنه :

$40+15+\hat{\theta}=90^\circ \Rightarrow$

$\hat{\theta}=90^\circ-55 \Rightarrow \hat{\theta}=35^\circ$

الإجابة B .

* السؤال الثاني :

(1) : عبارة صائبة :

بل في المثلث القائم الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر

(2) : $\hat{A}=90^\circ$ ، $\sin\hat{C}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\hat{C}=60^\circ$

ومنه $\hat{B}=30^\circ$

فالعبارة صائبة

(3) :

$\tan\hat{\theta}<1 \Rightarrow \frac{\sin\hat{\theta}}{\cos\hat{\theta}}<1$

يكون الكسر $\frac{a}{b}$ أصغر من الواحد إذا كان

بسط أصغر من مقام / ومنه

$\sin\hat{\theta}<\cos\hat{\theta}$

فالعبارة صائبة

برهنا بالاعتماد على ضرب طرفي المتراجحة بالعدد الموجب $\cos\hat{\theta}$ وهذا ما نتعرف عليه بدرس المتراجحات /

(4) :

$\sin\hat{\theta}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{108}}=\frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$

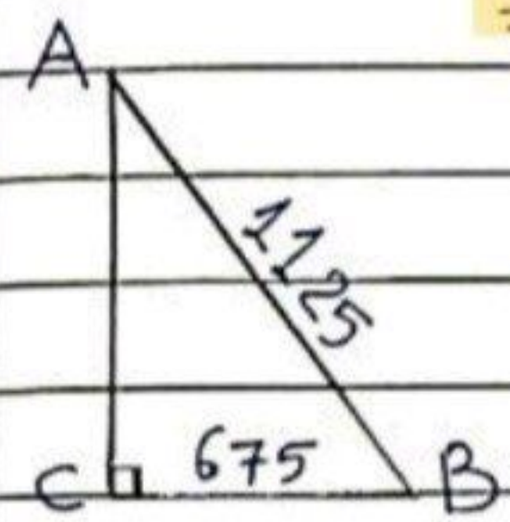
$=\frac{1}{2}\Rightarrow\hat{\theta}=30^\circ$

فالعبارة صحيحة .

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

* التمرين الأول :



$\hat{C} = 90°$ ، $AB = 1125$

$BC = 675$

(1) نطبق خوارزمية اقليدس نجد :

$1125 = 1 \times 675 + 450$

$675 = 1 \times 450 + 225$

$450 = 2 \times 225 + 0$

وعنه :

$GCD(1125, 675) = 225$

(2)

$$\sin\hat{A} = \frac{675}{1125} = \frac{675 \div 225}{1125 \div 225} = \frac{3}{5}$$

* التمرين الثاني :

أولا :

$\hat{A} = 90°$ ، $\frac{\hat{C}}{\hat{B}} = \frac{4}{5}$

(1) نعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$ وعنه

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180° \Rightarrow$

$\hat{B} + \hat{C} = 90°$

ولدينا فرضاً :

$\frac{\hat{C}}{\hat{B}} = \frac{4}{5}$ وهي خواص التناسبية

نثبت البطء ونضيف للمقام

أو بالعكس نجد :

$$\frac{\hat{C}}{\hat{B}+\hat{C}} = \frac{4}{5+4} \Rightarrow$$

$$\frac{\hat{C}}{90} = \frac{4}{9} \Rightarrow \hat{C} = \frac{4 \times 90}{9}$$

$\hat{C} = 4 \times 10 = 40°$

وعنه $\hat{B} + \hat{C} = 90° \Rightarrow \hat{B} = 50°$

$\hat{B}$ ، $40°$

وبالتالي : $\hat{A} = 90°$ ، $\hat{B} = 50°$ ، $\hat{C} = 40°$

(2)

$\sin\hat{C} = \frac{3}{5}$

* $\cos\hat{B} = \sin\hat{C} = \frac{3}{5}$

($\hat{B}$ ، $\hat{C}$ متتامتان)

* لحساب $\cos\hat{C}$ نعوض في المطابقة :

$\cos^2\hat{C} + \sin^2\hat{C} = 1 \Rightarrow$

$\cos^2\hat{C} + (\frac{3}{5})^2 = 1 \Rightarrow$

$\cos^2\hat{C} = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow$

$\cos\hat{C} = \frac{4}{5}$

* $\tan\hat{C} = \frac{\sin\hat{C}}{\cos\hat{C}} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

ثانياً:

نفرض العدد الكبير x

ونفرض العدد الصغير y

كذلك يكون:

$x - y = 9 \; ; \; x \wedge y \in \mathbb{N}$

ولدينا فرضاً:

$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ (كبير / صغير)

ومن خواص التناسب نثبت المقام ونظرحه من البسط لنحصل على $x-y$ كما يلي:

$\frac{x-y}{y} = \frac{4-3}{3} \Rightarrow$

$\frac{9}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow$

وعند $y = 27$

$x - y = 9 \Rightarrow x = 9 + 27$

$27 \Rightarrow x = 36$

*** التمرين الثالث:**

$\hat{B} = 90° \; , \; \tan \hat{A} = \frac{1455}{1940}$

(1) نبين خواريزمية اقليدس كما يلي:

$1940 = 1 \times 1455 + 485$

$1455 = 3 \times 485 + 0$

ومنه

$GCD(1940, 1455) = 485$

ومنه:

$\tan \hat{A} = 1455 \div 485 = \frac{3}{4}$

$1940 \div 485$

(2)

$\tan \hat{A} = \frac{3}{4}$ ($\sin \hat{A} = ?$ ، $\cos \hat{A} = ?$)

$\tan \hat{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{3}{4}$

نرفع طرفي المساواة بـ:

$\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{9}{16}$

لدينا $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ لذلك نثبت المقام ونضيف البسط فوق المكتسب بـ:

$\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A} = \frac{9+16}{16} \Rightarrow$

$\frac{1}{\cos^2 A} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{16}{25}$

ومنه $\cos \hat{A} = \frac{4}{5}$

الآن لحساب $\sin \hat{A}$ نستطيع التعويض بالمطابقة المثلثية $\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A} = 1$ أي:

$\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} \Rightarrow$

$\sin \hat{A} = \tan \hat{A} \times \cos \hat{A}$

$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

(3) $\hat{A}$ ، $\hat{C}$ زاويتان متتامتان نعرف:

$\cos\hat{C} = \sin\hat{A} = \frac{3}{5}$ ⇒

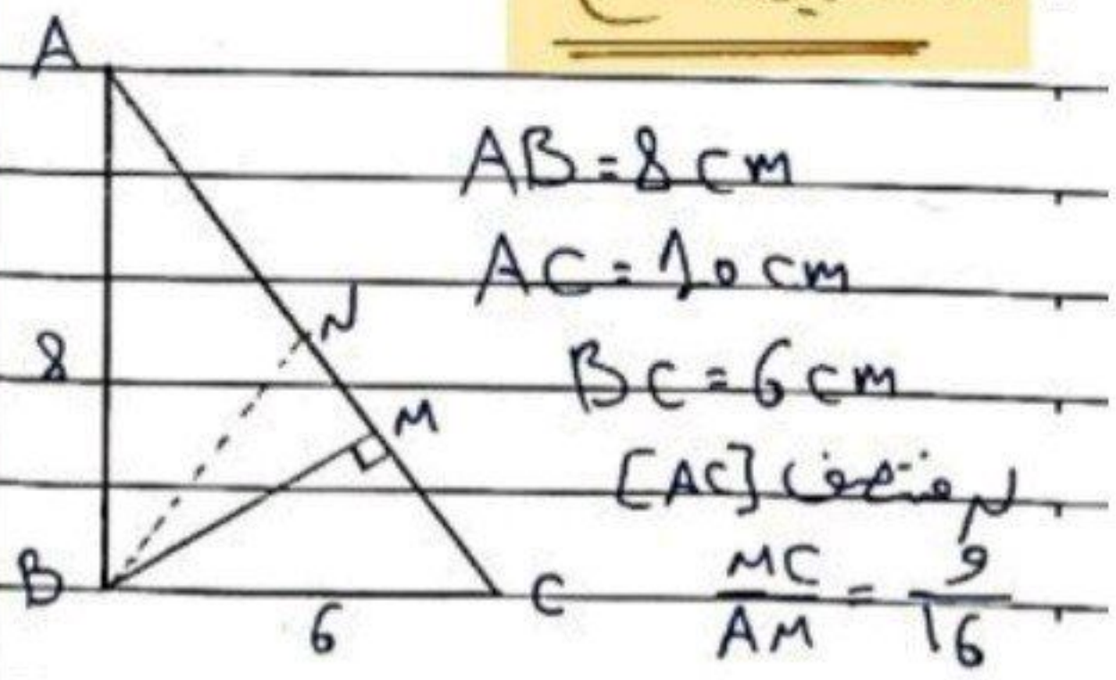
$\sin\hat{C} = \cos\hat{A} = \frac{4}{5}$

$\tan\hat{C} = \frac{\sin\hat{C}}{\cos\hat{C}} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$

ملاحظات ـــــ اطراح:

لاثبات أن $\tan\hat{C} \times \tan\hat{A} = 1$ يكفي أن نبرهن أن جداء النسبتين هي مقلوب بعضهما أي نبرهن أن النسبتين المتتامتين ظل إحداهما يساوي مقلوب ظل الأخرى.

* التمرين الرابع:



$AB = 8\,cm$

$AC = 10\,cm$

$BC = 6\,cm$

[AC] لمنتصف

$\frac{MC}{AM} = \frac{9}{16}$

(1) علل أن طول أحد أضلاع المثلث ABC معلوم علما أن المثلث ABC قائم.

$[AC]^2 = [10]^2 = 100$

(2) لدينا:

$AC = MC + MC = 10$

$\frac{MC}{MA} = \frac{9}{16}$

ومن خواص التناسب:

تبقى النسبة ونضيف المقام أو البسط

$\frac{MC}{MA+MC} = \frac{9}{16+9} \Rightarrow$

$\frac{MC}{10} = \frac{9}{25} \Rightarrow MC = \frac{9\times10}{25}$

$MC = \frac{9\times2}{5} = \frac{18}{5} = 3.6\,cm$

ومنه:

$MA + MC = 10 \Rightarrow$

$MA = 10 - 3.6 = 6.4\,cm$

(3)

$ABC \rightarrow \sin\hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$BMC \rightarrow \sin\hat{C} = \frac{MB}{BC} = \frac{MB}{6}$ ⇒

* $[AB]^2 + [BC]^2 = [8]^2 + [6]^2$

$= 64 + 36 = 100 \Rightarrow$

$[AB]^2 + [BC]^2 = [AC]^2$

وهي كما هي ثانوث المثلث ABC ثم

[AC] الناقيس اعتبر أطول أضلاعه

وزاويتين القائم هي الزاوية المقابلة

للعمر التي قيسها $\hat{B} = 90°$

(2) لدينا:

$AC = MC + MC = 10$

$\frac{MC}{MA} = \frac{9}{16}$

ومن خواص التناسب:

تبقى النسبة ونضيف المقام أو العكس:

$\frac{MC}{MA+MC} = \frac{9}{16+9} \Rightarrow$

$\frac{MC}{10} = \frac{9}{25} \Rightarrow MC = \frac{9\times10}{25}$

$MC = \frac{9\times2}{5} = \frac{18}{5} = 3.6\,cm$

ومنه:

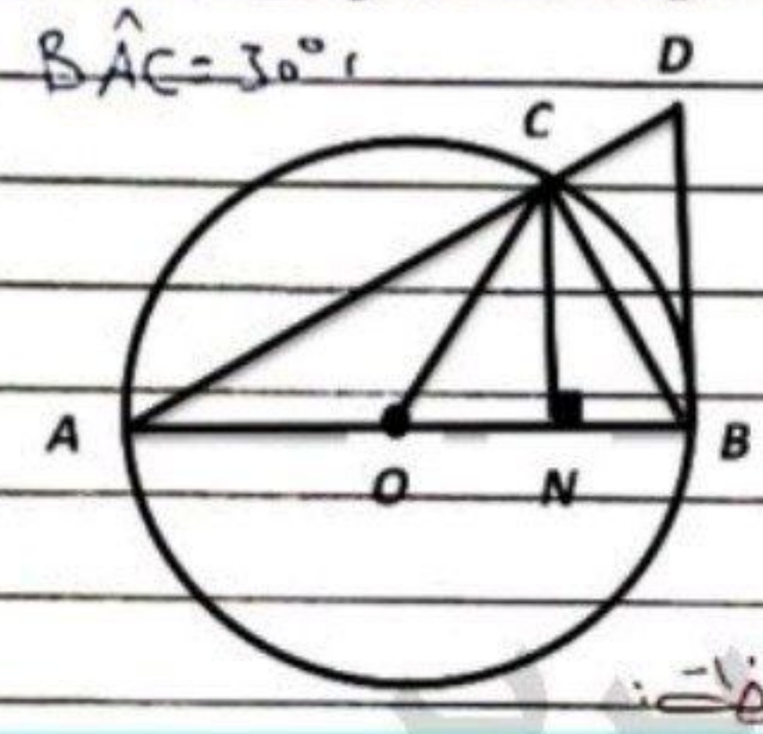
$MA + MC = 10 \Rightarrow$

$MA = 10 - 3.6 = 6.4\,cm$

الموضوع : .....

★ المسألة الأولى :

في الشكل المجاور الذي ليس بالضرورة مرسوما على القياس، لدينا :
$R = 6$ cm ، $\widehat{BAC} = 30°$



ملاحظة :
الشكل أدناه هو فقط من المعلومات السابقة حتى نتمكن بعض الطلبات بحل بطريقة أخرى سنتعرف عليها حقا.

(1) لدينا $[AB]$ هو أحد أضلاع المثلث ABC، قطر في الدائرة وبالتالي المثلث ABC قائم في C، وتره AB (وضع إشارة التقاطع على الرسم)
في المثلث ABC أعلاه لدينا :

$\widehat{C} = 90°$ ، $\widehat{A} = 30° \Rightarrow \widehat{B} = 60°$

$\widehat{ACB}$ — $\widehat{BAC}$ — $\widehat{ABC}$

(وضع العلامات على الرسم)

(2) لدينا $[BC]$: هو ضلع مقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم ABC وطوله يساوي

(1) لدينا $[AC]$ الوتر في المثلث القائم ABC وهو ضعف طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر أي :

$[BN] = \frac{[AC]}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm

★ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث القائم يقع في منتصف وتره.
ABC قائم في B لدينا :
N منتصف الوتر $[AC]$ فرضا
ومنه N مركز الدائرة المحاطة بالمثلث القائم ABC ويكون $[AC]$ قطرا فيها ومنه :

$R = \frac{[AC]}{2} = [BN] = [AN] = [NC]$
$= 5$ cm

★ لحساب مساحة المثلث ABC القائم في B نوجد طولي الضلعين القائمين ومنه :

$S(ABC) = \frac{[AB] \times [BC]}{2}$

$= \frac{8 \times 6}{2} = 4 \times 6 = 24$ cm²

(1) لدينا $\sin \widehat{C} = \frac{4}{5}$ و $\sin \widehat{C} = \frac{MB}{6}$
ومنه :

$\frac{MB}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow MB = \frac{24}{5}$ cm

(2) لدينا $[AC]$ الوتر في المثلث القائم ABC ومنه $[BN]$ المتوسط في المثلث القائم ABC وهو نصف طول الوتر $[AC]$ أي :

$[BN] = \frac{[AC]}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm

الموضوع : .....

نصف طول الوتر هي:

$[AB] = 2R = 12$ (فرضاً)

$\Rightarrow [BC] = \frac{12}{2} = 6$

* م ا ب $[AC]$ / يتم بالاعتماد على المثلث القائم ABC حيث نوجد في المثلث القائم ABC أحد النسب المفيدة عند النسب المثلثية للزوايا الشهيرة /

$\cos \hat{BAC} = \cos 30^\circ = \frac{AC}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{12} \Rightarrow$

$AC = 6\sqrt{3}$

* م ا ب لـ CN / يتم بأكثر من طريقة /

$[CN]$ هو منصف مقابل للزاوية 30° في المثلث القائم ACN فهو يساوي نصف طول الوتر AC ومنه

$CN = \frac{AC}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

* م ا ب BD .

/ لدينا فرضاً $[BD]$ مماس للدائرة في B، تذكر:

المماس يُعامد نصف قطر الدائرة في نقطة التماس أي أن /

$[BD] \perp [BA]$ مماس للدائرة $[BD]$ عند B يعني

أي أن المثلث ABD قائم في B

ان $[BD]$ ضلع مقابل للزاوية 30° في المثلث القائم ABD فهو يساوي نصف طول الوتر AD أي:

$[BD] = \frac{[AD]}{2} \Rightarrow [AD] = 2[BD]$

وهما وتران في نفس المثلث نجد:

$[AD]^2 = [AB]^2 + [BD]^2$

$[2BD]^2 = (12)^2 + [BD]^2 \Rightarrow$

$4[BD]^2 - [BD]^2 = 144 \Rightarrow$

$3[BD]^2 = 144 \Rightarrow [BD]^2 = 48 \Rightarrow$

$[BD] = 4\sqrt{3}$

طريقة ثانية أفضل:

من المثلث القائم ABD نجد:

$\tan A = \tan 30^\circ = \frac{[BD]}{[AB]} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{[BD]}{12} \Rightarrow$

$[BD] = 4\sqrt{3}$

/ تعلم الاستفادة من النسب المثلثية الشهيرة لكل مثل هذه الحالات. /

* م ا ب CD:

$[AD] = 2[BD] = 8\sqrt{3} \Rightarrow$

$[CD] = [AD] - [AC] = 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

(3)

لدينا $(AB) \perp (C)$ فرضاً

$AB \perp BD$ برهنا $\Rightarrow$

لدينا $(BD) \parallel (C)$ لأن المستقيم

وتقيم واحد مستوياتين.

والمثلث CBD متقايس

لأن فيه ضلعان متقايسان فقط

هما القاعدة BD لدينا

مساحته تُعطى بالقانون:

$$S(CBD) = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$$

حيث الارتفاع يكون مُعامداً للقاعدة

وهو NB ولدينا طول

$[CB]$ و $[CO]$ متعامدين

لأن O منتصف $[CB]$ وفق

$[NB] = [NO] = \frac{6}{2} = 3$

وبالتالي:

$$S(CBD) = \frac{3 \times (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3})}{2}$$

$$= \frac{3 \times 7\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow S(CBD) = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ وحدة مربعة

(وحدة مساحة)

(4) CB و OB متعامدين لأن المضلع وقع

إثباتها في الطلب السابق.

* نعلم أن مساحة المثلث المتقايس الأضلاع

طول ضلعه ℓ هي $S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

$\ell = 6$

$S_3 = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

(وحدة مساحة)

* مساحة الدائرة S':

$S' = \pi R^2$

$= \pi (6)^2 = 36\pi$ (وحدة مساحة)

ومنه

$\frac{S_3}{S'} = \frac{9\sqrt{3}}{36\pi} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ وهو المطلوب

/ هذه النسبة هي المطلوبة /

نلاحظ أن المثلث COB متساوي

الساقين لأن كلاً من ساقيه

$OB = OC = 6$ أنصاف أقطار

الدائرة، وبما أنه متساوي الساقين

وفيه الزاوية $B\hat{O}C = 60°$ فهو متساوي

الأضلاع طول ضلعه $R = 6$

فيكون $[NC]$ ارتفاع ومتوسط في

آن لمنتصف $[OB]$ وفق

$[NB] = [NO] = \frac{6}{2} = 3$

وبالتالي:

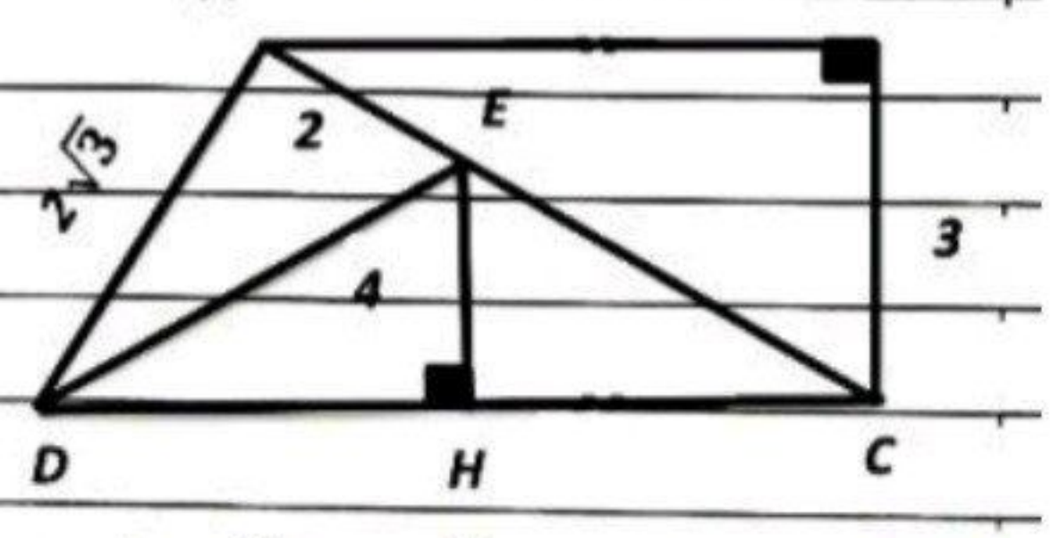
الموضوع : .....

ألتمرين الثاني :

المعطيات : $ABCD \Rightarrow AB \parallel DC$ و

لدينا $AB \perp CB$ شبه منحرف

$EH \perp DC$



(1) في المثلث القائم BAC لدينا:

$$\tan B\hat{A}C = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{27}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ومنه $B\hat{A}C = 30°$ (بالتالي $A\hat{C}B = 60°$)

(وضع المعطيات الجديدة على الرسم)

(2) * حساب AC (بطريقتين)

في المثلث القائم ABC أو بالاستفادة من المثلث المتساوي الزوايا السابق)

$$\sin B\hat{A}C = \sin 30° = \frac{CB}{AC} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{AC} \Rightarrow$$

ومنه: $AC = 6$

$EC \quad EA = 6 \Rightarrow EC = 4$

* إثبات أن $E\hat{D}C = 30°$

لدينا فرضاً: $AB \parallel DC$ و $CB \perp AB$

ومنه $CB \perp DC$ (لأن العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر)

ومنه $B\hat{C}D = 90°$ وهو ما $A\hat{C}B = 60°$ بالتالي

$A\hat{C}D = 30°$

والمثلث DEC متساوي الساقين لأن

$DE = EC = 4$

ومنصفا الزاويتين القاعدة متطابقتان أي

$E\hat{D}C = E\hat{C}D = 30°$

(وضع المعطيات الجديدة على الرسم)

(3) حساب DE في المثلث القائم ADE:

$(DE)^2 = 4^2 = 16$

$(AE)^2 + (AD)^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2$

$= 4 + 12 = 16$

$(DE)^2 = (AE)^2 + (AD)^2$

فالمثلث قائم الزاوية وتره الضلع الأكبر (DE)

زاوتيه متتامتان $D\hat{A}E$ (المحاذيات للوتر)

(4) في المثلث القائم ADE نلاحظ أن:

$$\sin A\hat{D}E = \frac{AE}{DE} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

أي:

$E\hat{D}C = 30°$ و $A\hat{D}E = 30°$ وهما سابقاً

ومنه: DE منصف للزاوية $A\hat{D}C$ أي

$E\hat{D}C = A\hat{D}E = 30°$

أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

(5) لدينا:
المثلث DCE قائم في C
و E بعد لنا في DC
أي EH ارتفاع نازل من رأس
المثلث المتساوي الساقين فهو متوسط
و منصف H منتصف DC.

• في المثلث القائم EDH لدينا:
• $EH = \frac{1}{2}(ED) = \frac{6}{2} = 2$
لأنه ضلع مقابل للزاوية 30°.

• $\cos E\hat{D}H = \cos 30° = \frac{DH}{DE}$
ومنه $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH}{4}$
$DH = 2\sqrt{3}$

• و مساحة المثلث متساوي:
$\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$ أي:

$S(DEC) = \frac{2 \times 4\sqrt{3}}{2}$
$= 4\sqrt{3}$
وهي مساحة
صح ↓
H منتصف DC إذا كان
$DH = HC \Rightarrow HC = 2\sqrt{3}$
$\frac{DH}{2\sqrt{3}}$

انتهى

أ. ماهر بربر

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

مركز ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

للوحدة الأولى جبر + الوحدة الأولى هندسة

الاختبار الثاني





رياضيات مع المدرس ماهر بربر 0994 830 381

الكتاب:	الرياضيات
الوحدة:	الاولى من الكتابين
التاريخ:	5/10/2022

الصف التاسع الأساسي

الدرجة	400
المدة:	ساعتين

T.Maher BarBar

أولا: أجب عن السؤالين التاليين: (60° درجة للأول ، 40° درجة للثاني)

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

1) مثلث قائم فيه $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ فإن $\tan x$ يساوي:

(A)	$\frac{2}{1}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{2}{\sqrt{5}}$

2) نصف العدد $\sqrt{18}$ يساوي:

(A)	$\sqrt{9}$	(B)	$\sqrt{36}$	(C)	$\sqrt{4.5}$

3) $(\sqrt{11}+\sqrt{7})(\sqrt{11}-\sqrt{7})$ هو عدد:

(A)	صحيح	(B)	عادي غير صحيح	(C)	غير عادي

4) اذا كانت $\hat{x}$ زاويه حاده في مثلث قائم بحيث $Cos\left(26+\frac{x}{5}\right)=Sin\left(14+\frac{4x}{5}\right)$ فإن

(A)	$\hat{x}=54^\circ$	(B)	$\hat{x}=36^\circ$	(C)	$\hat{x}=50^\circ$

السؤال الثاني: قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الأتية:

1) ABC قائم في $\hat{B}$ فيه $\hat{A}=32^\circ$ فإن $AB=BC\times\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}$

2) $GCD(51,17)=1$.

3) إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{9}+\sqrt{16}$.

4) الشكل المختزل للكسر $\frac{153}{324}$ هو: $\frac{51}{108}$

ثانيا: حل التمرينات التالية: (60° درجة لكل تمرين)

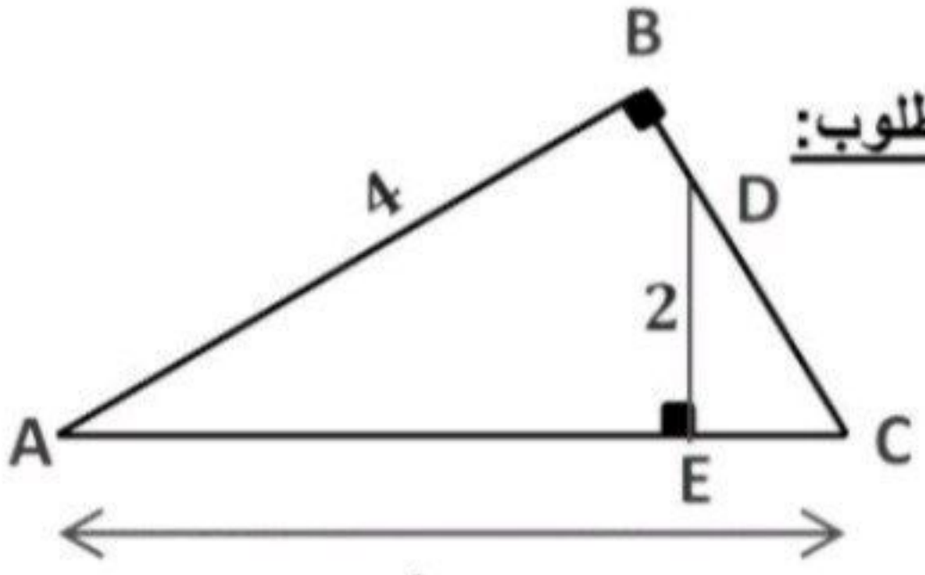
التمرين الأول: ليكن العدد $A=\frac{11}{14}-\frac{228}{144}$ والمطلوب:

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 228 و 144 ثم اختزل الكسر $\frac{228}{144}$

2) احسب A وضعه بشكل كسر مختزل.

رياضيات مع المدرس ماهر بربر 0994 830 381

التمرين الثاني: تأمل الشكل المجاور ثم أجب عن الأسئلة التالية:



ABC مثلث قائم فيه: $AB = 4$ و $AC = 6$ و $DE = 2$ **والمطلوب:**

1) احسب $\sin \hat{C}$.
2) باستعمال النسب المثلثية احسب الطول CD .
3) احسب طول EC .

التمرين الثالث:

1 $ABCD$ متوازي أضلاع فيه: $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm.$ و $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm.$ **والمطلوب:**

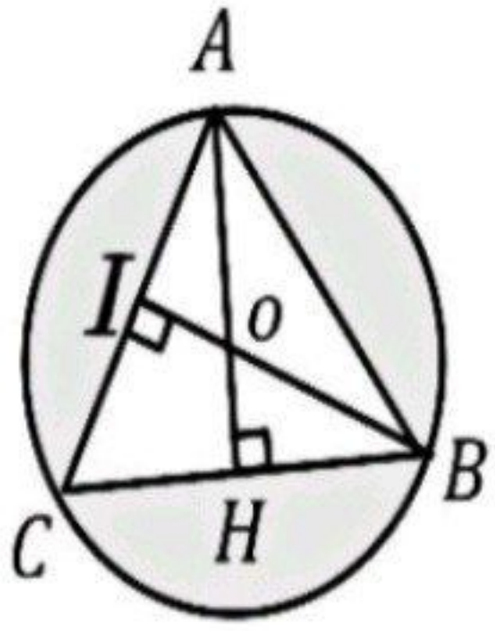
1) برهن أن الشكل $ABCD$ معين.
2) احسب محيط الشكل.

2 جِدْ عددين موجبين فرقهما 24 ونسبتهما $\frac{1}{5}$.

ثالثا: حل المسألتين التاليتين: (120 درجة)

المسألة الأولى: (80 درجة)

ABC مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه x، تمر من رؤوسه دائرة مركزها (o) فيه BI ، AH ارتفاعين.



١- احسب بدلالة x كلاً من AH ، Ao ثم مساحة الدائرة.

٢- احسب قياس كل من $A\hat{o}B$ و $\sin A\hat{B}I$.

٣- اثبت ان مساحة المنطقة المظللة تساوي $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{12} x^2$.

٤- احسب x إذا علمت أن $S = \frac{4\pi - \sqrt{27}}{3}$.

المسألة الثانية: (40 درجة)

ليكن العددان $A = \frac{243}{189}$, $B = \sqrt{72} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$

1) أوجد $GCD(243,189)$ واختزل العدد A
2) اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{b}$
3) أزل الجذر من مقام الكسر $\frac{5}{\sqrt{2}}$

T.Maher BarBar

أولا: أجب عن السؤالين التاليين: (60° درجة للأول ، 40° درجة للثاني)

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

1) مثلث قائم فيه $\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ فإن $\tan x$ يساوي:

(A)	(B)	(C)
$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$

1 $Cos\,\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

بالتعويض في المتطابقة نجد

$$Sin^2x + Cos^2x = 1$$

$$Sin^2\hat{x} + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow Sin^2\hat{x} = 1 - \frac{1}{5} \Rightarrow Sin^2\hat{x} = \frac{4}{5}$$

$$Sin\,\hat{x} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow Tan\,\hat{x} = \frac{Sin\,\hat{x}}{Cos\,\hat{x}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow Tan\,\hat{x} = \frac{2}{1} = 2$$

T.Maher BarBar

2) نصف العدد $\sqrt{18}$ يساوي:

(A)	(B)	(C)
$\sqrt{9}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{4.5}$

2 $\frac{\sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{2\times 9}{2\times 2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \sqrt{4.5}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{18}}{2} = \sqrt{4.5}$$

3) $(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})$ هو عدد:

(A)	(B)	(C)
صحيح	عادي غير صحيح	غير عادي

3 $(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7}) = 11 + \sqrt{77} - \sqrt{77} - 7 = 4$

$$(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7}) = 4$$

4) اذا كانت $\hat{x}$ زاويه حاده في مثلث قائم بحيث $Cos\left(26+\frac{x}{5}\right)=Sin\left(14+\frac{4x}{5}\right)$ فإن

(A)	$\hat{x}=54^\circ$	(B)	$\hat{x}=36^\circ$	(C)	$\hat{x}=50^\circ$

$$\boxed{4}\ Cos\left(26+\frac{\hat{x}}{5}\right)=Sin\left(14+\frac{4\hat{x}}{5}\right)$$

جيب إحدى الزاويتين يساوي تجيب الأخرى ((مجموعهما 90°)) وبالتالي

$$26^\circ+\frac{\hat{x}}{5}+14^\circ+\frac{4\hat{x}}{5}=90^\circ$$

$$40^\circ+\frac{5\hat{x}}{5}=90^\circ \Rightarrow \hat{x}=90^\circ-40^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{x}=50^\circ}$$

السؤال الثاني: قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الآتية:

1) ABC قائم في $\hat{B}$ فيه $\hat{A}=32^\circ$ فإن $AB=BC\times\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}$ ✓✓

$$\boxed{1}\ Tan\ 32^\circ=\frac{BC}{AB}\Rightarrow AB=\frac{BC}{Tan\ 32^\circ}\Rightarrow AB=BC\times\frac{1}{Tan32^\circ}$$

$$\Rightarrow AB=BC\times\frac{1}{\frac{Sin\ 32^\circ}{Cos\ 32^\circ}}\Rightarrow \boxed{AB=BC\times\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}}\ ✓$$



طريقه ثانيه للطالب المتميز

$$AB=BC\times\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}\Longleftrightarrow\frac{AB}{BC}=\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}\ldots\ldots\circledast$$

نعوض ب $\circledast$ $Cos\ 32^\circ=Sin\ 58^\circ\ ,Sin\ 32^\circ=Cos\ 58^\circ$

$$\frac{AB}{BC}=\frac{Sin\ 58^\circ}{Cos\ 58^\circ}=Tan\ 58^\circ\ ✓✓$$

العلاقه الأولى صحيح ⟷ فالعلاقه المكافئه صحيحه

$$\boxed{AB=BC\times\frac{Cos\ 32^\circ}{Sin\ 32^\circ}}\ ✓$$

××2) $GCD\ (51,17)=1$

نعلم ان: اذا كان b قاسما" ل a فإن

$$\boxed{2}\quad GCD(a,b)=b$$

$$\frac{51}{17}=3\Rightarrow GCD(51,17)=17$$

T.Maher BarBar

3) إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ ××

$$\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7, \sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

$$\Rightarrow 7 \neq 5$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{9}+\sqrt{16}=\sqrt{9+16}} \times\times$$

4) الشكل المختزل للكسر $\frac{153}{324}$ هو: $\frac{51}{108}$ ××

لاحظ ان كل من حدي الكسر $\frac{51}{108}$ يقبل القسمه على 3 فهو ليس مختزل

$$\frac{51 \div 3}{108 \div 3}=\boxed{\frac{17}{36}}$$

وهو الكسر المختزل للكسر $\frac{153}{324}$

أ. ماهر بربر
T.Maher BarBar

ثانيا: حل التمرينات التالية:

التمرين الأول: ليكن العدد $A=\frac{11}{14}-\frac{228}{144}$ والمطلوب:

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 228 و 144 ثم اختزل الكسر $\frac{228}{144}$.

الحل

$GCD(228,144)$??

$228=1\times 144+84$

$144=1\times 84+60$

$84=1\times 60+24$

$60=2\times 24+\boxed{12}$

$24=2\times 12+0$

$\Rightarrow GCD(228,144)=12$

$$\frac{228 \div 12}{144 \div 12}=\frac{19}{12}$$

2) احسب A وضعه بشكل كسر مختزل.

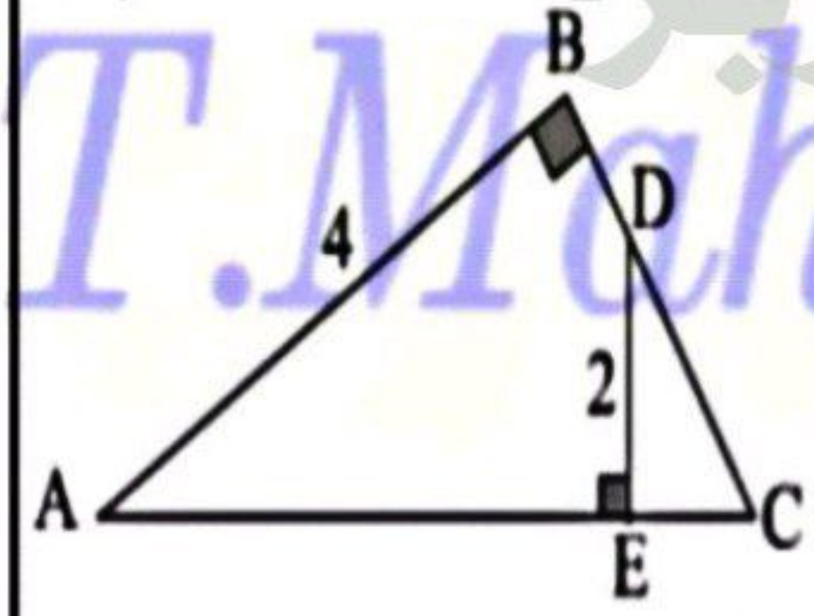
$$A = \frac{11}{14} - \underbrace{\frac{228}{144}}_{19}$$

بالإستفاده من الطلب السابق

$$A = \frac{11}{14} - \frac{19}{12} = \frac{132 - 266}{168}$$

$$A = -\frac{134}{168} = -\frac{67}{84}$$

التمرين الثاني: تأمل الشكل المجاور ثم أجب عن الأسئلة التالية:



ABC مثلث قائم فيه : $AB = 4$, $AC = 6$, $DE = 2$

1) احسب $\sin \hat{C}$

2) باستعمال النسب المثلثية احسب CD

3) احسب طول EC

من المثلث ABC القائم في B لدينا:

$$\boxed{1}\ Sin\,\hat{c} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{Sin\,\hat{c} = \frac{2}{3}}$$

$\boxed{2}$ من المثلث CDE القائم في E لدينا:

$$\underbrace{Sin\hat{c}}_{\frac{2}{3}} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{DC} \Rightarrow DC = 3$$

$$\boxed{3} \xrightarrow[\text{CDE حسب فيثاغورث من المثلث}]{} (DC)^2 = (DE)^2 + (EC)^2 \Rightarrow$$

$$9 = 4 + (EC)^2 \Rightarrow (EC) = \sqrt{5}$$

T.Maher Barbar
أ.ماهر بربر

التمرين الثالث:

1 $ABCD$ متوازي أضلاع فيه: $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm$.

و $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$. **والمطلوب:**

1) برهن أن الشكل $ABCD$ معين.

2) احسب محيط الشكل.

- $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$

$$BC = \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{7 \times 4} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$$

$$BC = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{7} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$$

$$\Rightarrow \boxed{BC = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7}\ cm}$$

- $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm$

$$AB = \sqrt{5 \times 25} + \sqrt{16 \times 7}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{7}\ cm}$$

$$\Rightarrow AB = BC$$

وبالتالي ABCD معين لتساوي طولا ضلعين متجاورين فيه اطوال المعين متساويه بالتالي محيطه P يساوي:

$$P = 4 \times l = 4 \times (5\sqrt{5} + 4\sqrt{7})$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 20\sqrt{5} + 16\sqrt{7}\ cm}$$

أ. ماهر بربر
F.Maher BarBar

2 جِدْ عددين موجبين فرقهما 24 ونسبتهما $\frac{1}{5}$.

بفرض العدد الصغير a والكبير b عندئذ
يكون $b-a=24$ وحسب فرضيات المسأله :
نسبة الصغير إلى الكبير هي $\frac{1}{5}$ وبالتالي:

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{5} \xrightarrow[\text{نثبت البسط ونطرحه من المقام}]{\text{حسب خواص التناسب}} \frac{a}{\underbrace{b-a}_{24}}=\frac{1}{5-1}$$

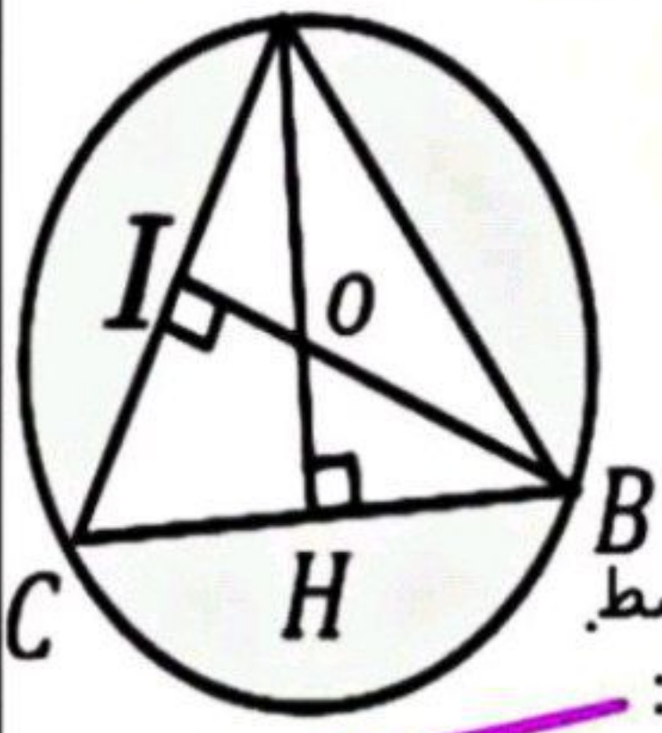
$$\frac{a}{24}=\frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{a=6} \Rightarrow b-a=24 \Rightarrow \boxed{b=30}$$

ثالثا: حل المسألتين التاليتين:

المسألة الأولى: ABC مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه x،
تمر من رؤوسه دائرة مركزها (o) فيه BI ، AH ارتفاعين.

١- احسب بدلالة x كلاً من AH ، Ao ثم مساحة الدائرة.



نعلم أن ارتفاع المثلث المتساوي
الأضلاع يعطى بالعلاقه:

$$\blacksquare\ h_3=\frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{AH=h_3=\frac{x\sqrt{3}}{2}}$$

نعلم ان كل ارتفاع في مثلث متساوي الاضلاع هو متوسط.
بالتالي النقطه O هي مركز ثقل المثلث ABC ومنه:

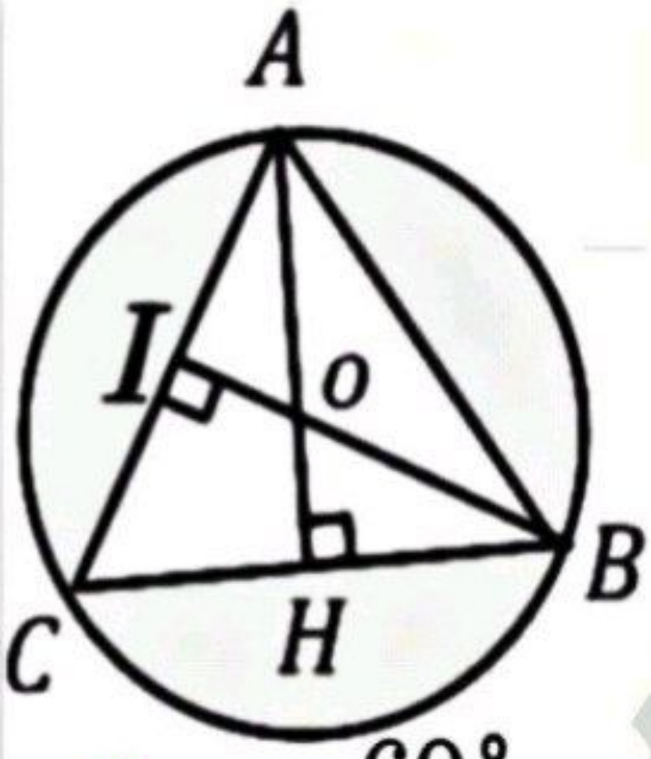
$$\blacksquare\ AO=\frac{2}{3}AH=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow \boxed{AO=R=\frac{\sqrt{3}}{3}x}$$

T.Maher BarBar

حساب مساحة الدائرة:

- $S_{Circle} = \pi R^2 \; ; R = Ao = \frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow$

$$S_{Circle} = \pi \times \frac{3}{9}x^2 \Rightarrow \boxed{S_{Circle} = \frac{\pi}{3}x^2}$$



٢- احسب قياس كل من $A\hat{O}B$ و $\sin A\hat{B}I$.

بداية" نعلم أن كل زاويه من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع قياسها $60°$

و كل ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع هو منصف بالتالي:

$$I\hat{B}A = \frac{60°}{2} = 30° \; , H\hat{A}B = \frac{60°}{2} = 30° \Rightarrow$$

المثلث AOB متساوي الساقين قاعدته AB

وقياس زاويتي القاعده $30°$ فيكون قياس زاوية الرأس o

$$A\hat{O}B = 180° - 2 \times 30° = 180° - 60° \Rightarrow A\hat{O}B = 120°$$

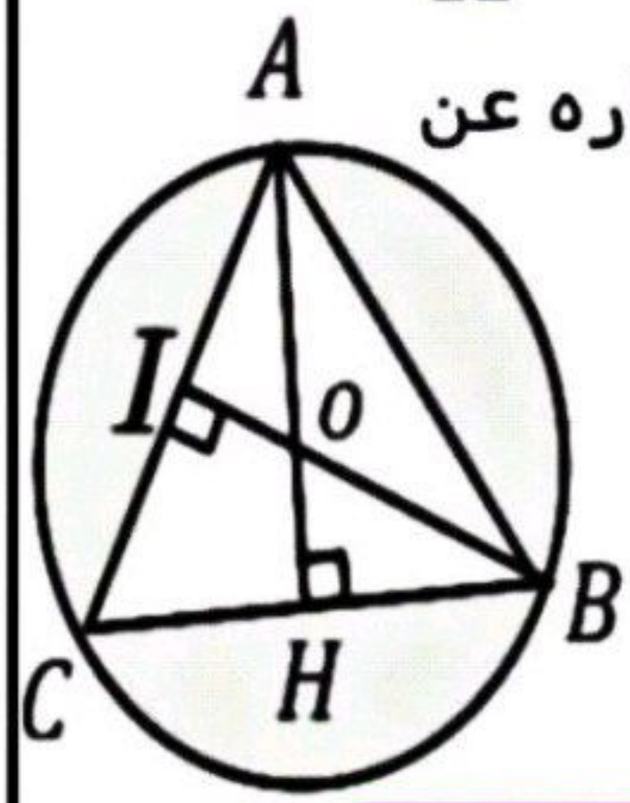
- حساب $Sin\, A\hat{B}I$

طريقه 1 $\quad Sin\, A\hat{B}I = Sin\, 30° = \frac{1}{2}$

طريقه 2 $\quad Sin\, ABI = \frac{IA}{AB} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{1}} = \frac{1}{2}$

T.Maher BarBar

٣- اثبت ان مساحة المنطقة المظللة تساوي $S=\frac{4\pi-\sqrt{27}}{12}x^2$.



- إن Sمساحة المنطقه المظلله المطلوبه هي عباره عن مساحة الدائره مطروحا منها مساحة المثلث ABC المتساوي الأضلاع.

وجدنا في الطلب الأول: $S_{Circle}=\frac{\pi}{3}x^2$

ونعلم أن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تعطى بالعلاقه: $S_{Triangle}=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

وبالتالي Sالمساحه المطلوبه هي فرق المساحتين [مساحة الدائره مطروحا منها مساحة المثلث المتساوي الأضلاع]

$$S=\frac{\pi}{3}x^2-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)x^2\Rightarrow$$

$$S=\left(\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{12}\right)x^2\xrightarrow{3\sqrt{3}=\sqrt{27}}\boxed{S=\left(\frac{4\pi-\sqrt{27}}{12}\right)x^2}$$

٤- احسب x إذا علمت أن $S=\frac{4\pi-\sqrt{27}}{3}$.

$S_{\text{من الطالب السابق}}=\frac{4\pi-\sqrt{27}}{3}\Rightarrow$

$$\left(\frac{4\pi-\sqrt{27}}{12}\right)x^2=\frac{4\pi-\sqrt{27}}{3}\Rightarrow\frac{x^2}{12}=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2=4\Rightarrow\boxed{x=2}$$

T.Maher BarBar

المسألة الثانية:

ليكن العددان $A=\frac{243}{189}$, $B=\sqrt{72}-2\sqrt{8}+3\sqrt{18}$

1) أوجد $GCD(243,189)$ واختزل العدد A

$$\left.\begin{array}{l} GCD(243,189)=?? \\ 243=1\times 189+54 \\ 189=3\times 54+\boxed{27} \\ 54=2\times 27+0 \end{array}\right| \Rightarrow \quad \boxed{GCD(243,189)=27}$$

$$\Rightarrow A=\frac{243}{189}=\frac{243\div 27}{189\div 27}=\frac{9}{7}$$

2) اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{b}$

$$B=\underbrace{\sqrt{72}}-\underbrace{2\sqrt{8}}+\underbrace{3\sqrt{18}}$$

$$B=\sqrt{36\times 2}-2\sqrt{4\times 2}+3\sqrt{9\times 2}$$

$$B=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+9\sqrt{2}\Rightarrow \boxed{B=11\sqrt{2}}$$

3) أزل الجذر من مقام الكسر $\frac{5}{\sqrt{2}}$

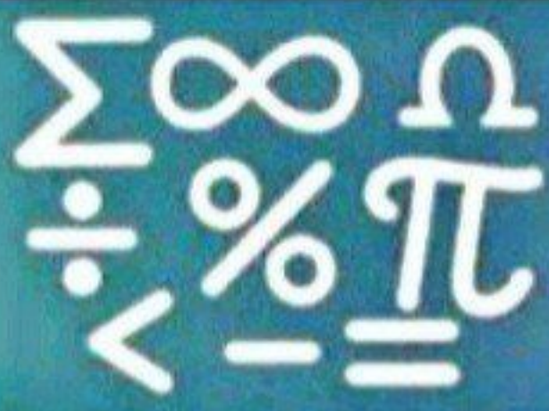
$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

انتهى حل الإختبار

مع دعائي للجميع بالتوفيق والسداد ..... أ.ماهر بربر

T.Maher BarBar

أ.ماهر بربر



الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

مكتبة أ.ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثانية هندسة

الاختبار الأول





رياضيات مع المدرس ماهر بربر 0994 830 381

نموذج اختبار شامل في الوحدة الثانية هندسة

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

أ.ماهر بربر

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

الكتاب:	الرياضيات
الوحدة:	الثانية هندسة
التاريخ:	5/11/2022

اختبارات المراجعة لطلاب
الصف التاسع الأساسي
دورة 2023

الدرجة	400
المدة:	ساعتان

T.Maher BarBar

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① المثلث ABC تصغير للمثلث $A'B'C'$ ويحقق $\frac{S(ABC)}{S(A'B'C')}=\frac{16}{49}$ فإن نسبة التصغير تساوي:

$\frac{4}{7}$	$\frac{16}{49}$	$\frac{8}{14}$

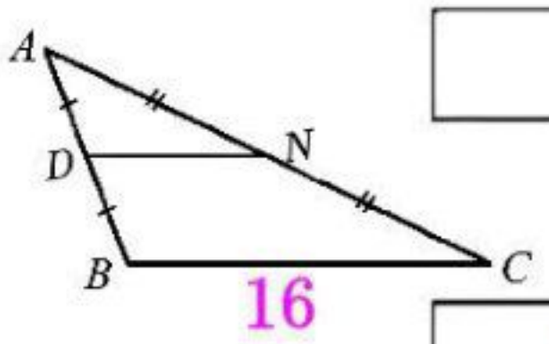
② مربعان متشابهان ، مساحة الأول $0.3cm^2$ ومساحة الثاني $1.2cm^2$ فإن نسبة التصغير تساوي:

5×10^{-1}	25×10^{-2}	4×10^{0}

③ إذا ضربنا أطوال أضلاع مثلث بالعدد 6 ، فإن قياسات زواياه

تضرب بالعدد 6	تضرب بالعدد 36	لا تتغير

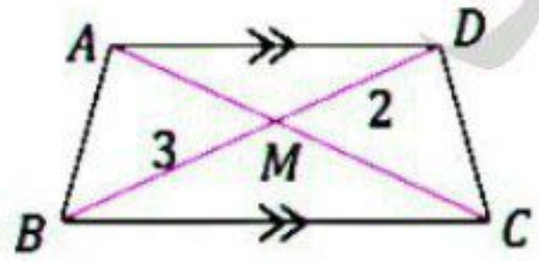
④ طول القطعة $[DN]$ يساوي :



$DN=8$	$DN=2$	$DN=4$

السؤال الثاني : اجب بصح أو خطأ على كل من العبارات التالية :

في الشكل المرسوم جانباً $ACBD$ شبه منحرف فإن :



① المثلثين $M\hat{D}C$, $M\hat{A}B$ تشملهما مبرهنة النسب الثلاث .

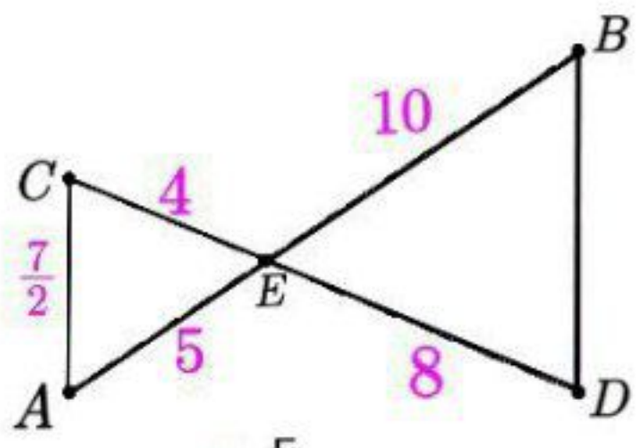
② إن $\frac{AD}{BC}=\frac{2}{3}$

③ $\frac{S_{(AMD)}}{S_{(BMC)}}=\frac{9}{4}$

④ إن العلاقة $3AM=2MC$ صحيحة .

السؤال الثالث : أجب عن التمارين التالية :

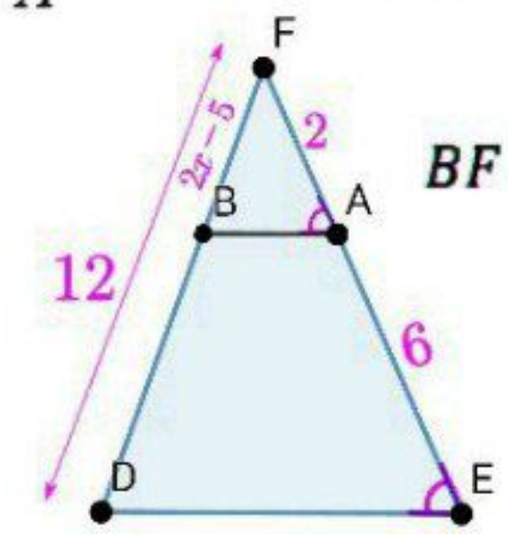
التمرين الأول : في ا لشكل المجاور أثبت أن $CA\ //BD$ ثم احسب طول BD



التمرين الثاني : DEF مثلث مرسوم جانباً حيث $F\hat{A}B=F\hat{E}D$

$BF=2x-5$, $DF=12$, $AF=2$, $AE=6$

والمطلوب : احسب قيمة x ثم أوجد طول FB .



التمرين الثالث : في الشكل المرسوم جانباً :

ABC مثلث قائم في A **والمطلوب :**

① احسب طول الوتر BC واحسب $\cos B$.

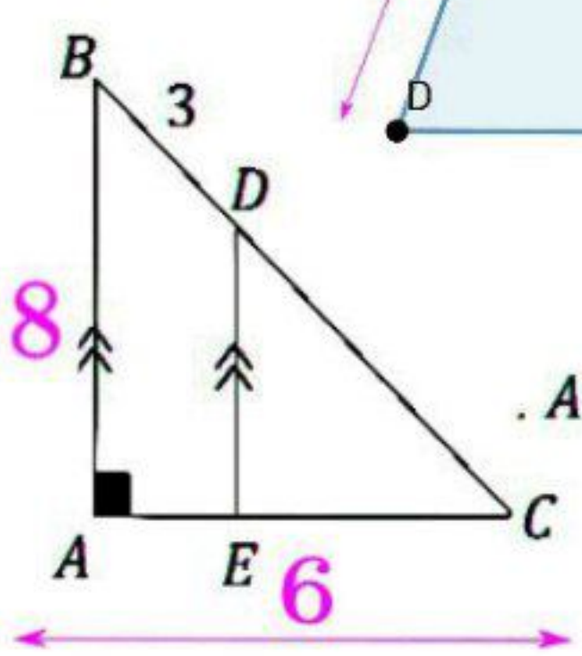
② إذا كان $(DE)\ \|\ (BA)$

أثبت تشابه المثلثان ECD ABC ثم أثبت أن : $CE=4.2$

③ ارسم من D عموداً على AB يقطعه في N ما طبيعة الرباعي $AEDN$.

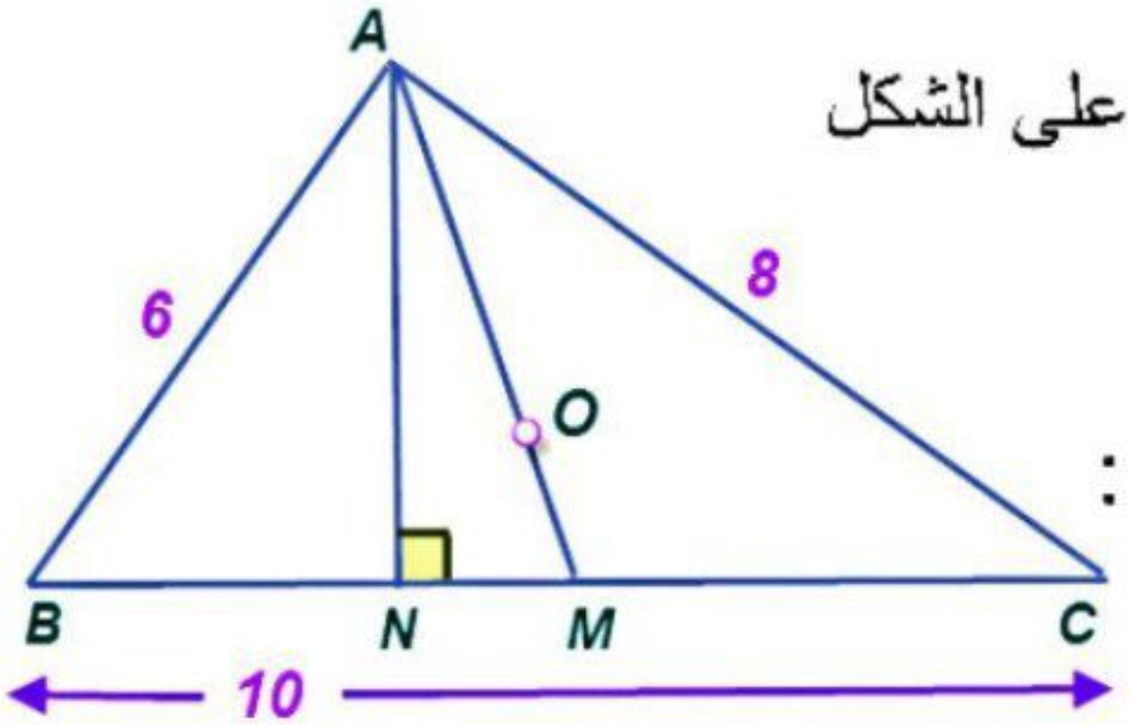
ثم استنتج صحة العلاقة : $BN\times AC=BA\times AE$

④ احسب مساحة المثلث EDC



السؤال الرابع حل المسائل الآتيه

المسألة (1)



تأمل الشكل المجاور ، والأطوال موضحة على الشكل

فيه : $AN \perp BC$ ، M منتصف BC

O مركز ثقل المثلث ABC والمطلوب :

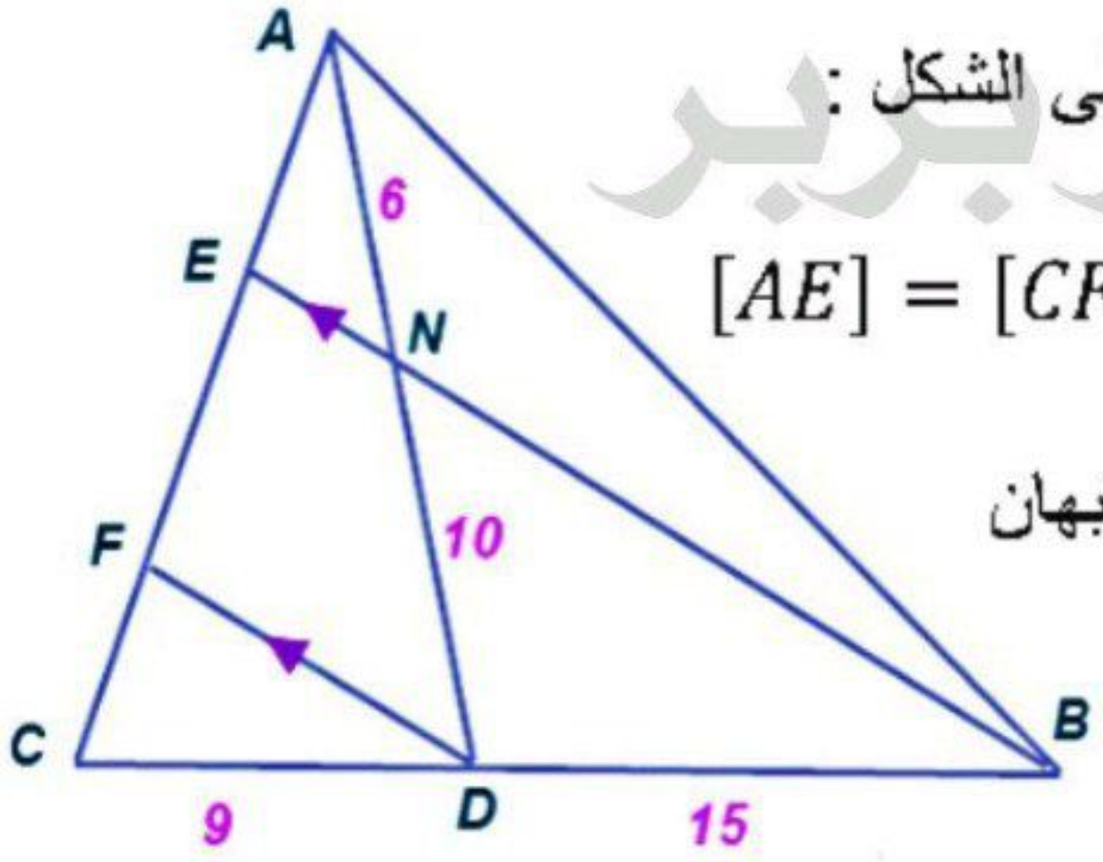
1 – برهن أن المثلث ABC قائم في $\hat{A}$

2 – أحسب كلاً من : AN ، AM ، AO ، $tan(A\hat{M}N)$

3 – بفرض D منتصف AC

أثبت ان المثلثان ABC MDC متشابهان واحسب $S_{(MDC)}$

المسألة (2)



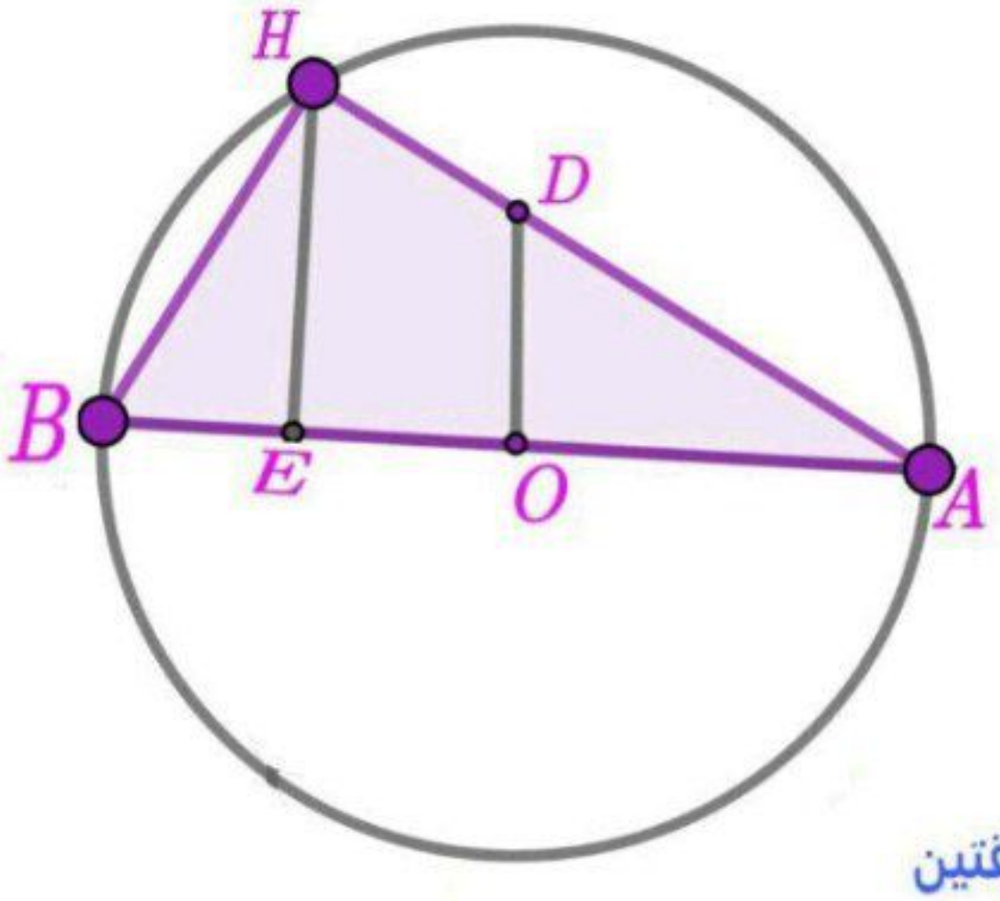
تأمل الشكل المجاور ، والأطوال موضحة على الشكل :

1 – أحسب : $\frac{[CF]}{[FE]}$ ، $\frac{[AE]}{[EF]}$ واستنتج أن : $[AE] = [CF]$

2 – بين أن المثلثين : ANE ، ADF متشابهان

ثم أحسب النسبة بين محيطيهما

المسألة (3) مسألة شاملة /دورات/



في الشكل المجاور دائرة مركزها النقطه O

ونصف قطرها R=6 cm فإذا علمت أن:

$H\hat{B}A = 2H\hat{A}B$

$HE \perp AB$, $DO \perp AB$

1) احسب قياسات المثلث HAB وأطوال أضلاعه.

2) احسب AE , HE

3) برهن أن المثلثين HEA, DOA متشابهين

ثم احسب OD واحسب مساحة المثلث DOA بطريقتين

الحلول التفصيلية للاختبار: أنت غير ملزم بكتابة الشرح المرفق مع الحل ، ولكنه للتوضيح ولمعرفة الانتقال السليم بين الخطوات

***السؤال الأول:**

(1) نعلم أن نسبة مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه ومنه:

$$\frac{S(ABC)}{S(A'B'C')} = k^2 = \frac{16}{49}$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}}$$

$$\Rightarrow k = \frac{4}{7}$$

(2) بنفس الأسلوب السابق نجد أن النسبة المطلوبة معامل التصغير لذلك نضع المقدار على البسط:

$$\frac{0.3}{1.2} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\Rightarrow k = 5 \times 10^{-1}$$

(3) عند ضرب أطوال أضلاع المثلث بأي عدد فإن قياسات زواياه لا تتغير (تذكر: التشابه يحافظ على قياسات الزوايا) فعند ضرب أطوال أضلاع المثلثين المتشابهين بنسبة التشابه k فإن الزوايا (لا تتغير)

(4) لا يمكن أن $[DN]$ قطعة وتقيم واصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث ABC، ففي توازي الأضلاع المثلثة وتساوي نصف أيهما أن $[DN] = \frac{1}{2}$ (يوجد طرائق أخرى أيضاً للحل)

***السؤال الثاني:**

ملاحظات مفيدة: قاعدتنا شبه المنحرف متوازيتان حتى لو لم يخبرنا ذلك ضمن الفرضيات على الرسم)

(1) جملة خاطئة:

لا يوجد في المثلثين المذكورين وتقيمين متوازيين فلا تنطبق عليها مبرهنة النسب الثلاث (تذكر الضلعان المائلتان في شبه المنحرف غير متوازيين)

(2) لنكتب النسب الثلاث في المثلثين AMD و BMC حيث $\hat{A} \cong \hat{B}$ و $\hat{D} \cong \hat{C}$ ($AD \parallel BC$ قاعدتا شبه المنحرف)

$$\frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC} = \frac{AD}{BC} = k$$

$$\frac{2}{3} = \frac{MA}{MC} = \frac{AD}{BC} = k$$

فالعبارة صحيحة

(3) $\frac{S(AMD)}{S(BMC)} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

(صغير / تصغير / كبير)

فالعبارة خاطئة / النسبة بين الكبير والصغير $\frac{S(BMC)}{S(AMD)} = \frac{9}{4}$ صحيحة

(4) وجدنا $\frac{MA}{MC} = \frac{2}{3}$

وضنه:

بتطبيق خاصة الضرب التقاطعي

نجد: $3MA = 2MC$

فالعبارة صحيحة.

* السؤال الثالث:

(التمرين الأول)

حتى يكون $(CA) \parallel (BD)$ يجب

أن تتحقق الاستواة:

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED}$$

$$\frac{EA}{EB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{EC}{ED} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$

الاستواة محققة بالتالي $(CA) \parallel (BD)$

حسب عكس خاصة طالس النتائج العكسية

حيث ترتيب النقاط E, C, A و E, D, B

ذلك المستقيم (EB) يماثل ترتيب

النقاط على المستقيم (CD):

C, E, D

ومنه وحسب خاصة طالس النتائج

في المثلث EAC و EBD

يكون $(CA) \parallel (BD)$ برهانا.

(التمرين الثاني)

بداية وكما نلاحظ لا يوجد مستقيمين

متوازيين بشكل صريح، ولكن هناك

معلومة مخفية ينتج من خلالها التوازي،

لدينا فرضا $F\hat{A}B = F\hat{E}D$

وهما في وضع التناظر وفق المستقيمان

(BA) و (DE) متوازيان وبالتالي

وحسب خاصة طالس (النسب الثلاث) في

المثلث FED نجد:

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FE} = \frac{BA}{DE} = k$$

$$\frac{2x-5}{12} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{BA}{DE} = k = \frac{1}{4}$$

وفق:

$$\frac{2x-5}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$ (جداء الطرفين = جداء الوسطين)

$$8x - 20 = 12 \Rightarrow$$

$$8x = 32 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$$

$$FB = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

ملاحظة أخيرة /

عند إثبات توازي مستقيمين لا تستطيع تطبيق مبرهنة الخبر المباشر الكتبة في حال وجود مجهول كما في المسألة السابقة، فإذا كانت الأطوال معطاة بدلالة هذا المجهول عندئذٍ قد نتمكن من ذلك.

(التمرين الثالث)

(1) حساب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد: $BC=10$

$\cos\hat{B}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{AB}{BC}=\frac{8}{10}$

نتبع: $(BC=10 \Rightarrow DC=7)$

(2) لدينا فرضاً: $DE \parallel BA$ ومنه:

ومنه وحسب مبرهنة طالس في المثلث ABC (أو قول في المثلثين يكون $BAC \parallel DEC$)

$\frac{CE}{CA}=\frac{CD}{CB}=\frac{ED}{AB}=K$

فالمثلثان متشابهان لتساوي أطوال أضلاعهما المتقابلة

$\frac{CE}{6}=\frac{7}{10}=\frac{ED}{AB}=K$

ومنه:

$CE=\frac{7\times 6}{10}=\frac{42}{10}=4.2$

(3) لدينا فرضاً $DE \parallel BA$

وفي الشكل المقابل لدينا: $\hat{N}AED$

$DN \parallel ED$ (عموديان على المستقيم NA)

أصبح لدينا: الشكل $NAED$ متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين، فيه زاوية قائمة فهو مستطيل.

حسب مبرهنة طالس في المثلث BAC نجد $(ND \parallel AC$ (لم)

$\frac{BN}{BA}=\frac{BD}{BC}=\frac{ND}{AC} \Rightarrow$

من النسبتين الأولى والأخيرة نجد:

$\frac{BN}{BA}=\frac{ND}{AC} \Rightarrow$

$BN\times AC=BA\times ND$

بما أن $[ND]=[AE]$ لأن $NAED$ مستطيل:

ومنه:

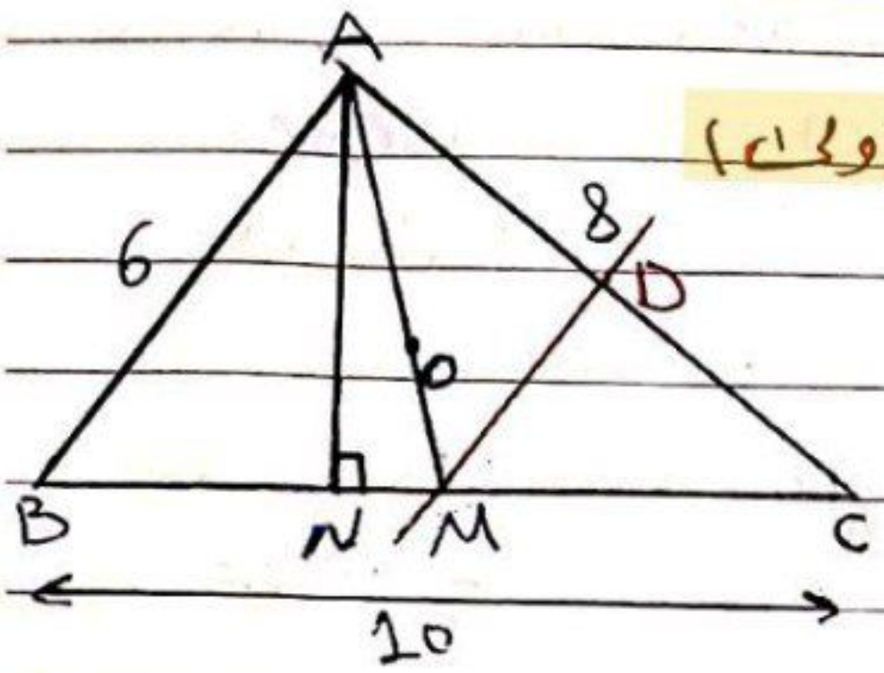
$BN\times AC=BA\times AE$

وهو المطلوب / انتبه مثل هذه الأسئلة

(4) المثلثان ABC، EDC مثلثان متشابهان برهاناً ومنه:

* السؤال الرابع :

المسألة الأولى :



(1) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث ABC نجد :

$[BC]^2 = 100$ ($[AB]^2 + [AC]^2 = 36 + 64$

$= 100$

$\Rightarrow [BC]^2 = [AB]^2 + [AC]^2$

فالمثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل للضلع الأكبر أي في A .

(2) حساب AN .

نعلم أن مساحة المثلث تساوي نصف القاعدة في الارتفاع المتعلق بها :

$$S(ABC) = \frac{[AN] \times [BC]}{2} \quad \cdots \star$$

ومساحة المثلث ABC قائم معلومة نحسب بدلالة الضلعين القائمين :

$$S(ABC) = \frac{[AB] \times [AC]}{2} \quad \cdots \star\star$$

بالمقارنة بين ($\star$) و ($\star\star$) نجد :

$$\frac{[AN] \times [BC]}{2} = \frac{[AB \times AC]}{2} \Rightarrow \times 2$$

$$[AN] \times [BC] = [AB] \times [AC]$$

نعلم أن نسبة مساحتي مثلثين متشابهين هي مربع نسبة التشابه بينهما وحدتا في الطلب الثاني $k = \frac{7}{10}$

نسبة تصغير :

$$\frac{S_{\text{صغير}}(EDC)}{S_{\text{كبير}}(ABC)} = k^2 \quad \cdots \star$$

نحتاج لحساب مساحة المثلث ABC وهو مثلث قائم مساحته تساوي نصف جداء ضلعيه القائمين :

$$S(ABC) = \frac{[BA] \times [AC]}{2} = \frac{8 \times 6}{2}$$

$\Rightarrow S(ABC) = 24$ (وحدة مربعة)

ومنه نعوض في $\star$:

$$\frac{S(EDC)}{S(ABC)} = k^2 \Rightarrow$$

$$S(EDC) = k^2 \times S(ABC)$$

$$= \left(\frac{7}{10}\right)^2 \times 24$$

$$= \frac{49 \times 24}{100}$$

$$= \frac{1176}{100} = 11.76$$

(وحدة مربعة)

(لا يمكن الحل بطريقة أخرى)

أ. ماهر بربر

نعوض:

$$[AN] \times 10 = 6 \times 8$$

ومنه:

$$AN = \frac{6\times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8$$
$$= \frac{24}{5}$$

- **حساب AM.**

لدينا فرضاً: M منتصف BC أي أن AM متوسط في مثلث قائم وتعلق بالوتر.

نعلم أن: في المثلث القائم المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر

ومنه: $AM = \frac{10}{2} = 5$

- **حساب AO.**

لدينا فرضاً: O مركز ثقل المثلث ABC

ونعلم أن:

$$AO = \frac{2}{3}\underbrace{AM}_{5}$$

$$AO = \frac{2}{3} \times 5 \Rightarrow AO = \frac{10}{3}$$

ويكون:

$$OM = \frac{1}{3}\underbrace{AM}_{5} \Rightarrow OM = \frac{5}{3}$$

أو مباشرة $AO = 2(OM)$

- **حساب $\tan A\hat{M}N$.**

AMN مثلث قائم فرضاً:

$$\tan A\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AN}{MN}$$

ولكن MN مجهولة، نبحث عن إيجادها.

في المثلث القائم AMN فنجد $NM = \frac{7}{5}$ (تأكد من ذلك)

ومنه:

$$\tan A\hat{M}N = \frac{AN}{MN} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{24}{7}$$

(3):

$(MD) \parallel (AB)$ ⟸ { D منتصف AC فرضاً ، M منتصف BC فرضاً } (لماذا؟؟)

وبالتالي المثلثان ABC ، MDC متشابهان لتناسب أطوالهما المتقابلة أي حسب خاصة طالس:

$$\frac{CM}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{MD}{BA} = k = \frac{1}{2}$$

ونعلم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{\text{صغير } S(MDC)}{\text{كبير } S(ABC)} = k^2$$

$$S(ABC) = \frac{[AB]\times[AC]}{2} = \frac{6\times 8}{2}$$

$$= 24 \text{ وحدة مربعة}$$

$$S(MDC) = k^2 \times S(ABC)$$

$$= \frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{ وحدة مربعة}$$

(لم يطلب المسألة بقية أفرع)

آماهر بربر

(المسألة الثانية)

(1): حساب النسبة $\frac{[CF]}{[FE]}$، بتطبيق مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين CBE و CDF حيث EB // FD:

$$\frac{CF}{CE} = \frac{CD}{CB} = \frac{FD}{EB} \Rightarrow$$

من النسبتين الأولى والثانية:

$$\frac{CF}{CE} = \frac{9 \div 3}{24 \div 3} \Rightarrow \frac{CF}{CE} = \frac{3}{8}$$

بتبديل الطرفين نظرهما من المقام (خواص التناسب) نجد:

$$\frac{CF}{CE - CF} = \frac{3}{8-3} \Rightarrow \frac{[CF]}{[FE]} = \frac{3}{5} \quad \ldots (1)$$

($FE = CE - CF$)

حساب النسبة $\frac{[AE]}{[EF]}$

بنفس الأسلوب السابق عامًا في المثلثين AEN، AFD نجد:

$$\frac{[AE]}{[EF]} = \frac{3}{5} \quad \ldots (2) \quad \text{(تأكد من ذلك)}$$

من النسبتين (1)، (2) نجد:

$$\frac{[CF]}{[EF]} = \frac{[AE]}{[EF]}$$

وبضرب طرفي المساواة في $[EF]$

نجد $[CF] = [AE]$

(2): المثلثان ANE، ADF متشابهان لتناسب أطوالهما المتقابلة وبمبرهنة النسب الثلاث حيث FD // EN:

$$\frac{AF}{AF} = \frac{AN}{AD} = \frac{EN}{FD} = k = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

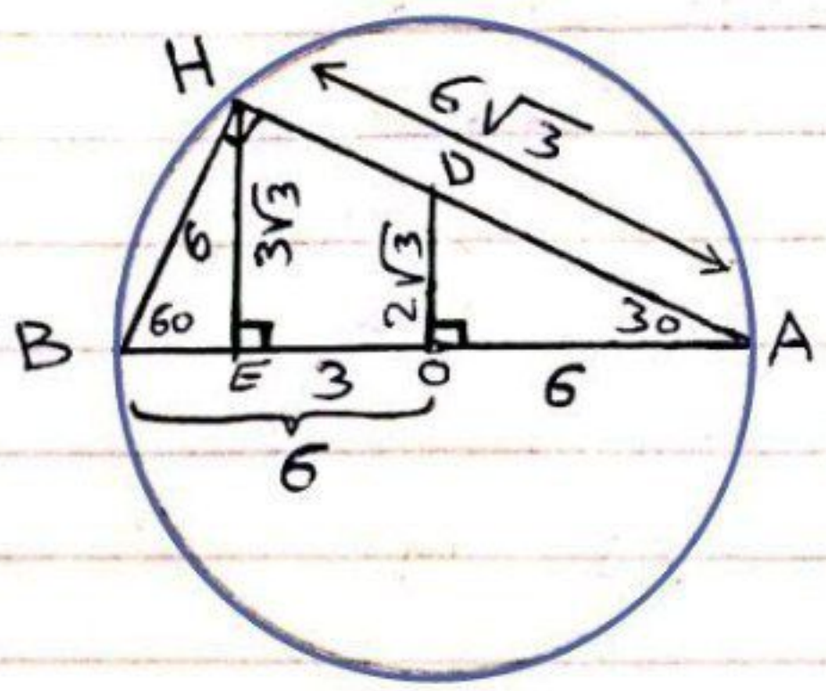
والنسبة بين محيطيهما تساوي نسبة التشابه:

$$\frac{P(AEN)}{P(ADF)} = k = \frac{3}{8}$$

إذن: والنسبة بين مساحتيهما تساوي مربع نسبة التشابه

$$\frac{S(AEN)}{S(ADF)} = \frac{9}{64}$$

ماهر بربر



$R = 6cm \Rightarrow BO = OA = 6cm$

$\Rightarrow BA = 12cm$

(دائماً وأبداً ضع الرسم جانباً وثبت عليه كل معلومة تحصل عليها، ذلك سيساعدك في التفكير نحو طريق الحل.)

1 نلاحظ أن BA هو أحد أضلاع المثلث HBA وهو وتر في دائرة بالتالي المثلث HBA قائم في H أي أن $\hat{H} = 90°$

- لدينا فرضاً: $H\hat{B}A = 2H\hat{A}B$

وبما أن المثلث HBA قائم الزاوية فإن

$H\hat{B}A + H\hat{A}B = 90°$

وحسب الفرض يكون:

$2H\hat{A}B + H\hat{A}B = 90°$

$\Rightarrow H\hat{A}B = 30°$

وعنه $H\hat{B}A = 60°$

- حساب أطوال أضلاع المثلث HBA.

((يوجد عدة طرائق للحل))

HB ضلع مقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم HBA فهو يساوي نصف طول الوتر أي أن:

$$HB = \frac{BA}{2} = \frac{12}{2} = 6cm$$

وحسب فيثاغورث في نفس المثلث نجد:

$$HA^2 = BA^2 - HB^2$$

$$HA^2 = 144 - 36 = 108$$

$$\Rightarrow HA = 6\sqrt{3}$$

((أو عن طريق الاستفادة من النسب المثلثية للزوايا $30°$ ، $60°$))

2 حساب HE ، AE

في المثلث القائم HEA نجد:

HE ضلع مقابل للزاوية $30°$ فهو يساوي نصف طول الوتر HA وعنه:

$$HE = \frac{HA}{2} = 3\sqrt{3}\ cm$$

وفي نفس المثلث وحسب فيثاغورث يتم حساب AE أو بالاستفادة من $\cos(30)$:

$$\cos\hat{A} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 30° = \frac{AE}{HA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{6\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AE = 9cm$$

3 $HE \parallel OD$ (عموديان على مستقيم واحد)

وبالتالي المثلثان DOA ، HAE متشابهان لأنه وحسب خاصة النسب الثلاث:

$$\frac{AO}{AE} = \frac{AD}{AH} = \frac{OD}{EH} = K$$

$$\frac{6}{9} = \frac{AD}{6\sqrt{3}} = \frac{OD}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow OD = 2\sqrt{3}$$

أ. ماهر بربر

• حساب مساحة المثلث OAD بطريقتين

طريقة أولى :

المثلث OAD قائم الزاوية في O فيه $OD = 2\sqrt{3}\ cm$ $OA = 6\ cm$

وهما طولا الضلعين القائمتين ومنه : مساحة المثلث القائم تساوي:

جداء الضلعين القائمتين ÷ 2 ⇐

$$S_{OAD} = \frac{OD \times OA}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 6}{2} = 6\sqrt{3}\ cm^2$$

طريقة ثانية :

المثلث OAD هو تصغير للمثلث HEA ونسبة التصغير هي $k = \frac{2}{3}$ كما وجدنا سابقا :

$$S_{OAD} = k^2 \times S_{HEA}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{9 \times 3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{\cancel{4}}{\cancel{9}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\cancel{2}}\sqrt{3} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}\ cm^2$$

4 طلب إضافي : ما نوع المثلث OHB ؟ أحسب مساحته .

لاحظ أن $HO = OB = R = 6$ فهو مثلث متساوي الساقين فيه $\hat{B} = 60°$ بالتالي فهو متساوي الأضلاع

$$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ cm^2$$

أو : القاعدة × الارتفاع ÷ 2 :

$$S_{OHB} = \frac{OB \times HE}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\ cm^2$$

انتهى الحل .

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثانية هندسة

مركز البحار

الاختبار الثاني





نموذج اختبار شامل في الوحدة الثانية هندسة

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

أ.ماهر بربر

نموذج امتحاني شامل للوحدة الثانية هندسة

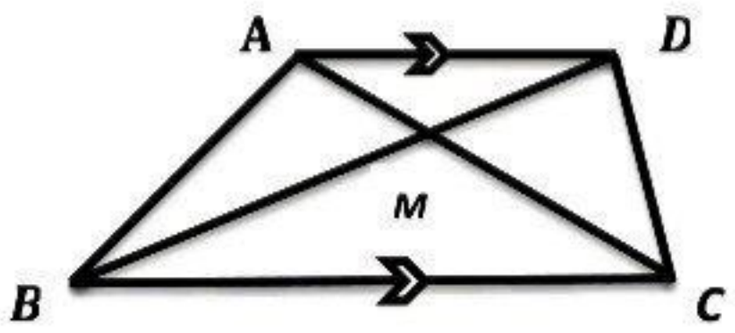
أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) متوازي مستطيلات حجمه $270cm^3$ صُمم له نموذج مصغر بنسبة $\frac{1}{3}$ فإن حجم النموذج المصغر هو :					
$10cm^3$	C	$30cm^3$	B	$90cm^3$	A
2) مثلثان متشابهان مساحة الأول $100cm^2$ ومساحة الثاني $25cm^2$ فإن معامل التصغير :					
$\frac{2}{3}$	C	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{4}$	A
3) بعملية تكبير ضُربت مساحة مثلث بالعدد 8 فإن معامل التكبير :					
2	C	4	B	$2\sqrt{2}$	A
4) المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي حل المعادلة :					
$2x+3=4$	C	$2x+3=6$	B	$2x+3=5$	A

السؤال الثاني : ضع كلمة (صح) أو (خطأ) أمام كل عبارة من العبارات الآتية :

في الشكل المرسوم جانباً لدينا $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD=4\ cm$ ، $BM=6\ cm$ فإن :



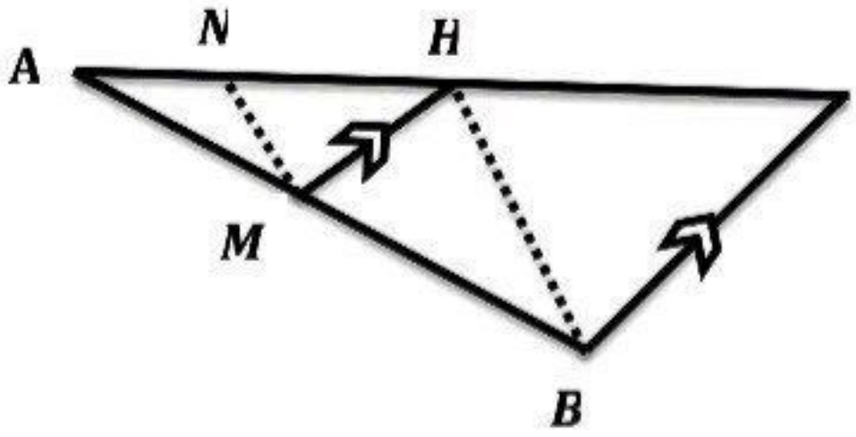
❶ $\frac{AD}{BC}=\frac{MD}{MB}=\frac{MA}{MC}$

❷ المثلث MDA تصغير للمثلث BMC ومعامل التصغير $\frac{2}{3}$.

❸ $\frac{MA}{MC}=\frac{3}{2}$

❹ $\frac{S_{MBC}}{S_{MDA}}=\frac{9}{4}$

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية



التمرين الأول : ABD مثلث فيه $BD=8\ cm$ ، $AB=10\ cm$

$AD=15\ \text{cm}$ ، $\frac{AM}{MB}=\frac{2}{3}$ كما أن $BD//MH$ و المطلوب :

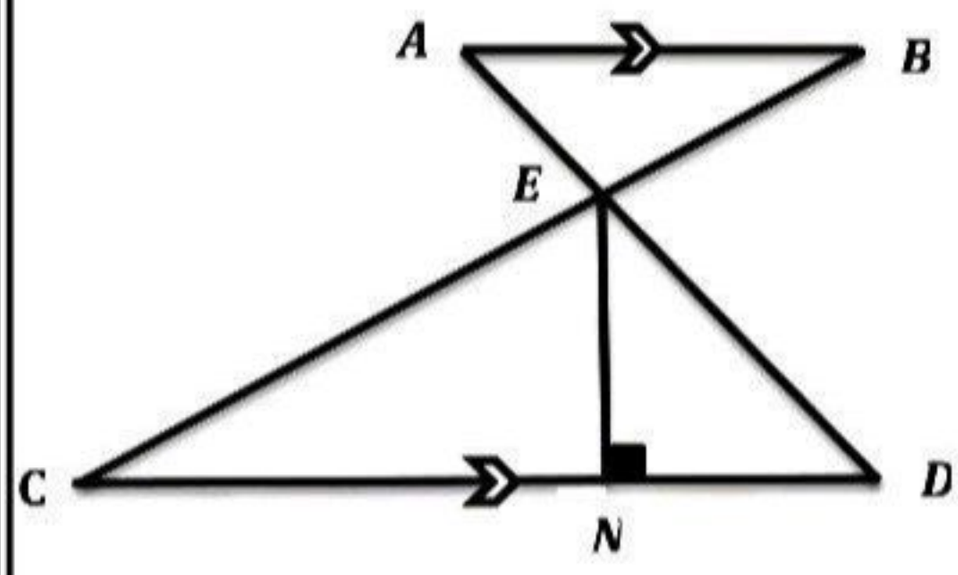
❶ برهن أن $AM=4\ cm$ ثم احسب طول MH و AH .

❷ بفرض أن $AN=2.4\ cm$ برهن أن $MN//BH$

التمرين الثاني : لدينا المستقيمان (AD) و (BC) متقاطعان في النقطة E

حيث أن : $AE=\sqrt{3}\ cm$ ، $CN=6\sqrt{3}\ cm$ ، $EN\perp CD$ ، $EN=6\ cm$ ، $\widehat{D}=60$

والمطلوب :

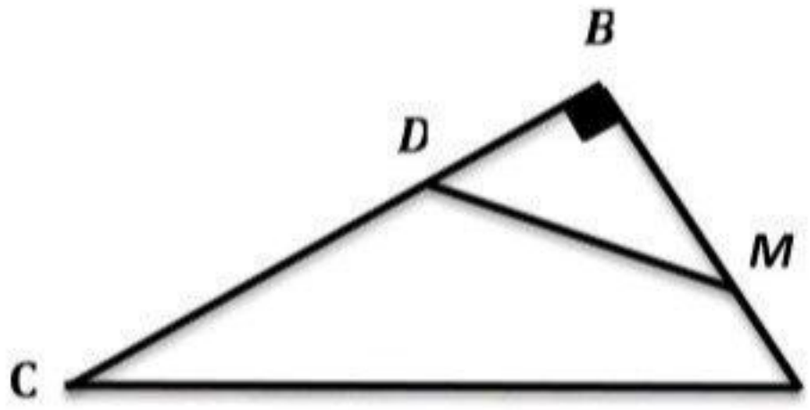


❶ احسب طول كلاً من : ND و ED .

❷ إذا علمت أن $AB//CD$ احسب طول AB .

❸ برهن أن المثلث EAB تصغير للمثلث EDC . ما هو معامل التصغير ؟

❹ احسب مساحة المثلث EDC واستنتج مساحة المثلث EAB .



التمرين الثالث : في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في $\widehat{B}$ فيه :

$CB = \sqrt{48}\ cm \ ، \ AB = 4\ cm \ ، \ MB = 2\sqrt{3}\ cm \ ، \ BD = 2\ cm$

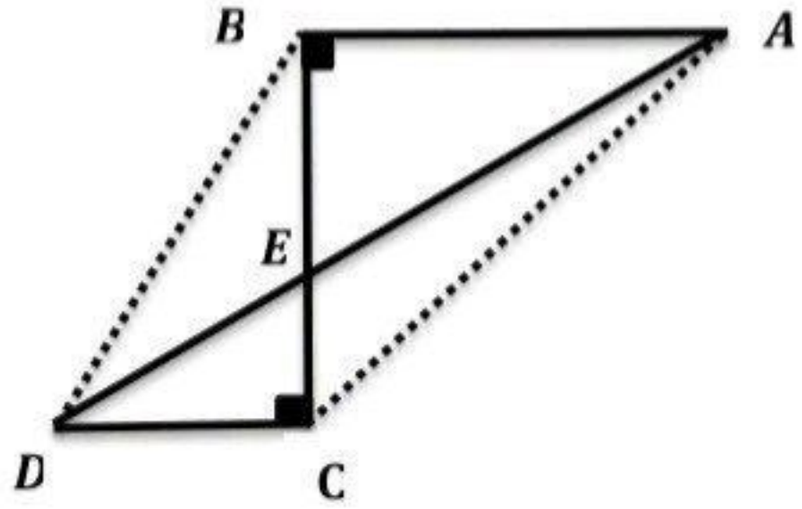
والمطلوب :

❶ برهن أن DM يقطع CA .

❷ احسب طول كلاً من DM و AC .

❸ برهن أن المثلث ABC تكبير للمثلث DBM واحسب معامل التكبير .

❹ احسب مساحة المثلث DBM واستنتج مساحة المثلث ABC .



التمرين الرابع : في الشكل المجاور $AB \perp BC$ و $DC \perp BC$ كما أن :

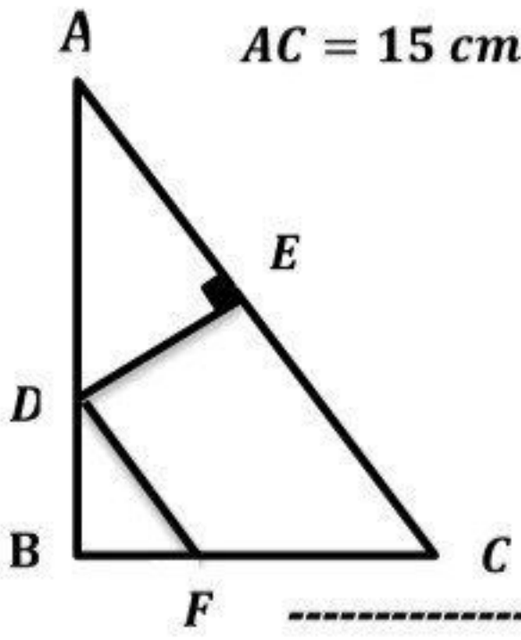
$AE = 10\ cm \ ، \ BE = 8\ cm \ ، \ EC = 2\ cm$ والمطلوب :

❶ احسب طول AB .

❷ برهن أن $AB//DC$ ثم احسب طول كلاً من : ED و DC .

❸ برهن أن المثلث EDC تصغير للمثلث EAB . ما هو معامل التصغير ؟

❹ برهن أن AC و BD غير متوازين .



التمرين الخامس : في الشكل المرافق لدينا ABC مثلث فيه : $AB = 12\ cm \ ، \ BC = 9\ cm \ ، \ AC = 15\ cm$

$ED = 6\ cm$ كما أن $DE \perp AC$ والمطلوب :

❶ برهن أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$.

❷ احسب $\sin \widehat{A}$ من المثلثين ADE و ABC ثم استنتج طول AD .

❸ إذا علمت أن $BF = 1.5\ cm$ برهن أن $DF//AC$.

❹ برهن أن المثلث BDF تصغير للمثلث ABC واحسب معامل التصغير ثم استنتج $\frac{S_{BDF}}{S_{ABC}}$

الموضوع : الحل المفصل للنموذج

أولاً:

السؤال الأول:

① حجم متوازي المستطيلات الكبير
$V = 270\,cm^3$

حجم متوازي المستطيلات الصغير عنه
(الصغير) $V' = ??$

نسبة التصغير $k = \frac{1}{3}$

$\frac{V' \text{ صغير}}{V \text{ كبير}} = k^3 \Rightarrow \frac{V'}{270} = \frac{1}{27} \Rightarrow$

$V' = \frac{1}{27} \times 270 = 10\,cm^3$

الإجابة C.

② مساحة المثلث الكبير $S = 100\,cm^2$
" " الصغير $S' = 25\,cm^2$
عامل التصغير $k = ??$

$\frac{S' \text{ صغير}}{S \text{ كبير}} = k^2 \Rightarrow \frac{25}{100} = k^2 \Rightarrow$
تصغير

$k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

الإجابة B.

لا تأخذ الجزء السلبي لأن $k > 0$ /

③ نضرب المعادلة في k^2 أي:
$k^2 = 8 \Rightarrow k = 2\sqrt{2}$
الإجابة A

④ k نسبة تكبير أي نريد أن يكون حل المعادلة هو عدد أكبر من الواحد / حيث k هي نفسها حل المعادلة أي $k = k'$ /
نعوض الآن:

$2k + 3 = 6 \Rightarrow 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

وهذه $k = k = \frac{3}{2} > 1$

الإجابة B.

السؤال الثاني:

/ الرباعي هو شبه منحرف قاعدتاه متوازيتان دوماً حتى لو لم يذكر ذلك بسبب /

① لدينا المثلثين: AMD و CMB
المستقيمان (AB) و (BC) متوازيان
وبالتالي حسب نظرية الشبه الشكل:

$(AMD \sim CMB) \Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC}$

فالعبارة صحيحة.

② في المناسب السابق:

$\frac{AM}{CM} = \frac{4}{6} = \frac{AD}{BC} = k \Rightarrow k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

فالعبارة صحيحة.

③ وجدنا $\frac{AM}{CM} = \frac{2}{3}$

فالعبارة خاطئة.

④ نسبة التصغير $\frac{2}{3}$ بالتالي نسبة التكبير هي مقلوبها أي $\frac{3}{2}$

نسبة المساحتين تكافئ مربع نسبة التشابه: بير

$\frac{S_{MBC}}{S_{MDA}} = k^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ تكبير / صغير

فالعبارة صحيحة.

ثانياً:

الجزء الأول:

/ وضع الأطوال على الرسم /

① لدينا فرضاً: $AB=10cm$ $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$

وعند: $AM+MB=AB=10$

وبما أن: فإنه وفق خواص التناسب:

/ نثبت المقام ونضيف إلى البسط أو بالعكس /:

$\frac{AM+MB}{MB} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow$

$\frac{10}{MB} = \frac{5}{3} \Rightarrow MB = \frac{30}{5}$

وعنه $MB=6cm$ فيكون $AM=4cm$

/ وضع هذه الأطوال على الرسم /

- حساب AH ، MH

لدينا في المثلث AMH ، ABD

$(MH)//(BD)$ وعنه وفق خواص التناسب نجد:

$\frac{AM}{AB} = \frac{AH}{AD} = \frac{MH}{BD} \Rightarrow$

$\frac{4}{10} = \frac{AH}{15} = \frac{MH}{8} \Rightarrow$

من النسبتين الأولى والثالثة نجد:

$\frac{4}{10} = \frac{AH}{15} \Rightarrow AH = \frac{60}{10} = 6cm$

من النسبتين الأولى والثالثة نجد:

$\frac{4}{10} = \frac{MH}{8} \Rightarrow MH = \frac{32}{10} = 3.2cm$

② $AN=2.6$

لنثبت أن المثلثين (AMN) ، (ABH) متشابهان حتى يكون $(MN)//(BH)$ يجب أن تتحقق المساواة: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AH}$

$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{10} = 0.4$

$\frac{AN}{AH} = \frac{2.6}{6} = \frac{26\times10^{-1}}{6} = 0.4$

$\Rightarrow$

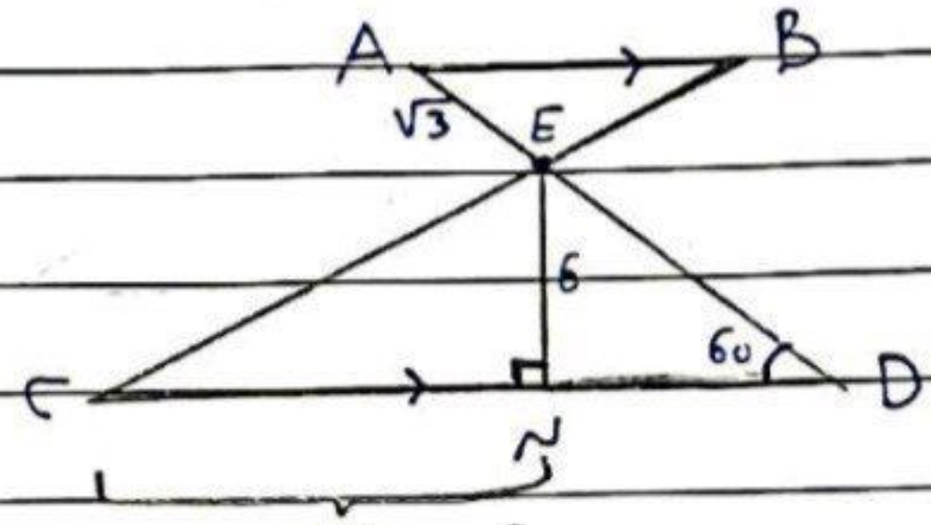
وعنه المساواة محققة أي $(BH)//(MN)$ وذلك حسب عكس نتيجة النسب الثلاث المكتوبة حيث النقاط A, M, B على استقيم (AB) ومنسجمة بالترتيب مع النقاط A, N, H على استقيم (AH)

التمرين الثاني:

/ وضع المعطيات على الرسم /

$AE=\sqrt{3}cm$ ، $CN=6\sqrt{3}\ cm$ ، $\hat{D}=60°$

$EN\perp CD$ ، $EN=6cm$



① حساب ND.

من المثلث القائم END لدينا:

$Tan\hat{END}=\frac{EN}{ND}\Rightarrow \underbrace{Tan60°}_{\sqrt{3}}=\frac{6}{ND}\Rightarrow \sqrt{3}=\frac{6}{ND}$

$\Rightarrow ND=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\ cm$

حساب ED:

من المثلث القائم END لدينا:

$Sin\hat{END}=\frac{EN}{ED}\Rightarrow$

$\underbrace{Sin60°}_{\sqrt{3}/2}=\frac{6}{ED}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{6}{ED}$

$\Rightarrow ED=\frac{12}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow ED=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\ cm$

/ وضع هذه المعطيات الجديدة على الرسم /

② لدينا (AB)//(CD) في المثلث CED وحسب مبرهنة طالس نجد:

$\frac{AE}{ED}=\frac{BE}{EC}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{BE}{EC}=\frac{AB}{8\sqrt{3}}=\frac{1}{4}$

ومنه:

$\frac{AB}{8\sqrt{3}}=\frac{1}{4}\Rightarrow$

$AB=\frac{8\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}cm$

/ وضع على الرسم /

③ المثلثان EAB و EDC متشابهان متقايسا الزوايا المتقابلة بالتشابه هذه النسبة هي الطلب الثاني ونحافظ عليها لأننا المثلث EAB وصغر من المثلث EDC بنسبة $k=\frac{1}{4}$.

④ مساحة المثلث EDC تساوي (القاعدة × الارتفاع) ÷ 2 ومنه:

$S(EDC)=\frac{[CD]\cdot[EN]}{2}=\frac{8\sqrt{3}\times 6}{2}$

أ. ماهر بربر

$\Rightarrow S(EDC) = 24\sqrt{3}\ cm^2$

- نعلم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه

ومنه:

$S(EAB) = K^2 \Rightarrow$

$\frac{S(EAB)}{S(EDC)}$

$S(EAB) = K^2 \times S(EDC) \Rightarrow$

$S(EAB) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 24\sqrt{3}$

$= \frac{24\sqrt{3}}{4\times4} = \frac{6\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\ cm^2$

- $\frac{BD}{BC} = \frac{2}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

- $\frac{BM}{BA} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow$

نبرهن أن: $\frac{\sqrt{3}}{2} \neq \frac{\sqrt{3}}{6}$ أي أن:

$\frac{BD}{BC} \neq \frac{BM}{BA}$

أي أن المستقيمان (DM) و (CA) غير متوازيين (متقاطعين) وذلك حسب برهان الخلف الشروع العكسي.

② - حساب DM:

حسب فيثاغورث في المثلث القائم BDM

نجد:

$[DM]^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4 + 12 = 16$

$\Rightarrow [DM] = 4\ cm$

- حساب AC:

حسب فيثاغورث في المثلث القائم BAC

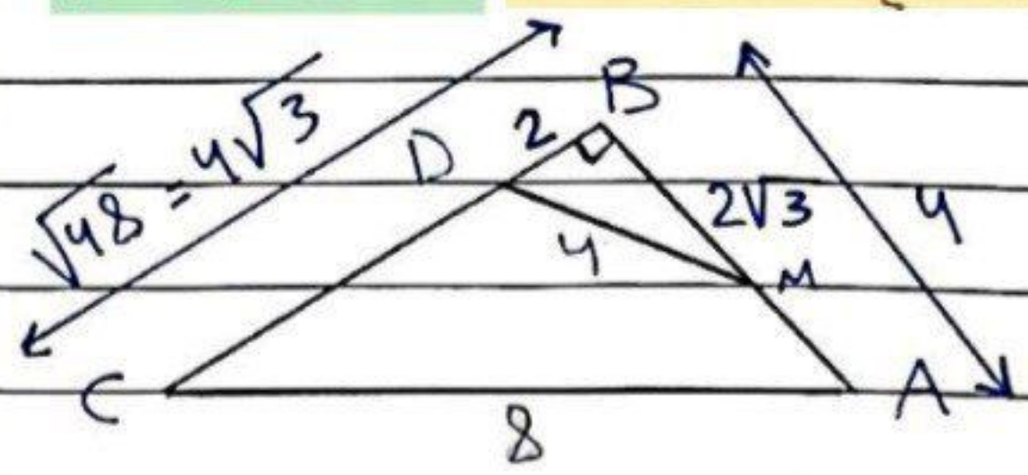
نجد:

$[CA]^2 = (4\sqrt{3})^2 + (4)^2 = 48 + 16 = 64$

$\Rightarrow [CA] = 8\ cm$

③ نلاحظ أن: (هذا التوازي غير موجود لذلك نقصد بك تعريف التشابه وفق تناسب أضلاع المتقابلة)

التمرين الثالث: / فكرة وحلة /



① لإثبات أن المستقيم (DM) يقطع المستقيم (DA) يجب أن نثبت أن عكس برهان الخلف الشروع غير محقق في المثلث BCA و BDM

لنرى فيما إذا كانت النسبتان $\frac{BM}{Bc}$ و $\frac{BD}{B.A}$ متساويتان أم لا.

لاضرورة لكتابة كل هذا الشرح فهو للتوضيح

- لاحظ الطلب وعامل التكبير، لذلك نأخذ أضلاع المكبر على الترتيب وفق الترتيب الآتي:

نلاحظ أن أطوال أضلاع المثلث ABC متناسبة مع أطوال أضلاع المثلث BMD فالمثلثان متشابهان وفق التشابه السابق

طول الضلع الأكبر من المثلث ABC $CA = 8 = 2$ طول الضلع الأكبر من المثلث BMD $DM = 4$

طول الضلع الأوسط من المثلث ABC $BC = 4\sqrt{3} = 2$ طول الضلع الأوسط من المثلث BMD $BM = 2\sqrt{3}$

طول الضلع الأصغر من المثلث ABC $BA = 4 = 2$ طول الضلع الأصغر من المثلث BMD $BD = 2$

والمثلث ABC مكبر عن المثلث BMD بنسبة تكبير 2.

والمثلث BMD مصغر عن المثلث ABC بنسبة تصغير $\frac{1}{2}$ (مقلوب نسبة التكبير)

(4) مساحة المثلث القائم DBM تساوي: نصف جداء ضلعيه القائمين:

$$S(DBM) = \frac{[DB]\cdot(BM)}{2} = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\ cm^2$$

- نعلم أن نسبة مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه أي:

$$\frac{\text{مساحة المكبر } S(ABC)}{\text{مساحة المصغر } S(BMD)} = \frac{\text{مربع التكبير } K^2}{} \Rightarrow S(ABC) = K^2 \times S(BMD)$$

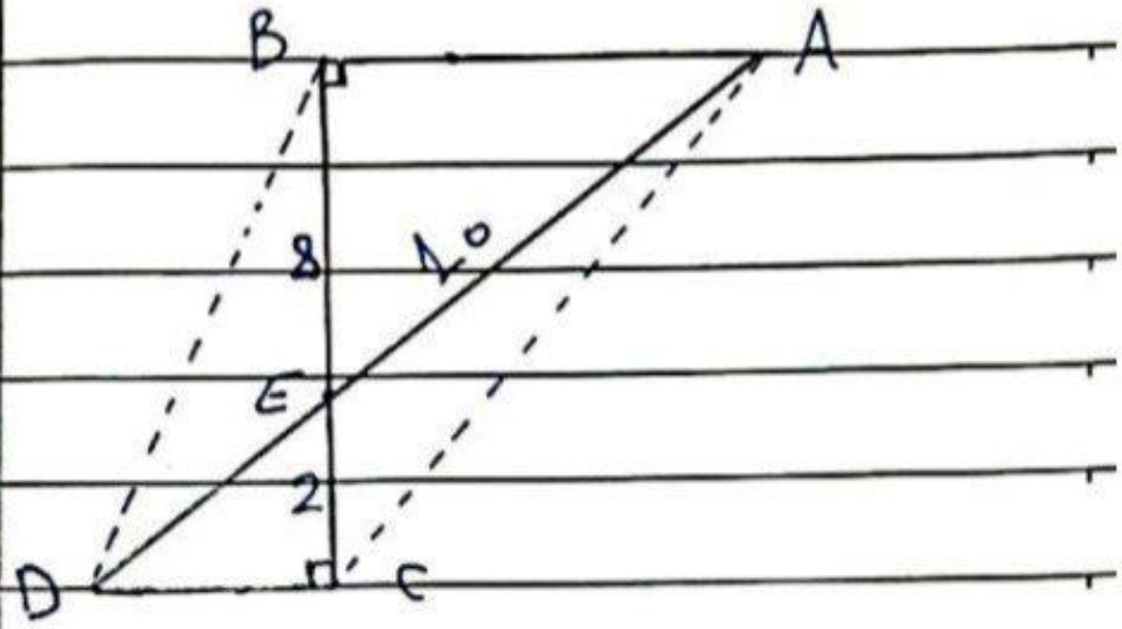
$$= 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\ cm^2$$

/ الطريقة الثانية: نفرض المستقيم المتعلق بمساحة المثلث القائم ABC هو (d)

/ $S(ABC) = \frac{[BC]\times[BA]}{2} = \frac{4\sqrt{3}\times 4}{2} = 8\sqrt{3}\ cm^2$ نفس الجواب

ملاحظة وتنبيه: وجود مستقيمين متوازيين في مثلث وهذا يعني أنهما متشابهين حتماً ولكن وكما رأينا في هذا التمرين: وجود مثلثين متشابهين فليس بالضرورة أن يوجد بينهما مستقيمين متوازيين لإجراء التشابه.

التمرين الرابع:



① حساب طول AB

من المثلث القائم BAE ومبرهنة فيثاغورث:

$[BA]^2+[BE]^2=[EA]^2 \Rightarrow$

$[BA]^2+(8)^2=(10)^2 \Rightarrow [BA]=6_{cm}$

نضع على الرسم

② لدينا فرضاً

$\left.\begin{matrix} AB \perp BC \\ DC \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow (AB)\parallel(DC)$

لأن العمودين على مستقيم واحد متوازيان

وبالتالي وحسب عبارة النسب

المتشابهة في المثلثين EABوEDC

لدينا:

$\frac{ED}{EA}=\frac{EC}{EB}=\frac{DC}{BA} \Rightarrow$

$\frac{ED}{10}=\frac{2}{8}=\frac{DC}{6}=\frac{1}{4}$

③ وجدنا في الطلب الثاني

$\frac{ED}{EA}=\frac{EC}{EB}=\frac{DC}{BA}=\frac{1}{4}$

أي أن المثلثان EDC و EAB

متشابهان والمثلث EDC وطوله

المثلث EAB بنسبة تصغير $\frac{1}{4}$.

من النتيجتين الأولى والثانية نجد:

$\frac{ED}{10}=\frac{1}{4} \Rightarrow ED=\frac{10}{4}=2.5\,cm$

من النتيجتين الثانية والثالثة نجد:

$\frac{DC}{6}=\frac{1}{4} \Rightarrow DC=\frac{6}{4}=1.5\,cm$

نضع الأطوال على الرسم

انتبه ولاتتسرع في الطلب الرابع

أ. ماهر بربر

④ / تمرين /

نعلم أن في الرباعي BACD

(AB) // (DC)

وقطراه يتناصفان فذلك يمكن

أن يكون متوازي أضلاع فهو شبه

منحرف قاعدتاه المتوازيتان DC ، BA

و ضلعاه المتقايسان DB ، AC

التمرين الخامس:

① حسب عكس فيثاغورث

في المثلث ABC لدينا:

$[AC]^2 = (15)^2 = 225$

$[AB]^2 + [BC]^2 =$

$144 + 81 = 225$

المثلث قائم

في B

و

المقابل لـ \hat{B} طول أضلاعه تتناسب

(ضع التعامد على الرسم)

② ADE قائم في E ومنه:

$\sin \hat{A} = \frac{DE}{AD} = \frac{6}{AD}$

ABC قائم لبناءً لـ B ومنه

$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

مما سبق نجد:

$\sin \hat{A} = \frac{6}{AD}$ ، $\sin \hat{A} = \frac{3}{5}$ $\Rightarrow \frac{6}{AD} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$AD = 10\ cm$

ومنه $DB = 2$ ..... (وضع الأطوال على الرسم)

③ لننظر إلى المثلثين BCA ، BFD

حتى يكون (AC) // (DF) يجب

أن تتحقق العلاقة

$\frac{BF}{BC} = \frac{BD}{BA}$

$\frac{BF}{BC} = \frac{1.5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$

$\frac{BD}{BA} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow$

و منه (DF) // (AC) وذلك حسب مبرهنة

الثنائي المباشر العكسية حيث:

النقاط C ، F ، B على استقيم [BC] موجهة بالترتيب

و النقاط A ، D ، B على استقيم [BA].

④ لدينا (BC) // (BF) لبناءً

و حسب مبرهنة الثنائي في المثلث

BCA ، BFD نجد:

$\frac{BF}{BC} = \frac{BD}{BA} = \frac{FD}{AC} \Rightarrow$

$\frac{1.5}{9} = \frac{2}{12} = \frac{FD}{AC} = \frac{1}{6}$

ماهر بربر

أي أن المثلثات BCA ، CBFD
متشابهان وطول ضلع المثلث BFD تصغير
لطول ضلع المثلث BCA بنسبة $\frac{1}{6}$

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين
متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه
وعليه:

$$\frac{S_{BFD}}{S_{ABC}} = K^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

ملاحظة:

المساحة كل من المثلث الساقين
بتطبيق دستور مساحة المثلث القائم
ثم تأكد بأن نسبة مساحة المثلث
الصغير إلى الكبير هي $\frac{1}{36}$.

والله ولي التوفيق

ماهر بربر

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة هندسة

مكتبة أبجد

الاختبار الأول





إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

زوايا محيطية ومركزية

نموذج اختبار
في الوحدة الثالثه
من كتاب الهندسة

الوضع النسبي لدائرتين

تعليمات ثابته لحل أي مسألة تتعلق بالهندسة .

١- ضع الفرضيات على الرسم مباشرة بالقلم الأزرق.

٢- التزم بترتيب الطلبات .

٣- كل معلومه تظهر معك في الطلبات ضعها مباشرة على الرسم بقلم الرصاص .

٤- الطلب الذي تقف عنده قد يكون جوابه موجود مثلا أثبت أن طول أو أثبت ان قياس زاوية محدده يساوي عدد ما .فالجواب موجود ضعه على الرسم وانتقل إلى الطلب الذي يليه ثم عد إليه في نهاية الحل عندئذ ستكون قادرا على حله ان شاء اللّه .

٥- في المسائل المحلوله : حاول ان تحل بنفسك ثم قارن حلك بالحل الموجود وصحح بيدك بالقلم الأحمر ، ذلك يساعدك في تذكر الأخطاء وتجاوزها في المرات القادمة

الرباعي الدائري

المضلعات المنتظمة

رياضيات مع المدرس ماهر بربر 0994 830 381

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحه من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

❶ (ادلب 2018) $ABCD$ رباعي دائري فيه قياس $B\hat{C}D = 115^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المقابلة لها $B\hat{A}D$ يساوي

115°	C	25°	B	65°	A

❷ (الحسكة 2018) في الشكل المجاور $ABCD$ رباعي دائري فيه $A\hat{D}C = 50°$

فإن قياس الزاوية $C\hat{B}x$ يساوي:



130°	C	50°	B	40°	A

❸ (السويداء و طرطوس 2019) AB ضلع في مخمس منتظم $ABCDE$ مركزه O فان قياس $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	75°	B	72°	A

❹ (الحسكة 2019) المستقيم d يمس دائرة C مركزها O نصف قطرها $R = 6$ فان بعد مركز الدائرةعن المستقيمd

أكبر من 6	C	أقل من 6	B	يساوي 6	A

❺ (الرقة 2019) في الرباعي الدائري مجموع الزاويتين المتقابلتين يساوي :

90°	C	180°	B	100°	A

❻ (الرقة 2019) AB ضلع في مسدس منتظم مركزه O فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

60°	C	90°	B	72°	A

❼ (اللاذقية 2019) دائرة مركزها O ، $\overset{\frown}{BC}$ قوس فيها قياسه $40°$ فان قياس الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ يساوي :

80°	C	40°	B	20°	A

❽ (درعا 2019) AB ضلع في مضلع منتظم مركزه O عدد أضلاعه $(n = 12)$ فان قياس الزاوية $A\hat{O}B$ يساوي:

30°	C	45°	B	60°	A

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الآتية:

① (السويداء 2018) إذا كان $ABCDEF$ مسدس منتظم فإن قياس الزاوية $C\hat{D}E$ يساوي 120°

② (اللاذقية 2018) إذا كان قياس $\hat{A} = 100°$ في الرباعي الدائري $ABCD$ فإن قياس الزاويةالمقابلة لها $\hat{C} = 80°$

③ (دمشق 2018) النقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي 40°

④ (تكميلي 2018) لنقطة O هي مركز مثمن منتظم أحد أضلاعه $[AB]$ قياس الزاوية $A\hat{O}B$ تساوي $45°$

⑤ للمثلث المتساوي الساقين محورا تناظر

⑥ طول قطر الدائرة المارة برؤوس مسدس منتظم هو 10 فيكون محيط هذا المسدس 60

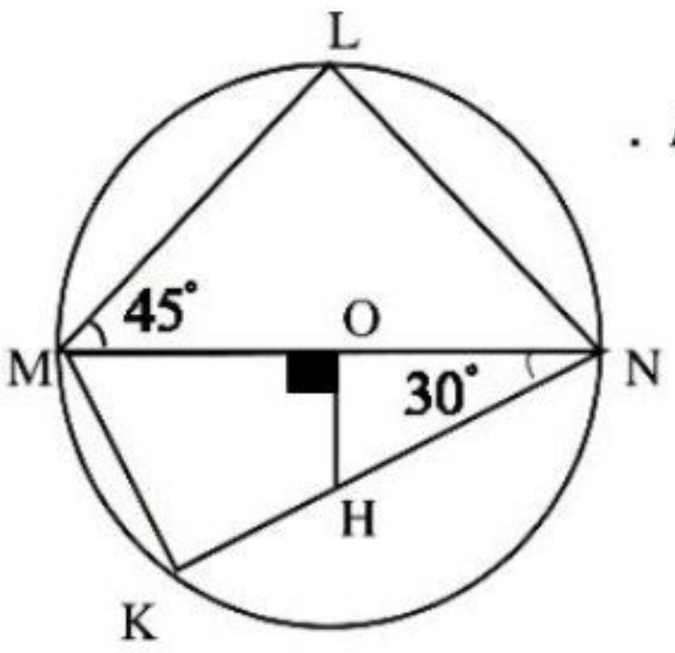
⑦ الدائرة $C(O,R)$ تمس الدائرة $C'(O',R')$ داخلاً فإن : $OO' > R' - R$

ثانيا:حل المسائل الآتيه

جميع المسائل امتحانية ووردت سابقاً

المسألة الأولى: K, M, L, N نقاط من دائرة مركزها O حيث MN قطر في الدائرة طوله $8\ cm$ ،

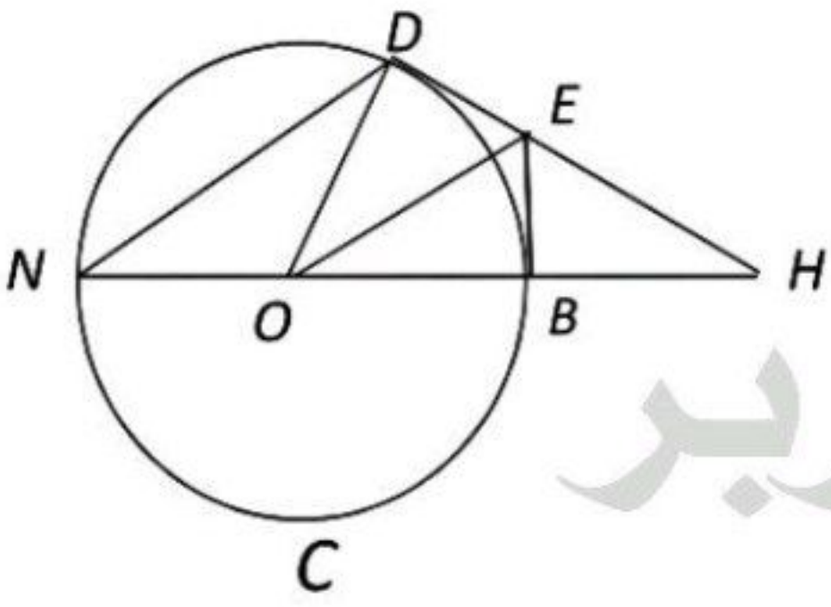
$K\hat{N}M = 30^\circ, L\hat{M}N = 45^\circ$ المطلوب:



1) ما نوع المثلث LMN بالنسبة لأضلاعه؟ واستنتج قياس الزاوية $M\hat{N}L$.
2) احسب قياس كل من $M\hat{K}N$ ، $\widehat{LMk}$.
3) احسب طول كلاً من ML, MK, KN .
4) إذا كان $HO \perp MN$ أثبت أن الرباعي $OHKM$ دائري ، عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.

المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً:

C دائرة مركزها O و $[NB]$ قطر فيها و D نقطة من الدائرة بحيث $\widehat{ND} = \frac{2}{3}\widehat{NB}$ و (BE) , (DH) مماسان للدائرة في النقطة B و D على التوالي



والمطلوب :

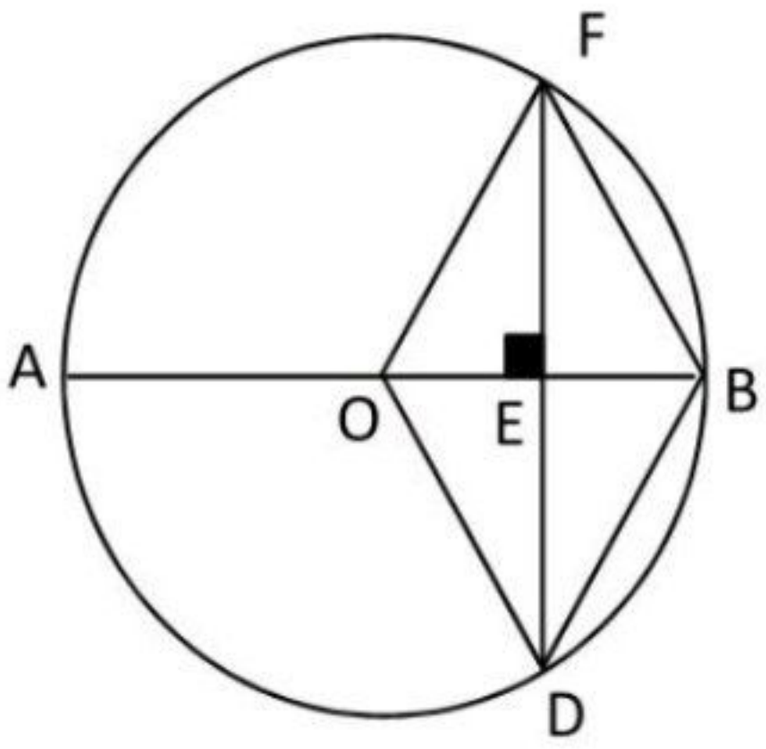
1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{DB} = 60^\circ$.
2) احسب قياسات زوايا المثلث HOD واستنتج أن $OB = \frac{1}{2}OH$.
3) أثبت أن الرباعي $ODEB$ رباعي دائري, واستنتج قياس الزاوية $B\hat{E}D$.
4) أثبت أن المثلث OEH متساوي الساقين, واحسب قياس الزاوية $B\hat{O}E$.
5) أثبت أن $DN \parallel OE$

المسألة الثالثة: في الشكل المرسوم جانبا:

$[AB]$ قطر في الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 5

فيها $[FD]$ يعامد $[AB]$ في النقطة E و $\widehat{AF} = 2\widehat{BF}$

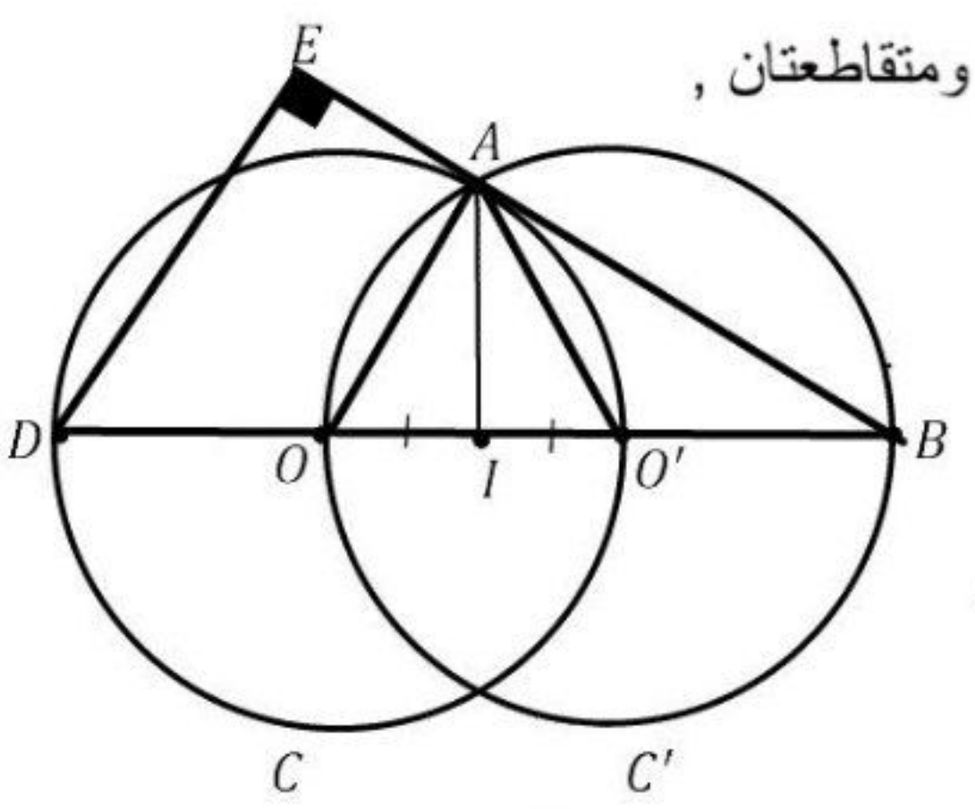
والمطلوب :



1) أثبت أن قياس القوس $\widehat{BF} = 60^\circ$
واستنتج نوع المثلث BOF بالنسبة لأضلاعه.
2) احسب الأطوال FB, EB, EF .
3) أثبت أن الرباعي $FODB$ معين واحسب مساحته.

المسألة الرابعة $C(O, r), \acute{C}(\acute{O}, r)$ دائرتان طبوقتان ومتقاطعتان ,

النقطة I منتصف $O\acute{O}$ و DEB مثلث قائم في $\hat{E}$



1- أثبت أن AB مماس للدائرة C.
2- أبت أن المثلث $AO\acute{O}$ متساوي الأضلاع.
3- أثبت أن الرباعي $EDIA$ رباعي دائري،
و عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه.
4- أثبت أنّ $DE \parallel OA$ ثمّ اكتب النسب الثلاث للمثلثين ABO, EBD

و استنتج أن $BA = \frac{2}{3}EB$

*أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

- السؤال الأول:

1) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين وبالتالي:

ABCD رباعي دائري فيه $B\hat{C}D = 115°$

فكون قياس الزاوية المقابلة لها

$B\hat{A}D = 65°$

الإجابة الصحيحة هي A.

2) نعلم أن: في الرباعي الدائري الزاوية الخارجية تساوي الزاوية الداخلية المقابلة لها ونرمز ونضع:

$C\hat{B}K = A\hat{D}C = 50°$

الإجابة الصحيحة هي B

3) قياس الزاوية المركزية في المضلع المنتظم والتي تحصر أحد أضلاعه $A\hat{O}B$ تعطى:

$A\hat{O}B = \frac{360°}{n}$ ، $n=5$ فرضاً

ومنه:

$A\hat{O}B = \frac{360°}{5} = 72°$

الإجابة الصحيحة هي A

4) نعلم أن: المستقيم الماس للدائرة يبعد عن مركزها بُعداً ثابتاً يساوي نصف القطر أي أن: $R=6$ بالتالي بما المستقيم d عن مركز الدائرة هو $R=6$

الإجابة الصحيحة هي A

5) نعلم أن: في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعهما $180°$)

فالإجابة الصحيحة هي B

6) بطريقة مشابهة للسؤال 3 نجد

$A\hat{O}B = 60°$ الإجابة C

7) قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي قياس القوس المقابل وبالعكس

ومنه $B\hat{O}C = \overset{\frown}{BC} = 40°$

الإجابة الصحيحة هي B

8) $A\hat{O}B = \frac{360}{12} = 30°$

الإجابة C

- السؤال الثاني:

1) نعلم أن قياس الزاوية المركزية في المضلع المنتظم $A\hat{O}B = 60°$ وقياس الزاوية الداخلية فيه (المحصورة بين ضلعين متتاليين)

$C\hat{D}E = 180° - A\hat{O}B \Rightarrow$

$= 180° - 60° = 120°$

فالعبارة صحيحة

2) في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين، $\hat{A} = 100$ تقابلها $\hat{C} = 80$

$\hat{A} + \hat{C} = 180$ فالعبارة صحيحة

ماهر بربر

3) $A\hat{O}B = \frac{360}{n} = \frac{360}{8} = 45°$ فالعبارة خاطئة

4) العبارة صحيحة من أجل 3

5) المثلث المتساوي الساقين محور تناظره وحيد وهو محور ارتفاع القاعدة فقط فالعبارة خاطئة.

6) $R = 5 \Leftarrow 2R = 10$

نعلم أن:

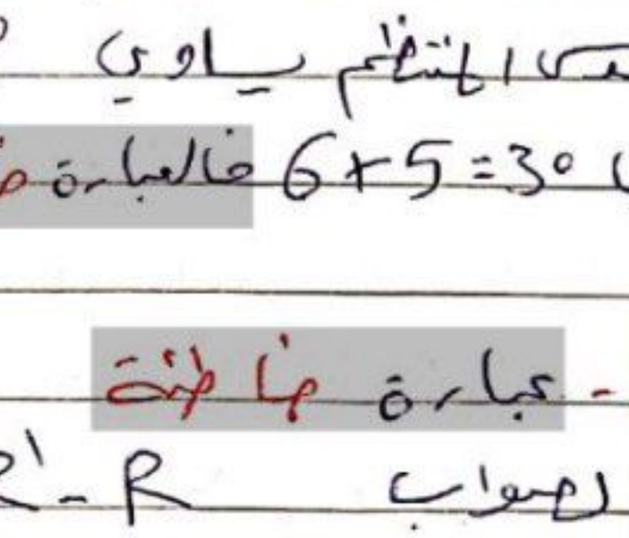
طول قوس الدائرة المتمم يساوي طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه وهنا $\ell = 5$ وحيث المتمم يساوي $6 \times \ell$ أي $6 \times 5 = 30°$ فالعبارة خاطئة.

7) عبارة خاطئة

والصواب $OO' = R' - R$

*ثانياً: حل المسائل التالية:

1- المسألة الأولى:



1) $\overset{\frown}{LM}$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي أن المثلث LMN قائم في L وهنا الزاوية $L\hat{N}M = 45°$ فهو قائم ومتساوي الساقين L

2) $\overset{\frown}{MK}$ أيضاً محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي $M\hat{K}N = 90°$ $\overset{\frown}{LM} = 2L\hat{N}M$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل فالقوس هو المنفرج) $\overset{\frown}{LM} = 2 \times 45° = 90°$

$\overset{\frown}{MK} = 2M\hat{N}K$ (للقياس السبب) $\overset{\frown}{MK} = 2 \times 30° = 60°$

ومنه:

$\overset{\frown}{LMK} = \overset{\frown}{LM} + \overset{\frown}{MK} = 90° + 60° = 150°$

(أو بالاختصار:

$\overset{\frown}{LMK} = 2 \times L\hat{N}K = 2(45 + 30) = 150°$)

3- يمكن الحساب بأكثر من طريقة:

حسب ما نعرف في المثلث القائم MNL

نجد: (حيث $x = LM = LN = MK$ أثبتنا)

$x^2 + x^2 = [MN]^2 \Rightarrow 2x^2 = 64 \Rightarrow$

$x^2 = 32 \Rightarrow x = LM = LN = 4\sqrt{2}$ cm

MK ضلع مقابل للزاوية $30°$ في المثلث القائم MNK فهو يساوي نصف طول وتره أي أن:

$MK = \frac{1}{2} MN = \frac{8}{2} = 4$ cm

أ. ماهر بربر

مثلث القائم MNK نجد:

$\cos M\hat{N}K = \frac{NK}{MN} \Rightarrow$ ($M\hat{N}K = 30°$)

$\cos 30° = \frac{NK}{8} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{NK}{8}$

$\Rightarrow NK = 4\sqrt{3}$ cm

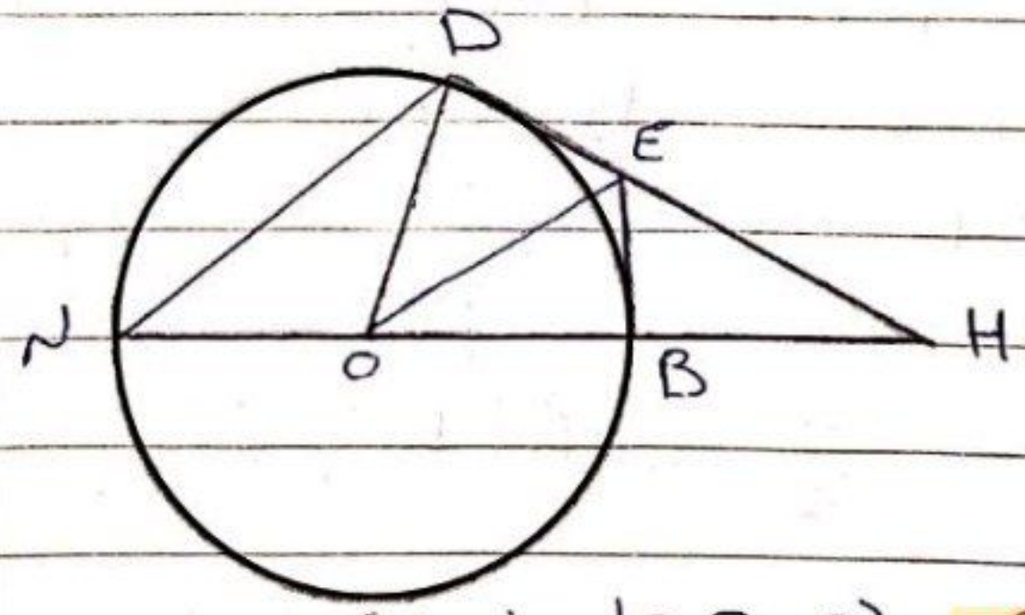
4) - في الرباعي OHKM لدينا:

$\hat{O} = 90°$ فرضاً } زاويتان متقابلتان

$\hat{K} = 90°$ إثباتاً } ومتكاملتان.

فالرباعي OHKM دائري ومركز الدائرة المحيطة به وفق منتصف الوتر المشترك MH ونصف قطرها الوتر المشترك MH للمثلثين القائمين MHK، MHO.

المسألة الثانية:



1) - $[NB]$ قطر في الدائرة ومنه:

$\overset{\frown}{NB} = 180°$ ولدينا فرضاً

$\overset{\frown}{ND} = \frac{2}{3}\overset{\frown}{NB} = \frac{2}{3} \times 180°$

$= 120° \Rightarrow \overset{\frown}{DB} = 60°$

2) - (DH) مماس للدائرة في D ومنه $(DH) \perp (OD)$ في النقطة D أي المثلث القائم وبالتالي $O\hat{D}H = 90°$

ومنه $\overset{\frown}{DB} = 60°$ ومنه $D\hat{O}B = \overset{\frown}{DB} = 60°$ (مركزية)

$\hat{H} = 180° - (90° + 60°) = 30°$ ومنه:

في المثلث القائم ODH (إثباتاً) ومنه: $\hat{H} = 30°$ والضلع المقابل للزاوية $30°$ هو $[OD]$ يساوي نصف طول الوتر $[OH]$ أي: $OD = \frac{1}{2}OH$

ولكن: $R = OD = OB$ ومنه:

$R = OB = \frac{1}{2}OH$

3) - (EB) مماس للدائرة في B ومنه $(EB) \perp (OH)$ أي $E\hat{B}O = 90°$

ومنه $O\hat{D}E = 90°$ وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي ODEB فهو دائري، وبما أنه رباعي دائري (إثباتاً) فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتين أي أن الزاوية $B\hat{E}D$ مقابلة للزاوية $B\hat{O}D$

$B\hat{E}D = 120°$ (تكمل إلى $180°$)

4) - B منتصف $[OH]$ إثباتاً.

EB ارتفاع ومتوسط في آن واحد في المثلث OEH فهو متساوي الساقين في E قاعدته $[OH]$ حيث:

$\hat{H} = 30° \Rightarrow B\hat{O}E = 30°$

أ. ماهر بربر

$D\hat{N}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DB} = 30°$ (5

(خاصية)

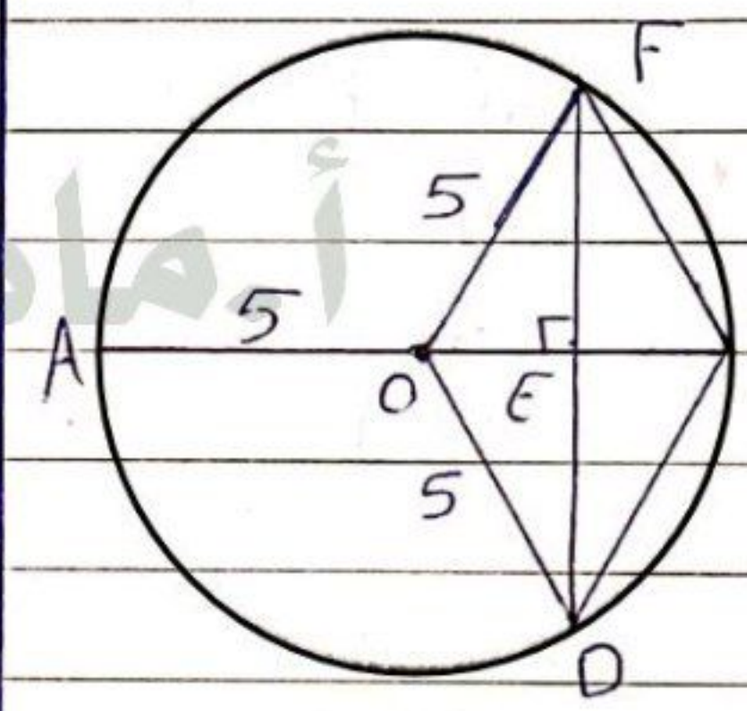
ومنه نجد:

$D\hat{N}B = 30°$ وهما أوضاع
$E\hat{O}B = 30°$ } الثاني

بالنسبة للمستقيمين (DN) و (OE)

والقاطع (NB) بالتالي $(DN) // (OE)$

المسألة الثالثة:



1) - $[AB]$ قطر في الدائرة

ومنه $\overset{\frown}{AB} = 180°$ ومنه وعان:

بذ $\overset{\frown}{AF} = 2\overset{\frown}{FB}$

$\overset{\frown}{AF} + \overset{\frown}{FB} = \overset{\frown}{AB}$

$2\overset{\frown}{FB} + \overset{\frown}{FB} = 180° \Rightarrow$

$3\overset{\frown}{FB} = 180° \Rightarrow \overset{\frown}{FB} = 60°$

المثلث FOB متساوي

الساقين لأن $OB = OF = R = 5$

فيه $F\hat{O}B = \overset{\frown}{FB} = 60°$

فهو متساوي الأضلاع. مركزية

2) - بما أن المثلث FOB متساوي الأضلاع فإن:

$FB = OB = OF = R = 5$

$[FE]$ ارتفاع في المثلث متساوي الأضلاع فهو محور وموسط ومنصف ومنه E منتصف $[OB]$ أي أن $EB = \frac{R}{2}$

$EB = \frac{5}{2} = 2.5$

ونعلم أن طول ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع هو:

$h_3 = FE = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

3) - المثلث FOD متساوي الساقين في O، فيه $[OE]$ ارتفاع نازل من الرأس وهو متوسط أي أن E منتصف الضلع $[FD]$

أي أن قطري الرباعي $FODB$ متناصفان (متقاطعان في منتصف كل منهما) هذا يعني أن الرباعي $FODB$ معين (لديه قطريه متناصفان)

$EF = ED$

$(OE = EB)$

$S_{FODB} = \frac{1}{2}[OB] \times [FD]$

$= \frac{1}{2}(5) \times \left(\frac{10\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{25}{2}\sqrt{3}$ وحدة مربعة.

أماهر بربر

المسألة الرابعة

1) - في المثلث AOB لدينا:
الزاوية $\hat{AOB}$ زاوية حيطية
تحصر قوس نصف الدائرة C
فهي قائمة أي أن:
$OA \perp AB$ أي OA نصف
قطر في الدائرة C وضلع AB
مماس للدائرة C في A لأنه يُعامد
نصف قطر الدائرة في نقطة المماس A.

2) - لدينا فرضاً الدائرتان مركزاهما
على التوالي O' و O وضع:
$O'A = O'O = AO'$
فالمثلث AOO' متساوي الأضلاع

3) - I منتصف OO' فرضاً كذلك
AE متوسط في مثلث متساوي
الأضلاع فهو ارتفاع أي أن
$AI \perp DE$ أي $(\hat{I} = 90°)$
ولدينا فرضاً $\hat{E} = 90°$
أصبح لدينا: $\hat{I} = 90°$ ، $\hat{E} = 90°$
زاويتان متقابلتان وتكاملتان
في الرباعي EDIA فهو دائري
ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع
في منتصف الوتر المشترك DA

1) - $DE \perp EB$ (فرضاً)
$OA \perp EB$ (إنشاءً)
ومنه المستقيمان (DE)، (OA) متوازيان
لأنهما عموديان على مستقيم واحد
عندئذٍ وحسب خاصة النسب الثلاث
في المثلثين EBD ، ABO
يكون:

$$\frac{BA}{BE} = \frac{BO}{BD} = \frac{AO}{ED} \Rightarrow$$

$$\frac{BA}{BE} = \frac{2r}{3r} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$BA = \frac{2}{3} BE$$

أ. ماهر بربر

الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

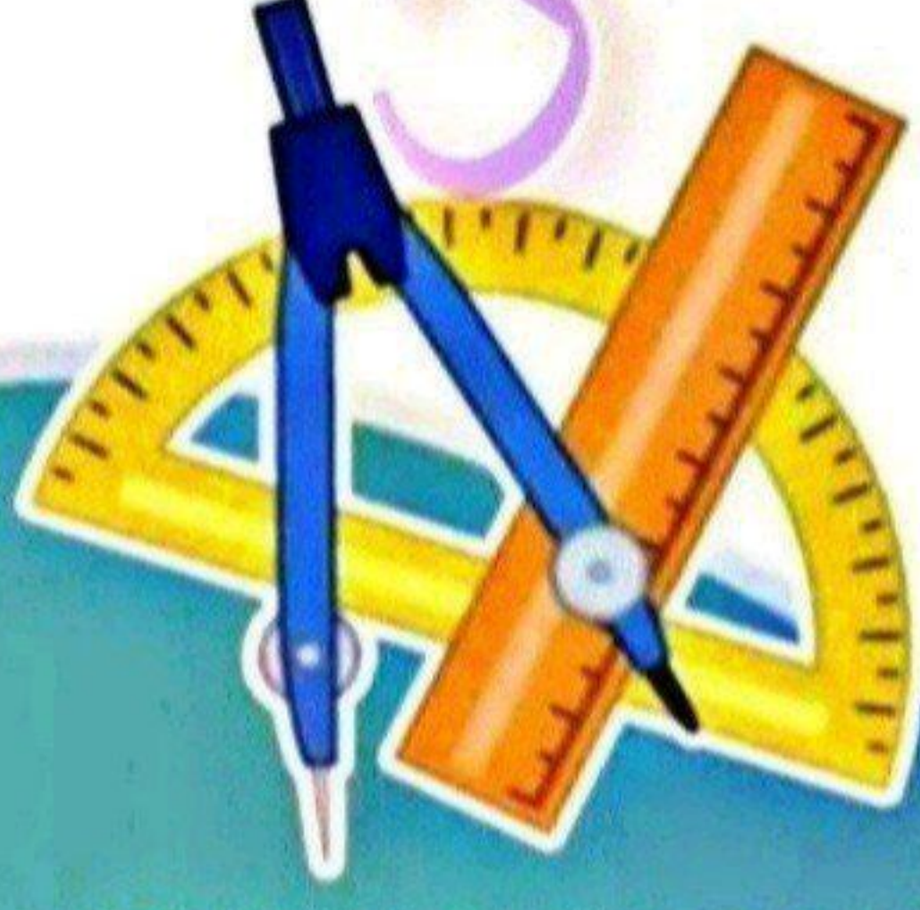
أ. ماهر بربر

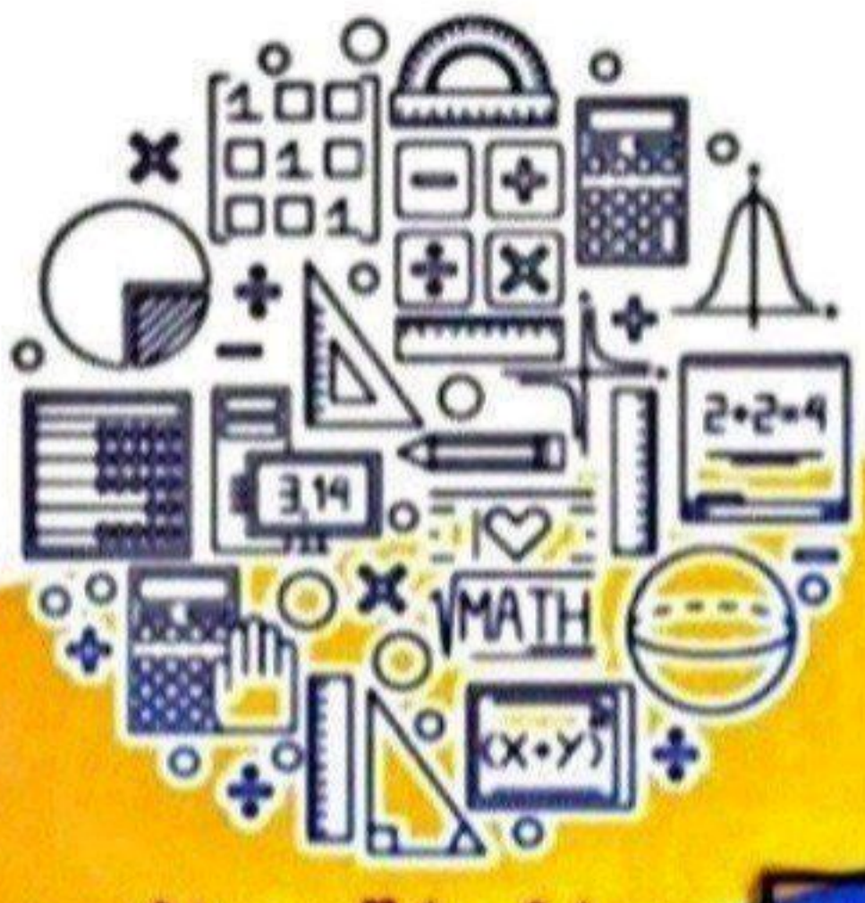
نموذج اختبار محلول

الوحدة الثالثة هندسة

مكتبة البحار

الاختبار الثاني





إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

نموذج اختبار
في الوحدة الثالثه
من كتاب الهندسة

الوضع النسبي لدائرتين

تعليمات ثابته لحل أي مسألة تتعلق بالهندسة .

١- ضع الفرضيات على الرسم مباشرة بالقلم الأزرق.

٢- التزم بترتيب الطلبات .

٣- كل معلومه تظهر معك في الطلبات ضعها مباشرة على الرسم بقلم الرصاص .

٤- الطلب الذي تقف عنده قد يكون جوابه موجود مثلا أثبت أن طول أو أثبت ان قياس زاوية محدده يساوي عدد ما .فالجواب موجود ضعه على الرسم وانتقل إلى الطلب الذي يليه ثم عد إليه في نهاية الحل عندئذ ستكون قادرا على حله ان شاء اللّه .

٥- في المسائل المحلوله : حاول ان تحل بنفسك ثم قارن حلك بالحل الموجود وصحح بيدك بالقلم الأحمر ، ذلك يساعدك في تذكر الأخطاء وتجاوزها في المرات القادمة

أ.ماهر بربر

الرباعي الدائري

المضلعات المنتظمة

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) ABCDEFGH مثمن منتظم مارة برؤوسه دائرة مركزها O فإن قياس الزاوية $\widehat{AOB}$:				
A	135	B	45	C	54
2) ABCD رباعي دائري فيه $\widehat{BCD} = 75$ فإن قياس الزاوية المقابلة لها $\widehat{BAD}$ هو :				
A	75	B	15	C	105
3) المستقيم d يمس دائرة مركزها O وقطرها $AB = 12\ cm$ فإن d يبعد عن مركز الدائرة مسافة :				
A	$6\ cm$	B	$12\ cm$	C	$3\ cm$
4) $C(O,5)$ و $\grave{C}(\grave{O},3)$ وكان $O\grave{O} = 2\ cm$ فالوضع النسبي لهاتين الدائرتين :				
A	متماستان داخلاً	B	متماستان خارجاً	C	متباعدتان

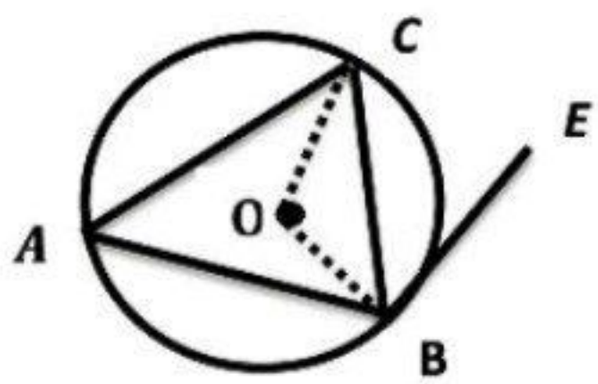
السؤال الثاني : ضع كلمة (صح) أو (خطأ) أمام العبارات الآتية :

1. كل مضلع منتظم هو رباعي دائري .
2. قياس الزاوية المحيطية يساوي ضعف قياس المركزية المشتركة معها بنفس القوس .
3. عدد محاور تناظر المضلع المنتظم تساوي عدد أضلاعه .
4. كل زاوية محيطية تحصر نصف قوس الدائرة هي زاوية قائمة .

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية ((60 درجة لكل تمرين))

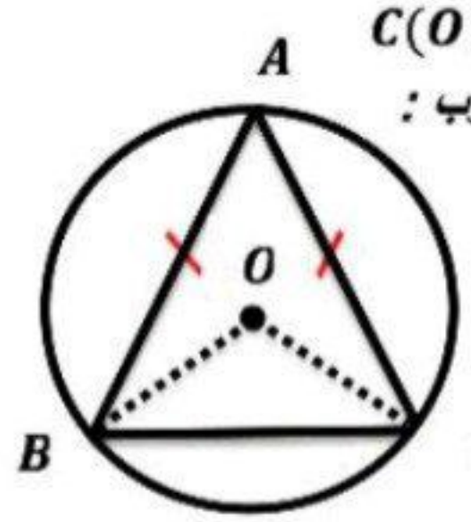
التمرين الأول : في الشكل المجاور لدينا $C(O,R)$ دائرة مارة برؤوس المثلث ABC فيها $[BE]$ مماس في النقطة B كما أن : $\widehat{COB} = 4(x+10)$ و قياس القوس $\widehat{CB} = 8(x-\frac{5}{2})$ " حيث x عدد موجب تماماً " والمطلوب :

1. جد قيمة x ثم استنتج قياس القوس $\widehat{CAB}$
2. جد قياس الزاويتين $\widehat{CAB}$ و $\widehat{CBE}$ معللاً إجابتك .



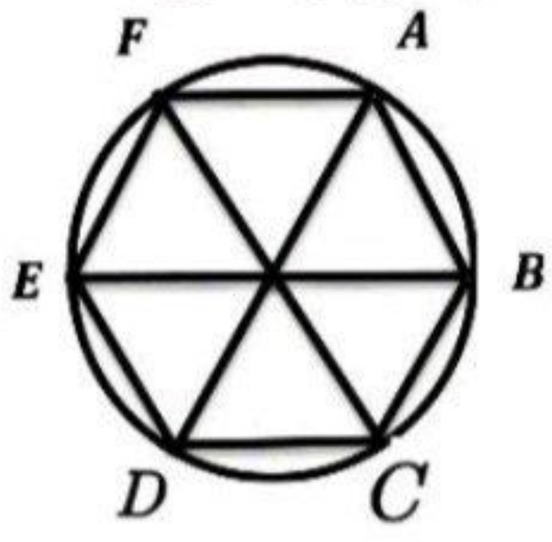
التمرين الثاني : في الشكل المجاور لدينا المثلث ABC متساوي الساقين مارة برؤوسه دائرة $C(O,R)$ فيها القوسان $\widehat{AB} = 5x - 60$ و $\widehat{AC} = 4(x-5)$ " حيث x عدد موجب تماماً " والمطلوب :

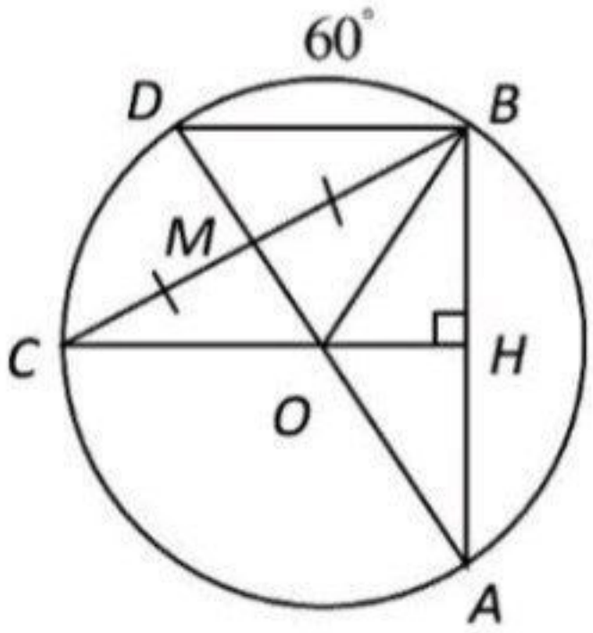
1. جد قيمة x ثم استنتج قياس القوس $\widehat{BC}$.
2. جد قياس الزاويتين $\widehat{BOC}$ و $\widehat{BAC}$ معللاً إجابتك .



التمرين الثالث : في الشكل المجاور لدينا $C(O,R)$ مارة برؤوس المسدس المنتظم $ABCDEF$ محيطه $36\ cm$ والمطلوب :

1. احسب قياس كلا الزاويتين : $\widehat{AOB}$ و $\widehat{ABC}$.
2. استنتج طول نصف قطر الدائرة واحسب مساحتها S_1 .
3. احسب مساحة المسدس المنتظم S_2 ثم استنتج مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمسدس

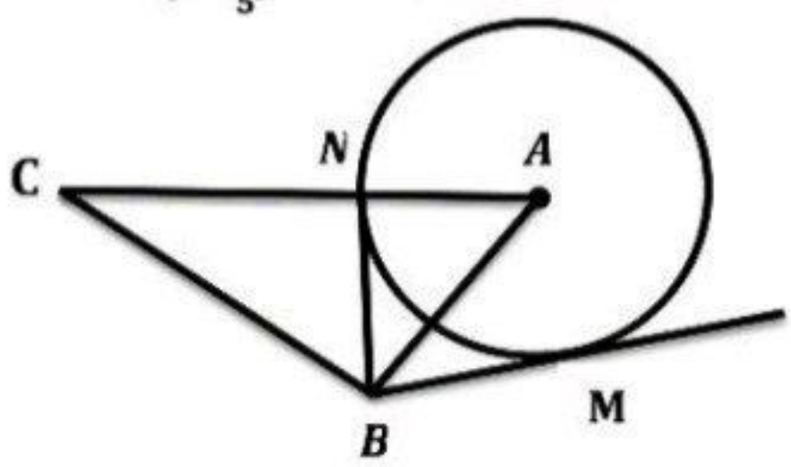




التمرين الرابع في الشكل المجاور دائرة مركزها(O) قطرها AD قياس $\widehat{DB} = 60°$، M منتصف BC. المطلوب:

1) ما نوع المثلث DBA واحسب قياسات زواياه.
2) أثبت أن OD يعامد CB .
3) احسب قياس الزاوية $B\hat{O}C$

التمرين الخامس : في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فيه : $AB = 3\ cm$ و $BC = 4\ cm$ والدائرة $C(A, \frac{9}{5})$ والمطلوب



❶ احسب طول AC ثم $\sin \widehat{NCB}$.

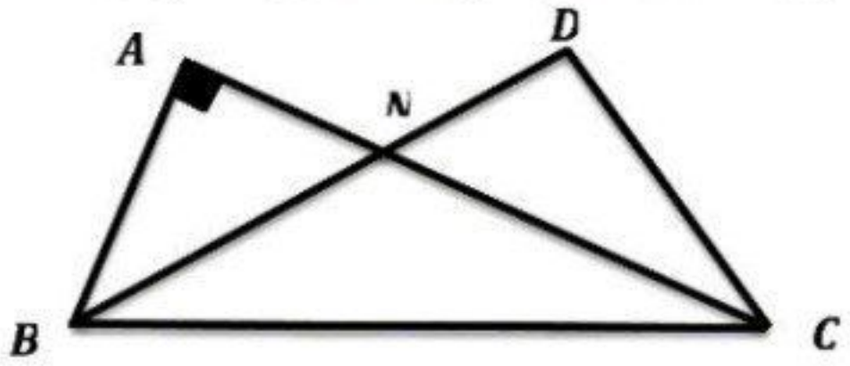
❷ إذا كان $BN = \frac{12}{5}$ عندئذ أثبت أن BN مماس للدائرة في النقطة N .

❸ إذا كان $[BM]$ مماس للدائرة في النقطة M عندئذ :
برهن أن النقاط A, N, B, M تقع على دائرة واحدة عين مركزها
واحسب طول نصف قطرها .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ((100 درجة لكل مسألة)) :

المسألة الأولى : في الشكل المجاور لدينا المثلث ABC قائم في $\hat{A}$ حيث : $BC = 20\ cm$ ، $AB = 12\ cm$

$[AC]$ و $[DB]$ متقاطعان في النقطة N بحيث أن : $\frac{AN}{NC} = \frac{3}{5}$ ، $ND = 2\sqrt{5}\ cm$ ، $DC = 4\sqrt{5}\ cm$ والمطلوب :



❶ برهن أن $AC = 16\ cm$.

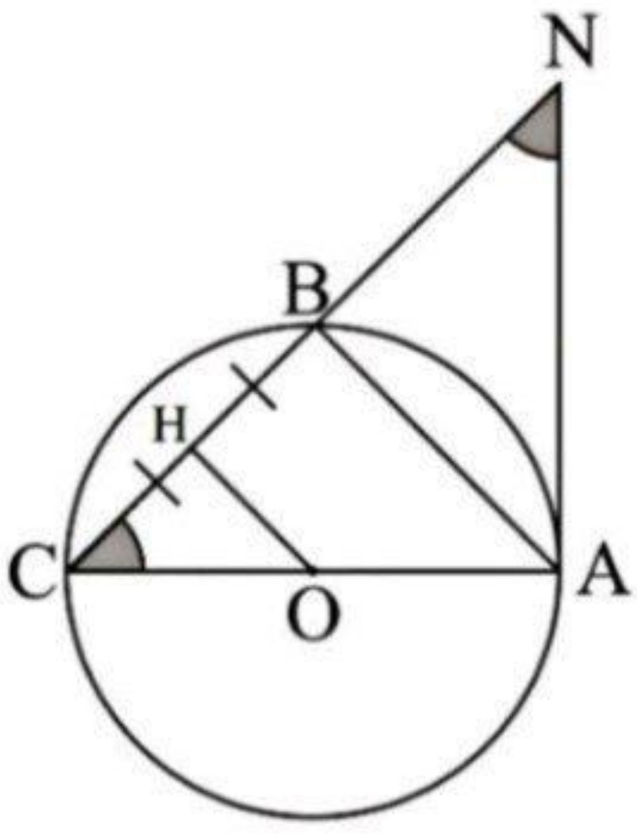
❷ احسب طول كلاً : AN ، NC .

❸ برهن أن المثلث NDC مثلث قائم في $\hat{D}$.

❹ برهن أن النقاط A, B, C, D تقع على دائرة واحدة
عين مركزها واحسب طول نصف قطرها .

المسألة الثانية :

في الشكل المجاور دائرة مركزها O



وقطرها $AC = 2\sqrt{2}$، AN مماس للدائرة في A والنقطة H منتصف CB
وأيضا $\hat{N} = \hat{C}$ المطلوب :

1- احسب قياس الزاوية $A\hat{C}N$ ثم استنتج قياس القوس $\widehat{AB}$
2- احسب طول CN واحسب $\sin A\hat{C}N$
3- اثبت ان B منتصف NC واستنتج طول AB
4- اثبت ان المثلث COH تصغيرا للمثلث CAB واستنتج معامل التصغير
5- اثبت ان الرباعي ANHO دائري، وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه

* أولاً:

- السؤال الأول:

1) $A\hat{O}B = \frac{360}{n} = \frac{360}{8} = 45°$

الإجابة B

2) نعلم أن: في الرباعي الدائري الزاويتان المتقابلتان متكاملتان

$B\hat{C}D = 75° \Rightarrow B\hat{A}D = 105°$

الإجابة C

3) نعلم أن المماس يعامد مركز الدائرة عند نقطة التماس

$2R = 12 \Rightarrow R = 6cm$

الإجابة A

4) $C'(0,3)$ ، $C(0,5)$ ، $R > R'$

$OO' = 2 cm$

الدائرتان متماستان داخلاً لأن:

$OO' = R - R' = 5 - 2 = 3$

الإجابة A

- السؤال الثاني:

1) ليس بالضرورة المربع هو رباعي دائري وضلوعه منتظمة في آنٍ معاً في حين المعين المنتظم متد: هو ضلوعه منتظمة ولكنه ليس رباعي. والمثلث المتساوي الأضلاع هو ضلوعه منتظمة وليس رباعي فالعبارة خاطئة.

2) عبارة خاطئة. والصواب: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس (و المركزية ضعفي)

3) عبارة صحيحة

كل ضلع منتظم عدد أضلاعه n له n محور تناظر...

المثلث المتساوي الأضلاع له 3 محاور تناظر

المربع له 4 محاور تناظر

المضلع المنتظم له 5 محاور تناظر....

تأمين:

- المثلث المتساوي الساقين له محور تناظر وهو المثلث فقط.... لم
- المعين محوران (هما القطران).... لم
- المستطيل محوران

4) عبارة صحيحة حيث قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابلة، فالزاوية المحيطية التي تحصر قوس نصف الدائرة قياسها $\frac{180}{2} = 90°$ هي زاوية قائمة.

* ثانياً:

- التمرين الأول.

1) لدينا فرضاً:

$C\hat{O}B = 4(x+10)$

$\overset{\frown}{CB} = 8(x - \frac{5}{2})$

نلاحظ أن $C\hat{O}B$ زاوية مركزية قوسها $\overset{\frown}{CB}$ ونعلم أن:

قياس الزاوية المركزية يساوي
قياس القوس المقابلة لها وبالعكس
وبالتالي:

$C\hat{O}B = \overset{\frown}{CB} \Rightarrow$

$8(x - \frac{5}{2}) = 4(x+10)$

$\Rightarrow 8x - 20 = 4x + 40 \Rightarrow$

$4x = 60 \Rightarrow x = 15$

ومنه: $\overset{\frown}{CB} = 8(15 - \frac{5}{2})$ وبالتالي

$\overset{\frown}{CB} = 120 - 20 = 100°$

وعليه فإن $\overset{\frown}{CAB} = 360 - 100$

$\Rightarrow \overset{\frown}{CAB} = 260°$

(2 (محيطية) $C\hat{A}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CB}$

$\Rightarrow C\hat{A}B = 50°$

(أحادية) $C\hat{B}E = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CB}$

$\Rightarrow C\hat{B}E = 50°$

أو تقول $C\hat{B}E = C\hat{A}B$ /

محيطية ومماسية مشتركتان بالقوس $\overset{\frown}{CB}$ /

- التمرين الثاني:

1) لدينا فرضاً: المثلث ABC متساوي الساقين في A ومنه زاويتي القاعدة متساويتان $\hat{B} = \hat{C}$

ومنه:

$A\hat{B}C = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ (محيطية)

$A\hat{C}B = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$ (محيطية)

وبما أن $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

فإن $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$

بضرب طرفي المعادلة الأخيرة بالعدد 2 نجد

$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} \Rightarrow$

$4(x-5) = 5x - 60 \Rightarrow$

$4x - 20 = 5x - 60 \Rightarrow$

$x = 40$

ومنه:

$\overset{\frown}{AC} = 4(40-5) = 140° = \overset{\frown}{AB}$

وبالتالي:

$\overset{\frown}{BC} = 360° - 2 \times 140 = 80°$

(2 (مركزية) $B\hat{O}C = \overset{\frown}{BC}$

$B\hat{O}C = 80°$

(محيطية) $B\hat{A}C = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$

$B\hat{A}C = 40°$

أو تقول / $B\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{O}C$ محيطية تساوي نصف المركزية المشتركة معها بالقوس /

- التمرين الثالث:

1) $A\hat{O}B$ زاوية مركزية في المضلع المنتظم ومنه $A\hat{O}B = \frac{360°}{n} = \frac{360°}{6} = 60°$

وتكون جميع الزوايا المركزية في هذا المضلع $60°$ فيكون المثلث $A\hat{O}B$ متساوي الأضلاع لأنه متساوي الساقين وفيه زاوية $60°$ وكذلك الحال بالنسبة للمثلث $B\hat{O}C$ ومنه وبما أن زوايا المثلث المتساوي الأضلاع جميعها $60°$

يكون $A\hat{B}C = A\hat{B}O + O\hat{B}C = 60 + 60$

ومنه $A\hat{B}C = 120°$

ماهر بربر

/ ملاحظة: نستطيع حساب قياس الزاوية الداخلية في أي مضلع منتظم باستخدام الدستور:

$A\hat{B}C = 180 - \frac{360}{n}$

وفي مثالنا:

$A\hat{B}C = 180 - 60 = 120$

طبق هذا القانون في أسئلة x، أو الاختيار من متعدد فقط للربح أما في المسائل لاستغرقه إطلاقاً /

2) لدينا محيط المضلع المنتظم يساوي 24cm وهذا طول ضلع المضلع المنتظم $= \frac{36}{6}$

أي 6cm وهذا:

$AB = BC = CD = DE = EF = FA = 6$

* المثلث AOB متساوي الأضلاع

برهاناً وهذا $OA = OB = AB = 6$

وبالتالي $R = 6cm$

* مساحة الدائرة: $S_1 = \pi R^2$

$= \pi(6)^2 = 36\pi\ cm^2$

3) مساحة المضلع المنتظم S_2

هي عبارة عن مساحة أحد المثلثات المتساوية الأضلاع وضربها بعددها

وعددها 6

$S_2 = 6 \times \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$;

ℓ هو طول ضلع المضلع وهو نفسه طول ضلع كل مثلث فيه

$S_2 = 6 \times \frac{36\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{3}\ cm^2$

* مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمضلع S هي عبارة عن مساحة الدائرة مطروحاً منها مساحة المضلع.

$S = S_1 - S_2 = 36\pi - 54\sqrt{3}\ cm^2$

/ انتبه ولا تخطئ بالقول بأن $S = S_2 - S_1$ دائماً اطرح مساحة الشكل الذي هي من مساحة الشكل الداخلي وخلاف ذلك ستحصل على جواب سالب لا يمثل المساحة فالمساحة مقدار موجب دوماً /

- التمرين الرابع:

1) * AD قطر في الدائرة، $\hat{B}$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة فالمثلث ABD قائم في $\hat{B}$

/ أو تقول أحد أضلاعه قطراً في الدائرة فهو قائم /

* حساب قياسات زواياه.

$\hat{B} = 90$ ، $\hat{A} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}$ (محيطية) وهذا $\hat{A} = 30$

وبالتالي $\hat{D} = 180 - (90+30)$ أي أن $\hat{D} = 60$

2) لدينا M منتصف BC (فرضاً)

BOC مثلث متساوي الساقين $OB = OC = R$

فيه OM متوسط متعلق بالقاعدة فهو ارتفاع

وهذا $OM \perp CB$

/ واستنتج القول: المستقيم المار من مركز الدائرة ومنتصف وتر فيها عمودي على ذلك الوتر /

ماهر بربر

3) يمكن الحل بأكثر من طريقة

لدينا OM متوسط في المثلث COB فهو منصف للزاوية $C\hat{O}B$ أي أن:

$C\hat{O}D = D\hat{O}B$

ولكن $D\hat{O}B = \overset{\frown}{BD}$ (مركزية)

أي $D\hat{O}B = 60°$

وبالتالي: $C\hat{O}D = D\hat{O}B = 60°$

وعليه: $B\hat{O}C = 60+60 = 120°$

/ طريقة ثانية:

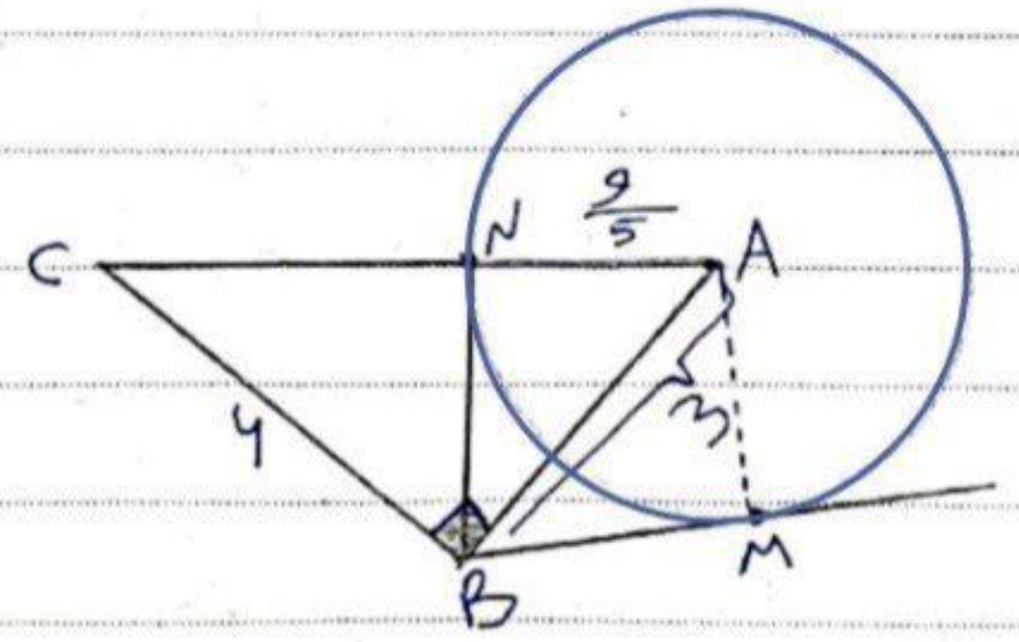
المستقيم المار من مركز الدائرة **معامداً** لوتر فيها، ينصف تلك الوتر وينصف قوسها:

OM يعامد CB في M منتصف CB بالتالي OD ينصف قوس الوتر CB أي $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DB} = 60°$

وعليه: $B\hat{O}C = \overset{\frown}{CB}$ (مركزية)

/ $= \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DB} = 60+60 = 120°$

- التمرين الخاص.



1) بتطبيق مبرهنة فيثاغورث على المثلث القائم ABC نجد: $AC = 5$

(ضعه على الرسم)

الزاوية $\hat{C}$ في المثلث NCB هي ذاتها الزاوية $A\hat{C}B$ وعليه:

في المثلث القائم ABC لدينا:

$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

وبالتالي: $\sin N\hat{C}B = \frac{3}{5}$

2) لإثبات أن BN مماس محدد للدائرة في N علينا إثبات تعامد BN مع نصف القطر AN

أي يجب أن نبرهن أن المثلث ANB قائم في N وذلك حسب عكس فيثاغورث حيث جميع الأطوال معلومة:

$AN = R = \frac{9}{5}$ ، $AB = 3$

وفرضاً $BN = \frac{12}{5}$

* أكبر الأضلاع هو $AB = 3$ وعليه:

$[AB]^2 = 3^2 = 9$

* لنوجد مجموع مربعي الضلعين الباقيين:

$[AN]^2 + [NB]^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2$

$= \frac{81}{25} + \frac{144}{25} = \frac{225}{25}$

$\Rightarrow [AN]^2 + [NB]^2 = 9$

وعليه

$[AB]^2 = [AN]^2 + [NB]^2$

فالمثلث ANB قائم الزاوية في N الرأس المقابل لأكبر أضلاعه وهو AB.

آ. ماهر بربر

وعنه $AN \perp BN$

أي أن المستقيم BN يشترك مع الدائرة في نقطة وحيدة N

وبما أن نصف القطر يُعامد المماس في نقطة التماس ... لذلك أثبتنا التعامد لنستطيع القول أن BN مماس للدائرة /

3) لدينا فرضاً BM مماس للدائرة في M وعنه:

$BM \perp AM$

ولدينا $AN \perp NB$

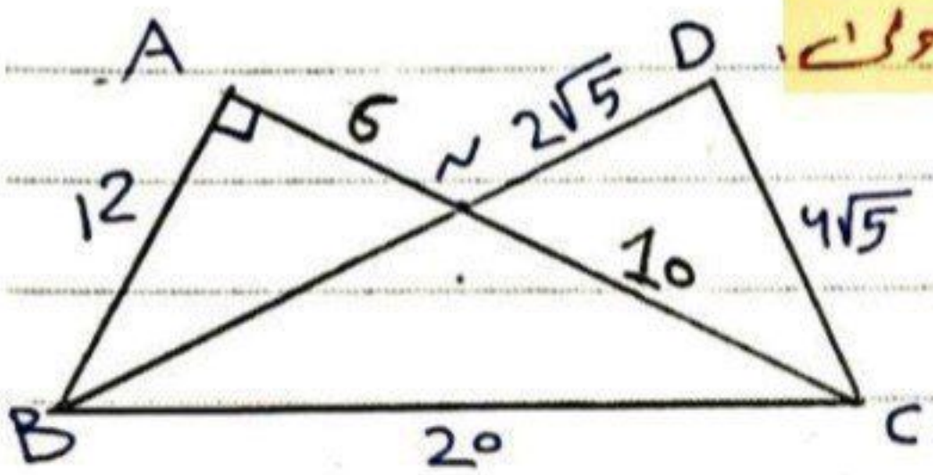
وعنه في الرباعي ANBM الزاويتان $A\hat{M}B$ ، $A\hat{N}B$ متقابلتان ومتكاملتان فهو رباعي دائري أي أن النقاط A, N, B, M تقع على دائرة واحدة مركزها منتصف الوتر المشترك AB للمثلثين القائمين AMB ، ANB فيكون AB قطراً فيها وعنه

$R' = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1.5\,cm$

وهو طول نصف قطر هذه الدائرة المارة برؤوسه.

ثانياً:

1- المسألة الأولى:



1) حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABC

نجد $[BC]^2 = [AB]^2 + [AC]^2$

$(20)^2 = (12)^2 + [AC]^2 \Rightarrow$

$[AC]^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow$

$[AC] = 16\ cm$

2) حساب AN ، NC

لدينا فرضاً $\frac{AN}{NC} = \frac{3}{5}$ ولكن $AC = 16$

وعنه

حسب خواص التناسب نثبت البسط ونضيفه إلى المقام (أو بالعكس) نجد:

$\frac{AN}{NC+AN} = \frac{3}{5+3} \Rightarrow$

$\frac{AN}{16} = \frac{3}{8} \Rightarrow AN = 6\ cm$

وعنه:

$NC = 16 - 6 = 10\ cm$

3) لنطبق عكس فيثاغورث في المثلث NDC

حيث أطوال معلوم وضلعه الأكبر $NC = 6$

- $[NC]^2 = 10^2 = 100$
- $[ND]^2 + [DC]^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$

$= 20 + 80 = 100$

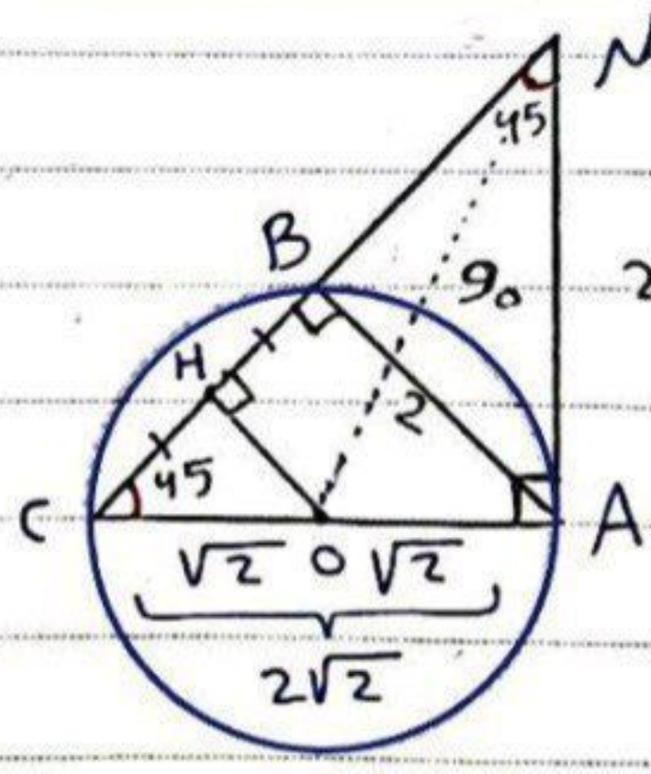
وعنه: $[NC]^2 = [ND]^2 + [DC]^2$

أ. ماهر بربر

فالمثلث NDC قائم الزاوية في
الرأس المقابل لأكبر أضلاعه أي
قائم في $\hat{D}$ وذلك حسب عكس فيثاغورث.
/ وضع المقاعد على الرسم ND⊥DC /

6) في الرباعي ABCD لدينا
$\hat{D}=90°$ ، $\hat{A}=90°$
زاويتان متعامدتان ومتحرانتان وطفة
قسقيمة واحدة (BC) وتقعان بجهة
واحدة بالنسبة لها، فهو رباعي دائري
أي أن النقاط A، B، C، D تقع على
دائرة واحدة مركز هاحتصف الوتر
المشترك للمثلثين القائمين
ABC ، BDC أي منتصف [BC]
ويكون [BC] قطر لها وعنه
$R' = \frac{BC}{2} = 10cm$
وهو طول نصف قطر
الدائرة المارة برؤوسه.

المسألة الثانية / 6 /



1) لدينا مفروض: AN مماس للدائرة في A
وعنه NA⊥OA (المماس يعامد نصف القطر
في نقطة التماس وعنه NA⊥CA
أي أن المثلث NAC قائم في A
ومما أن $\hat{N}=\hat{C}$ فرضاً فإن المثلث
NAC قائم ومتساوي الساقين في A
وعنه $\hat{N}=\hat{C}=45°$
(وضع هذه المعطيات على الرسم)
وعنه: $B\hat{A}C=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BA}$ (محيطية)
$\Rightarrow \overset{\frown}{BA}=2(B\hat{A}C)=90°$

2) حسب فيثاغورث في المثلث القائم
NAC نجد:
$[CN]^2=[CA]^2+[NA]^2$
$=(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2$
$[CN]^2=16 \Rightarrow [CN]=4$

/ أو باختصار:
طول وتر المثلث القائم والمتساوي الساقين
/ هو $\ell\sqrt{2}=\underbrace{2\sqrt{2}}_{\ell}\times\sqrt{2}=4$

* لحساب $\sin A\hat{C}N$
- طريقة أولى: $A\hat{C}N=45° \Rightarrow \sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$
- طريقة ثانية: من المثلث القائم ACN
نجد: $\sin A\hat{C}N=\frac{AN}{NC}=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

أ ماهر بربر

3) / فكرة وحيدة /

لدينا $A\hat{B}C$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة في قائمة وفتحة $AB \perp CN$

أصبح لدينا: AB ارتفاع نازل من رأس المثلث القائم والمتساوي الساقين NAC فهو متوسط أي أن B هي منتصف NC

- ونفهم أن: في المثلث القائم طول المتوسط يساوي نصف طول الوتر (حيث AB متوسط في المثلث القائم NAC) ومنه

$$[AB] = \frac{NC}{2} = 2$$

4) نلاحظ أن:

- O منتصف AC } ومنه وحسب
- H منتصف CB } المبرهنة الأولى في المنتصفات نجد:

$$OH \parallel BA \text{ and } OH = \frac{BA}{2}$$

ومنه وبتطبيق مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين OHC ، ABC نجد

$$\frac{CO}{CA} = \frac{CH}{CB} = \frac{OH}{AB} = k = \frac{1}{2}$$

فالمثلثان متشابهان في المثلث CAB تصغير عن المثلث COH بنسبة تصغير $k = \frac{1}{2}$

إضافي: احسب طول نصف قطرها.

4) لدينا: $OH \parallel AB$ برهاناً $CB \perp BA$

ونفهم أن: العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر ومنه $CB \perp OH$

أصبح لدينا في الرباعي AHO

$\hat{A} = 90°$ ، $\hat{H} = 90°$

زاويتان متقابلتان ومتكاملتان فالرباعي دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك [NO] للمثلثين القائمين NAO ، NHO

إضافي: احسب طول نصف قطرها.

... تمتا بعون الله ...

قف على ناصية الحلم وقاتل.
- لا تشكو من آلام الضغط والدراسة
أنتَ محارب، وهاهي صفت بك الأيام تكتيف يدك وتغلب عليك...
أنتَ أقوى مما تتصور، دراسة - مراجعة
دراسة - مراجعة - دراسة - مراجعة ...
تذكر أن هذا العام هو منعطف حياتك
لذلك تحلى بالصبر وثق بنفسك واعمل بأقصى طاقتك لذلك بكل بساطة خُلقتَ لتكون.

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

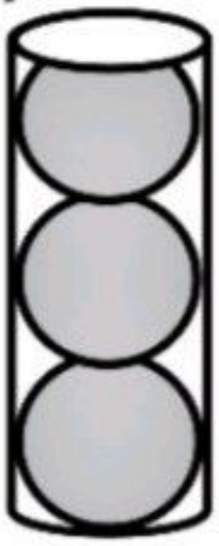
1) مكعب طول حرفه 2×10^2 cm فإن حجمه :					
A	8×10^5	B	8×10^6	C	6×10^6
2) كرة مركزها O وقطرها $R = 8\ cm$ قُطعت بمستوٍ يبعد عن مركزها O مسافة $4\ cm$ فالمقطع :					
A	دائرة صغرى	B	دائرة كبرى	C	نقطة
3) المجسم الناتج عن دوران نصف دائرة حول قطرها هو :					
A	كرة	B	أسطوانة دورانية	C	مخروط دوراني
4) إن قاعدة الهرم الرباعي المنتظم :					
A	مستطيل	B	معين	C	مربع

السؤال الثاني : ضع كلمة (صح) أو (خطأ) أمام العبارات الآتية :

❶ مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها يمكن أن يكون مربعاً .
❷ يمكن حساب حجم الكرة من القانون $V = \frac{1}{6}\pi d^3$. حيث d قطر الكرة
❸ مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي قاعدته هو دائرة طبوقة على القاعدة .
❹ مقطع هرم ثلاثي بمستو يوازي قاعدته هي مثلث متساوي الأضلاع .

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية

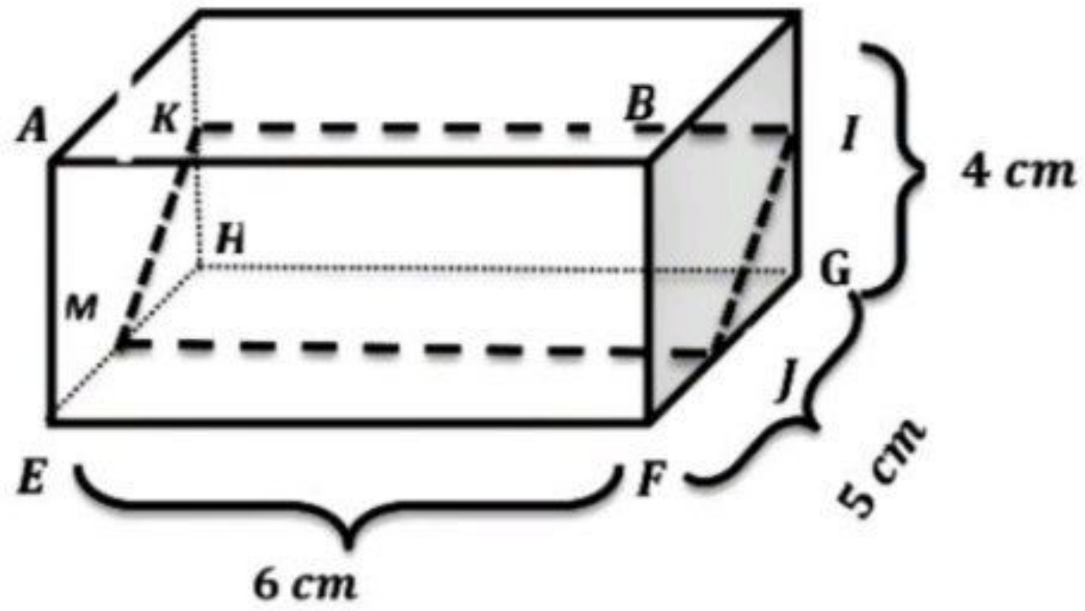
التمرين الأول : في الشكل المجاور أسطوانة دورانية نصف قطر قاعدتها $R = 2\ cm$ ، وُضع فيها ثلاث كرات متماثلة في الحجم تمس جدران الأسطوانة وتمس قاعدتيها ، والمطلوب :



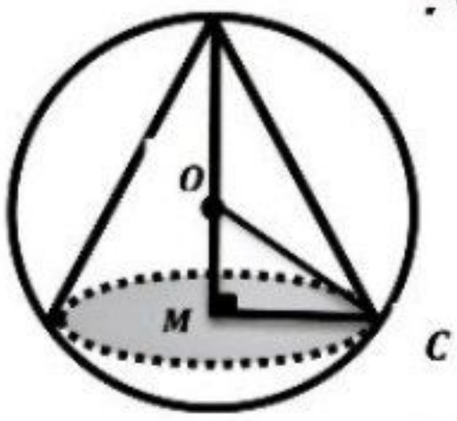
❶ استنتج طول نصف قطر كل كرة ومن ثم استنتج طول ارتفاع الأسطوانة .
❷ احسب المساحة الجانبية S_L والمساحة الكلية S_T وحجم الأسطوانة V_1 .
❸ احسب مساحة السطح الكروي وحجم كل كرة V_2 .
❹ احسب حجم الفراغ ما بين الأسطوانة والكرات الثلاثة .

التمرين الثاني : لدينا ABCDEFGH متوازي مستطيلات أبعاده $6\ cm$ ، $5\ cm$ ، $4\ cm$ قُطع بمستوٍ P يوازي حرفه AB بحيث يقطع حرفيه FG و CG في النقطتين J و I على الترتيب علماً أن : " $FJ = 2\ cm$ و $CI = 1\ cm$ " والمطلوب :

❶ احسب المساحة الجانبية S_L والمساحة الكلية S_T و V_1 حجم متوازي المستطيلات .
❷ ما طبيعة المقطع الناتج ؟ احسب مساحته .
❸ ما اسم المجسم الذي قاعدتيه $JGI - MHK$ ؟ احسب V_2 حجم هذا المجسم .
❹ احسب حجم الفراغ ما بين متوازي المستطيلات والمجسم السابق .



التمرين الثالث : في الشكل المجاور كرة مركزها O ونصف قطرها $4cm$ وُضع بداخلها مخروط دوراني رأسه A وقاعدته دائرة صغرى مركزها M وتبعد عن مركز الكرة مسافة $OM = 2\ cm$ والمطلوب :



❶ احسب مساحة السطح الكروي و V_1 حجم الكرة .

❶ احسب طول كلاً من : نصف قطر قاعدة المخروط وطول مولده AC .

❷ احسب $\sin \widehat{OCM}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{OCM}$.

❸ احسب V_2 حجم المخروط ثم استنتج حجم الفراغ ما بين الكرة والمخروط .

التمرين الرابع : أسطوانة دورانية مركز قاعدته O وُضع بداخلها مخروط دوراني قاعدته طبوقة على قاعدة الأسطوانة طول أحد مولداته $AM = 4\sqrt{3}\ cm$ وله نفس ارتفاعها كما أن $\widehat{OAM} = 30$ والمطلوب :



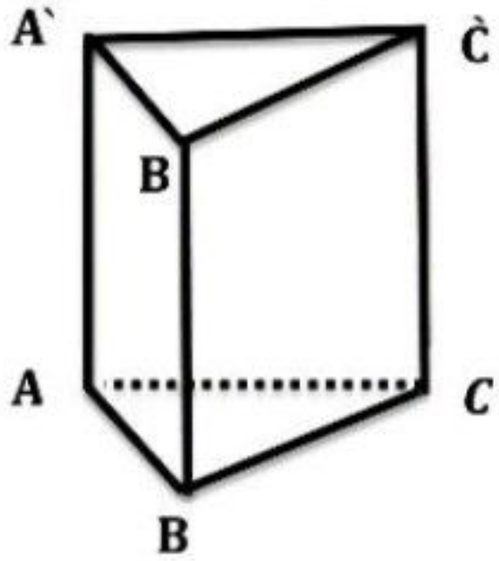
❶ احسب طول نصف قطر القاعدة المشتركة OM ومن ثم استنتج طول الارتفاع المشترك AO .

❷ احسب S_L المساحة الجانبية و S_T المساحة الكلية و V_1 حجم الأسطوانة .

❸ احسب V_2 حجم المخروط الدوراني ثم استنتج حجم الفراغ ما بين الأسطوانة والمخروط

ما طبيعة العدد الناتج ؟

التمرين الخامس : موشور ثلاثي قائم قاعدته ABC مثلث قائم في $\widehat{B}$ حيث : $AC = 10\ cm$ كما أن $\frac{BA}{BC} = \frac{3}{4}$ كما أن ارتفاعه $h = A\grave{A} = 15cm$ والمطلوب :



❶ احسب طول كلاً من AB و BC ثم احسب S مساحة القاعدة .

❷ احسب S_L المساحة الجانبية و S_T المساحة الكلية و V حجم الموشور القائم .

❸ صُمم لهذا الموشور نموذج مصغر عنه بنسبة $\frac{1}{2}$ احسب حجم النموذج المصغر .

- حل نموذج الاختبار.

* أولاً :

- السؤال الأول:

1 طول حرف المكعب $a = 2\times10^2 cm$ ومنه:

$V = a^3 = (2\times10^2)^3 = 2^3\times(10^2)^3$

$= 8\times10^6 cm^3$

الإجابة B

2 لدينا $2R = 8cm$ ومنه $R = 4cm$

المستوي القاطع يبعد عن مركز الكرة مسافة تساوي نصف قطرها $R=4$ فالمقطع هو نقطة.

الإجابة c.

3 كرة ، الإجابة A

4 مربع (هو المضلع الرباعي المنتظم الوحيد)

الإجابة c

- السؤال الثاني:

1 عبارة صحيحة:

مقطع أسطوانة لمستوٍ يوازي قورها هو مستطيل، ويكون مربعاً في الحالة التي يكون فيها طول ارتفاع الأسطوانة يساوي طول قطر لها

2 عبارة صحيحة:

حجم الكرة بدلالة نصف قطرها:

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

قطر الكرة $d = 2R$ ومنه $R = \frac{d}{2}$

نعوض:

$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d^3}{8}\right)$

$\Rightarrow V = \frac{\pi}{6}d^3$

3 عبارة خاطئة.

مقطع مخروط مستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة وصغيرة عن القاعدة.

(دائرة تشابه القاعدة وليست طابقة لها)

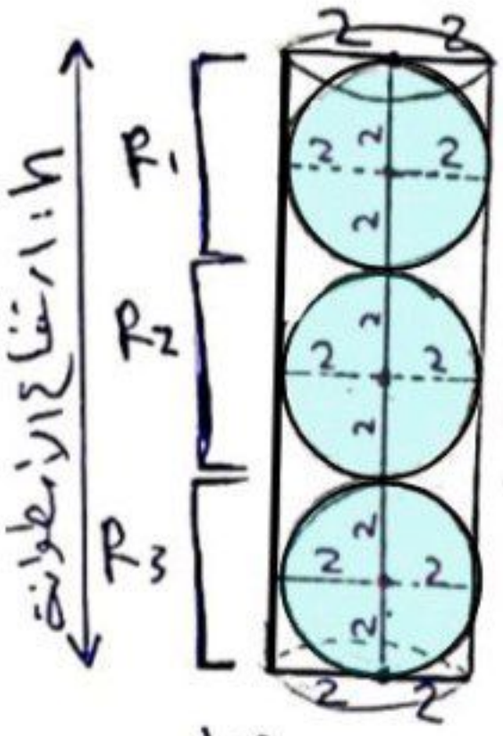
4 عبارة خاطئة.

مقطع هرم ثلاثي مستوٍ يوازي قاعدته هو مثلث وصغير عن القاعدة ومشابه لها نحيا نوع هذا المثلث.

ويكون المقطع هو مثلث متساوي الأضلاع إذا كان الهرم ثلاثي منتظم - أي: رباعي وجوهه منتظم /

* ثانياً :

- التمرين الأول:



- لدينا فرضاً:

نصف قطر قاعدة الأسطوانة $R=2cm$

- الكرات الثلاثة متماثلة في الحجم وتمس جدران الأسطوانة وتمس قاعدتيها

- ومنه:

1 نصف قطر كل كرة يساوي نصف قطر قاعدة الأسطوانة وكل قرص يساوي $2cm$

قطر كل كرة هو $4cm$

- فيكون ارتفاع الأسطوانة عبارة عن مجموع أقطار الكرات $h = 3\times4 = 12cm$

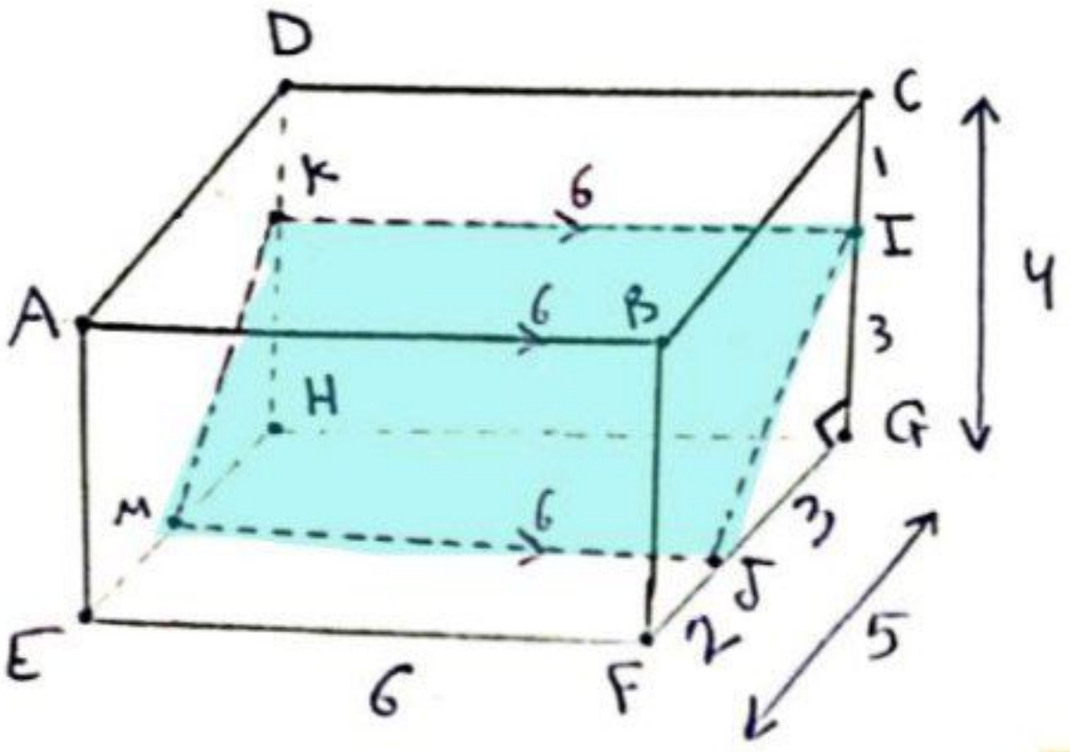
2 $\cdot Sl = P\times h$; $\begin{cases} P = 2\pi R \\ = 2\pi(2) = 4\pi cm \end{cases}$

$= 4\pi\times12$

$\Rightarrow Sl = 48\pi cm^2$

أ.ماهر بربر

- التمرين الثاني:



1

- $S_\ell = P \cdot h$
  $= 22 \times 4$
  $= 88\,cm^2$

  $P = 2(6+5) = 22\,cm$ ، $h = 4\,cm$

- $S_T = S_\ell + 2S_b$
  $= 88 + 2(30)$
  $= 148\,cm^2$

  $S_b = 6 \times 5 = 30\,cm^2$

V_1 : حجم متوازي المستطيلات يساوي جداء أبعاده الثلاثة :

$V_1 = 6 \times 5 \times 4 = 120\,cm^3$

/ أو: $V_1 = S_b \times h = 30 \times 4 = 120\,cm^3$

2 المقطع الناتج JIKH مستطيل أحد بعديه يساوي AB (أحرف المتوازي لـ)

$AB = KI = MJ = 6\,cm$

والبعد الآخر IJ يمكن حسابه بتطبيق مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم JGI :

$(IJ)^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow IJ = 3\sqrt{2}\,cm$

ومنه: مساحة المستطيل الناتج $S = 3\sqrt{2} \times 6$

$\Rightarrow S = 18\sqrt{2}\,cm^2$

- $S_T = S_\ell + 2S_b$; $S_b = \pi R^2$
  $= 48\pi + 2(4\pi)$; $= \pi(2)^2$
  $= 48\pi + 8\pi$; $= 4\pi\,cm^2$
  $= 56\pi\,cm^2$

- $V_1 = \pi r^2 h = 4\pi(12) = 48\pi\,cm^3$

3 مساحة سطح كل كرة من الكرات الثلاث:

$S_{\text{كرة}} = 4\pi R^2 = 4\pi(2)^2$
$= 16\pi\,cm^2$

- حجم كل كرة من الكرات الثلاث V_2

$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2)^3$
$= \frac{4}{3}\pi(8)$

حجم الكرة الواحدة $V_2 = \frac{32}{3}\pi\,cm^3$

4 حجم الفراغ المحصور بين الأسطوانة والكرات الثلاثة هو: حجم الأسطوانة وهو ناقص حجم الكرات الثلاث:

$V = V_1 - 3V_2$

$= 48\pi - 3\left(\frac{32}{3}\pi\right)$

$= 48\pi - 32\pi = 16\pi\,cm^3$

أ. ماهر بربر

3 الجسم الذي قاعدته: JGI-MHK هو موشور ثلاثي قائم

حجمه V_2:

$S_b = \frac{3\times 3}{2}$ قاعدته مثلث قائم

$S_b = \frac{9}{2}\,cm^2$

$V_2 = S_b \cdot h$

$= \frac{9}{2} \times 6$

$= 27\,cm^3$

4 حجم الفراغ V هو: حجم متوازي المستطيلات V_1 محذوفا منه حجم الموشور القائم V_2 أي:

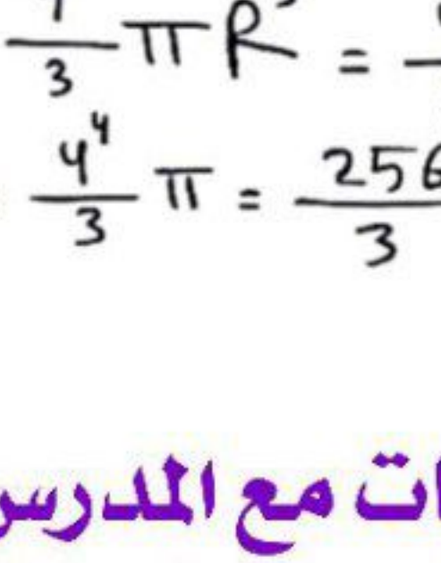
$V = V_1 - V_2 = 120 - 27$

$= 93\,cm^3$

- التمرين الثالث:

- نصف قطر الكرة 4cm (ونعلم أن أقطار وأنصاف أقطار الكرة متساوية) ومنه:

$OA = OC = R = \underline{4\,cm}$



1. مساحة السطح الكروي:

$\frac{S}{\text{كرة}} = 4\pi R^2 = 4\pi(4)^2 = 64\pi\,cm^2$

- حجم الكرة V_1:

$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(4)^3$

$= \frac{4^4}{3}\pi = \frac{256}{3}\pi\,cm^3$

2. حساب طول نصف قطر المخروط $r = MC$

- من المثلث القائم OMC وحسب فيثاغورث نجد:

$[MC]^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow MC = 2\sqrt{3}\,cm$

نصف قطر قاعدة المخروط: $r = 2\sqrt{3}\,cm$

- حساب طول المولد AC:

- من المثلث القائم AMC وحسب فيثاغورث نجد:

$[AM]^2 + [MC]^2 = [AC]^2 \Rightarrow$

$[AC]^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}\,cm$

3 من المثلث القائم OCM نجد:

$\sin O\hat{C}M = \frac{OM}{OC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ومنه: $O\hat{C}M = 30°$

4 حجم المخروط V_2:

$V_2 = \frac{1}{3} S_b \cdot h$

$= \frac{1}{3}(12\pi)(6)$

- $S_b = \pi r^2 = 12\pi\,cm^2$
- $h = OA + OM = 6\,cm$

$V_2 = 24\pi\,cm^3$

- حجم الفراغ V هو حجم الكرة محذوفا منه حجم المخروط:

$V = V_1 - V_2 \Rightarrow$

$V = \frac{256}{3}\pi - 24\pi$

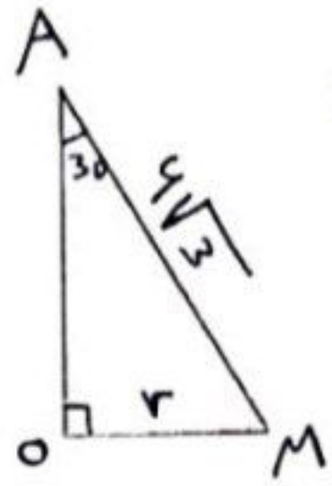
$= 4\pi\left(\frac{64}{3} - 6\right)cm^3$

[والعدد الناتج هو عدد غير عادي]

أ. ماهر بربر

التمرين الرابع : لدينا مخروط:

- قاعدة المخروط هي دائرة قاعدة الأسطوانة وطول المولد $AM = 4\sqrt{3}\,cm$ (مولد المخروط) وارتفاع الأسطوانة هو ذاته محور المخروط.
ولدينا $O\hat{M}A = 30°$



1) حساب r نصف قطر قاعدة الأسطوانة وهو ذاته نصف قطر قاعدة المخروط:

في المثلث القائم OAM
الضلع المقابلة للزاوية $30°$ تساوي نصف الوتر ومنه: $r = 2\sqrt{3}\,cm$
فيكون طول الارتفاع AO (وهو ذاته محور المخروط)
$AO = 6\,cm$ (فيثاغورث أو نسب مثلثية)

2)
- $S_\ell = P \cdot h$
$= 4\pi\sqrt{3}(6)$
$\Rightarrow S_\ell = 24\sqrt{3}\,\pi\,cm^2$

- $P = 2\pi r$
$= 2\pi(2\sqrt{3})$
$= 4\pi\sqrt{3}\,cm$
- $h = 6\,cm$

- $S_T = S_\ell + 2S_b$
$= 24\sqrt{3}\,\pi + 2(12\pi)$
$= 24\sqrt{3}\,\pi + 24\pi$
$= 24\pi(\sqrt{3}+1)$

- $S_b = \pi r^2$
$= \pi(2\sqrt{3})^2$
$= 12\pi\,cm^2$

3) حجم المخروط V_2:

$V_2 = \frac{1}{3} S_b \cdot h$

$= \frac{1}{3}(12\pi)(6) = 24\pi\,cm^3$

تذكر: حجم المخروط يساوي ثلث حجم الأسطوانة المشتركة معه بالقاعدة والارتفاع ..... تأكد من ذلك بحساب حجم المخروط باستخدام هذه الطريقة في هذا التمرين /

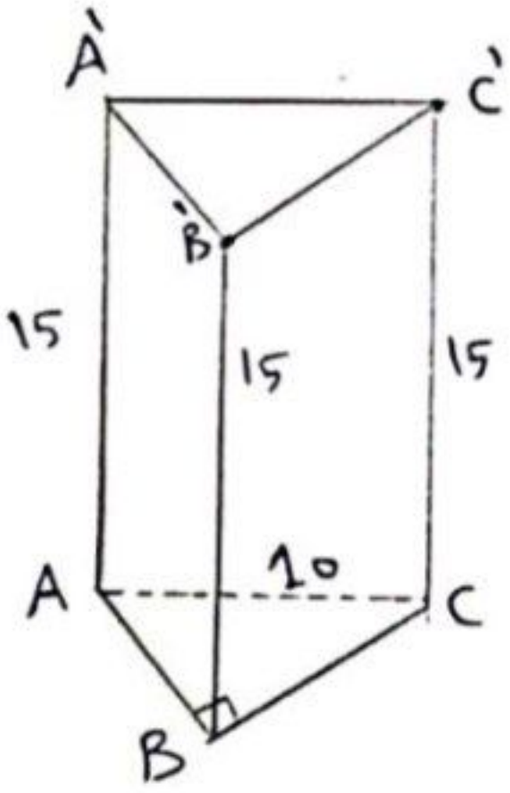
- حجم الفراغ V: هو حجم الأسطوانة مطروحاً منه حجم المخروط:

$V = V_1 - V_2 = 72\pi - 24\pi$

$= 48\pi\,cm^3$

والعدد الناتج هو عدد غير عادي.

التمرين الخامس:



قاعدة الموشور هي المثلث القائم ABC في B
ضيء:
$AC = 10\,cm$
- $\frac{BA}{BC} = \frac{3}{4}$
- $h = AA' = 15\,cm$

1) ضيء !!!

لدينا فرضاً: $\frac{BA}{BC} = \frac{3}{4}$

$\tan\hat{C} = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\frac{\sin\hat{C}}{\cos\hat{C}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{9}{16} \Rightarrow$

نثبت البسط ونضيف للمقام (طرفها لطرف)

$\frac{\sin^2 C}{\cos^2 C + \sin^2 C} = \frac{9}{16+9} \Rightarrow$

أ. ماهر بربر

$\Rightarrow V' = \frac{1}{8} \times 360 = 45\,cm^3$

$$\frac{\sin^2\hat{C}}{\underbrace{\cos^2\hat{C} + \sin^2\hat{C}}_{1}} = \frac{9}{16+9}$$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\sin^2\hat{C} = \frac{9}{25} \Rightarrow \boxed{\sin\hat{C} = \frac{3}{5}}$$

وضح: وفق المثلث القائم ABC لدينا:

$$\underbrace{\sin\hat{C} = \frac{AB}{AC}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{AB}{10} \Rightarrow \boxed{AB = 6\,cm}$$

فيكون $\boxed{BC = 8\,cm}$ حسب فيثاغورث أو نسب مثلثة.

$$S_b = S_{ABC} = \frac{1}{2}(AB)(BC)$$
$$= \frac{1}{2}(6)(8) = 24\,cm^2$$

2

- $S_l = P \times h$
  $= 24 \times 15$
  $= 360\,cm^2$

- $P = 6+8+10$
  $= 24\,cm$
- $h = 15\,cm$

- $S_T = S_l + 2S_b$
  $= 360 + 2(24)$
  $= 360 + 48 = 408\,cm^2$

- $V = S_b \times h = 24 \times 15 = 360\,cm^3$

3 نعلم أن نسبة حجمي شكلين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه وضح:

$$\frac{V' \text{ صغير}}{V \text{ كبير}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow V' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V$$

أ. ماهر بربر

اختبار هندسة في الوحدة الرابعة (مجسمات و مقاطع)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① اسطوانة دورانية حجمها $60\ cm^3$ ومساحة قاعدتها $6\ cm^2$ يكون طول ارتفاعها :

$10\ cm$	$30cm$	$10cm^2$

② حجم كرة يساوي مساحة سطحها الخارجي عندئذ فإن قطر هذه الكرة هو:

6π	3	6

③ مقطع رباعي وجوه منتظم بمستوٍ يوازي قاعدته هو :

مثلث يطابق القاعدة	مثلث مكبر عن القاعدة	مثلث مصغر عن القاعدة

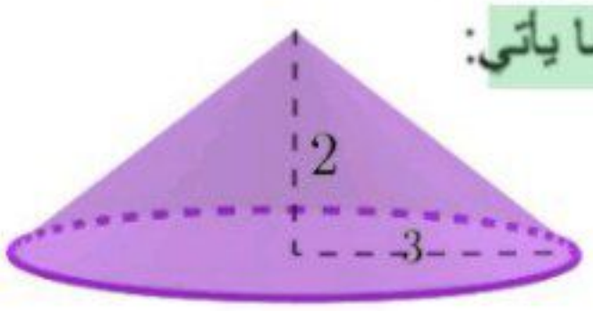
④ مقطع مجسم كروي بمستو يبعد عن مركزه مسافة أصغر تماماً من نصف قطره هو :

دائرة	قرص دائري	كرة

السؤال الثاني

تأمل الشكل المجاور مخروط دوراني،ارتفاعه $h = 2\ cm$ ونصف قطرقاعدته $r = 3cm$

ثم ضع كلمة صح أمام العبارة الصحيحة و كلمة غلط أمام العبارة المغلوطة في كل مما يأتي:



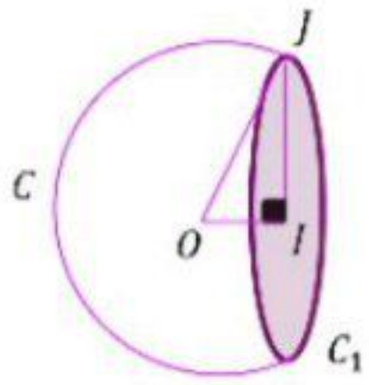
1) مساحة القاعدة $S = 6\pi\ cm^2$.

2) حجم المخروط $S = 6\pi\ cm^3$.

3) مقطع المخروط الدوراني بمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة.

4) إذا تغير الارتفاع وأصبح $h = 1cm$ فإنّ حجم المخروط الجديد يساوي نصف حجم المخروط الأصلي.

السؤال الثالث : حل كلا التمارين الآتية

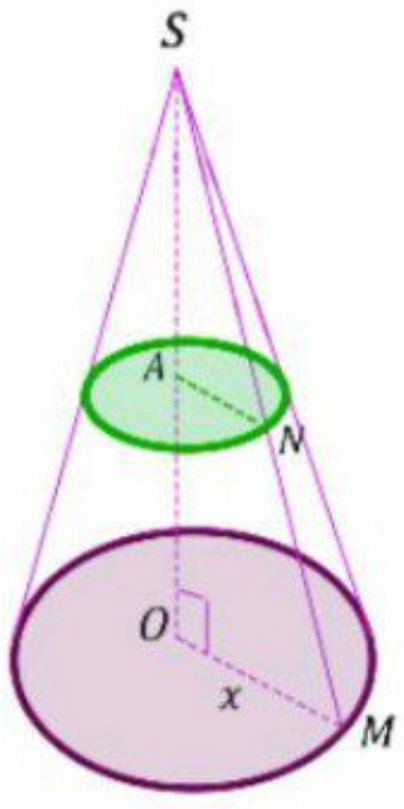


التمرين الأول : C سطح كروي مركزه O ونصف قطره $6\ c.m$ قطع هذا السطح بمستو (P) فكان المقطع الدائرة C_1 التي مركزها I ونصف قطرها $3\ cm$ **والمطلوب :**

① احسب $\sin J\widehat{O}I$ واستنتج قياس الزاوية $J\widehat{O}I$.

② احسب بُعد المقطع عن مركز الكرة .

③ احسب مساحة المقطع .



التمرين الثاني : مخروط دوراني رأسه S وقاعدته قرص دائري مركزه O وارتفاع المخروط $SO = 18\ c.m$ ونصف قطر قاعدته $OM = x\ \ c.m$

A نقطة من $[SO]$ تحقق $SA = 12\ c.m$ ، المستوي المار بالنقطة A موازياً قاعدة المخروط يقطع أحد مولداته $[SM]$ في النقطة N بحيث $AN = 6$ المطلوب :

① ما طبيعة المقطع .

② احسب x ثم استنتج مساحة قاعدة المخروط واحسب حجمه .

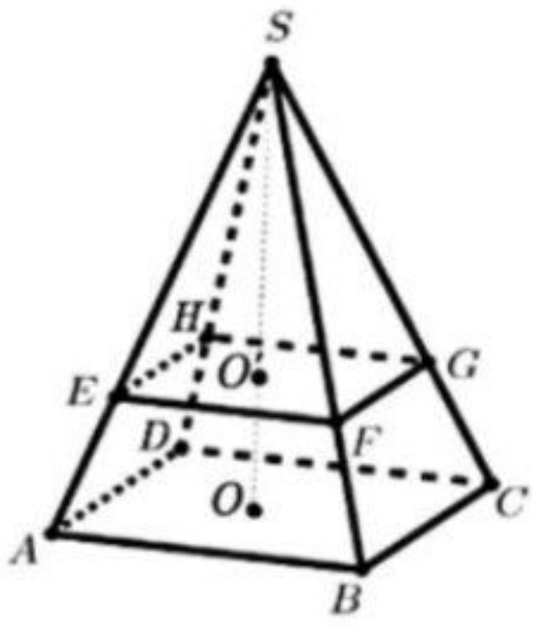
③ احسب حجم المخروط الذي رأسه S ومركز قاعدته A .

④ استنتج حجم جذع المخروط الذي قاعدتاه الدائرتان $C_O\ ,C_A$

ثم تأكد من الحساب بالتعويض في المساواة

$$V = \frac{\pi}{3}[(AN)^2 + (OM)^2 + (AN)(OM)] \times A0$$

التمرين الثالث: $SABCD$ هرم رباعي ارتفاعه $3\,cm$ ، قاعدته مربع طول ضلعه $4\,cm$ ، قُطع بمستوٍ $EFGH$ يوازي قاعدته ويبعد عنها $1\,cm$ والمطلوب:



1) ما طبيعة المقطع الناتج.

2) احسب مساحة هذه المقطع.

3) احسب حجم الهرم $SABCD$ ثم احسب حجم الهرم $SEFGH$.

4) استنتج حجم جذع الهرم $(ABCD-EFGH)$.

انتهت الأسئلة

أ.ماهر بربر

لا تأتي الأمور على قدر حلمك

وإنما على قدر سعيك لتحقيقها

وفقكم الله

أ.ماهر بربر ٠٩٩٤٨٣٠٣٨١

مكتبة اليمان/ دمشق ٠٩٥٢٦٥٨٦٨٩

الشرح المرفق هو للتوضيح لاداعي لكتابته بالامتحان

حل الاختبار

السؤال الأول:

1) $V = 60\,cm^3$ ، $Sb = 6\,cm^2$

نعلم أن: $V = Sb \times h$

$\Rightarrow h = \frac{V}{Sb} = \frac{60}{6} = 10\,cm$

2) حجم الكرة يساوي ضعف حجم الخروط الخارجي (وقد تم حسابه سابقاً) في حالة واحدة فقط وهي عندما $R = 3$ (عوضنا في الحالة العامة $\frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi R^2$ لنجد أن $R = 3$) وعليه قطر الكرة هو $2R = 6$

3) بداية نعلم أن رباعي الوجوه المنتظم هو هرم منتظم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع كما أن مقطع الهرم بمستوٍ موازٍ قاعدته هو شكل مصغر عن القاعدة وبالتالي المقطع هو مثلث مصغر عن القاعدة (تحديداً سيكون متساوي الأضلاع)

4) الحجم المكروي (علي) بالنقاط) وهو مقطوع في هذه الحالة هو قرص دائري (وليس دائرة لأنه بينما مقطع كرة لمستوٍ يبعد عن مركزها مسافة أصغر من R هو دائرة)

السؤال الثاني: $r = 2\,cm$ ، $r = 3\,cm$

1) القاعدة عبارة عن دائرة نصف قطرها $r = 3\,cm$ وعليه:

$Sb = \pi r^2 = \pi (3)^2 = 9\pi\,cm^2$

فالعبارة خاطئة

2) حجم الخروط يعطى بالعلاقة:

$V = \frac{1}{3} Sb \times h$

$= \frac{1}{3}(9\pi) \times 2 = 6\pi\,cm^3$

فالعبارة صحيحة.

3) عبارة صحيحة.

4) عندما يصبح $h = 1$ يكون الحجم

$\frac{1}{3}(9\pi) \times 1 = 3\pi\,cm^3$

وهو يساوي نصف حجم الخروط الأصلي فالعبارة صحيحة.

(لاحظ: $\frac{3\pi}{6\pi} = \frac{1}{2}$)

أماهر بربر

السؤال الثالث:

*التمرين الأول:

- نصف قطر الكرة $R = OJ = 6cm$
- نصف قطر دائرة المقطع (دائرة صغرى) $r = IJ = 3cm$

1) من المثلث القائم IOJ نجد:

$\sin \hat{JOI} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{r}{R}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ومنه $\hat{JOI} = 30°$

2) بُعد المقطع عن مركز الكرة هو الطول $[OI]$ ويمكن حسابه بأكثر من طريقة كالاستفادة من النسب المثلثية للزوايا الشهيرة أو باستخدام مبرهنة فيثاغورث:

$\cos \hat{JOI} = \frac{OI}{R} = \frac{OI}{6}$

$\Rightarrow \cos 30° = \frac{OI}{6} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OI}{6} \Rightarrow OI = 3\sqrt{3}cm$

3) المقطع دائرة صغرى نصف قطرها $r = IJ = 3cm$

ومنه مساحة دائرة المقطع $S = \pi r^2 = 9\pi cm^2$

*التمرين الثاني:

1- ارتفاع المخروط $SO = h = 18cm$

ونصف قطر قاعدته $R = OM = 6cm$

$SA = 12cm \Rightarrow OA = 6cm$

- نصف قطر دائرة المقطع $r = AN = 6cm$

1) المقطع دائرة وصغرة عن دائرة القاعدة

2) المستوي القاطع يوازي قاعدة المخروط والمقطع دائرة مصغرة كـ نسبة تصغير

$k = \frac{SA}{SO} = \frac{AN}{OM} \Rightarrow$

(لسهما لسهما)

$k = \frac{12}{18} = \frac{6}{x} \Rightarrow$

$k = \frac{2}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 9cm$

- إذاً نصف قطر دائرة القاعدة $R = OM = x = 9cm$

- مساحة قاعدة المخروط:

$S_b = \pi R^2 = \pi (9^2) = 81\pi cm^2$

- فيكون حجم المخروط (ولكن V_1)

$V_1 = \frac{1}{3} S_b \times h = \frac{1}{3} (81\pi) \times 18$

$= 486\pi cm^3$

3) المخروط المطلوب هو المخروط الصغير الذي قاعدته دائرة المقطع نصف قطرها $6cm$ وارتفاعه $SA = 12cm$ ومساحة دائرة المقطع $S' = \pi r^2 = 36\pi cm^2$

(ويمكن حسابه بطريقة ثانية صنعي إذا فهلت حجمايي)

دائرة المقطع وصغرة عن دائرة القاعدة
بنسبة تصغير $k=\frac{2}{3}$
وهي نسبة التشابه

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين
متشابهين تساوي مربع نسبة
التشابه وعليه فإن:

$\frac{S'}{S}$ صغير / كبير $=\left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S'}{81\pi}=\frac{4}{9}$
تصغير

$\Rightarrow S'=36\pi\ cm^2$

(قد نضطر لاستخدام هذه الطريقة
في حال غياب بعض المعطيات)

وعليه حجم المخروط المطلوب: v_2

$v_2=\frac{1}{3}S'\times h' \; ; \; h'=SA=12cm$

$v_2=\frac{1}{3}\times 36\pi\times 12 \Rightarrow$

$v_2=144\pi\ cm^3$

(كنا باستطاعتنا الحل مباشرة
وفق الآتي:

نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي
مكعب نسبة التشابه وعليه فإن:

$\frac{v_2}{v_1}$ صغير / كبير $=\left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow$
تصغير

$\frac{v_2}{486\pi}=\frac{8}{27} \Rightarrow$

$v_2=\frac{486\pi\times 8}{27}$

$v_2=\frac{6\times 81\times 8}{27}\times\pi$

$=\pi(6\times 3+8)=144\pi cm^3$

ويمكن تعديت إدراج الطريقتين معاً
(ذكرنا دوماً تنوعي التشابه)

حجم المخروط هو حجم المخروط
الكبير v_1 مطروحاً منه حجم المخروط
الصغير v_2 أي:

$v=v_1-v_2=486\pi-144\pi$

$\Rightarrow v=342\pi\ cm^3$

للتأكد من الحل بالتعويض بالدستور:

$v=\frac{\pi}{3}(36+81+54)\times 6$

$=\pi(171)\times 2=342\pi cm^3$

مما يؤكد صحة الحل الذي توصلنا عليه.

آمار بربر

* التمرين الثالث :

- ارتفاع الهرم $h = SO = 3cm$
- القاعدة مربع طول ضلعه
- $\ell = AB = BC = DC = AD = 4cm$
- $OO' = 1cm \Rightarrow SO' = 2cm$
- إضافي : ماذا نسمي هنا الهرم .
- هو هرم منتظم مثلثي قاعدته
- مضلع منتظم وارتفاعه SO عمودي
- على مركز القاعدة (قطعة
- مستقيمة واصلة بين مركز القاعدة
- ورأس الهرم / تعامده دوماً /)

(1) المقطع الناتج هو مربع .
وصغر عن القاعدة

(2)
- المقطع هو مربع وصغر عن القاعدة
- بنسبة التصغير

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{2}{3}$$

- مساحة القاعدة (مساحة المربع
- الذي طول ضلعه $\ell = 4cm$)

$$S = 4^2 = 16\ cm^2$$

- نعلم أن نسبة مساحتي شكلين
- متشابهين تساوي مربع نسبة
- التشابه وهنا :
- نعوض في حالة المقطع أي :

$$\frac{S' \text{ صغير}}{S \text{ كبير}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad \text{تصغير}$$

$$\Rightarrow \frac{S'}{16} = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$S' = \frac{64}{9}\ cm^2$$

(إضافي : يكون طول ضلع المقطع $\frac{8}{3}cm$)

(3) ليكن V_1 هو حجم الهرم $S-ABCD$

$$V_1 = \frac{1}{3} S_b \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times 16 \times 3 = 16\ cm^3$$

مساحة القاعدة

ليكن V_2 هو حجم الهرم $S-EFGH$

نستطيع حسابه بتطبيق القانون :

$$V_2 = \frac{1}{3} S' \times h \quad ; \quad h = SO' = 2cm$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{64}{9} \times 2 = \frac{128}{27}\ cm^3$$

(أو بالاعتماد على النسبة)

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_2}{16} = \frac{8}{27} \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{128}{27}\ cm^3$$

(4)

$$V = V_1 - V_2$$

$$= 16 - \frac{128}{27} = \frac{304}{27}\ cm^3$$

(5) * إضافي: نأكد من حسابك في المثلث الرابع وذلك بالتقويمي

في الدستور:

$$V = \frac{1}{3}(S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) \times h$$

حيث:

h: هو ارتفاع جزع الهرم $cm = 1$

S: مساحة قاعدة الهرم S-ABCD

S': مساحة قاعدة الهرم S-EFGH

$$V_1 = \frac{1}{3}\left(16 + \frac{64}{9} + \sqrt{16 \times \frac{64}{9}}\right) \times 1$$

$$= \frac{1}{3}\left(16 + \frac{64}{9} + 4 \times \frac{8}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(16 + \frac{64}{9} + \frac{32}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{144 + 64 + 96}{9}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{304}{9}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{304}{27}\ cm^3$$

فما يؤكد صحة الحل الذي وصلنا عليه في المثلث السابق

انتهى حل الاختبار والله ولي التوفيق.

أ. ماهر بربر

بذلك نكون (بفضل الله تعالى) أنهينا شروحات المنهاج بشكل كامل .

الحمد لله الذي أعانني على إتمام هذا العمل الشاق وأملي بكم أن أراكم جميعا من المتفوقين بإذن الله.

.

أ.ماهر بربر

.

.

.

ترقبوا اصدار ثمانية نماذج جزئية

وخمسة نماذج نهائية تحاكي تماما أسئلة الامتحان

النموذج الامتحاني **الأول** لطلبة الصف التاسع – المادة رياضيات .

الوحدات المستهدفه: 1+2+3 جبر ، 1 + 2 هندسة

المدة المسموحه للانتهاء من الحل : ساعتان

دورة 2023

أولًا: أجب عن السؤالين الآتيين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) العدد $\left(\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{36}}\right)^2$ هو عدد:

A	غير عادي	B	صحيح	C	غير عشري

2) قيمة x في التناسب $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{x}$ هي:

A	$\sqrt{2}$	B	2	C	4

3) الكسر المختزل للعدد $\frac{162}{21}$ هو:

A	$\frac{81}{3}$	B	$\frac{54}{7}$	C	$\frac{27}{7}$

4) في المثلث ABC القائم في $\hat{B}$ ، إذا كان $\tan \hat{A} = \sqrt{3}$ فإن قياس الزاوية $\hat{A}$ يساوي:

A	$30°$	B	$45°$	C	$60°$

5) ABC مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه يساوي1 ، فإن طول ارتفاعه يساوي:

A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{3}{4}$	C	$\frac{1}{2}$

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الخمس الآتية، معللاً إجابتك:

1) العدد $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ هو عدد غير عادي.

2) إذا كان x قياس زاوية حادة، فإنَّ: $0 < \sin x < 1$

3) حلول المعادلة $-x^2 = +3$ هي $+\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$

4) العدد1- هو أحد حلول المتراجحة $-2x \geq 3x + 5$

5) نصف العدد 8^4 يساوي 1024

ثانيًا: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول:

① أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3654 و 246 بالطريقة التي تراها مناسبة.

② هل العددان 3654 و 246 أوليان فيما بينهما؟ ولماذا؟

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المقداران: $A = (3x+4)^2 + (2x+1)(3x+4)$ و $B = (3x+4)(5x+5)$ والمطلوب:

① أثبت أن $A = B$ ، ثم احسب قيمة B عندما $x = 2$

② حل المعادلة $A = 0$

الصفحة الأولى ...

التمرين الثالث:

① انشر ما يلي: $A = (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$, $B = (x\sqrt{2} + 3)^2$

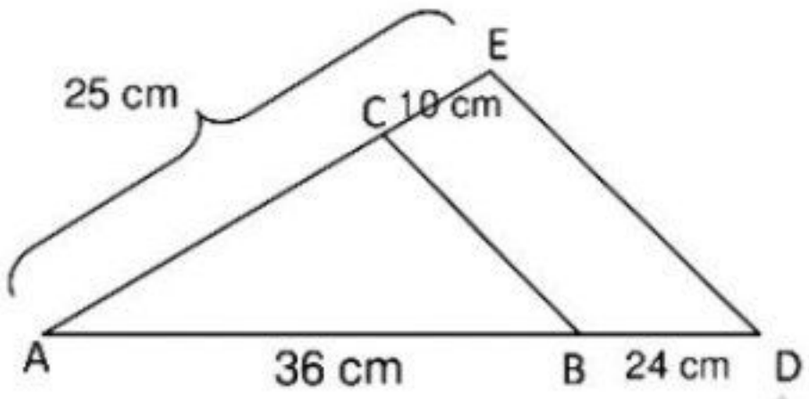
② حلل ما يلي: $C = 49x^2 - 16$, $D = 9x^2 - 24x + 16$

التمرين الرابع:

ليكن ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ فيه: $\sin \hat{B} = \frac{3}{4}$ والمطلوب: احسب $\cos \hat{B}$ ثم احسب $\tan \hat{B}$.

التمرين الخامس:

لدينا الشكل المجاور فيه:



$EC = 10\ cm\ , AE = 25\ cm\ , AB = 36\ cm\ , BD = 24\ cm$

والمطلوب:

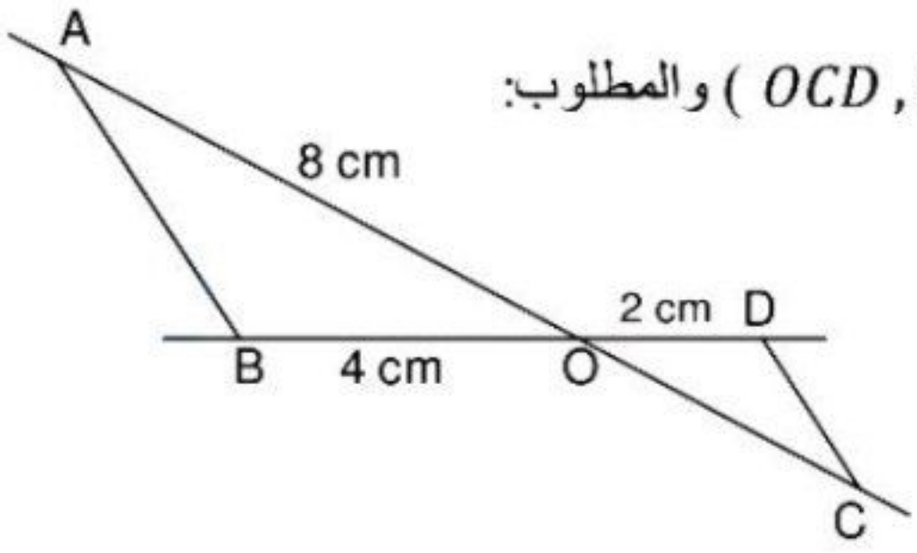
هل المستقيمان $(CB), (ED)$ متوازيان؟ ولماذا؟

التمرين السادس:

لدينا في الشكل المجاور المستقيمان $(AC), (BD)$ متقاطعان في $\hat{O}$ ، والمستقيمان $(AB), (CD)$ متوازيان، بحيث:

$OD = 2\ cm\ , OB = 4\ cm\ , OA = 8\ cm$ وأنَّ المثلث OCD هو تصغير للمثلث OAB ، حيث أنَّ:

$\hat{C} = 36°\ , \hat{B} = 120°$ (و $\hat{O}$ زاوية مشتركة بين المثلثين OAB, OCD) والمطلوب:



① احسب الطول OC .

② احسب قياس كل من الزاويتين $\hat{A}$ و $A\hat{O}B$

③ إذا علمت أنَّ مساحة المثلث OAB تساوي $12\ cm^2$

فاحسب مساحة المثلث OCD .

التمرين السابع:

ليكن العدد $A = (\sin x - \cos x)^2 + 2\sin x \,.\, \cos x$ والمطلوب: أثبت أنَّ: $A = 1$

---

* انتهت الأسئلة *

الصفحة الثانية

حل النموذج الامتحاني (1) – الرياضيات – الصف التاسع

أولاً: السؤال الأول:

1) صحيح / B

2) C / 4

3) B / $\frac{54}{7}$

4) C / 60°

5) A / $\frac{\sqrt{3}}{2}$

السؤال الثاني

1) خطأ / عادي.

$$\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{9}{2}$$

2) صح.

3) خطأ / مستحيلة الحل.

$$-x^2=+3 \implies x^2=-3$$

4) صح.

$$\frac{8^4}{2}=\frac{(2^3)^4}{2}=\frac{2^{12}}{2}=2^{12}\times 2^{-1}=2^{11}=\underbrace{2^{10}}\times 2$$
$$=1024\times 2=2048$$

5) خطأ / $2^{11}=2048$.

ثانياً: التمرين الأول:

① إيجاد القاسم المشترك الأكبر حسب خوارزمية القسمة (إقليدس):

$$\left.\begin{aligned}
3654&=246\times 14+210\\
246&=210\times 1+36\\
210&=36\times 5+30\\
36&=30\times 1+\boxed{6}\\
30&=6\times 5+0
\end{aligned}\right\}\Rightarrow GCD(3654,246)=6$$

② العددان 3654 و 246 ليسا أوليان فيما بينهما، لأن: $GCD(3654,246)=6\neq 1$

القول إن « العددان a و b أوليّان فيما بينهما »يعني

$$GCD(a,b)=1$$

التمرين الثاني:

① $A=(3x+4)^2+(2x+1)(3x+4)=(3x+4)[(3x+4)+(2x+1)]$

$=(3x+4)(5x+5)=B$

وبالتالي: فإنَّ: $A=B$

- حساب قيمة B عندما $x=2$: $B=(3x+4)(5x+5)=(3\times 2+4)(5\times 2+5)=10\times 15=150$

② $A=0 \Leftrightarrow B=0 \Leftrightarrow (3x+4)(5x+5)=0 \Leftrightarrow 5x+5=0$ أو $3x+4=0$

ومنه: فإما: $x=-1$ وإما: $x=\frac{-4}{3}$.

التمرين الثالث:

① $A=(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2=3-5=-2$

$B=(x\sqrt{2}+3)^2=(x\sqrt{2})^2+2(x\sqrt{2})(3)+(3)^2=2x^2+6\sqrt{2}\,x+9$

② $C=49x^2-16=(7x)^2-(4)^2=(7x-4)(7x+4)$

$D=9x^2-24x+16$ $=(3x-4)^2$

التمرين الرابع:

نعلم أنَّ: $\sin\hat{B}=\frac{3}{4}$ ومن العلاقة: $Sin^2\hat{B}+Cos^2\hat{B}=1$ فإنَّ:

$$\cos^2\hat{B}=1-\sin^2\hat{B}=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2=1-\frac{9}{16}=\frac{16}{16}-\frac{9}{16}=\frac{7}{16} \quad \Longrightarrow \quad \cos\hat{B}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$Tan\,\hat{B}=\frac{Sin\,\hat{B}}{Cos\,\hat{B}}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=\frac{3}{\cancel{4}}\times\frac{\cancel{4}}{\sqrt{7}}=\frac{3}{\sqrt{7}}$$

التمرين الخامس:

$\frac{AB}{AD}=\frac{36}{36+24}=\frac{36}{60}=\frac{3}{5}$, $\frac{AC}{AE}=\frac{25-10}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$

المستقيمان $(ED),(CB)$ متوازيان؛ لأنَّ: $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{3}{5}$ وحيث أنَّ: النقاط A,C,E على المستقيم (AE) بترتيب مماثل للنقاط A,B,D على المستقيم (AD) . **وذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث العكسية**

التمرين السادس

① بما أن المستقيمان $(CD),(AB)$ متوازيان، فحسب مبرهنة النسب الثلاث؛ نكتب:

$$\frac{OC}{OA}=\frac{OD}{OB}=\frac{CD}{AB}\Rightarrow\frac{OC}{8}=\frac{2}{24}\Rightarrow OC=4\ cm$$

② نلاحظ أن الزاويتان $\hat{A}\ ,\hat{C}$ متبادلتان داخلاً، وبالتالي: فإنَّ: $\hat{A}=\hat{C}=36^{\circ}$.

ولدينا $\hat{B}=120^{\circ}$ ومنه فإنَّ: $\widehat{AOB}=180^{\circ}-\hat{A}-\hat{B}=180^{\circ}-36^{\circ}-120^{\circ}=24^{\circ}$

③ من النسب الثلاث: $\frac{OC}{OA}=\frac{OD}{OB}=\frac{CD}{AB}=\frac{1}{2}$ فتكون نسبة التصغير هي $K=\frac{1}{2}$ وأنَّ المثلث OCD هو تصغير للمثلث OAB وبالتالي فإنَّ: $\frac{S_{OCD}}{S_{ABO}}=K^2$ ومنه: $S_{OCD}=K^2\times S_{ABO}=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 12=\frac{1}{4}\times 12=3\ \ cm^2$

نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه

التمرين السابع:

$$A=(sin\,x-cos\,x)^2+2\sin x\,.\cos x$$
$$=(sin^2 x-2sin\,x\,.cos\,x+cos^2 x)+2sin\,x\,.cos\,x$$
$$=sin^2 x+cos^2 x=1$$

انتهى حل النموذج الأول

النموذج الامتحاني **الثاني** لطلبة الصف التاسع - المادة رياضيات .

الوحدات المستهدفه: 1+2+3 جبر ، 1 + 2 هندسة

المدة المسموحه للانتهاء من الحل : **ساعتان**

دورة 2023

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي: (لكل سؤال إجابة صحيحة واحدة فقط)

1) إن العدد $\left(\sqrt{\sqrt{5}}\right)^2$ هو عدد:

A	غير عادي	B	عادي غير صحيح	C	صحيح

2) في المثلث ABC القائم في B طول الضلع AB يساوي:

A	$AC \times \sin C$	B	$AC \times \cos C$	C	$AC \times \tan C$

3) الكسر المختزل للكسر $\frac{27}{36}$ هو:

A	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{9}{18}$	C	$\frac{3}{4}$

4) إن العدد (0.0001) يساوي:

A	10^{-3}	B	10^{-4}	C	10^{4}

5) مثلثان متشابهان مساحتيهما $25\ cm^2$, $9\ cm^2$ عندئذ معامل التصغير k يساوي:

A	$\frac{5}{3}$	B	$\frac{3}{5}$	C	$\frac{9}{25}$

السؤال الثاني: أجب بكلمة صح أو خطأ:

1) كل عدد أصغر من 5 يكون نظيره أصغر من 5-

2) مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث قائم هو منتصف وتره.

3) نقول أنّ العددين $a\ ,b$ أوليان فيما بينهما إذا كان $GCD(a,b)=1$.

4) $\sin 40^\circ = \cos\ 50^\circ$

5) عند تصغير اسطوانة بنسبة $k=\frac{1}{2}$ فإنّ حجم الأسطوانة الصغرى يساوي نصف حجم الأسطوانة الكبرى.

حل التمارين الخمسة الآتية:

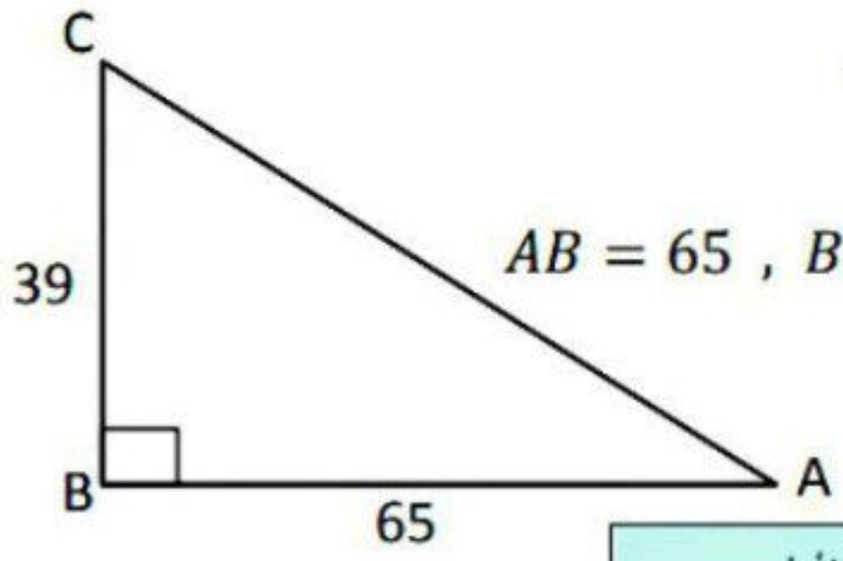
التمرين الأول: مثلث ABC بعداه: $AB=\sqrt{32}+\sqrt{2}$

و $AC=\sqrt{50}$ و $BC=\sqrt{72}-\sqrt{2}$

أثبت أنّ المثلث ABC متساوي الأضلاع ثم احسب مساحته.

التمرين الثاني:

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ وفيه $AB=65\ ,\ BC=39$



1) أوجد $GCD(65\ ,39)$ بالطريقة التي تختارها.

2) أوجد $\tan A$ واكتب الناتج كسراً مختزلاً.

الصفحة الأولى ...

التمرين الثالث:

(1 st) جدْ عددين موجبين مجموعهما (40) ونسبتهما $\frac{3}{5}$.

(2 nd) لتكن المتراجحة : $2(x+1) \geq 3x+6$ والمطلوب:

1) تحقق أي الأعداد -7 , -4 , 3 حل للمتراجحة وأيها ليس حلا لها.

2) حل المتراجحة $2(x+1) \geq 3x+6$. **3)** مثل حلولها على محور الاعداد

التمرين الرابع: إذا كان لدينا المقدار E الأتي: $E = \frac{5^4 \times (2^5)^2}{5^{-2} \times 2^4}$

1) اكتب E بالصيغة $2^n \times 5^n$ (n عدد صحيح).

2) اكتب الناتج بالصيغة العشرية.

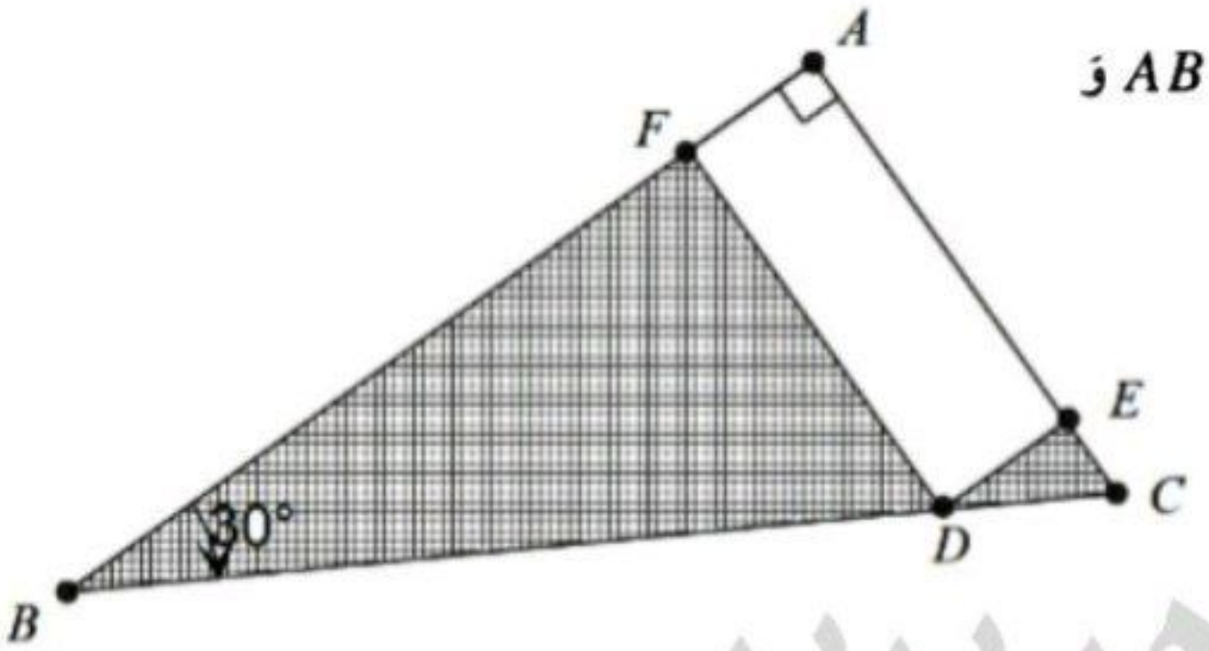
التمرين الخامس:

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في A فيه $AB = 6$ وَ $B = 30^\circ$ ، $AFDE$ مستطيل عرضه $AF = 1$:

١) احسب طول AC .

٢) أحسب طول FD .

٣) احسب مساحة المنطقة المظللة.



حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

ليكن المقدار $A = (2x-5)^2 + (x+3)(2x-5)$

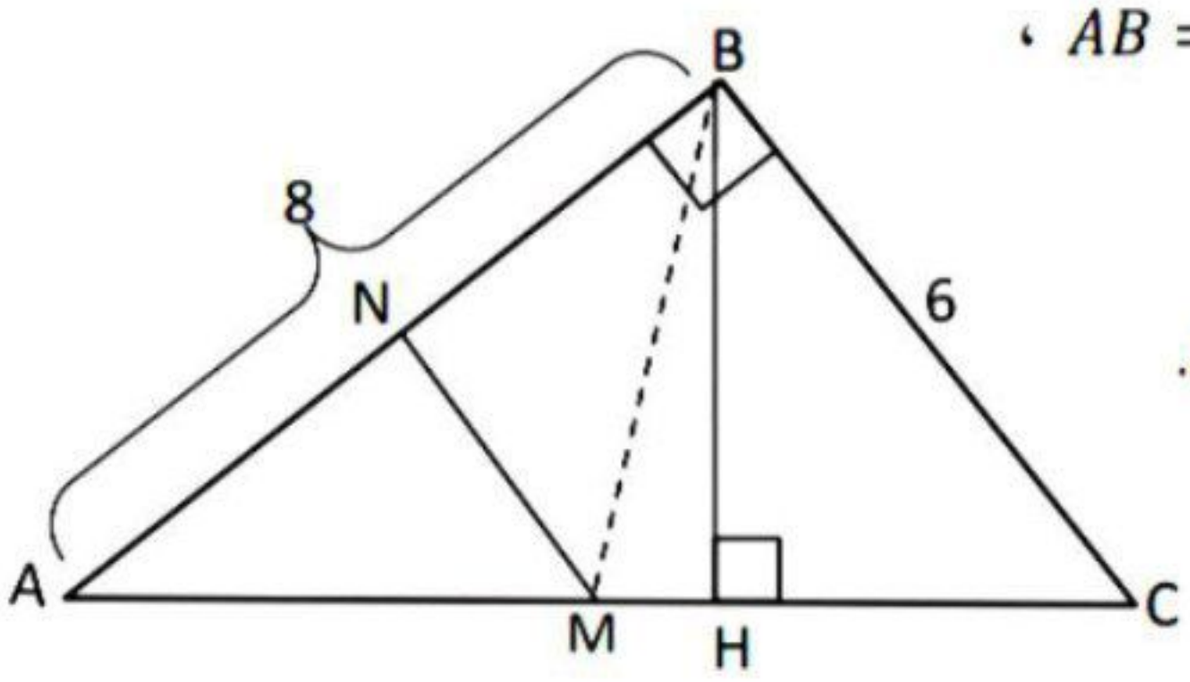
1) حلل المقدار A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

2) انشر المقدار A ثم اختزله.

3) حلل المقدار $B = x^4 - 16$. ثم حل المعادلة $B = 0$

المسألة الثانية: انظر الشكل المجاور حيث ABC مثلث قائم في $\hat{B}$، و BH ارتفاع فيه، حيث $AB = 8\,cm$, $BC = 6\,cm$ ،

M منتصف AC ، N منتصف AB والمطلوب:



1) أثبت أنّ طول $AC = 10$.

2) اكتب عبارة $\cos \hat{C}$ في المثلثين BHC و ABC.

ثم احسب طول CH

3) احسب طول BM ، HM.

4) أثبت أن MN يوازي CB.

5) أثبت أنّ المثلث ANM تصغير للمثلث ABC واستنتج معامل التصغير k والنسبة $\frac{S_{ANM}}{S_{ABC}}$

---

* انتهت الأسئلة *

الصفحة الثانية

حل النموذج الامتحاني (2) – الرياضيات – الصف التاسع

* السؤال الأول:

1) $(\sqrt{\sqrt{5}})^2 = \sqrt{5}$

وهو عدد غير عادي A.

2) $\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow AB = AC \times \sin \hat{C}$.

الإجابة A.

3) الإجابة C $\frac{27 \div 9}{36 \div 9} = \frac{3}{4}$

4) $0.0001 = 10^{-4}$ / B

5) نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه، نريد معامل التصغير ومنه:

$\frac{S_1 \text{ صغير}}{S_2 \text{ كبير}} = k^2$ تصغير

$\frac{9}{25} = k^2 \Rightarrow k = \frac{3}{5}$

* السؤال الثاني:

1) هيا

بفرض x عددا صغر من 5 أي $x < 5$ فيكون نظيره $-x > -5$ (نقلب جهة التراجح عند الضرب بعدد سالب)

2) صح

3) صح

4) صح وهي علاقة ما مت بالزاويتين المتتامتين (جيب أحدهما = تجيب الأخرى)

5) هيا

نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه.

$k = \frac{1}{2}$ تصغير ومنه

$\frac{V_1}{V_2} = k^3$

V_1: حجم الأسطوانة الصغرى.

V_2: " " الكبرى.

ومنه:

$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{8}$

أي أن:

حجم الأسطوانة الصغرى يساوي ثمن حجم الأسطوانة الكبرى.

* التمرين الأول:

- $AB = \sqrt{32} + \sqrt{2}$
  $= 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- $BC = \sqrt{72} - \sqrt{2}$
  $= 6\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- $AC = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

فالمثلث ABC متساوي الأضلاع طول ضلعه $\ell = 5\sqrt{2}$ وحدة مربعة.

$S_3 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{50\sqrt{3}}{4} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$

أ. ماهر بربر

التمرين الثاني:

1) باستخدام خوارزمية القسمة الاقليدية نجد:

$65 = 39 \times 1 + 26$

$39 = 26 \times 1 + 13$

$26 = 13 \times 2 + 0 \Rightarrow$

$GCD(65;26) = 13$

2) $\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{39 \div 13}{65 \div 13}$

$= \frac{3}{5}$

التمرين الثالث:

1st) بفرض العدد x الأول و y الثاني

$\Rightarrow x + y = 40$

نسبتها $\frac{3}{5}$ أي:

$\frac{x}{y} \begin{matrix} \text{صغير} \\ \text{كبير} \end{matrix} = \frac{3}{5} \begin{matrix} \text{صغير} \\ \text{كبير} \end{matrix} \Rightarrow$

حسب خواص التناسب نثبت المقام ونضيفه الى البسط (أو بالعكس):

$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$\frac{x+y}{y} = \frac{3+5}{5} \Rightarrow$

$\frac{40}{y} = \frac{8}{5} \Rightarrow y = 25$

$\Rightarrow x = 15$

2nd) لتكن المتراجحة:

$2(x+1) \geq 3x + 6$

1) $x = -7 \Rightarrow 2(-7+1) \geq 3(-7) + 6$

$-12 \geq -15$ محققة

فالعدد -7 هو حل للمتراجحة

$x = -4 \Rightarrow 2(-4+1) \geq 3(-4) + 6$

$-6 \geq -6$ محققة

فالعدد -4 هو حل للمتراجحة.

$x = 3 \Rightarrow 2(3+1) \geq 3(3) + 6$

$8 \geq 15$ غير محققة

فالعدد $3+$ ليس حل للمتراجحة.

2) $2(x+1) \geq 3x + 6 \Rightarrow$

$2x + 2 \geq 3x + 6 \Rightarrow$

$-x \geq +4 \Rightarrow x \leq -4$

حلول المتراجحة هي جميع القيم المجهول الأصغر أو تساوي -4 أي أن:

$x \in]-\infty ; -4]$

3) $-\infty$ -4 0 $+\infty$

منطقة الحل

التمرين الرابع:

$E = \frac{5^4 \times (2^5)^2}{5^{-2} \times 2^4}$

1) $E = \frac{5^4}{5^{-2}} \times \frac{2^{10}}{2^4} = 5^6 \times 2^6$

وإذا طلب كتابتها c^n

$5^6 \times 2^6 = (5 \times 2)^6 = 10^6$

أ. ماهر بربر

2) $5^6 \times 2^6 = (5\times 2)^6$

تذكر. $(a\times b)^n = a^n \times b^n$

$= 10^6$

$= 1000000$

وهو عدد عشري (العدد الطبيعي الموجب)

التمرين الخامس.

1) من المثلث القائم ABC نجد:

$\tan \underbrace{\hat{B}}_{30} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{6} \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$

(يوجد طريقة أخرى بالاستدلال أن الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر أي:

$AB = 5$ $BC = x$, $AC = \frac{1}{2}x$

وتطبق مباشرة نورث فتحصل على نفس النتيجة)

2) AEDF مستطيل بالتالي

$DF \perp BA \Rightarrow$

من المثلث القائم DFB نجد:

$\tan \underbrace{\hat{B}}_{30} = \frac{FD}{BF} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FD}{5} \Rightarrow FD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

3) مساحة المثلث القائم: $\frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$

ومنه:

$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$

$= \frac{6 \times 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ وحدة مربعة

مساحة المستطيل = الطول × العرض.

$S_{AEDF} = AF \times FD$

$= 1 \times \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ وحدة مربعة

مساحة المنطقة المظللة:

$S = S_{ABC} - S_{AEDF} \Rightarrow$

$S = 6\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{18\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{13\sqrt{3}}{3}$ وحدة مربعة

* حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

1) $A = (2x-5)^2 + (x+3)(2x-5)$

$= (2x-5)(2x-5+x+3)$

$= (2x-5)(3x-2)$

2) $4x^2 - 20x + 25 + 2x^2 - 5x + 6x - 15$

$= 6x^2 - 19x + 10$

3) $B = x^4 - 16 = (x^2-4)(x^2+4)$

$= (x-2)(x+2)(x^2+4)$

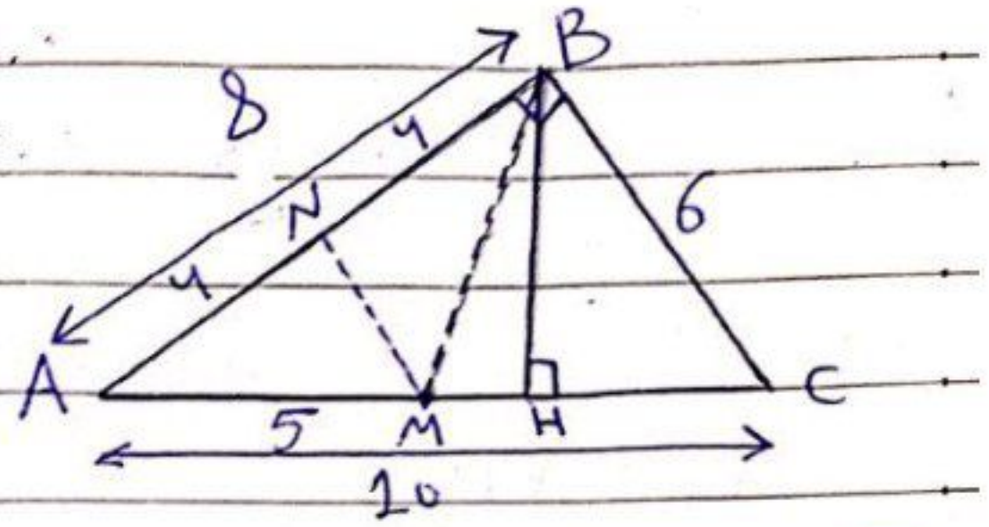
$B = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2)(x^2+4) = 0 \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \text{أما } x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{أو } x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{-2, +2\}$

أو $x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$ مستحيلة

أ. ماهر بربر

المسألة الثانية:



1) حساب AC في المثلث القائم ABC بـ:

فيثاغورث

$[AC]^2 = [AB]^2 + [BC]^2$

$= 64 + 36 = 100$

$\Rightarrow AC = 10$

2) في المثلث القائم BHC بـ:

$\cos\hat{C} = \frac{HC}{BC} = \frac{HC}{6}$

في المثلث القائم ABC بـ:

$\cos\hat{C} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10}$

ومنه

$\cos\hat{C} = \frac{6}{10}$

$\frac{HC}{6} = \frac{6}{10} \Rightarrow HC = \frac{36}{10}$

$= 3.6$

4) في المثلث ABC لدينا:

M منتصف AC

N منتصف AB

$\Leftarrow$ $(MN) \parallel (BC)$ وذلك

حسب الخاصية المعروفة في

المنتصفات

(أو طريق عكسي حسب خاصية الشعاع)

باعتبار M منتصف AC ، $[AM] = \frac{1}{2}[AC]$

N منتصف AB ، $[AN] = \frac{1}{2}[AB]$

3) BM متوسط في المثلث القائم ABC (M من AC) متعلق بالوتر AC وطوله يساوي نصف طول الوتر أي أن $BM = 5$

$HM + HC = 5$

$HM + 3.6 = 5 \Rightarrow HM = 5 - 3.6 = 1.4$

5) وجدنا $(NM) \parallel (BC)$ وبالتالي حسب خاصية الشعاع في المثلث AMN ، ACB بـ:

$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{NM}{BC} = \frac{1}{2}$

فالمثلثان متشابهان نسبتا مقايسة هي نسبة التشابه $k = \frac{1}{2}$

أي أن المثلث AMN تصغير عن المثلث ABC وعامل التصغير $\frac{1}{2}$ حيث:

$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

ملاحظة: استنتج مساحة المثلث AMN

انتهى حل النموذج الثاني

النموذج الامتحاني **الثالث** لطلبة الصف التاسع – المادة رياضيات .

الوحدات المستهدفه: 1+2+3 جبر ، 1 + 2 هندسة

المدة المسموحه للانتهاء من الحل : ساعتان

دورة
2023

أولاً : أجب عن السؤالين التاليين :

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

1) حلول المعادلة $x^2 = 4$ هو :

$\sqrt{2}, 2$	C	$2, -2$	B	$\sqrt{2}, -\sqrt{2}$	A

2) ABC مثلث قائم في A فيه $\hat{B} = 60°$ و $AC = 4$ فيكون طول AB :

ليس مما سبق	C	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	B	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	A

3) ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 2 يكون طول ارتفاعه :

ليس مما سبق	C	$\sqrt{3}$	B	$2\sqrt{3}$	A

4) إن الـ $GCD(5,12)$ هو :

1	C	5	B	3	A

السؤال الثاني : أجب بكلمة (صح) أو (خطأ) :

1) مربع أي عدد هو عدد عادي .

2) $\tau = \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$ **فيكون** $\sqrt{3}\,\tau = 6 + 5\sqrt{3}$

3) لدينا مثلث ABC أطوال أضلاعه $8 , 4\sqrt{2} , 4\sqrt{2}$ فهو مثلث قائم ،

4) **المثلث** ABC **قائم في** A **فيه** $Sin\,\hat{B} = \frac{2}{7}$ **فيكون** $Cos\,\hat{C} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة التالية

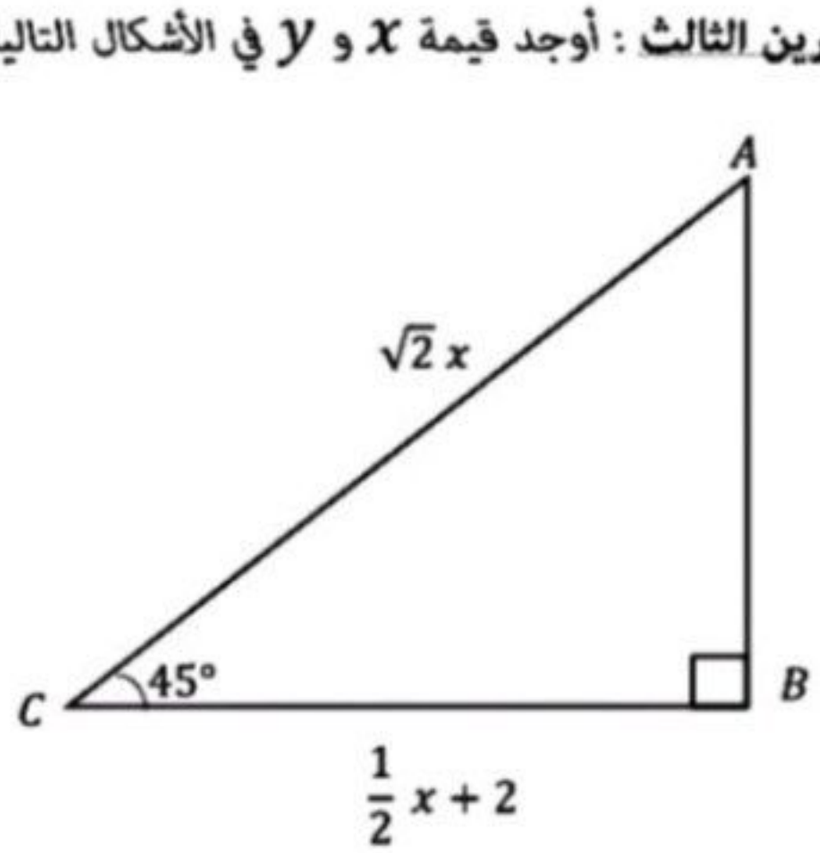
التمرين الأول : اكتب كلاً من المقادير التالية بصيغة قوة لعدد واحد

$$A = \frac{3^3 \times 3^5}{3^{-2}} \qquad B = \frac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 15^2}$$

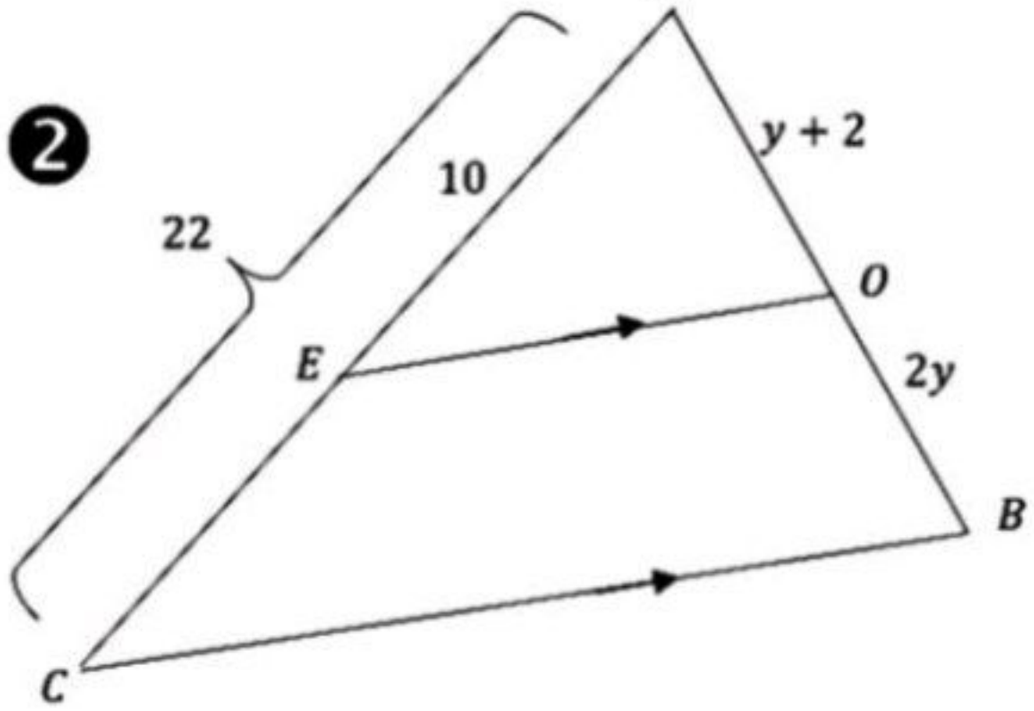
التمرين الثاني : ما العدد الذي إذا جمعنا نصفه مع ثلثيه حصلنا على العدد 70 ؟

التمرين الثالث : أوجد قيمة x و y في الأشكال التالية :

❶

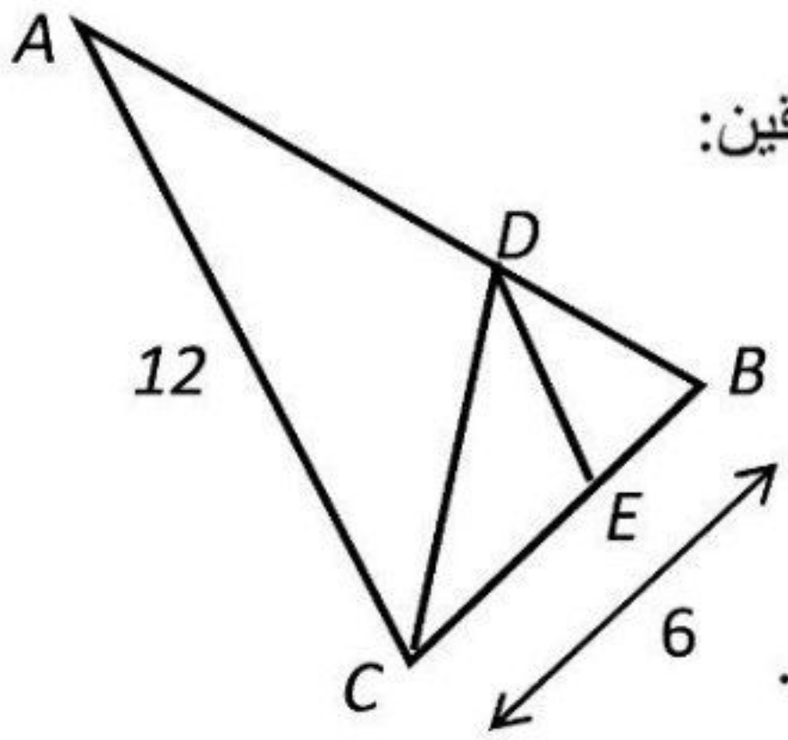


❷



يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الرابع :



في الشكل المجاور ABC مثلث متساوي الساقين:

فيه $AB = AC = 12\ cm$,$CB = 6\ cm$

$BA = 3BD$ ، $EB = 2\ cm$. **والمطلوب :**

1) أثبت أن AC يوازي ED.
2) أثبت أن المثلث CED متساوي الساقين .
3) المثلث DEB تصغيّر للمثلث ABC احسب نسبة التصغيّر.

ثالثاً : حل المسالتين التاليتين

المسألة الأولى : لدينا المقدار $A = (x+5)^2 + (3x-1)(x+5)$

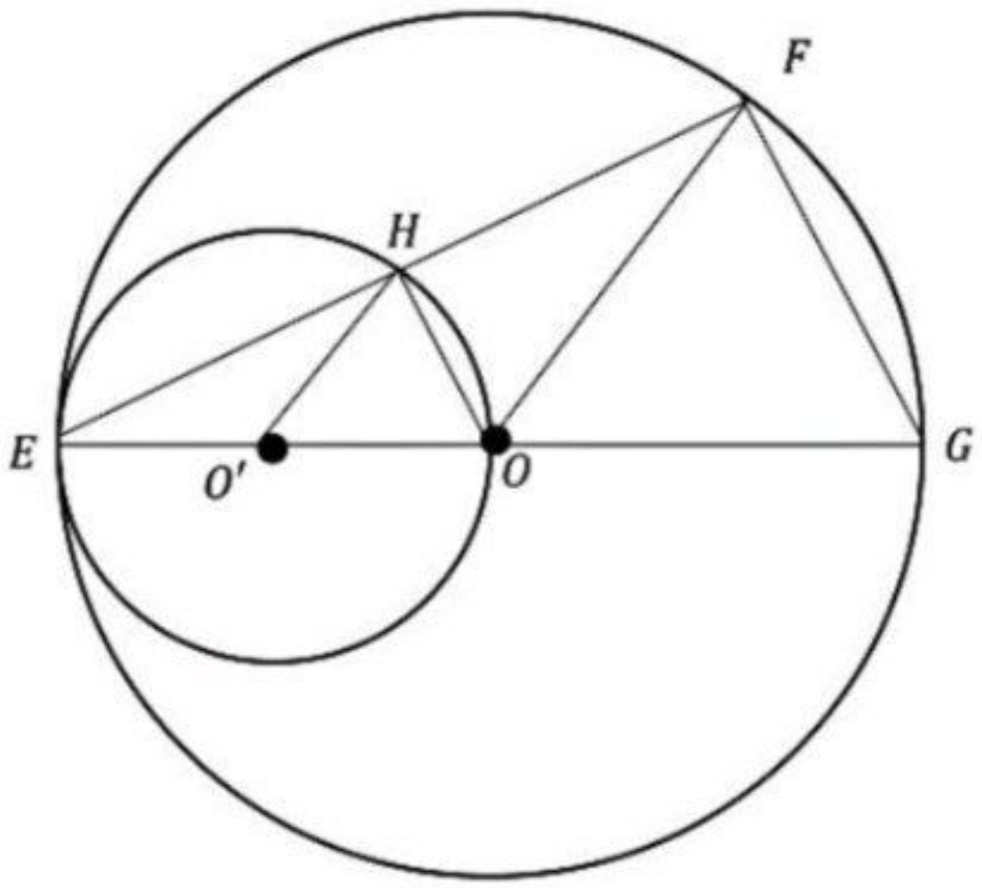
1) انشر ثم اختزل A
2) حلل المقدار A
3) احسب قيمة A عند $x = \sqrt{2}$
4) حل المعادلة $A = 0$
5) **جد مجموعة حلول المتراجحة** $Sin(\sqrt{9 \times 10^2}) \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > Tan(\sqrt{2025})$

ثم مثل هذه الحلول على مستقيم الأعداد

أ.ماهر بربر

المسألة الثانية : لدينا دائرتان C مركزها O وقطرها EG

C' مركزها O' وقطرها EO



المطلوب :

1) أثبت ان FG و HO متوازيان
2) إذا كان $OH = 3\ cm$ ، أوجد FG
3) إذا كان $EF = 8\ cm$ ، أوجد EH
4) احسب EO ثم EG
5) أثبت أن FO و HO' متوازيان

ثم استنتج $O'H \times FG = OH \times FO$

6) إذا كان المثلث EFO تكبير للمثلث EHO'

احسب مساحة المثلث EFO ثم استنتج مساحة المثلث EHO'

قف على ناصية الحلم وقاتل

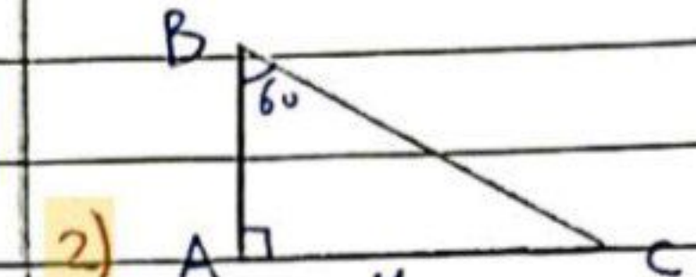
انتهت الأسئلة

الموضوع : ..... حل النموذج الثالث .....

★ السؤال الأول :

1) $x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = +\sqrt{4} = +2 \\ x = -\sqrt{4} = -2 \end{cases}$

الإجابة B



AB = ??

2) نستطيع حلها بأكثر من طريقة :

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\tan 60° = \frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$\sqrt{3} = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

الإجابة A

3) ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع يُعطى بالدستور :

$h_3 = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ ؛ ℓ هو طول ضلع المثلث

$h_3 = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

الإجابة B

4) $GCD(12,5) = 1$

الإجابة C

★ السؤال الثاني :

1) عبارة خاطئة : حيث :

Π عدد غير عادي وحجمه Π^2 هو أيضاً عدد غير عادي. وكذلك يوجد الكثير

من مثال :

$(\sqrt{\sqrt{2}})$ عدد غير عادي وحجمه $\sqrt{2}$ هو عدد غير عادي.

2) $C = \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$

$\downarrow$

$25 + 12$

$C = \sqrt{25 + 20\sqrt{3} + 12}$

$= \sqrt{(5 + 2\sqrt{3})^2} \Rightarrow$

$C = 5 + 2\sqrt{3}$

وضف $\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\, C = \sqrt{3}(5 + 2\sqrt{3})$

$= 5\sqrt{3} + 6$

فالعبارة صحيحة

3) نطبق عكس فيثاغورث : الضلع الأكبر

$8^2 \stackrel{?}{=} (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$

$64 \stackrel{?}{=} 32 + 32 \Rightarrow$

$64 = 64$ فالمثلث قائم الزاوية

وتره 8 وهو متساوي الساقين.

فالعبارة صحيحة.

4) ABC قائم في A ، وقياسا الزاويتان $\hat{B}$ ، $\hat{C}$ متتامتان أي

$\sin \hat{B} = \cos \hat{C} = \frac{2}{7}$

فالعبارة خاطئة.

لو طلب $\cos \hat{B}$ عندئذ نتمم لها بقصاصة الأول.

ماهر بربر

الموضوع : .....

* التمرين الأول:

$$A = \frac{3^3 \times 3^5}{3^{-2}} = 3^8 \times 3^2 = 3^{10}$$

$$B = \frac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 15^2}$$

$15^2 = (3\times5)^2 = 3^2 \times 5^2$

$$B = \frac{2^8 \times 3^2 \times 5^7}{2^3 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2^8}{2^3} \times \frac{5^7}{5^2}$$

$$= 2^5 \times 5^5 = (2\times5)^5 = 10^5$$

* التمرين الثاني:

لنفرض أن هذا العدد هو x

فيكون نصف x هو $\frac{1}{2}x$ وثلثيه $\frac{2}{3}x$

ومنه نترجم المسألة:

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x = 70 \Rightarrow \times 6$$

$$3x + 4x = 420 \Rightarrow$$

$$7x = 420 \Rightarrow x = 60$$

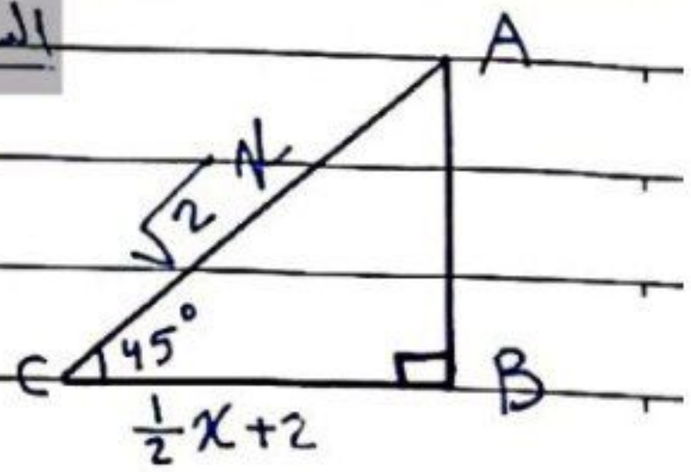
/ التحقق/

$$\frac{1}{2}(60) + \frac{2}{3}(60) = 30 + 40 = 70$$

فالحل صحيح.

* التمرين الثالث:

الشكل الأول:



- لدينا المثلث ABC قائم في B فيه $\hat{A} = 45°$ ومنه $\hat{C} = 45°$ فالمثلث ABC قائم ومتساوي الساقين في B أي:

$$CB = BA = \frac{1}{2}x + 2$$

- $\sin \hat{A} = \frac{CB}{CA} \Rightarrow \sin 45° = \frac{\frac{1}{2}x+2}{\sqrt{2}x}$

ومنه:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x+4}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}x} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x+4}{2\sqrt{2}x} \Rightarrow$$

$$2x = x + 4 \Rightarrow x = 4$$

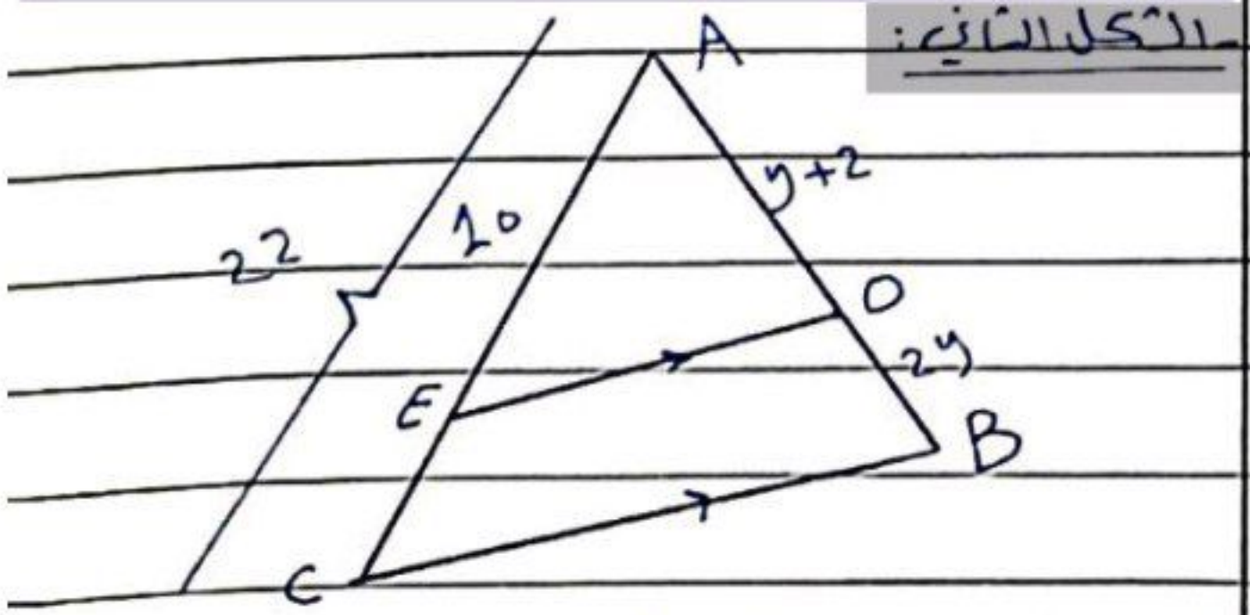
/ وعليه يكون:

/ $CB = 4$ ، $BA = 4$ ، $CA = 4\sqrt{2}$

ملاحظة:

إياك من استخدام فيثاغورث فذلك يحتمل أي معادلة من الدرجة الثانية لم تتعرف على طريقة حلها ضمن منهاجك

الشكل الثاني:



لدينا في المثلث ACB المستقيمان (EO)، (CB) متوازيان ومنه وحسب نتيجة طالس:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AO}{AB} = \frac{OE}{BC}$$

أ.ماهر بربر

$\frac{BE}{2} = \frac{1}{}$

$\frac{BC}{6} \quad \frac{3}{}$

$\Rightarrow$

$\frac{BD}{4} = \frac{1}{}$ $\quad \frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA}$

$\frac{BA}{12} \quad \frac{3}{}$

عبارة النقاط A ، D ، B على التوالي هي BA

عبارة النقاط B ، E ، C على التوالي هي BC

(ED) // (AC) متوازيان وذلك حسب عكس مبرهنة طالس

الرجاء ... وضع إشارة التوازي الرأسية

2) لدينا في المثلث CED :

CE = 6 cm ، ED = ?? ، CD = ??

لنحسب طول ED حسب مبرهنة طالس الثلاث

في المثلث ABC حيث AC // DE برهانك:

$\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA} = \frac{ED}{AC}$ $\Rightarrow$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{ED}{12}$

$ED = \frac{12}{3} = 4$ cm

وعليه في المثلث CED أصبح لدينا

CG = 4cm ، ED = 4cm

فهو متساوي الساقين في E

10 = y+2 = 0E $\Rightarrow$

22 3y+2 BC

5 = y+2 $\Rightarrow$

11 3y+2

$5(3y+2) = 11(y+2)$

بالشرط الوسطي نجد: $4y = 12$

$\Rightarrow y = 3$

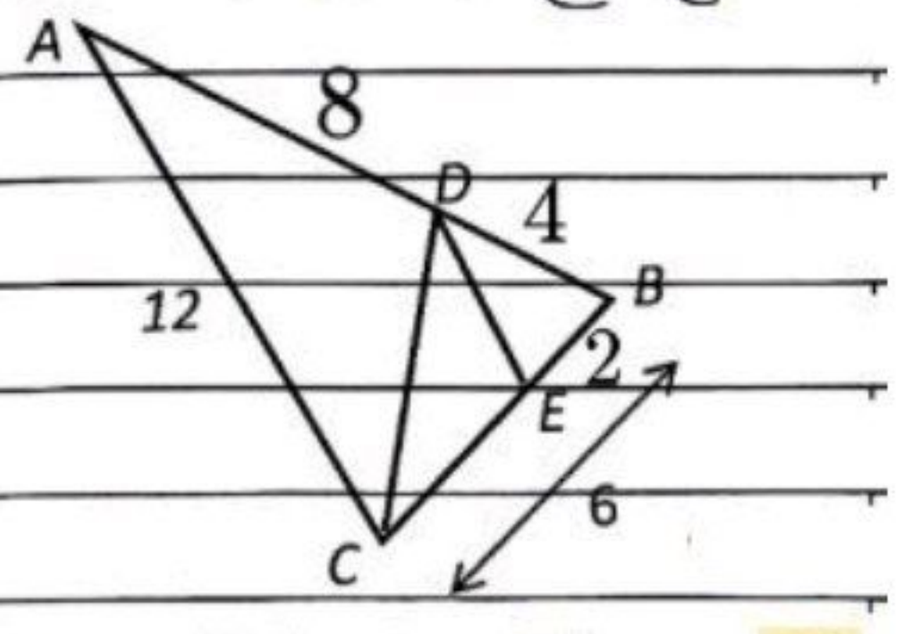
/ للتأكد: عوض بقيمة y في النسبة الثانية لتحصل على نسبة مكافئة للنسبة الأولى /

* التمرين الرابع:

بقراءة معطيات المسألة نجد:

- $AB = AC = 12$ (cm بالعلامات)
- $AB = 3BD \Rightarrow BD = \frac{AB}{3} = \frac{12}{3} = 4$
- $\Rightarrow AE = 8$ ، $EB = 2$

لنضع جميع هذه المعطيات على الرسم.



1) حتى يكون ED // AC يجب أن تتحقق نكسية مبرهنة طالس الثلاث في المثلث ACB أي يجب أن تتحقق المساواة: $\frac{BE}{BC} = \frac{BD}{BA}$

3) عاين (AC) // (DE) إثباتاً

فالمثلثان DEB ، ABC متشابهان

لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة وذلك

لأن عبور الشعاع المثلثين والمثلث

DEB هو تصغير للمثلث ABC

بنسبة تصغير $\frac{1}{3}$ كما جاء سابقاً.

* ألة الرزوكي:

$A = (x+5)^2 + (3x-1)(x+5)$

1) $A = x^2 + 25 + 10x + 3x^2 + 15x - x - 5$

$A = 4x^2 + 24x + 20$

2) $A = (x+5)[(x+5) + (3x-1)]$

$= (x+5)(4x+4)$

$= 4(x+5)(x+1)$

3) $x = \sqrt{2} \Rightarrow A = ??$

نعوض في عبارة A الناتجة عن النشر

$A = 4(\sqrt{2})^2 + 24(\sqrt{2}) + 20 \Rightarrow$

$A = 28 + 24\sqrt{2}$

(نعوض في عبارة A الأساسية

أو عبارة A الناتجة عن التحليل

ستحصل على نفس الجواب)

4) $A = 0$ (هنا ننوه

في عبارة A الناتجة عن التحليل وذلك

للاستفادة منها مباشرة كما هو مطلوب)

$A = 0 \Rightarrow$

$4(x+5)(x+1) = 0 \Rightarrow$

$4 \neq 0$

إما $x+5 = 0 \Rightarrow x = -5$

أو $x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$

ومنه مجموعة حلول المعادلة $S = \{-5, -1\}$

5) $\sin(\sqrt{9 \times 10^2}) \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > \tan(\sqrt{2025})$

لا ننسى أن:

$\sin(\sqrt{9 \times 10^2}) = \sin(\sqrt{900}) = \sin 30 = \frac{1}{2}$

$\tan(\sqrt{2025}) = \tan 45 = 1$

لأن $(45)^2 = 2025$

(أو على الآلة حاسبة 2025 ثم جذر ثم على الزر الأول)

نعوض بالمتراجحة فتصبح:

$\frac{1}{2} \times \left(-\frac{x+1}{2}\right) > 1 \Rightarrow$

$-\frac{x+1}{4} > 1$

نضرب الطرفين بالعدد السالب -4

ونغير جهة التراجح فنجد:

$x+1 < -4 \Rightarrow x < -5$

ومنه حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول

x التي تصغر تماماً من -5 أي $x \in]-\infty, -5[$

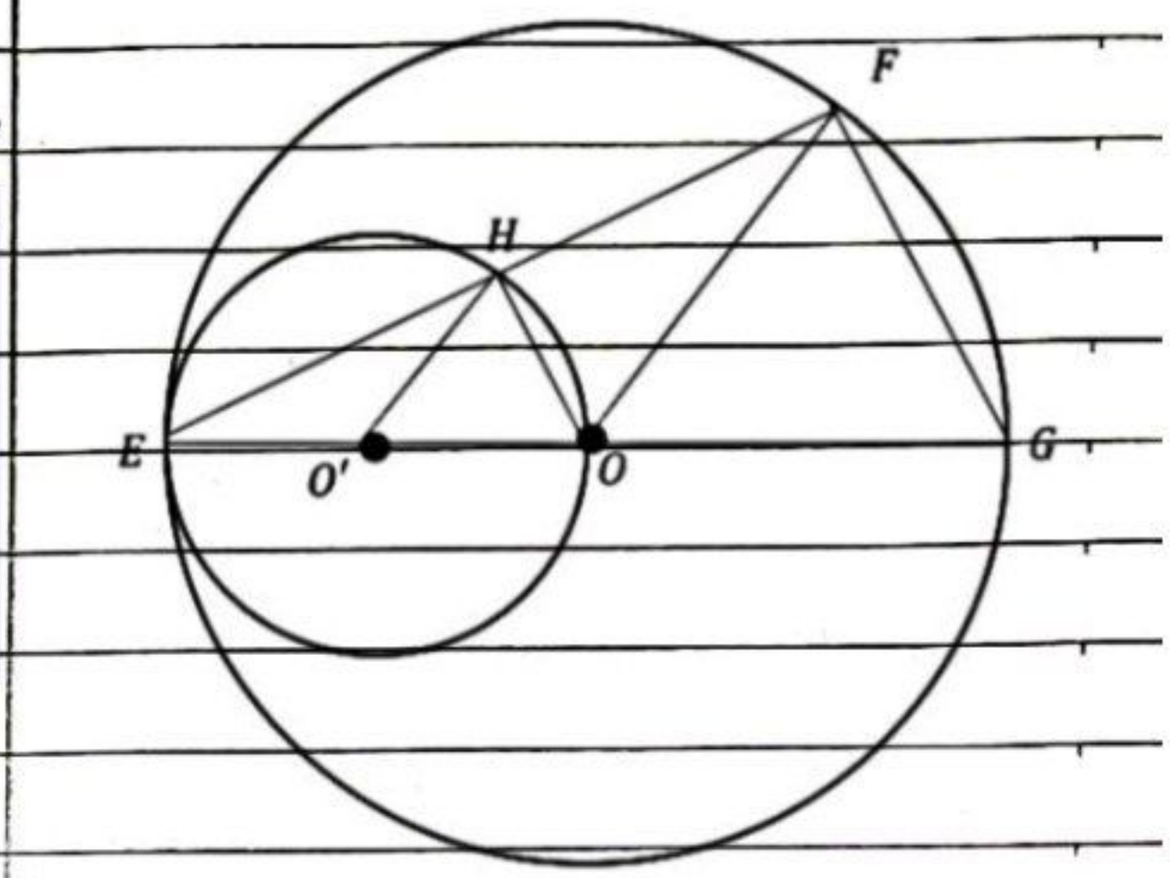
مجال الحلول $]-\infty, -5[$.



أ. ماهر بربر

الموضوع : .....

* التمرين الثاني :



1) لدينا $E\hat{F}G$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة أي:
$FG \perp EF$
ومنه المثلث EFG قائم في F

2) لدينا فرضاً $OH = 3\,cm$
/ نبرهن أكثر من طريقة الحل /
حسب خواص النسب الثلاث في المثلث EGF حيث $(HO) \parallel (FG)$ ، إثباتاً
$$\frac{EO}{EG} = \frac{EH}{EF} = \frac{HO}{FG} \Rightarrow$$
$$\frac{R}{2R} = \frac{EH}{EF} = \frac{3}{FG} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2} = \frac{3}{FG}$$
ومنه $FG = 6\,cm$ (ضعف حالة الرسم)
/ طريقة ثانية: تستطيع إثبات أن H هي منتصف $[EF]$ بناءً على الطبيعة الثانية في المنتصفات ثم حساب طول $[FG]$ اعتماداً على الطبيعة الأولى في المنتصفات /

3) لدينا $EF = 8\,cm$ فرضاً:
O منتصف $[EG]$ ، $[HO]$ قطعة مستقيمة عمودية على منتصف أحد أضلاع المثلث EFG وتوازي ضلعاً آخر (FG) فهي تقطع الضلع الثالث في منتصفه أي H منتصف $[EF]$ وذلك حسب الطبيعة الثانية في المنتصفات
ومنه: $HO = \frac{1}{2}FG = 4\,cm$ (ضعف الحالة الأولى)
/ أو مباشرة من النسب الثلاث السابقة نحصل على نفس الجواب /

4) من النسب الثلاث السابقة أو:
حسب فيثاغورث في المثلث القائم EHO نجد:
$[EO]^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow [EO] = 5\,cm$
ولدينا: $EO = OG = R = 5 \Rightarrow$
$EG = 10\,cm$ (ضعف كل ذلك على الرسم)

5) حتى يكون $(HO') \parallel (FO)$ يجب أن تتحقق المساواة
$$\frac{EO'}{EO} = \frac{EH}{EF}$$

أبو ماهر بربر

$\frac{E'O'}{EO} = \frac{R'}{2R'} = \frac{1}{2}$

(أو: عوض بالأطوال)

$\frac{E'H'}{EH} = \frac{E'O'}{EO} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$

$\frac{E'O'}{EO} = \frac{E'F'}{EF} = \frac{1}{2}$

(أو: عوض بالأطوال)

والنقاط E' و E هي على الترتيب منتصف $[O'F']$ و $[OF]$

ومنه بالتربيع مع النقاط E'، H'، F' على الترتيب منتصف $[EF]$ وبالتالي وحسب عكس عبرة الضبالثلاث $(O'H')//(OF)$

نجد:

$\frac{E'O'}{EO} = \frac{E'H'}{EH} = \frac{O'H'}{OF} = \frac{1}{2}$ (I)

ومنه أيضاً:

$\frac{E'O'}{EF} = \frac{E'H'}{EG'} = \frac{O'H'}{FG'} = \frac{1}{2}$

وبالمقارنة نجد:

$\frac{O'H'}{OF} = \frac{E'H'}{EG'} \Rightarrow$

$[O'H'] \times [FG'] = [OH] \times [OF]$

(c) كما هو لنا في (I) المثلث $E'H'O'$ وهو مصغر عن المثلث EFO بنسبة تصغير $\frac{1}{2}$ ... بالتالي المثلث $E'H'O'$ مكبر عن المثلث EFO بنسبة تكبير $k=2$ (معكوس نسبة التصغير) أي قم بكتابة النسب عن

أضرب بالنسبة المعطاة أو الناتجة

لنحسب مساحة المثلث EOF حيث $OH=3$ ارتفاع فيه

$S(EOF) = \frac{[EF] \times [OH]}{2} = \frac{8 \times 3}{2} = 12\,cm^2$

ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه:

$\frac{S(EOF)}{S(E'O'H)} = k^2$ $\Rightarrow$ كبير / صغير — تكبير

$\frac{12}{S(E'O'H)} = 4 \Rightarrow S(E'O'H) = 3\,cm^2$

نهاية حل النموذج الثالث

تنويه: في المسألة الأخيرة:

الدافع لكتابة كل هذا الشرح في الأعلى هو التوضيح لكي تفهم مراحل الربط بين الخطوات، فقط اكتب القاعدة التي تستند عليها وتوفر جهدك.

النموذج الرابع

وهو الامتحان النصفي الموحد لدورة **2018**
مع الحل المفصل له

الوحدات المستهدفة :
الوحدات الثلاثة الأولى من كتاب الجبر ،
بالإضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الرابعة

أ.ماهر بربر

الوحد الأولى والثانية من كتاب الهندسة ،
بالاضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الثالثة

المدة المسموحة للانتهاء من
الحل : ساعتان

حاول التأقلم مع عامل ضغط الوقت قبل موعد
الامتحان بحل أكبر عدد ممكن من النماذج ضمن
مدة زمنية لاتتجاوز الساعتين لكل نموذج

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و 40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري:

A	0.75	B	0.3	C	0.4

2) قيمة x في التناسب: $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x}{\sqrt{12}}$ هي:

A	2	B	6	C	$\sqrt{3}$

3) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو:

A	$\frac{13}{9}$	B	$\frac{13}{7}$	C	$\frac{39}{21}$

4) إذا كانت $\tan A = 1$ فإن قياس الزاوية A هو:

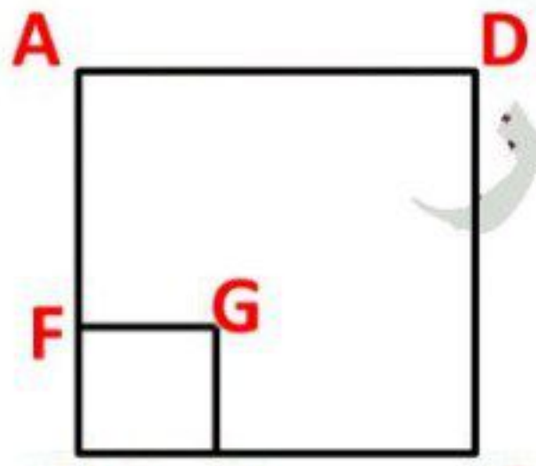
A	60°	B	30°	C	45°

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كلٍّ من القضايا الأربع الآتية:

1) إذا كانت B زاوية حادّة وكان $\sin 50^\circ = \cos B$ فإن قيمة B هي 40° .

2) قيمة A حيث $A=\frac{2^3\times 5^2\times 7}{2^2\times 5\times 7}$ هي 70.

في الشكل المرسوم جانباً:



لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

3) إذا كان طول $BK=2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6 .

4) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

احسب كلاً مما يأتي: $C=\sqrt{8}+4\sqrt{12}$, $B=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$, $A=(\sqrt{7}+2)^2$.

التمرين الثاني:

لدينا المتراجحة $3x+7\le -8$ والمطلوب:

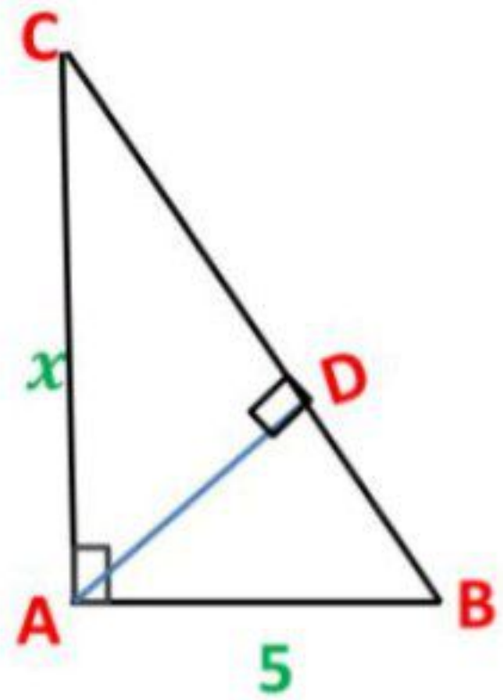
1) أيّ من الأعداد الآتية: -6 , -4 حل لهذه المتراجحة.

2) حل هذه المتراجحة ثمّ مثل حلولها على مستقيم الأعداد.

التمرين الثالث:

ABC مثلث قائم في A فيه: $CB\perp AD$

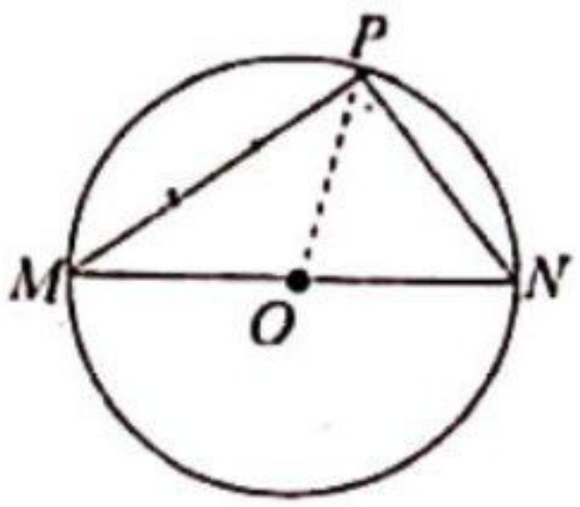
$AB=5$, $AC=x$ و $BC=x+1$. المطلوب:



1) احسب قيمة x .

2) احسب $\cos B$ من المثلث ABD

3) احسب $\cos B$ من المثلث ABC واستنتج $AB^2=CB\times BD$.



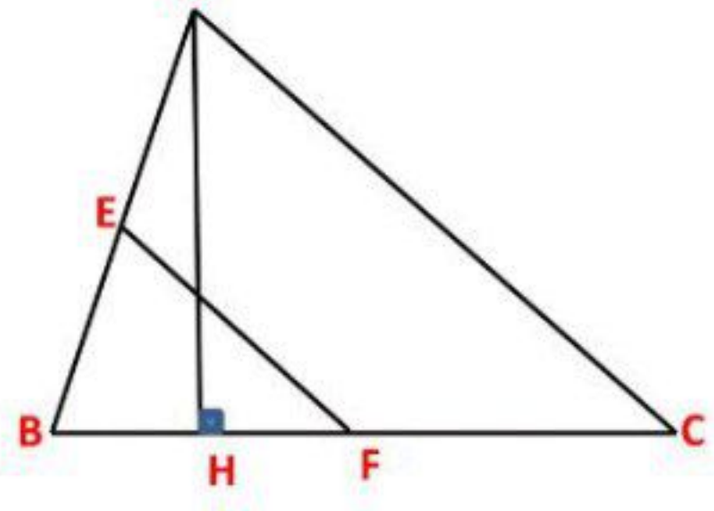
التمرين الرابع: في الشكل المجاور الدائرة C مركزها O وطول قطرها $[MN]$ يساوي 8 و P نقطة تحقق $\widehat{PN}=\frac{1}{3}\widehat{MN}$.

1) أثبت أن $\widehat{PN}=60^\circ$.

2) احسب قياسات زوايا المثلث PNM

3) احسب الطول PM

التمرين الخامس: في الشكل المجاور :



$[AH]$ارتفاع في المثلث ABC ، النقطة E منتصف $[AB]$ والنقطة Fمنتصف $[BC]$ ، إذا كان $BC=6$ و $AB=2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $A\hat{B}C=60^\circ$ **المطلوب:**

1) اثبت أن EF يوازي AC .

2) إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث BCA، واستنتج معامل التصغير.

3) إذا علمت أنّ مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S=\frac{1}{2}[AB]\times[BC]\times\sin B$

احسب S مساحة المثلث ABC واستنتج طول الارتفاع AH.

ثالثاً: حل المسالتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: زارت مها وسومن مؤسسة استهلاكية لبيع الأدوات المدرسية واشترت مها (مسطرتين وخمسة أقلام بمبلغ 600 ليرة سورية) واشترت سومن (أربعة مساطر وثلاثة أقلام بمبلغ 500 ليرة سورية) ، إذا رمزنا إلى سعر المسطرة بـ x وإلى سعر القلم بـ y كانت المعادلة المعبرة عما اشترته مها بدلالة x و y هي:

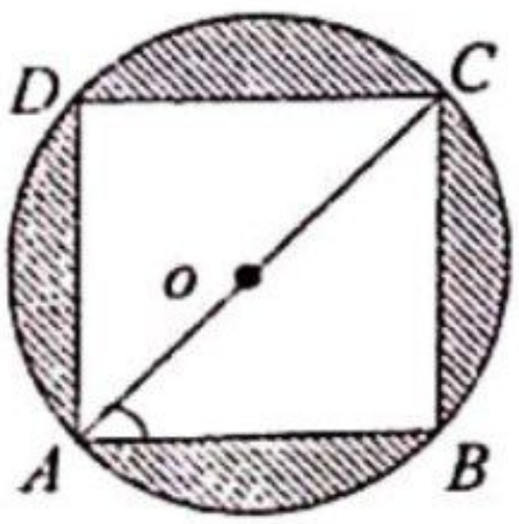
$2x+5y=600$ والمطلوب:

1) اكتب المعادلة المعبّرة عما اشترته سومن بدلالة x و y .

2) احسب سعر كلّ من المسطرة والقلم بحل جملة المعادلتين.

3) استنتج سعر أربعة مساطر و عشرة أقلام.

المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً:



$ABCD$ مربع مرسوم داخل دائرة مركزها O وطول ضلعه $AB=x$

1) احسب طول قطره AC بدلالة x.

2) احسب قياس القوس $\widehat{CB}$ واحسب $\tan B\hat{A}C$

3) احسب مساحة الدائرة بدلالة x.

4) لنرمز بالرمز S لمساحة المنطقة المظللة، أثبت أن:

$S=x^2(\frac{\pi-2}{2})$ ، ثمّ احسب قيمة x إذا علمت أن $S=(\pi-2)$

السؤال الأول : في كل سمايأتي إجابة صحيحة واحدة من ثلاث إجابات مقترحة اكتبها :

1) يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري :

❶	❷	❸
0.75	0.3	0.4

2) قيمة x في التناسب $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\sqrt{12}}$ هي :

❶	❷	❸
2	6	$\sqrt{3}$

3) الكسر المختزل للعدد $\frac{117}{63}$ هو :

❶	❷	❸
$\frac{13}{9}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{39}{21}$

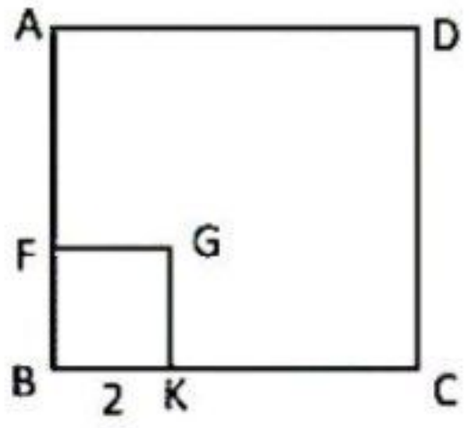
4) إذا كانت $\tan A = 1$ فإن قياس الزاوية A هو :

❶	❷	❸
60^o	30^o	45^o

السؤال الثاني : في كل سما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الأتية :

1) إذا كانت B زاوية حادة وكان $\sin 50^o = \cos B$ فإن قيمة B هي 40^o . (صح)
2) قيمة $A = \frac{2^3 \times 5^2 \times 7}{2^2 \times 5 \times 7}$ هي 70 . (خطأ)

في الشكل المرسوم جانباً : لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$ عندئذ :



3) إذا كان طول $BK = 2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6. (صح)
4) نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$. (خطأ)

ثانيا : حل التمارين الخمسة الاتية :

التمرين الاول :

احسب كلاً مما يأتي : $A = (\sqrt{7}+2)^2 , B = (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) , C = \sqrt{8}+4\sqrt{12}$

❶ $A = (\sqrt{7}+2)^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + (2)^2 = 7 + 4\sqrt{7} + 4 = 11 + 4\sqrt{7}$

❷ $B = (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$

❸ $C = \sqrt{8}+4\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 2} + 4 \times \sqrt{4 \times 3} = 2 \times \sqrt{2} + 4 \times 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 8\sqrt{3}$

التمرين الثاني :

لدينا المتراجحة $3x + 7 \leq -8$ والمطلوب :

1) أي من الأعداد الآتية $-6 , -4$ حل لهذه المتراجحة .
2) حل هذه المتراجحة ثم مثل حلولها على مستقيم الأعداد .

الحل:

1) من اجل $x = -4$ نجد أن :

$L = 3(-4) + 7 = -12 + 7 = -5 \quad ,R = -8 \quad \Rightarrow L \nleq R \Rightarrow x = -4$ ليس حلا

من اجل $x = -6$ نجد أن :

$L = 3(-6) + 7 = -18 + 7 = -11 \quad ,R = -8 \quad \Rightarrow L \leq R \Rightarrow x = -6$ حل

2) لحل المتراجحة :

$3x + 7 \leq -8 \Rightarrow 3x \leq -8 - 7 \Rightarrow 3x \leq -15 \Rightarrow x \leq -5$

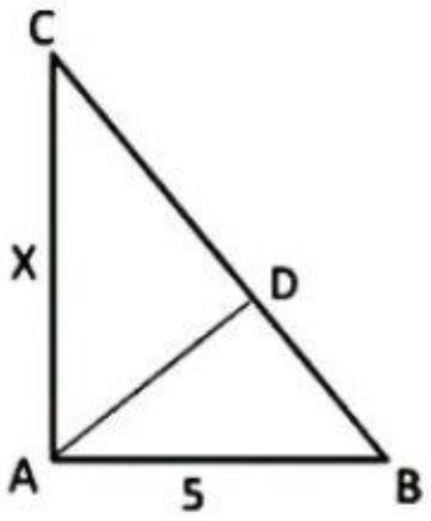
$\Rightarrow x \epsilon]-\infty, -5]$



التمرين الثالث :

ABC مثلث قائم في A فيه $(CB) \perp (AD)$ ، $BC = x + 1$, $AC = x$, $AB = 5$ والمطلوب :

1) احسب قيمة x .
2) احسب $\cos B$ من المثلث ABD.
3) احسب $\cos B$ من المثلث ABC واستنتج أن $AB^2 = CB \times BD$.



أ.ماهر بربر

الحل :

1) حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد :

$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2 \Rightarrow (5)^2 + (x)^2 = (x + 1)^2 \Rightarrow 25 + x^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow 25 = 2x + 1$

$\Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow BC = 13 \, , AC = 12$

2) $\cos B = \frac{\text{طول الضلع المجاورة}}{\text{طول الوتر}} = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{5}$

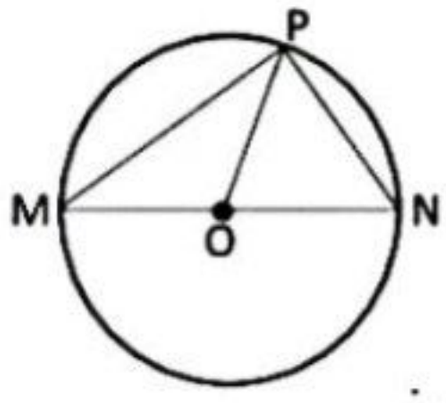
3) $\cos B = \frac{\text{طول الضلع المجاورة}}{\text{طول الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$ وبالتالي وبالإستفادة من عبارة $\cos B$ السابقتين نجد أن :

$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow$ حسب خاصية الجداء التقاطعي $\Rightarrow AB^2 = BC \times BD$

التمرين الرابع :

في الشكل المجاور الدائرة C مركزها O ، وطول قطرها $[MN]$ يساوي 8 ، و P نقطة تحقق $\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$ والمطلوب :

1) أثبت أن $\widehat{PN} = 60^o$.
2) احسب قياسات زوايا المثلث PNM.
3) احسب الطول PM.



الحل :

1) بما أن $[MN]$ قطر في الدائرة فإن $\widehat{NM} =$ قوس نصف الدائرة $= 180^o$ ولدينا $\widehat{PN} = \frac{1}{3}\widehat{MN}$ وبالتالي :

$\widehat{PN} = \frac{1}{3} \times 180^o = 60^o$ وبالتالي $\widehat{MP} = 180^o - \widehat{PN} = 180^o - 60^o = 120^o$.

2) إن $\widehat{NMP}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{PN}$ وبالتالي $\widehat{NMP} = 30^o$

وكذلك فإن $\widehat{MNP}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{PM}$ وبالتالي $\widehat{MNP} = 60^o$

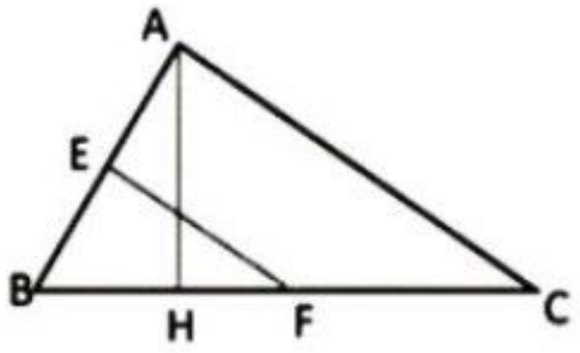
كما أن $\widehat{MPN}$ زاوية محيطية تحصر القوس $\widehat{MN}$ وبالتالي $\widehat{MPN} = 90^o$.

☜ (لأن الزاوية المحيطية تقاس بنصف قياس القوس التي تحصرها)

3) $\sin \widehat{MNP} = \frac{MP}{MN} \Longrightarrow \sin 60^o = \frac{MP}{8} \Longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MP}{8} \Longrightarrow MP = \frac{8\times\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

التمرين الخامس :

في الشكل المجاور : $[AH]$ ارتفاع في المثلث ABC ، النقطة E منتصف $[AB]$ والنقطة F منتصف $[BC]$ ، إذا كان $BC = 6$ و $AB = 2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $ABC = 60^o$ المطلوب :



1) أثبت أن (EF) يوازي (AC).
2) إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث ABC ، استنتج معامل التصغير .
3) إذا علمت ان مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B$
احسب S مساحة المثلث ABC واستنتج طول الارتفاع AH.

الحل :

1) $(EF) \parallel (AC) \Longrightarrow$ حسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث $\Longrightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} \Longrightarrow \frac{\frac{BE}{BA} = \frac{BE}{2\times BE} = \frac{1}{2}}{\frac{BF}{BC} = \frac{BF}{2\times BF} = \frac{1}{2}}$

2) بما أن $(EF) \parallel (AC)$ فالمثلثان BFE, ABC متشابهان ويكون BFE تصغير لـ ABC ويكون معامل التصغير يساوي $\frac{1}{2}$.

3) $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 \times \sin 60^o = \frac{1\times2\sqrt{3}\times6\times\sqrt{3}}{2\times2} = \frac{18}{2} = 9$

لدينا $S = \frac{1}{2} \times BC \times AH \Longrightarrow 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times AH \Longrightarrow AH = \frac{9}{3} = 3$

ثالثا : حل المسائلتين الاتيتين :

المسألة الاولى: زارت مها وسومن مؤسسة استهلاكية لبيع الادوات المدرسية واشترت مها (مسطرتين وخمسة اقلام بمبلغ 600 ليرة سورية) واشترت سومن (أربعة مساطر وثلاثة أقلام بمبلغ 500 ليرة سورية) ، إذا رمزنا إلى سعر المسطرة بـ x وإلى سعر القلم بـ y كانت المعادلة الجبرية المعبرة عما اشترته مها بدلالة x, y هي $2x + 5y = 600$ والمطلوب :

1) اكتب المعادلة المعبرة عما اشترته سومن بدلالة x, y.
2) احسب سعر كل من المسطرة والقلم بحل جملة المعادلتين .
3) استنتج سعر أربعة مساطر وعشرة اقلام .

الحل :

1) $4x + 3y = 500$

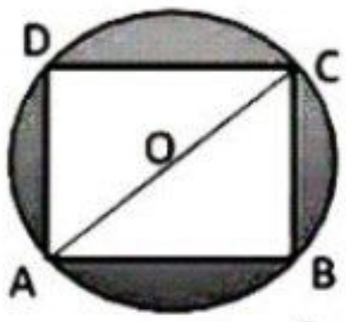
2) $\Longrightarrow$ بضرب المعادلة الثانية بـ2 $\Longrightarrow$ $\begin{matrix} 2x + 5y = 600 \ldots ❶ \\ 4x + 3y = 500 \ldots ❷ \end{matrix}$ $\Longrightarrow$ $\begin{matrix} 4x + 10y = 1200 \ldots ❶' \\ 4x + 3y = 500 \ldots ❷ \end{matrix}$ $\Longrightarrow ❶' - ❷ \Longrightarrow$

$7y = 700 \Longrightarrow y = \frac{700}{7} = 100 \Longrightarrow ❶ \Longrightarrow 2x + 5(100) = 600 \Longrightarrow 2x = 600 - 500 \Longrightarrow$

$2x = 100 \Longrightarrow x = 50$

وبالتالي سعر المسطرة الواحدة يساوي $x = 50\ S.P$ وسعر القلم الواحد يساوي $y = 100\ S.P$

3) $4x + 10y = 4(50) + 10(100) = 200 + 1000 = 1200\ S.P$



المسألة الثانية : في الشكل المرسوم جانباً مربع داخل دائرة مركزها O وطول ضلعه $AB = x$.

1) احسب طول قطره $[AC]$ بدلالة x.
2) احسب قياس القوس $\widehat{CB}$ واحسب $\tan B\hat{A}C$.
3) احسب مساحة الدائرة بدلالة x.
4) لنرمز بالرمز S لمساحة المنطقة المظللة ، أثبت أن $S = x^2(\frac{\pi-2}{2})$ ، ثم احسب قيمة x إذا علمت أن $S = \pi - 2$.

الحل :

1) بما أن المثلث ABC قائم الزاوية عند B وتره $[AC]$ يكون حسب مبرهنة فيثاغورث :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Longrightarrow x^2 + x^2 = AC^2 \Longrightarrow AC^2 = 2x^2 \Longrightarrow AC = \sqrt{2} \times x \Longrightarrow AC = \sqrt{2}x$$

2) إن قياس الزاوية $C\hat{A}B = 45^o$ لأن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين . كما أن الزاوية $C\hat{A}B$ محيطية تحصر القوس $\widehat{CB}$ فيكون $\widehat{CB} = 2 \times C\hat{A}B = 2 \times 45^o = 90^o$.

$$\tan B\hat{A}C = \frac{\text{طول الضلع المقابلة}}{\text{طول الضلع المجاورة}} = \frac{BC}{BA} = \frac{x}{x} = 1 \quad \textbf{or} \quad \tan B\hat{A}C = \tan 45^o = 1$$

3) مساحة الدائرة $= \pi \times (\frac{AC}{2})^2 = \pi \times (\frac{\sqrt{2}x}{2})^2 = \pi \times \frac{2x^2}{4} = \frac{\pi x^2}{2}$

4) $S =$ مساحة الدائرة $-$ مساحة المربع $= \frac{\pi x^2}{2} - x^2 = \frac{\pi x^2 - 2x^2}{2} = \frac{x^2(\pi-2)}{2}$

وعندما $S = \pi - 2$ يكون $\frac{x^2}{2} = 1$ ومنه $x^2 = 2$ أي $x = +\sqrt{2}$ مقبول أو $x = -\sqrt{2}$ مرفوض.

أ. ماهر بربر

انتهت الإجابات

يوجد العديد من الطرق الأخرى الصحيحة ، وكلها ستكون واردة في سلم التصحيح.

النموذج الخامس

وهو نموذج تدريبي صدر في محافظة حماه وقمت بإعادة تنسيقه وحله

الوحدات المستهدفة :
الوحدات الثلاثة الأولى من كتاب الجبر ، بالإضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الرابعة

أ.ماهر بربر

الوحد الأولى والثانية من كتاب الهندسة ، بالاضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الثالثة

المدة المسموحة للانتهاء من الحل : ساعتان

حاول التأقلم مع عامل ضغط الوقت قبل موعد الامتحان بحل أكبر عدد ممكن من النماذج ضمن مدة زمنية لاتتجاوز الساعتين لكل نموذج

جبر الوحدات الثلاثة الأولى + د1 من الوحدة الرابعة.

هندسة الوحدتين الأولى والثانية + د1 من الثالثة.

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين.

السؤال الأول : في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها : $4 \times 15 = 60$

1	المثلث ABC تكبير للمثلث EFG ، فنسبة التكبير k هي نفسها حل المعادلة :				
A	$2x+3=4$	B	$2x+3=5$	C	$2x+3=6$
2	العدد : $\frac{3\sqrt{4}}{5}$ هو عدد :				
A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح
3	إذا كان $\sin A = \cos B$ فإن :				
A	$A=B$	B	$A=90-B$	C	$A=B-90$
4	أحد حلول المعادلة : $2x+3y=1$ هو الثنائية :				
A	$(-1\ ,\ 2)$	B	$(2\ ,-1)$	C	$(13\ ,-9)$

السؤال الثاني : في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ : $4 \times 10 = 40$

1) A و B و C و D أربع نقاط من دائرة واحدة ، AC قطر في الدائرة ، إذن : $A\hat{B}C = A\hat{D}C$.

2) ظل الزاوية الحادة في المثلث القائم والمتساوي الساقين هو $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3) إذا كانت نسبة التشابه $0 < k < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير.

4) $x^2 - 10x + 25$ هو مربع عدد أياً كان العدد x

ثانياً : حل التمارين الخمس الآتية: ($5 \times 60 = 300$ درجة)

التمرين الأول :

لدينا المقدار $E = (3x+2)^2 - (3x+2)(x+7)$ والمطلوب :

1) انشر واختزل E .

2) احسب قيمة E عندما $x = \frac{1}{2}$.

3) حل المعادلة $E = 0$.

التمرين الثاني :

أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين الآتيتين :

$$\begin{cases} x+y=13 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$

التمرين الثالث :

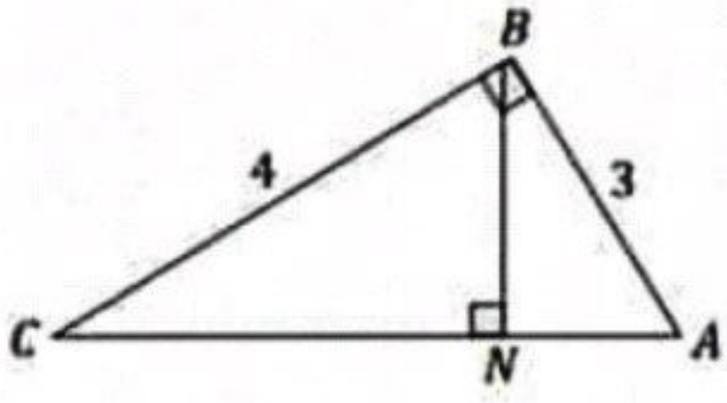
$ABCD$ متوازي أضلاع ، فيه : $AB = \sqrt{125} + \sqrt{112}\ cm$ ، $BC = \sqrt{45} - \sqrt{28} + 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\ cm$

والمطلوب :

1) برهن أن الشكل $ABCD$ معين .

2) احسب محيط الشكل .

التمرين الرابع :



في الشكل المرسوم جانباً :

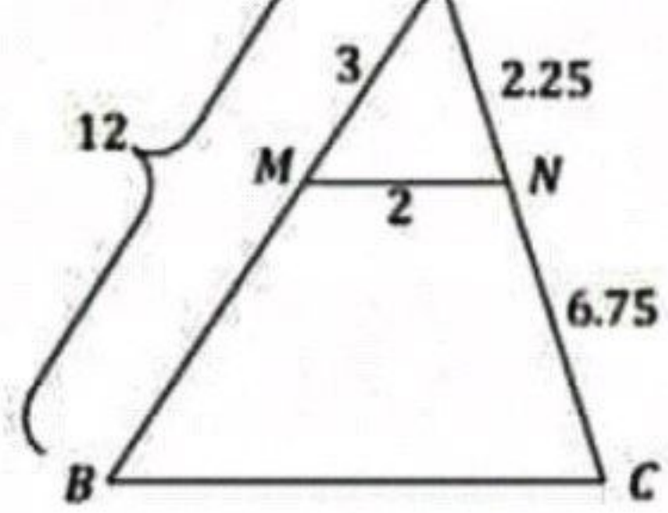
ABC مثلث قائم الزاوية في $\hat{B}$ فيه : $AB = 3$, $CB = 4$ ،

BN ارتفاع متعلق بالوتر AC ، والمطلوب :

1) احسب AC .

2) احسب $\sin \hat{A}$ واستنتج طول BN .

التمرين الخامس :



في الشكل المرسوم جانباً :

$AM = 3$, $AB = 12$, $AN = 2.25$, $NC = 6.75$

والمطلوب :

1) أثبت أن $(MN) \parallel (BC)$.

2) بفرض $(MN) \parallel (BC)$ ، $MN = 2$ ، احسب BC .

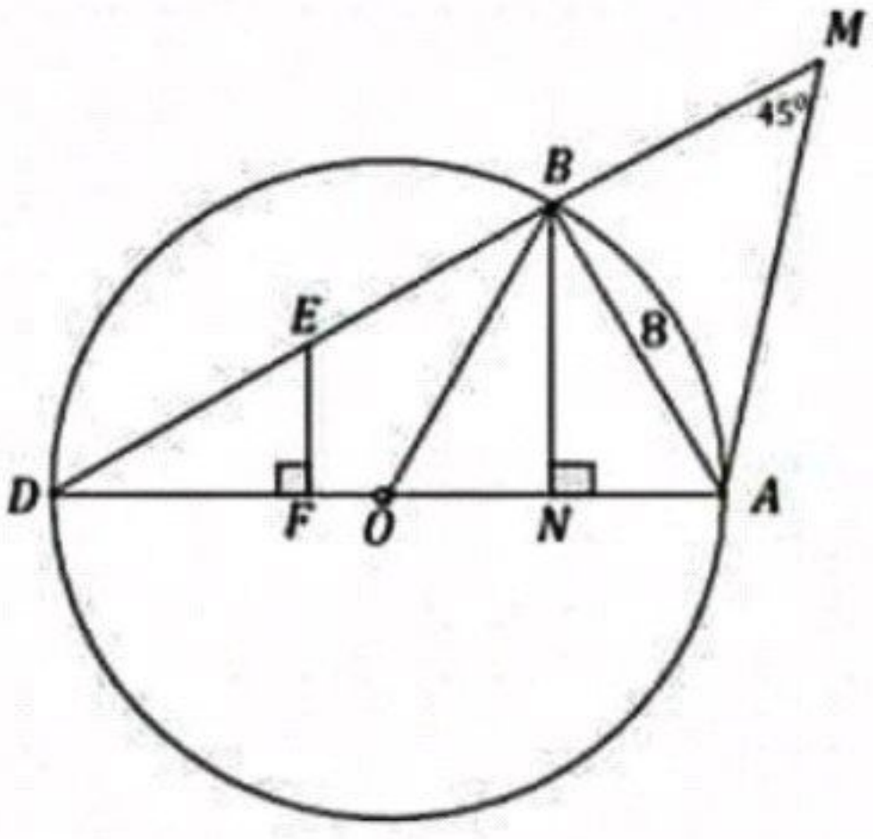
ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين: (2 × 100 = 200 درجة)

أ.ماهر بربر

المسألة الأولى :

أوجد عددين طبيعيين زوجيين متتاليين الفرق بين مربعيهما 28 .

المسألة الثانية :



في الشكل المرسوم جانباً :

دائرة C مركزها O ، قطرها $AD = 16$ ، $AB = 8$

$B\hat{M}A = 45^0$ ، والمطلوب :

1) ما نوع المثلث ABD مع التعليل .

2) استنتج قياس الزاوية $B\hat{A}D$.

3) ما نوع المثلث AOB .

4) استنتج AN واحسب BN .

5) استنتج BM .

6) أثبت أن المثلثين DBN , DEF متشابهين .

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

مديرية التربية في محافظة حماه

سلم تصحيح النموذج

ملاحظات عامة :

1) في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يلي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال	نوع السؤال
1	الأول	أولاً : السؤال الأول + السؤال الثاني	إجباري
2	الثاني	ثانياً : (التمرين الأول)	إجباري
3	الثالث	ثانياً : (التمرين الثاني)	إجباري
4	الرابع	ثانياً : (التمرين الثالث)	إجباري
5	الخامس	ثانياً : (التمرين الرابع)	إجباري
6	السادس	ثانياً : (التمرين الخامس)	إجباري
7	السابع	ثالثاً : (المسألة الأولى)	إجباري
8	الثامن	ثالثاً : (المسألة الثانية)	إجباري

2) يحذف درجتان لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3) إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد القيام بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات.

4) لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي.

5) إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلم بشرط ألا يؤدي هذا الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه.

6) إذا أجاب الطالب على موقف غير وارد في السلم، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات وتعميمها.

7) يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة .

8) إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

9) إذا لم يجب الطالب عن سؤال ما، تكتب (إلى جانب السؤال) العبارة (صفر السؤال .....**غير موجود**).

10) تسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً .

$4 \times 15 = 60$ *for* 1

السؤال الأول

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	C أو $2x + 3 = 6$	15
2	A أو عادي	15
3	B أو $A = 90 - B$	15
4	B أو $(2, -1)$	15
	المجموع	60

$4 \times 10 = 40$ *for* 2

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	صح	10
2	خطأ	10
3	صح	10
4	صح	10
		40

أ.ماهر بربر

السؤال الثاني

ثانياً : (درجة 60)

التمرين الأول:

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	نشر المطابقة	5 + 5
2	نشر ذي الحدين	5 + 5
3	الوصول إلى $6x^2 - 11x - 10$	5 + 5 + 5
4	تعويض قيمة x والوصول إلى الناتج $E = -14$	10
5	تعويض $E = 0$	5
6	حل المعادلة والوصول إلى $\{\frac{5}{2}, \frac{-2}{3}\}$	5 + 5
	المجموع	60

ثانياً : **السؤال الثالث** (درجة 60)

التمرين الثاني :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	من إحدى المعادلتين الوصول إلى معادلة جديدة	5 + 5
2	تعويض المعادلة الناتجة في المعادلة الأخرى	5
3	النشر	5 + 5 + 5
4	النقل مع تغير الإشارة	5 + 5
5	الوصول إلى أحد المجهولين	5
6	إيجاد المجهول الآخر	5
7	كتابة الحل المشترك بصيغة ثنائية	5 + 5
المجموع		60 درجة

أ.ماهر بربر

ثانياً : **السؤال الرابع** (درجة 60)

التمرين الثالث :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	حساب AB بشكل مبسط	5 + 5
2	حساب BC بشكل مبسط	5 + 5 + 5 + 5
3	ملاحظة $AB = BC$ ، فالشكل معين	5 + 5
4	قانون المحيط	10
5	التعويض و الناتج	10
المجموع		60 درجة

ثانياً : **السؤال الخامس** **(درجة 60)**

التمرين الرابع :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	حسب مبرهنة فيثاغورث	5 + 5
2	التعويض والوصول إلى $AC = 5$	10
3	حساب $\sin \hat{A}$	10
4	حساب $\sin \hat{A}$ في المثلث ANB	10
5	التساوي بين العلاقتين	5 + 5
6	استنتاج BN من علاقة التساوي	5 + 5
	المجموع	60 درجة

ملاحظات :

1) في الخطوات 1 و 2 إذا أعطى الطالب الناتج مباشرة ينال الدرجات المخصصة للخطوات كاملة .

2) في الخطوات 4 و 5 و 6 إذا أوجد الطالب مساحة المثلث بطريقتين واستنتج BN ينال الدرجات المخصصة للخطوات المذكورة كاملة .

ثانياً : **السؤال السادس** **(درجة 60)**

التمرين الخامس :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	حساب $\frac{AM}{AB}$	5
2	حساب $\frac{AN}{AC}$	5
3	استنتاج التساوي : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$	5 + 5
4	وحسب مبرهنة عكس النسب الثلاث ، نستنتج	5 + 5
5	حسب مبرهنة النسب الثلاث	5 + 5
6	التعويض	5 + 5
7	حساب BC	5 + 5
	المجموع	60 درجة

ثالثاً :

السؤال السابع

(100 درجة)

المسألة الأولى :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	فرض أحد العددين ، واستنتاج العدد الأخر	5 + 10
2	مربع الصغير ، مربع الكبير	5 + 5
3	تشكيل المعادلة	5 + 5 + 5 + 5
4	فك المطابقة	5+ 5 + 5
5	الوصول إلى معادلة من الدرجة الأولى	10 + 10
6	حل المعادلة ، إيجاد أحد العددين	10
7	إيجاد العدد الأخر	10
	المجموع	100 درجة

ثالثاً :

السؤال الثامن

(100 درجة)

المسألة الثانية :

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	قائم + التعليل	5 + 5
2	ملاحظة أن : $\hat{D} = 30^0$ + التعليل	5 + 10
3	استنتاج $B\hat{A}D = 60^0$	5
4	متساوي الأضلاع + التعليل	10 + 5
5	$AN = 4$ + التعليل	10 + 5
6	حساب BN باستعمال النسب المثلثية	5 + 5 + 5
7	$BM = 8$ + التعليل	5 + 5
8	استنتاج $(BN) \parallel (EF)$ + التعليل	5 + 5
9	من التوازي: أضلاع المثلثين DBN , DEF متناسبة ، فالمثلثين متشابهين	5
	المجموع	100 درجة

نهاية سلم التصحيح

الحل المفصل للنموذج الرابع

أولاً:

- السؤال الأول:

1) نسبة التكبير k هي نقيض حل إحدى المعادلات، أي يجب أن نختار المعادلة التي حلها $x=k>1$ وهي الإجابة C حيث:

$$2x+3=6 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}>1$$

2) $\frac{3\sqrt{4}}{5}=\frac{3(2)}{5}=\frac{6}{5}$

عدد عادي، الإجابة A.

3) هذه المساواة تحققة $\sin A=\cos B$ عندما تكون $\hat{A}, \hat{B}$ زاويتان متتامتان أي مجموعهما $90°$ وهذه الإجابة B

$$A=90°-B$$

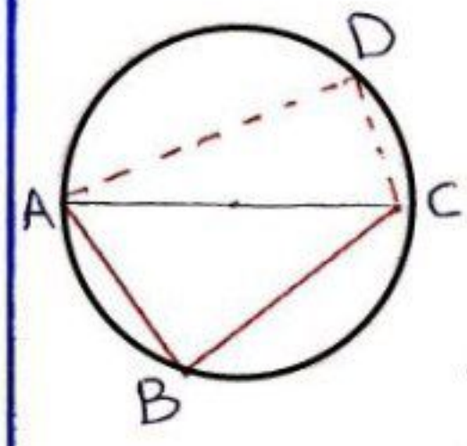
4) معادلة مستقيم $2x+3y=1$

(من الدرجة الأولى بمجهولين) تقبل الثنائية (x,y) حلاً إذا كانت تحقق، وهي الثنائية $(2,-1)$ الإجابة B حيث:

$$2(2)+3(-1)\stackrel{?}{=}1 \Rightarrow 4-3\stackrel{?}{=}1$$

ومنه $1=1$ محققة.

- السؤال الثاني:



1) $A\hat{B}C=90°$

$A\hat{D}C=90°$

محيطيتان وكل منهما تحصر قوساً نصف الدائرة

(سواءً أكانت القطتين B، D بجهة واحدة أو بجهتين مختلفتين) فالقضية صحيحة.

2) في المثلث القائم والمتساوي الساقين قياس الزاويتين الحادتين $45°$ ونعلم أن $\tan 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$ فالقضية خاطئة

3) $0<k<1$ يؤول الشابه إلى تصغير الشكل، القضية صحيحة

4) المقدار الجبري $x^2-10x+25$ نحلل باستخدام المطابقة $(x-y)^2$ كما يلي:

$(x-5)^2$ فهو مربع كامل فالقضية صحيحة

ثانياً:

- التمرين الأول:

$$E=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)$$

1) $E=9x^2+12x+4-3x^2-21x-2x-14$

$=6x^2-11x-10$

2) $x=\frac{1}{2} \Rightarrow$ نعوض في عبارة E الأساسية أو عبارة E بعد النشر.

لا مفر لنا من الأسهل لنا التعويض في عبارة E بعد النشر:

$$E\left(\frac{1}{2}\right)=6\left(\frac{1}{2}\right)^2-11\left(\frac{1}{2}\right)-10$$

$$=6\left(\frac{1}{4}\right)-\frac{11}{2}-10$$

$$=\frac{6}{4}-\frac{22}{4}-\frac{40}{4}$$

$$=\frac{-56}{4}=-14$$

3) $E=0 \Rightarrow$ هنا لابد من التعويض في عبارة E الأساسية (التحليل) مع ملاحظة أننا بإمكاننا إخراج $(3x+2)$ كعامل مشترك.

$$E=0 \Rightarrow (3x+2)^2-(3x+2)(x+7)=0 \Rightarrow$$

$$(3x+2)(3x+2-x-7)=0 \Rightarrow$$

$$(3x+2)(2x-5)=0 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{إما } 3x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}\\ \text{أو } 2x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$S=\left\{-\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right\}$$

أ. ماهر بربر

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} x+y=13 \quad \text{-----(1} \\ 2x+y=5 \quad \text{-----(2} \end{cases}$$

تستطيع الحل بإحدى الطريقتين:

* **الطريقة الأولى بالتعويض:**

من (1) نجد: $x+y=13 \Rightarrow x=13-y$ ---(3)

نعوض في (2) نجد:

$$2(13-y)+y=5 \Rightarrow$$

$$26-2y+y=5 \Rightarrow y=21$$

نعوض في (3) نجد:

$$x=13-21 \Rightarrow x=-8$$

وهذه الثنائية $(x,y)=(-8,21)$ هي الحل.

أو: بالطريقة الثانية بالجمع:

نضرب طرفي المعادلة (1) بـ -1 ونجمع مع (2)

$$\left.\begin{matrix} -x-y=-13 \\ 2x+y=5 \end{matrix}\right\} \xrightarrow[\text{نجد}]{\text{بالجمع}}$$

$$x=-8$$

نعوض في (1) نجد:

$-8+y=13 \Rightarrow y=21$ وهذه الثنائية

$(-8,+21)$ هي الحل.

التمرين الثالث:

1) $AB=\sqrt{125}+\sqrt{112}$ cm

$$=\sqrt{25\times5}+\sqrt{16\times7}=5\sqrt{5}+4\sqrt{7}\text{ cm}$$

$$Bc=\sqrt{45}-\sqrt{28}+6\sqrt{7}+2\sqrt{5}\text{ cm}$$

$$=\sqrt{9\times5}-\sqrt{4\times7}+6\sqrt{7}+2\sqrt{5}$$

$$=3\sqrt{5}-2\sqrt{7}+6\sqrt{7}+2\sqrt{5}$$

$$=5\sqrt{5}+4\sqrt{7}\text{ cm}$$

ABCD متوازي أضلاع فيه ضلعين متجاورين متساويين $AB=Bc$ فهو معين

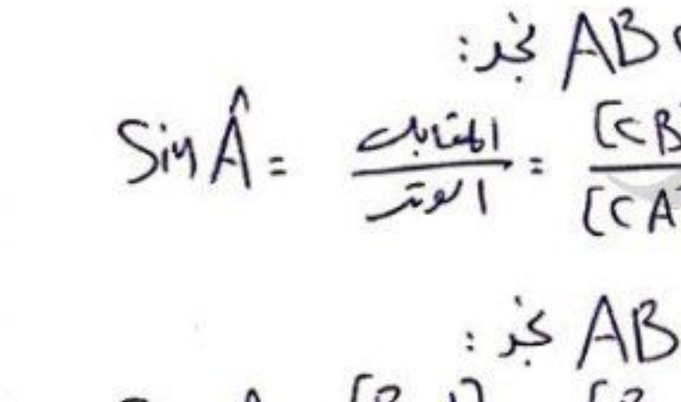
2) أطوال أضلاع المعين متساوية ومحيطه:

$$P_{ABCD}=4\ell\ ;\ \ell=5\sqrt{5}+4\sqrt{7}\text{ cm}$$

$$=4(5\sqrt{5}+4\sqrt{7})\Rightarrow$$

$$P_{ABCD}=20\sqrt{5}+16\sqrt{7}\text{ cm}$$

التمرين الرابع:



1) حساب الوتر [AC] في المثلث القائم ABC نجد:

$$[AC]^2=[AB]^2+[BC]^2$$

$$=9+16=25\Rightarrow$$

$$AC=5$$

2) من المثلث القائم ABC نجد:

$$\sin\hat{A}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{[CB]}{[CA]}=\frac{4}{5}$$

من المثلث القائم ABN نجد:

$$\sin\hat{A}=\frac{[BN]}{[BA]}=\frac{[BN]}{3}$$

مما سبق نجد:

$$\underbrace{\sin\hat{A}}=\frac{4}{5}$$

$$\frac{[BN]}{3}=\frac{4}{5}\Rightarrow$$

$$[BN]=\frac{12}{5}$$

طلب إضافي:

أثبت أن $B\hat{A}c=c\hat{B}N$.

- في المثلث القائم ABC:

$B\hat{A}c$ متممة للزاوية $B\hat{c}A$ أي متممة للزاوية $B\hat{c}N$

- في المثلث القائم BcN:

$c\hat{B}N$ متممة للزاوية $B\hat{c}N$، أي أن

$$B\hat{A}c=c\hat{B}N$$

أ.ماهر بربر

- التمرين الخامس:

1) لكي يكون $(MN)\parallel(Bc)$ يجب أن تتحقق المساواة:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$$

$$\left.\begin{array}{l}\bigstar\ \dfrac{AM}{AB}=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}\\ \bigstar\ \dfrac{AN}{AC}=\dfrac{2.25}{9}=\dfrac{1}{4}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}$ وبما أن النقاط

A، M، B على القاطع AB، منجزة بالترتيب مع

A، N، C " " AC، فإن:

$(MN)\parallel(Bc)$ حسب مبرهنة النسب

الثلاث العكسية.

2) $(MN)\parallel(Bc)$ فحسب مبرهنة النسب

الثلاث في المثلثين AMN، ABC نجد:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\underbrace{\frac{1}{4}}$$

من الطلب السابق

$$\frac{MN}{Bc}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{2}{BC}=\frac{1}{4}\Rightarrow BC=8$$

ثالث:

- المسألة الأولى:

2، 4، 6، 8، ... (+2، +2، +2)

نفرض العدد الزوجي الأول هو x

فيكون العدد الزوجي الثاني $2+x$

(كل عدد زوجي يزيد على سابقه بمقدار 2)

وحسب الفرض: الفرق بين مربعيهما 28

$$(2+x)^2-x^2=28$$

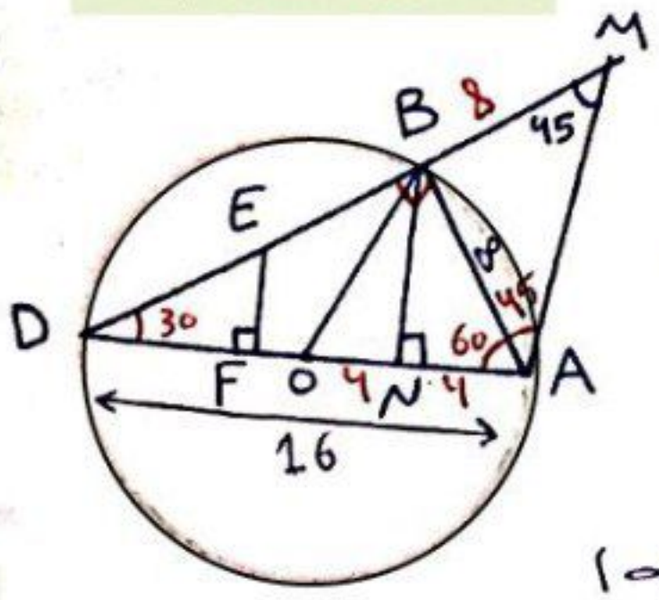
$$4+4x+x^2-x^2=28\Rightarrow$$

$4x=24\Rightarrow x=6$ وهو العدد الزوجي الأول

فيكون العدد الزوجي الثاني $2+6=8$

- المسألة الثانية:

المعطيات الملونة بالأحمر ناتجة من الطلبات.



1) $A\hat{B}D$ زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة فهي قائمة وبالتالي المثلث ABD قائم في $\hat{B}$.

2) (نحل بأكثر من طريقة)

$$\cos B\hat{A}D=\frac{AB}{AD}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$B\hat{A}D=60$$

3) المثلث AOB متساوي الساقين في O حيث $\hat{A}=60°$ وفيه قياس الزاوية $OB=OA=R=8$

فهو متساوي الأضلاع

استنتجنا سابقا ارتفاعه BN.

$$S_3=\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}=\frac{64\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

$$h_3=BN=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$$

4) AN ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع

فهو متوسط أي أن: $ON=AN=\frac{8}{2}=4$

وقد تم حساب طول BN سابقا $BN=4\sqrt{3}$

5) المثلث BAM قائم في $\hat{B}$ فيه $\hat{M}=45°$

وبالتالي $B\hat{A}M=45°$ فهو متساوي الساقين

$$AB=BM=8$$

6) لدينا في المثلثين DEF، DBN:

$(EF)\parallel(BN)$ لأنهما $\Leftarrow\begin{cases}EF\perp DN\\ BN\perp DN\end{cases}$ عموديان على المستقيم DN

وعنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$$\frac{DF}{DN}=\frac{DE}{DB}=\frac{EF}{BN}$$

فالمثلثان متشابهان لتناسب أطوالهما المتقابلة وذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث.

انتهى حل النموذج الرابع مع سلم التصحيح.

أ. ماهر بربر

النموذج السادس

الوحدات المستهدفة :

الوحدات الثلاثة الأولى من كتاب الجبر ،
بالإضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الرابعة

أ.ماهر بربر

الوحد الأولى والثانية من كتاب الهندسة ،
بالاضافة إلى الدرس الأول من الوحدة الثالثة

المدة المسموحة للانتهاء من
الحل : ساعتان

حاول التأقلم مع عامل ضغط الوقت قبل موعد
الامتحان بحل أكبر عدد ممكن من النماذج ضمن
مدة زمنية لاتتجاوز الساعتين لكل نموذج

امتحان شهاده التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية
دورة 2023

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: ($60°$ درجة للسؤال الأول و $40°$ درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل من البنود الأربعة الأتية ثلاث إجابات مقترحة واحدة منها صحيحة فقط ، أشر إليها.

1)	تسعة أمثال العدد 3^8						
	A	3^7	B	3^{16}	C	3^{10}	
2)	القاسم المشترك الأكبر للعددين 1215 و 945 هو :						
	A	5	B	135	C	215	
3)	$if\ \frac{a}{b}=1 \Rightarrow GCD(a,b)=??$						
	A	1	B	b	C	ليس أياً مما سبق	
4)	إن $\frac{a^8\times b^{-3}\times c^{-5}}{a^5\times b^2\times c^{-10}}$ هو :						
	A	$a^3\times b^5\times c^{-15}$	B	$a^3\times b^{-5}\times c^5$	C	$a^3\times b^{-5}\times c^{-5}$	

السؤال الثاني: في كل مما يأتي أجب بكلمة صح أو خطأ:

1) نعلم أن التشابه يحافظ على قياسات الزوايا ، أما أطوال الأضلاع فتُضرب بمربع نسبة التشابه.

2) $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}$ يساوي 4

3) نصف العدد 4^6 هو 2^{11}.

4) للعدد 5^{-2} جذران تربيعيان متعاكسان

ثانياً: حل التمارين الخمس الآتية: ($60°$ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن العدد A حيث $A=\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)+\sqrt{27}+1$ والمطلوب:

1) بيّن أن $A=4+2\sqrt{3}$.

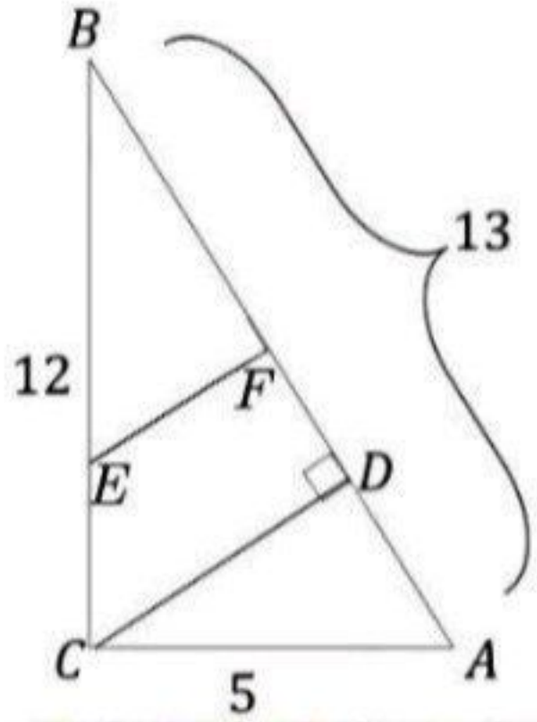
2) ليكن العدد B حيث $B=4-2\sqrt{3}$ ، جد $A\times B$ و ما طبيعة العدد الناتج.

التمرين الثاني: في المتراجحة التالية $\frac{1}{3}x-1>2$

1) أي الأعداد الآتية يحقق هذا المتراجحة: -12 و 12 و 3 .

2) حل المتراجحة السابقة وبين مجموعة الحلول ومثلها على مستقيم الأعداد.

التمرين الثالث: ABC مثلث فيه $AB=13\ ,AC=5\ ,BC=12$ $AB\perp CD$, والمطلوب :



1- أثبت أن المثلث ABC قائم في C . 2- احسب $SinB$ و $TanA$.احسب طول CD .

3-إذا علمت أن $CE=4\ ,BF=\frac{2}{3}BD$

أثبت أن $EF\ ||\ CD$ واحسب النسبة $\frac{S_{BCD}}{S_{BEF}}$

التمرين الرابع: 1 St مربعان طول ضلع أحدهما يزيد (1) على طول ضلع الأخر، ومربّع فرق مساحتيهما يساوي (9)، أوجد طول ضلع كل من المربعين.

2 nd لدينا المقدار $E=(3x+2)^2-(x+7)^2$ و المطلوب:

1) انشر ثم اختزل E .

2) حلل المقدار E ثم حل المعادلة $E=0$.

التمرين الخامس:

في جملة المعادلتين التاليتين:

$$\begin{cases} 2x+y=8 & \cdots\cdots\cdots ① \\ y-2x=0 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

١) أي النقاط الآتية: $B(2,4)$, $A(4,0)$ تحقق المعادلة ① ؟

٢) أي النقاط الآتية : $C(1,1)$, $D(-2,-4)$ تحقق المعادلة ② ؟

٣) حل جملة المعادلتين **جبرياً**

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100° درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في الشكل المرسوم جانباً: C_1 دائرة مركزها I ، و C_2 دائرة مركزها K وهما متماستان خارجاً في النقطة N ولدينا الطول $AK=10$ وقياس الزاوية $A\hat{K}B=60°$ ،والمستقيم (AB) يمس كلاً من الدائرة C_1 في النقطة D والدائرة C_2 في B. ونفرض أنّ $DI=x$.

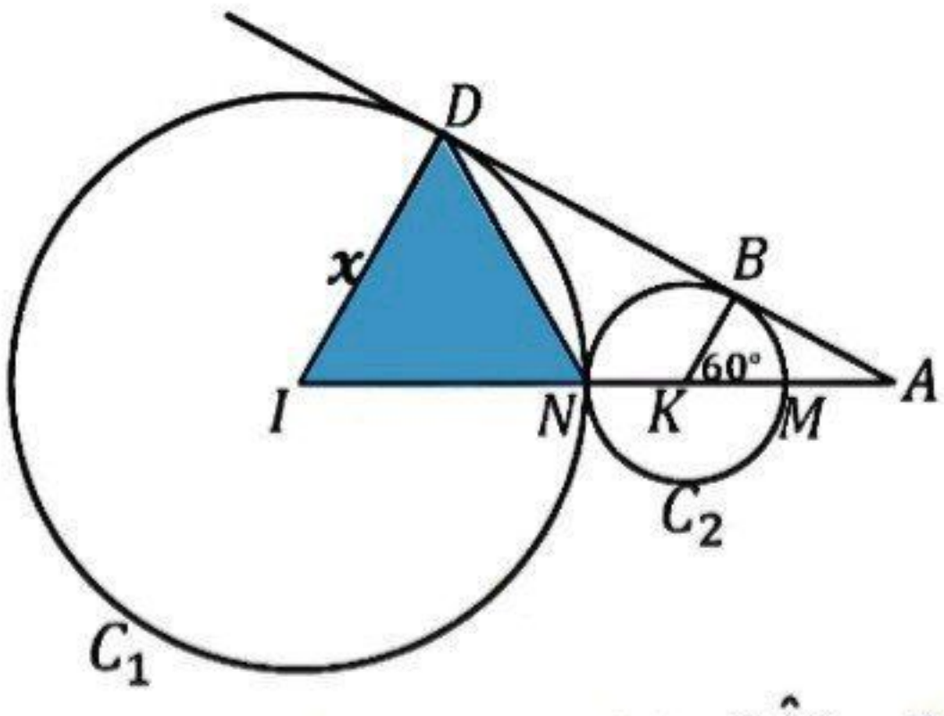
والمطلوب:

1) احسب قياس كل من الزاويتين $A\hat{B}K$ و $A\hat{D}I$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (BK) و (ID) متوازيان.

2) احسب قياس كل من الزاويتين $D\hat{I}A$ و $A\hat{D}N$.

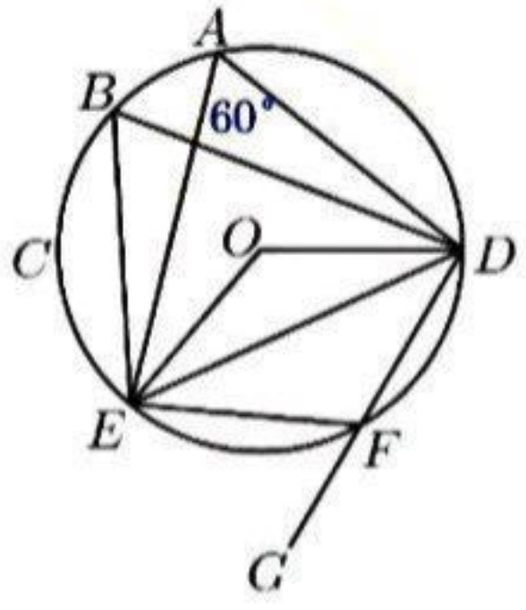
3) في المثلث القائم KBA احسب الطول BK.

4) احسب الطول AN ، ثمّ احسب قيمة x.



المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً:

النقاط A و B و E و D واقعة على دائرة واحدة مركزها O ، $E\hat{A}D=60°$ والمطلوب:



1) ما قياس الزاوية $E\hat{B}D$.

2) احسب كلاً من قياس الزاويتين $E\hat{O}D$ المباشرة والمنعكسة.

3) احسب قياس الزاوية $E\hat{F}D$

4) تقع النقطة G على امتداد $[DF)$ احسب قياس الزاوية $E\hat{F}G$.

5) احسب قياس الزاوية $O\hat{D}E$.

★ لتكن المعادلة: $3^{2x}+3^{2x+1}=12$ أثبت أن $3^{2x}=3$

ثم جد قيمة x

(انتهت الأسئلة)

حل النموذج الخامس.

أولاً:

- السؤال الأول:

1) $9\times3^8 = 3^2\times3^8 = 3^{10}$ الإجابة C

2) $GcD(1215,945) = ??$

باستخدام خوارزمية اقليدس نجد:

$$\left.\begin{aligned} 1215 &= 1\times945+270 \\ 945 &= 3\times270+135 \\ 270 &= 2\times135+0 \end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$GcD(1215,945) = 135$ الإجابة B

3) $if\ \frac{a}{b}=1 \Rightarrow GcD(a,b)=??$

نلاحظ أن b يقسم a وبالتالي وحسب خوارزمية القسم المتتالية الأكبر هنا:

إذا كان b قاسماً لـ a فإن

$GcD(a,b)=b$ الإجابة B

4) $\frac{a^3\times b^{-3}\times c^{-5}}{a^5\times b^2\times c^{-10}} = \frac{a^3}{a^5}\times\frac{b^{-3}}{b^2}\times\frac{c^{-5}}{c^{-10}}$

$= a^3\times b^{-5}\times c^{+5}$ الإجابة B

- السؤال الثاني:

1) خطأ الأطوال تتناسب بنسبة التشابه مساحيا كمساحات المضلعات.

2) خطأ $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}} = \sqrt{1+\sqrt{5+4}}$

$= \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

3) صح $\frac{4^6}{2} = \frac{(2^2)^6}{2} = \frac{2^{12}}{2} = 2^{11}$

4) صح $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$$x^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{1}{5} \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

ثانياً:

- التمرين الأول:

$A = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)+\sqrt{27}+1$

1) $A = 3-\sqrt{3}+3\sqrt{3}+1$

$= 4+2\sqrt{3}$

2) $B = 4-2\sqrt{3}$ ($A = 4+2\sqrt{3}$

$A\times B = (4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ متطابقة

$= 4^2-(2\sqrt{3})^2 = 16-12 = 4$

وهو عدد طبيعي (أصغر مجموعة ينتمي إليها)

- التمرين الثاني:

$\frac{1}{3}x-1>2$

1) $\cdot x=-12 \Rightarrow -4-1>2$

$\Rightarrow -5>2$ غير محققة

وعليه $x=-12$ ليست حلاً للمتراجحة.

$\cdot x=+12 \Rightarrow 4-1>2$

$\Rightarrow 3>2$ محققة

وعليه $x=12$ تمثل حلاً للمتراجحة.

$\cdot x=3 \Rightarrow 1-1>2$

$\Rightarrow 0>2$ غير محققة

وعليه $x=3$ ليست حلاً للمتراجحة.

2) $\frac{1}{3}x>2+1 \Rightarrow \frac{1}{3}x>3$

($\times3$ لطرفي المتراجحة) $\Rightarrow x>9$

وعليه حلول المتراجحة هي جميع قيم المجهول الأكبر تماماً من 9 أي $x\in]9,+\infty[$



أ. ماهر بربر

التمرين الثالث:

1) لنطبق عكس فيثاغورث في المثلث ABC.

$$(AB)^2 \overset{?}{=} (AC)^2 + (BC)^2$$
$$(13)^2 \overset{?}{=} 5^2 + (12)^2$$
$$169 \overset{?}{=} 25 + 144$$
$$169 = 169 \quad \text{محققة}$$

بالتالي المثلث ABC قائم في الرأس المقابل الأكبر أضلاعه أي قائم في C ووتره AB.

2) من المثلث القائم ABC نجد:

$$\sin\hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$$

$$\tan\hat{A} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{5}$$

* حساب طول CD:

من المثلث القائم BCD نجد:

$$\sin\hat{B} = \frac{CD}{CB} = \frac{CD}{12}$$

ووجدنا سابقاً:

$$\underbrace{\sin\hat{B}}_{} = \frac{5}{13} \Rightarrow$$

$$\frac{CD}{12} = \frac{5}{13} \Rightarrow CD = \frac{60}{13}$$

3)

$$CE = 4 \Rightarrow BE = 12 - 4 = 8$$

متى يكون المستقيمان CD و EF متوازيين؟ بما أن تتحقق المساواة

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BD}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{BE}{BC} &= \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \frac{BF}{BD} &= \frac{\frac{2}{3}BD}{BD} = \frac{2}{3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

وبما أن النقاط B، E، C و B، F، D على التوالي على المستقيم BC و BD بالترتيب مع $\frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BD}$ فإن $CD \parallel CF$

وذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث المكتسبة.

- ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه والمطلوب هنا: نسبة مساحة المثلث الكبير إلى الصغير وجدنا أن نسبة التصغير $\frac{2}{3}$ فتكون نسبة التكبير $\frac{3}{2}$ وضح:

تكبير $\frac{S_{BCD}}{S_{BEF}} = k^2$ تكبير صغير $\Rightarrow$

$$\frac{S_{BCD}}{S_{BEF}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

1ST

- التمرين الرابع:

نفرض طول ضلع المربع الصغير x

فيكون طول ضلع المربع الكبير $x+1$

- مساحة المربع الصغير x^2

- مساحة المربع الكبير $(x+1)^2$

- فرق المساحتين:

$$(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2$$
$$= 2x + 1$$

- مجموع فرق المساحتين $(2x+1)^2$

ومن الفرض:

$$\underbrace{(2x+1)^2}_{} = 9 \Rightarrow (\quad)^2 = a^2$$

لا تنشرها

أما $2x+1 = +\sqrt{9} = +3$

$\Rightarrow 2x = 3 - 1 = 2 \Rightarrow x = 1$ مقبول

وهو طول ضلع المربع الصغير فيكون طول ضلع المربع الكبير $x+1 = 1+1 = 2$

أو $2x+1 = -\sqrt{9} = -3$

$\Rightarrow 2x = -3 - 1 = -4 \Rightarrow x = -2$ مرفوض، لا يمثل طول ضلع (لأن الأطوال دائماً موجبة)

أ. ماهر بربر

2nd

$E=(3x+2)^2-(x+7)^2$

1) $E=9x^2+12x+4-x^2-14x-49$

$=8x^2-2x-45$

2) نستفيد من المطابقة $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$E=(3x+2)^2-(x+7)^2$

$=(3x+2-x-7)(3x+2+x+7)$

$=(2x-5)(4x+9)$

- لحل المعادلة $E=0$ نفوض بعبارة التحليل:

$E=0 \Rightarrow (2x-5)(4x+9)=0 \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \text{اما } 2x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \\ \text{أو } 4x-9=0 \Rightarrow x=\frac{-9}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$S=\left\{\frac{5}{2}, \frac{-9}{4}\right\}$

3) لحل المجملة جبرياً نستخدم احدى الطريقتين:

* طريقة الحذف بالجمع:

نجمع المعادلتين نجد: $2y=8 \Rightarrow y=4$

نعوض في ① نجد:

$2x+4=8 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$

حل الجملة $(x,y)=(2,4)$ هو حل المعادلتين.

أو:

* طريقة الحذف بالتعويض:

من المعادلة ② نجد: $y=2x \quad \cdots (3$

نعوض في ① نجد:

$2x+2x=8 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$

نعوض في ③ نجد: $y=2(2)=4$

إذاً الثنائية $(x,y)=(2,4)$ هي حل لمجملة المعادلتين.

- التمرين الخامس:

المجملة تكتب بالشكل

$\begin{cases} 2x+y=8 \quad \cdots (1 \\ -2x+y=0 \quad \cdots (2 \end{cases}$

1) - نعوض إحداثيات النقطة A في المعادلة ① نجد:

$A(4,0) \Rightarrow 8+0 \stackrel{?}{=} 8 \Rightarrow 8=8 \Rightarrow$ محققة

النقطة A تحقق المعادلة ① فهي حل لها.

- نعوض إحداثيات النقطة B في المعادلة ① نجد:

$B(2,4) \Rightarrow 4+4 \stackrel{?}{=} 8 \Rightarrow 8=8 \Rightarrow$ محققة

النقطة B تحقق المعادلة ① فهي حل لها.

2) بنفس الطريقة السابقة نجد:

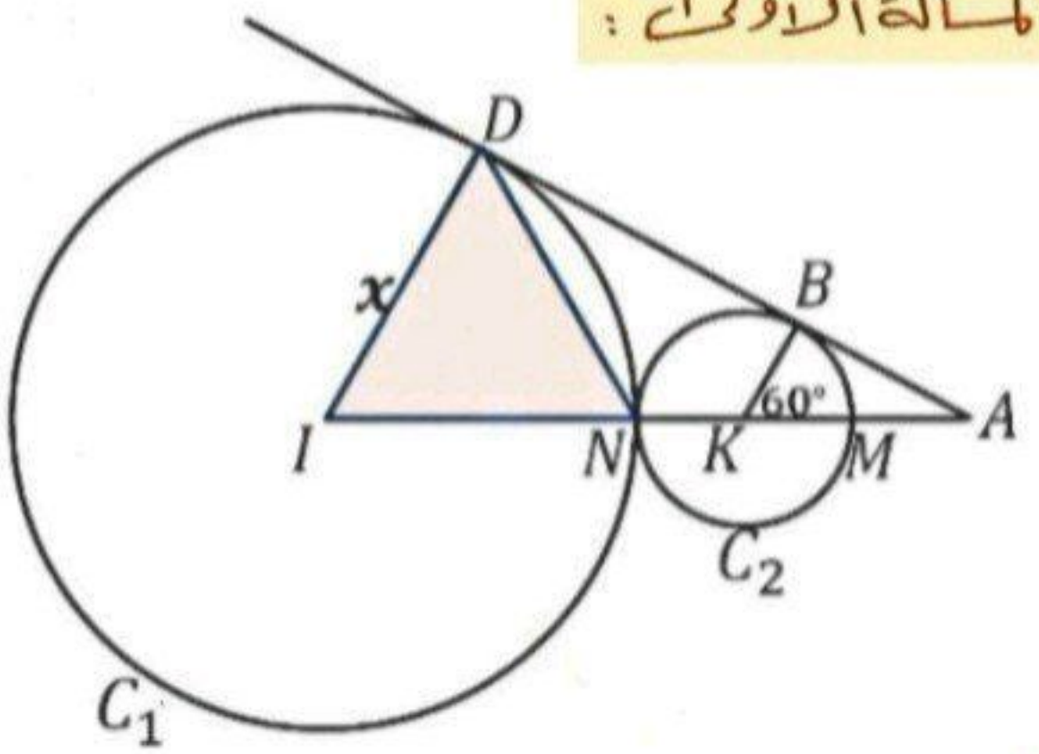
- النقطة $C(1,1)$ لا تحقق المعادلة ② فهي ليست حل لها.

- النقطة $D(-2,-4)$ تحقق المعادلة ② فهي حل لها.

أ. ماهر بربر

التمرين 3:

- المسألة الأولى :



1) المستقيم (AB) مماس للدائرة C_2 في B و مماس للدائرة C_1 في D حسب الفرض
- نعلم أن المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس
و منه

$A\hat{B}K = 90°$ أي $AB \perp KB$

$A\hat{D}I = 90°$ أي $AD \perp ID$

مما سبق نجد :

$$\Leftarrow \begin{cases} KB \perp AD \\ ID \perp AD \end{cases} \Leftarrow AB \perp KB$$

و بما أن العمودان على مستقيم واحد متوازيان $(KB) \parallel (ID)$

2) بما أن المستقيمات (BK) ، (ID) متوازيان
فالزاويتان $B\hat{K}A$ ، $D\hat{I}A$ متساويتان لأنهما
متناظرتان و منه $D\hat{I}A = 60°$

و منه $D\hat{I}A = 60°$ $\overset{\frown}{DN} = 60°$

(مركزية تقاس بقياس القوس المقابلة لها)

و الزاوية $A\hat{D}N$ محاطية تحصر القوس $\overset{\frown}{DN}$
و محاطة تساوي نصف قياس القوس $\overset{\frown}{DN}$ و منه:

$$A\hat{D}N = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DN} = 30°$$

(أو مباشرة تساوي نصف المركزية المشتركة معها بالقوس)

3) في المثلث القائم KBA لدينا:

$\hat{B} = 90°$ ، $\hat{K} = 60° \Rightarrow \hat{A} = 30°$

في المثلث القائم الضلع المقابل للزاوية $30°$ يساوي نصف طول الوتر و منه

$$BK = \frac{KA}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

(يوجد طرائق أخرى للحساب)

4) لاحظ الشكل:

$AN = AK + KN \Rightarrow$

KN نصف قطر في الدائرة C_2

$AN = 10 + 5 = 15$

- لحساب $\mathcal{K}$ يوجد عدة طرائق نذكر:

* **طريقة أولى:**

في المثلث القائم ADF .

$\hat{A} = 30$ و منه الضلع المقابل $\mathcal{K}$ يساوي نصف طول الوتر $IA \Leftarrow$

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}[IA]$$

$$= \frac{1}{2}[IN + NA] = \frac{1}{2}(\mathcal{K} + 15) \Rightarrow$$

$$\mathcal{K} = \frac{\mathcal{K}}{2} + \frac{15}{2} \xrightarrow{\times 2} 2\mathcal{K} = \mathcal{K} + 15$$

و منه $\boxed{\mathcal{K} = 15}$

* **طريقة ثانية:** نطبق مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين ABK ، ADF حيث $(KB) \parallel (ID)$.

$$\frac{AB}{AD} = \underbrace{\frac{AK}{AF} = \frac{BK}{DF}} \Rightarrow$$

$$\frac{10}{15+\mathcal{K}} = \frac{5}{\mathcal{K}} \Rightarrow$$

$$10\mathcal{K} = 75 + 5\mathcal{K} \Rightarrow$$

$$5\mathcal{K} = 75 \Rightarrow \boxed{\mathcal{K} = 15}$$

أ. ماهر بربر

$$3^{2x} + \underbrace{3^{2x+1}} = 12 \Rightarrow$$

$$3^{2x} + 3^{2x} \times 3^1 = 12 \Rightarrow$$

$$3^{2x}(1+3) = 12 \Rightarrow$$

$$4 \times 3^{2x} = 12 \Rightarrow \boxed{3^{2x} = 3}$$

$$\boxed{a^m = a^n \Rightarrow m = n}$$

$$3^{2x} = 3 \Leftrightarrow 3^{2x} = 3^1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

أ. ماهر بربر

المسألة الثانية

1) $E\hat{B}D = E\hat{A}D = 60°$

(زاويتان محيطيتان تشتركان بالقوس ذاته)

2) $E\hat{O}D$ زاوية مركزية قوسها $\overset{\frown}{ED}$

حيث: $E\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{ED}}{2}$ (محيطية) ومنه

$60 = \frac{\overset{\frown}{ED}}{2} \Rightarrow$

$\overset{\frown}{ED} = 120°$

وبالتالي:

$E\hat{O}D = \overset{\frown}{ED} = 120°$ (مركزية)

ومنه قياس زاوية المثلث $360° - 120° = 240°$

3) وجدنا في الطلب السابق

$\overset{\frown}{ED} = 120°$ ومنه قياس القوس الكبرى

$\overset{\frown}{EBAD} = 360 - 120° = 240°$

$\overset{\frown}{ED}$ الكبرى

(محيطية) $E\hat{F}D = \frac{\overset{\frown}{ED} \text{ الكبرى}}{2}$

$= \frac{240°}{2} = 120°$

4) $G\hat{F}D$ زاوية مستقيمة قياسها $180°$

$G\hat{F}D = G\hat{F}E + E\hat{F}D$

$180 = G\hat{F}E + 120° \Rightarrow$

$G\hat{F}E = 180 - 120 = 60°$

5) المثلث ODE متساوي الساقين O

حيث $OE = OD = R$ ووجدنا أن:

$E\hat{O}D = 120°$ وهو متساوي الساقين إذن

زاويتي استقامة متساويتين وكل منها يساوي

$\frac{180 - 120}{2} = \frac{60}{2} = 30° \Rightarrow$

$O\hat{D}E = 30°$

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

جبر - الوحدة (الأولى + الثانية + الثالثة)

النموذج الأول

أولاً: حل التمرينات الأربعة التالية:

التمرين الأول: اكتب المقدار $A=\dfrac{2^3\times 9^2}{3^2\times 4^3}$ بالشكل $2^a\times 3^b$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا المتراجحة $2x+3<x-5$ والمطلوب:

1) هل $x=2$ حل للمتراجحة السابقة.

2) حل المتراجحة السابقة ومثّل حلولها على مستقيم الأعداد.

التمرين الثالث: لدينا المقدار $E=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)$ و المطلوب:

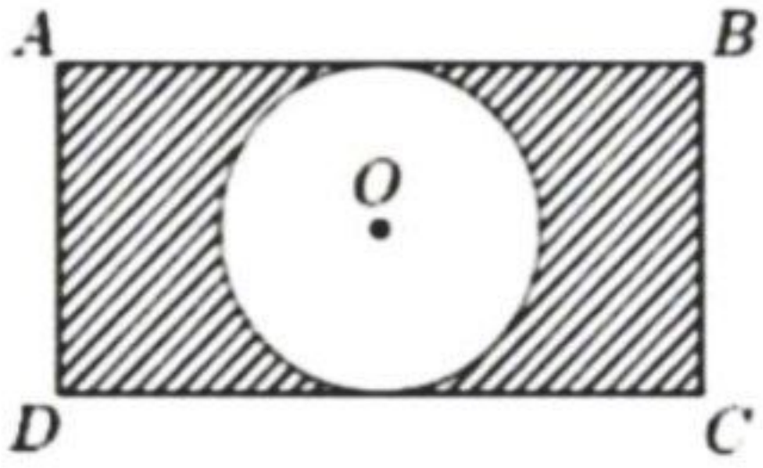
1) انشر ثم اختزل E .

2) حلل المقدار E ثم حل المعادلة $E=0$.

التمرين الرابع: أوجد $GCD(1426,806)$ ثم اختزل الكسر $\dfrac{806}{1426}$.

ثانياً: حل المسألة التالية:

في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل فيه AB و DC مماسان للدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{3}$ و $AB=\sqrt{27}$ و المطلوب:



1) اكتب AB بالشكل $a\sqrt{3}$.

2) احسب S_1 مساحة المستطيل واكتبه بأبسط صورة.

3) احسب S_2 مساحة الدائرة التي مركزها O.

4) احسب مساحة الجزء المظلل.

==========

(انتهت الأسئلة)

قيد نفسك بحل هذا النموذج بمدة زمنية لا تتجاوز ساعة واحدة ، صحح حلك بمقارنته بالحل الموجود واذكر الأخطاء التي وقعت بها بشكل صريح

بالقلم ***الأحمر وصوبها*** على أمل ألا تقع بها مجددا وتستفيد منها

حل النموذج الأول لـ 3+2+1

التمرين الأول:

* أولاً:

$$A=\frac{2^3\times 9^2}{3^2\times 4^3}\times\frac{2^9\times 3^6}{}$$

نحسب خواص القوى:

$$(a^n)^m=a^{n\times m}$$

$$9^2=(3^2)^2=3^4$$
$$4^3=(2^2)^3=2^6$$
$$\Rightarrow A=\frac{2^3\times 9^2}{3^2\times 4^3}=\frac{2^3\times 3^4}{3^2\times 2^6}=\frac{2^3}{2^6}\times\frac{3^4}{3^2}$$

ونحسب الخاصة: $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ يكون:

$$A=\frac{2^3}{2^6}\times\frac{3^4}{3^2}=2^{3-6}\times 3^{4-2}=2^{-3}\times 3^2$$

التمرين الثاني:

$$2x+3<x-5$$

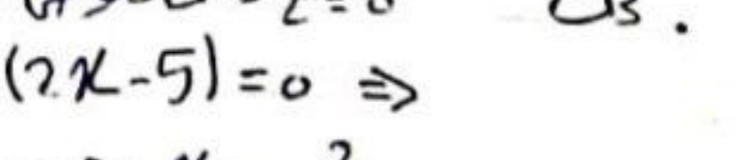
1) نعوض $x=2$ في المتراجحة نجد:

$$2(2)+3<2-5$$
$$4+3<2-5$$
$$7<-3$$ غير محققة

$\Rightarrow x=2$ ليس حلاً للمتراجحة

2) $2x+3<x-5\Rightarrow$

$$2x-x<-3-5\Rightarrow$$
$$x<-8\Rightarrow$$
$$x\in]-\infty,-8[$$



التمرين الثالث:

$$E=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)+4)$$

1) $E=(3x)^2+2(3x)(2)+(2)^2-(3x^2+21x+2x^5$
$E=9x^2+12x+4-3x^2-21x-2x-14$
$E=6x^2-11x-10$

2) نخرج $(3x+2)$ عامل مشترك فنجد:

$$E=(3x+2)(3x+2.-x-7)$$
$$E=(3x+2)(2x-5)$$

ل. $E=0$ دائماً نعوض بعبارة التحليل:

$$E=0\Rightarrow(3x+2)(2x-5)=0\Rightarrow$$

إما $3x+2=0\Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

أو $2x-5=0\Rightarrow x=\frac{5}{2}$

إنهائي: أثبت أن $E=361$ عندما $x=-7$.

التمرين الرابع:

لحساب GCD(1426، 806) طريقة إقليدس

$$1426=806\times 1+620$$
$$806=620\times 1+186$$
$$620=186\times 3+62$$
$$186=62\times 3+0$$
$$\Rightarrow GCD(1426,806)=62$$

وضع: لاختزال الكسر $\frac{806}{1426}$ نقسم البسط والمقام على 62 نجد:

$$\frac{806\div 62}{1426\div 62}=\frac{13}{23}$$

* ثانياً:

1) $AB=\sqrt{27}=\sqrt{9\times 3}=3\sqrt{3}$

2) S_1 مساحة المستطيل = الطول × العرض

الطول $AB=3\sqrt{3}$

العرض وهو نصف قطر الدائرة $BC=2\sqrt{3}$

وضع: $S_1=AB\times BC$

$=3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=6\times 3=18$ (وحدة مربعة)

3) $S_2=\pi r^2=\pi(\sqrt{3})^2=3\pi$ (وحدة مربعة)

4) مساحة الجزء المظلل ويكن S هو عبارة عن مساحة المستطيل ناقص مساحة الدائرة.

$S=S_1-S_2=18-3\pi$ (وحدة مربعة)

انتهى حل النموذج الأول لـ 3+2+1

أ. ماهر بربر

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

جبر - الوحدة (الأولى + الثانية + الثالثة)

النموذج الثاني

(الرياضيات)

أولاً: حل التمرينات الأربعة التالية:

التمرين الأول: اكتب المقدار $A=\frac{10^3}{2^5\times 5^2}$ بالشكل $2^a\times 5^b$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا المتراجحة $4x+5\leq x-4$ والمطلوب:

1) هل $x=2$ حل للمتراجحة السابقة.

2) حل المتراجحة السابقة ومثّل حلولها على مستقيم الأعداد.

التمرين الثالث: لدينا المقدار $E=(3x+2)^2-(x+7)^2$ و المطلوب:

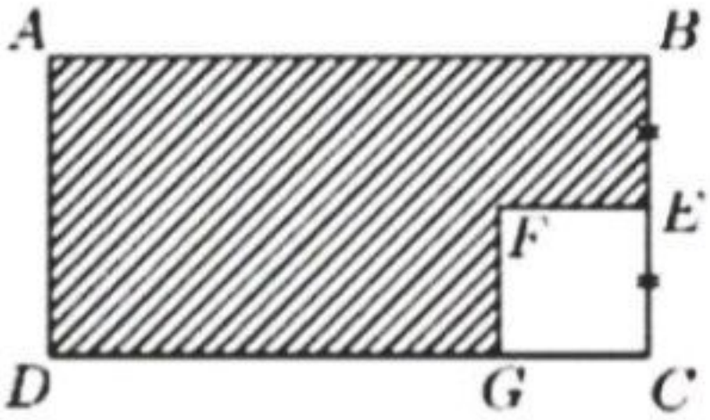
1) انشر ثم اختزل E .

2) حلل المقدار E ثم حل المعادلة $E=0$.

التمرين الرابع: أوجد $GCD(1357,767)$ ثم اختزل الكسر $\frac{767}{1357}$.

ثانياً: حل المسألة التالية:

في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل فيه $AB=\sqrt{32}$ و $AD=2\sqrt{2}$ و $EFGC$ مربع و المطلوب:



1) اكتب AB بالشكل $a\sqrt{2}$.

2) احسب S_1 مساحة المستطيل واكتبه بأبسط صورة.

3) احسب S_2 مساحة المربع واكتبه بأبسط صورة.

4) احسب مساحة الجزء المظلل.

==========

(انتهت الأسئلة)

قيد نفسك بحل هذا النموذج بمدة زمنية لا تتجاوز ساعة واحدة ، صحح حلك بمقارنته بالحل الموجود واذكر الأخطاء التي وقعت بها بشكل صريح

بالقلم ***الأحمر وصوبها*** على أمل ألا تقع بها مجددا وتستفيد منها

أ. ماهر بربر

حل التمرين (1+2+3) النموذج الثاني.

أولاً:

- **التمرين الأول:**

$$A=\frac{10^3}{2^5\times5^2}\times 2^a\times5^b$$

من خواص القوى:

$$(a\times b)^n=a^n\times b^n$$

$$10^3=(2\times5)^3=2^3\times5^3$$

ومنه:

$$A=\frac{10^3}{2^5\times5^2}=\frac{2^3\times5^3}{2^5\times5^2}=2^{-2}\times5^1$$

- **التمرين الثاني:**

$$4x+5\le x-4$$

1) نفرض $x=2$ في المتراجحة نجد:

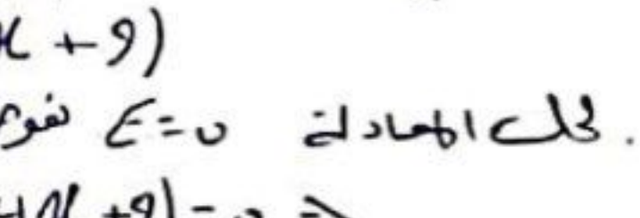
$$4(2)+5\le 2-4 \Rightarrow 8+5\le 2-4 \Rightarrow 13\le -2$$ غير محققة

$\Rightarrow$ $x=2$ ليس حلاً للمتراجحة

2)

$$4x+5\le x-4 \Rightarrow 4x-x\le -5-4 \Rightarrow 3x\le -9 \Rightarrow x\le -3 \Rightarrow$$

$$x\in\ ]-\infty,-3]$$



- **التمرين الثالث:**

$$E=(3x+2)^2-(x+7)^2$$

1) النشر والاختزال:

$$E=9x^2+12x+4-(x^2+14x+49)$$

$$E=9x^2+12x+4-x^2-14x-49$$

$$E=8x^2-2x-45$$

2) التحليل: نستفيد من المطابقة $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$$E=(3x+2)^2-(x+7)^2$$

$$=(3x+2-x-7)(3x+2+x+7)$$

$$E=(2x-5)(4x+9)$$

لحل المعادلة $E=0$ نفوض بعبارة التحليل:

$$E=0\Rightarrow(2x-5)(4x+9)=0\Rightarrow$$

إما $2x-5=0\Rightarrow x=\frac{5}{2}$

أو $4x+9=0\Rightarrow x=-\frac{9}{4}$

- **إمكانية:** أسهل صيغة لـ E عندما $x=\frac{-2}{3}$

التمرين الرابع.

لحساب $GCD(1357;767)$ بطريقة إقليدس:

$$1357=767\times1+590$$
$$767=590\times1+177$$
$$590=177\times3+59$$
$$177=59\times3+0$$

$\Rightarrow GCD(1357;767)=59$

ومنه لاختزال الكسر:

$\frac{767}{1357}$ نقسم البسط والمقام على 59 نجد:

$$\frac{767\div59}{1357\div59}=\frac{13}{23}$$

ثانياً:

1) $AB=\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=4\sqrt{2}$

2) S_1 مساحة المستطيل تساوي الطول × العرض

الطول: $AB=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

العرض: $AD=2\sqrt{2}$

$$S_1=AB\times AD=4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=8\times2=16$$ (وحدة مربعة)

3) S_2 مساحة المثلث تساوي $\frac{1}{2}$ (طول الضلع)^2

لدينا E منتصف BC ومنه طول ضلع المثلث $EC=\frac{BC}{2}$ أي $EC=\frac{AD}{2}$ (لأن $AD=BC$)

ومنه: $EC=\frac{AD}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

وبالتالي: $S_2=[EC]^2=(\sqrt{2})^2=2$ (وحدة مربعة)

4) مساحة الجزء المظلل ولنكن S هي عبارة عن مساحة المستطيل مطروحاً منها مساحة المثلث،

$$S=S_1-S_2=16-2=14$$ (وحدة مربعة)

انتهى حل النموذج الثاني. بين (1+2+3)

أ. ماهر بربر

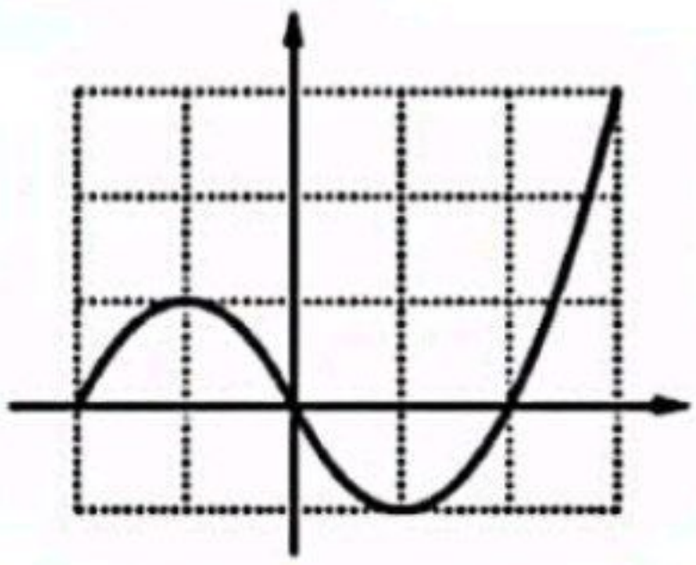
اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

جبر - الوحدة (الرابعة + الخامسة +السادسة)

النموذج الأول

أولاً: حل التمرينات الأربعة التالية:

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرّف بالخط البياني المجاور:



1) احسب صورة كل من الأعداد 1– و 3.

2) ما هي أسلاف العدد صفر ؟.

3) ما عدد أسلاف العدد 2.

التمرين الثاني: ليكن لدينا التابع $f(x)=(x+1)^2-2$ والمطلوب:

1) احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(0)$.

2) ما هي أسلاف العدد 2–.

التمرين الثالث: صندوق يحوي 6 بطاقات مرقمة بالشكل 2,2,3,3,3,7 ، نسحب عشوائياً من الصندوق بطاقة واحدة فقط ونسجل رقمها والمطلوب:

1) ارسم شجرة الإمكانات محملاً فروعها بالاحتمالات المناسبة.

2) الحدث A "ظهور بطاقة تحمل رقماً أصغر تماماً من 4 " احسب $P(A)$.

التمرين الرابع: لتكن لدينا العينة الإحصائية 7,2,3,6,2,9,6,4 والمطلوب:

1) احسب المتوسط الحسابي والمدى ؟.

2) احسب الوسيط والربيع الأول ؟.

ثانياً: حل المسألة التالية: التزم بتسميات النقاط الموجودة ضمن المسألة

ليكن d_1 و d_2 مستقيمان معادلتهما على التوالي $\begin{cases} d_1: y-x=0 \\ d_2: y+x=6 \end{cases}$ والمطلوب:

1) حل جملة المعادلتين جبرياً.

2) احسب إحداثيات نقاط تقاطع d_2 مع المحورين الإحداثيين.

3) ارسم في معلم متجانس كل من المستقيمين d_1 و d_2.

4) إذا كانت B نقطة تقاطع d_2 مع محور الفواصل و M نقطة تقاطع المستقيمين d_1 و d_2

احسب مساحة المثلث OMB

==========

(انتهت الأسئلة)

أ.ماهر بربر

جيب (4+5+6) النموذج الأول:

*** أولاً:**

- التمرين الأول:

1) $F(-1)=?$ ، $F(3)=?$

لحساب $F(-1)$ نرسم المستقيم $x=-1$ فيقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة -1 ونسقطها على محور التراتيب فنجد $y=1$ أي أن $F(-1)=1$، صورة العدد -1 هي 1

ونفس الطريقة $F(3)=3$، صورة العدد 3 هي 3

2) أسلاف العدد صفر أي حلول المعادلة $f(x)=0$ أي $y=0$، نرسم المستقيم $y=0$ (محور الفواصل) فيقطع الخط البياني للتابع f في ثلاث نقاط $(2,0)$، $(0,5)$، $(-2,0)$

أي أسلاف العدد صفر هي الأعداد 2، 0، -2

3) $f(x)=2$، نرسم المستقيم $y=2$ فيقطع الخط البياني للتابع f في نقطة وحيدة أي يوجد سلف وحيد للعدد 2

(الكتابة السابقة في الحل + شرح، أنت ترسم الحل فقط)

- التمرين الثاني:

$f(x)=(x+1)^2-2$

1) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}+1\right)^2-2=\frac{9}{4}-2=\frac{1}{4}$

$f(0)=(0+1)^2-2=1-2=-1$

2) لإيجاد أسلاف العدد -2 نحل المعادلة $f(x)=-2$

$f(x)=(x+1)^2-2 \Rightarrow$

$(x+1)^2-2=-2 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow$

$x=-1$

- التمرين الثالث:

$\Omega=\{2,2,3,3,3,7\} \Rightarrow n(\Omega)=6$

1) A

2) $A=\{2,2,3,3,3\}$

$n(A)=5$

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{5}{6}$



(أو: عن طريق شجرة الاحتمالات:

$P(A)=P(2)+P(3)=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$

يوجد أيضاً عدة طرق أخرى للحل)

- التمرين الرابع:

1) $\overline{x}=\frac{7+2+3+6+2+9+6+4}{8}$

$\Rightarrow \overline{x}=\frac{39}{8}=4.8\frac{7}{5}$

المدى $E=9-2=7$

2) ترتيب العينة تصاعدياً

2، 2، 3، 4، 6، 6، 7، 9

Q_2

نلاحظ أن عدد المفردات هو عدد زوجي $\Leftarrow 2n=8$ وبالتالي $n=4$

الوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين اللتين ترتيبهما $n=4$ و $n+1=5$ أي:

$Q_2=M=\frac{4+6}{2}=5 \Rightarrow Q_2=5$

2، 2، 3، 4 | 6، 6، 7، 9

Q_1 Q_2 Q_3

$Q_1=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}=2.5$ ونفس الطريقة نجد:

*** ثانياً:**

$\begin{cases} d_1: y-x=0 & \Leftrightarrow y=x \\ d_2: y+x=6 & \Leftrightarrow y=-x+6 \end{cases}$

1) لحل المعادلتين نجد: $2y=6 \Rightarrow y=3$

نعوض في المعادلة الأولى نجد: $3-x=0 \Rightarrow x=3$

وبالتالي النقطة $(x,y)=(3,3)$ هي المرآة مشتركة لحلول المعادلتين

d_2	$A(0,6)$	$B(6,0)$
x	0	6
y	6	0

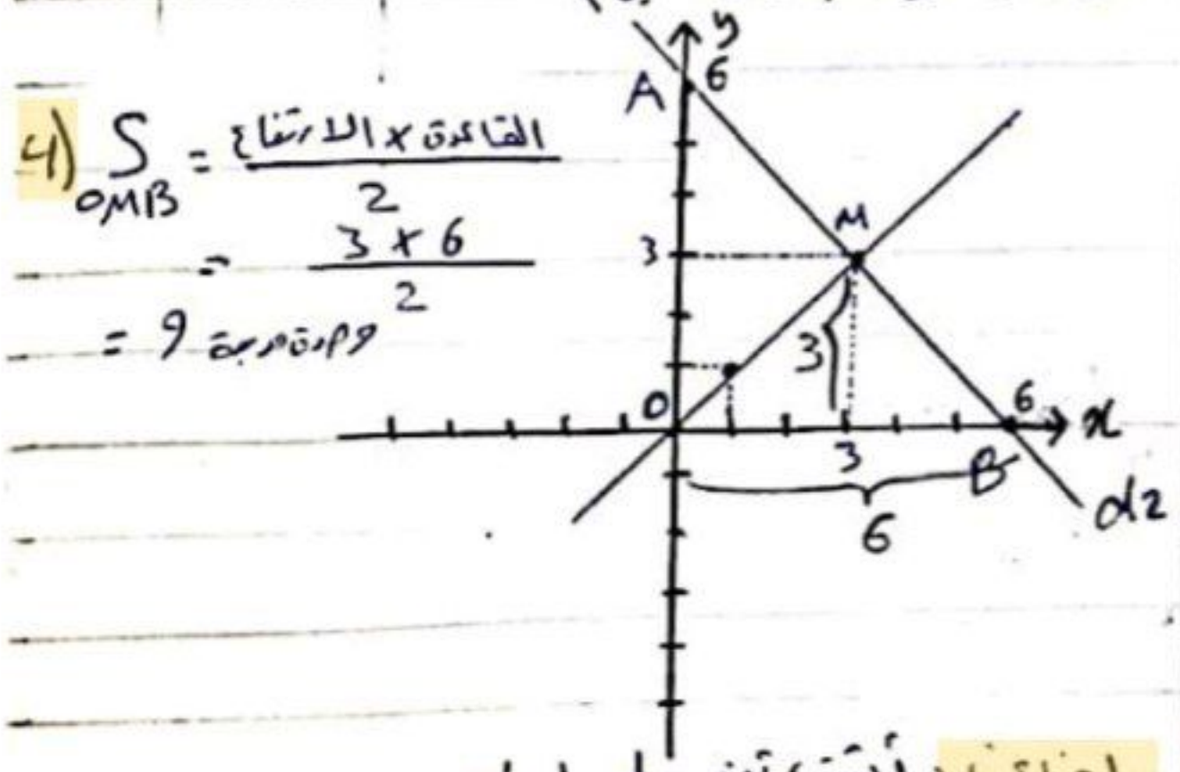
2) d_2 يقطع محور الفواصل في $B(6,0)$

d_2 " " التراتيب $A(0,6)$

3)

d_1	$O(0,0)$	$C(1,1)$
x	0	1
y	0	1

(ولا تنسى: d_1، d_2 كلاً منهما يمر من $M(3,3)$، أي هي المرآة المشتركة لحلول المعادلتين)



4) $S_{OMB}=\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}=\frac{3\times 6}{2}=9$ وحدة مربعة

- ملاحظة: أثبت أن $d_1 \perp d_2$

[الكتابة في ذلك تعني إثبات أن المثلث OMB قائم في M (المتوسط المتعلق بـ OB هو نصفه)]

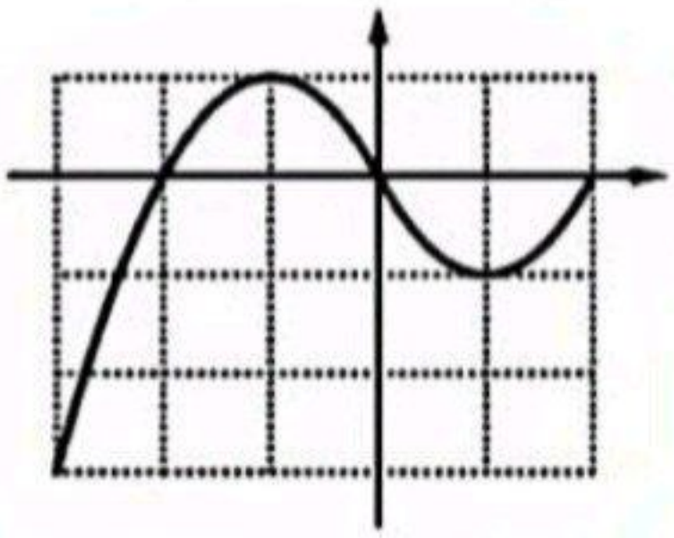
انتهى حل النموذج الأول: جيب (4+5+6)

أ. ماهر بربر

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

جبر - الوحدة (الرابعة + الخامسة +السادسة)

النموذج الثاني



أولاً: حل التمرينات الأربعة التالية:

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرّف بالخط البياني المجاور:

1) احسب صورة كل من الأعداد 1 و 3-.

2) ما هي أسلاف العدد صفر ؟.

3) ما عدد أسلاف العدد 2-.

التمرين الثاني: ليكن لدينا التابع $f(x)=(x-1)^2+2$ والمطلوب:

1) احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(0)$.

2) ما هي أسلاف العدد 2.

التمرين الثالث: صندوق يحوي 6 كرات مرقمة بالشكل 0,1,1,1,2,2 ، نسحب عشوائياً من الصندوق كرة واحدة فقط ونسجل رقمها والمطلوب:

1) ارسم شجرة الإمكانات محملاً فروعها بالاحتمالات المناسبة.

2) الحدث A "ظهور كرة رقمها أكبر أو يساوي 1 " احسب $P(A)$.

التمرين الرابع: لتكن لدينا العينة الإحصائية 4,8,7,7,2,1,5,9 والمطلوب:

1) احسب المتوسط الحسابي والمدى ؟.

2) احسب الوسيط والربيع الثالث ؟.

ثانياً: حل المسألة التالية: التزم بتسميات النقاط الموجودة ضمن المسألة

ليكن d_1 و d_2 مستقيمان معادلتهما على التوالي $\begin{cases} d_1: 2y-x=0 \\ d_2: y+2x=5 \end{cases}$ والمطلوب:

1) حل جملة المعادلتين جبرياً.

2) احسب إحداثيات نقاط تقاطع d_2 مع المحورين الإحداثيين.

3) ارسم في معلم متجانس كل من المستقيمين d_1 و d_2.

4) إذا كانت B نقطة تقاطع d_2 مع محور الفواصل و M نقطة تقاطع المستقيمين d_1 و d_2 احسب مساحة المثلث OMB

==========

(انتهت الأسئلة)

أ.ماهر بربر

تمرين (4+5+6) النموذج الثاني

أولاً:

التمرين الأول:

1) $f(-3)=?$ ، $f(1)=?$

بنفس طريقة الشرح السابقة في نموذج الأول:

$f(1)=-1$ ، $f(-3)=-3$

2) $f(x)=0 \Rightarrow y=0$ نرسم المستقيم

(وهو نفسه محور الفواصل) فيقطع الخط البياني للتابع f في ثلاث نقاط:

$(-2,0)$ ، $(0,0)$ ، $(2,0)$

أي أصفار الخرافي: $-2, 0, +2$

3) يوجد حلين وحيد للعدد -2

(أي يوجد حل وحيد للمعادلة $f(x)=-2$)

التمرين الثاني:

$f(x)=(x-1)^2+2$

1)

$f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2}-1)^2+2=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4}$.

$f(0)=(0-1)^2+2=1+2=3$.

2) لإيجاد أصفار العدد 2 نحل المعادلة $f(x)=2$

$f(x)=2 \Rightarrow (x-1)^2+2=2$

$\Rightarrow (x-1)^2=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

التمرين الثالث:

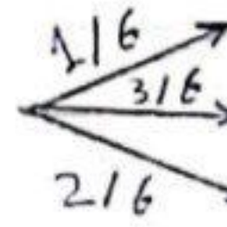
$\Omega=\{0,1,1,1,2,2\} \Rightarrow n(\Omega)=6$

2) $A=\{1,1,1,2,2\}$

$n(\Omega)=5$

$P(A)=\frac{5}{6}$

(



أو: عن طريق نتيجة الاحتمالات:

$P(A)=P(1)+P(2)=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

وهو أحد طرق أخرى للحل.

التمرين الرابع:

1) $\bar{x}=\frac{4+8+7+7+2+1+5+9}{8}=\frac{43}{8}=5.375$

المدى: $E=x_{max}-x_{min}=9-1=8$

) ترتيب العينة تصاعدياً:

$1, 2, 4, \boxed{5, 7}, 7, 8, 9$

Q_2

بما أن عدد المفردات زوجي $2n=8 \Leftarrow n=4$ وعليه:

الوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين اللتين ترتيبهما $n=4$ ، $n+1=5$ أي أن:

$Q_2=M=\frac{5+7}{2}=6$

$1, 2, 4, 5, \boxed{7, 7}, 8, 9$

Q_1 Q_2 Q_3

وبنفس الطريقة نجد:

$Q_3=\frac{7+8}{2}=\frac{15}{2}=7.5$

ثانياً:

$\begin{cases} d_1: 2y-x=0 \Leftrightarrow y=+\frac{1}{2}x \\ d_2: y+2x=5 \Leftrightarrow y=-2x+5 \end{cases}$

1) نضرب المعادلة الأولى بـ 2 ونجمع المعادلتين بالجمع

$\begin{cases} 4y-2x=0 \\ y+2x=5 \end{cases} \Rightarrow 5y=5$

ومنه $y=1$ نعوض في إحدى المعادلتين نجد $x=2$ وبالتالي النقطة $(x,y)=(2,1)$ هي حلاً مشتركاً لمعادلتي المستقيمين.

2)

d_2	$A(0,5)$	$B(\frac{5}{2},0)$
x	0	$\frac{5}{2}=2.5$
y	5	0

$B(\frac{5}{2},0)$ يقطع محور الفواصل في d_2

$A(0,5)$ " " الترتيب في d_2

d_1	$O(0,0)$	$M(2,1)$
x	0	2
y	0	1

3) أولاً نثبت:

d_1 ، d_2 تحدد تصاعدياً

من $M(2,1)$ نرى

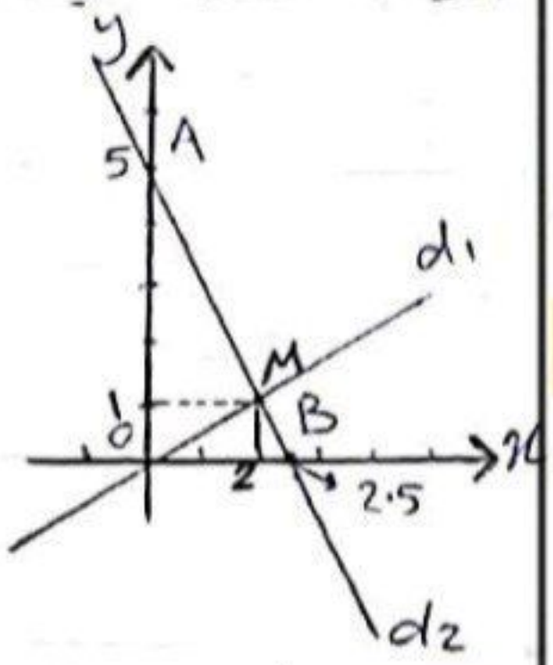
مرة مشتركة لمعادلتي المستقيمين

4)

$S_{OMB}=\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$

$=\frac{\frac{5}{2}\times 1}{2}$

$=\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$ وحدة مربعة



• إثبات: أثبت أن $d_2 \perp d_1$ (اعتمد في ذلك على OMB فيما نورث وعكسها نورث في المثلث OMB مع الاستفادة من نقطة M على محور الفواصل)

نهاية حلول اختبارات المراجعة-جبر

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

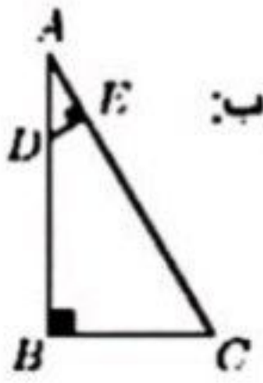
هندسة- الوحدة (الأولى + الثانية).....**النموذج الأول**

في مسائل الهندسة:ضع على الرسم مباشرة فرضيات المسألة.

وكل معلومة تنتج معك في الطلبات ....مفتاح حل أي مسألة

حل المسائل الأربعة التالية:

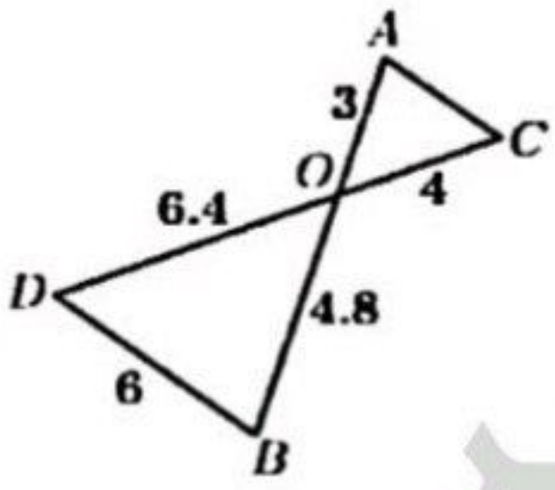
المسألة الأولى: ABC مثلث قائم في B فيه $AD=4$ و $AC=8\sqrt{2}$ و $AB=\frac{8}{\sqrt{2}}$ والمطلوب:



1) احسب $\cos\hat{A}$ ثم استنتج قياس الزاوية A.

2) احسب طول AE.

المسألة الثانية: في الشكل المجاور:

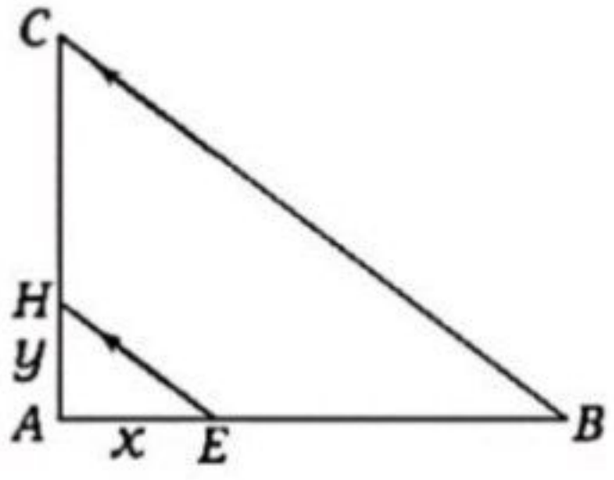


$AO=3$ و $OB=4.8$ و $OC=4$ و $OD=6.4$ و $BD=6$ والمطلوب:

1) اثبت أن $DB\|AC$.

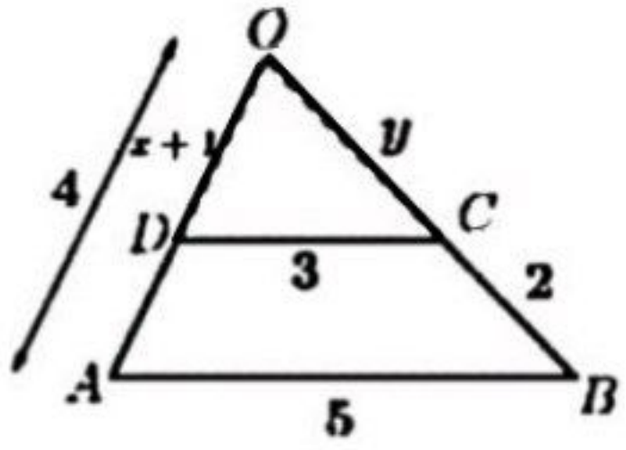
2) احسب طول AC.

المسألة الثالثة: ABC مثلث قائم في A ، طولا ضلعيه القائمين: $AB=4$ cm و $AC=3$ cm



1. احسب طول وتر هذا المثلث. واحسب tan(B).
2. E نقطةٌ على $[AB]$ رُسمَ منها مستقيم يوازي (BC) ويقطع $[AC]$ في H. لنرمز إلى الطول AE بالرمز x. وللطول AH بالرمز y. اثبت أن $y=\frac{3}{4}x$.
3. في حالة $x=1$ احسب نسبة مساحة AHE إلى مساحة ABC.

المسألة الرابعة: $ABCD$ شبه منحرف ، AD و BC متقاطعان في O



وفيه $OA=4$ و $OD=x+1$ و $OC=y$ و $BC=2$

و $DC=3$ و $AB=5$ والمطلوب:

1) علل لماذا المستقيمين DC و AB متوازيين ، اكتب النسب الثلاث.

2) احسب قيمة x و y.

==========

(انتهت الأسئلة)

قيد نفسك بحل هذا النموذج بمدة زمنية لا تتجاوز ساعة واحدة ، صحح حلك بمقارنته بالحل الموجود واذكر الأخطاء التي وقعت بها بشكل صريح بالقلم ***الأحمر وصوبها*** على أمل ألا تقع بها مجددا وتستفيد منها

أ.ماهر بربر

هندسة (1+2) النموذج الأول:

- المسألة الأولى:

$\hat{B}=90°$ ، $AD=4$ ، $AC=8\sqrt{2}$

$AB=\frac{8}{\sqrt{2}}$ ، $\hat{E}=90°$

1) $\cos\hat{A}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{AB}{AC}$ ومنه:

$\cos\hat{A}=\frac{\frac{8}{\sqrt{2}}}{8\sqrt{2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{8\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\hat{A}=60°$

2) حساب AE:

لدينا ADE مثلث قائم في E فرضاً، وتره AD

وبالاستفادة من الطلب السابق نجد: $\cos\hat{A}=\frac{1}{2}$

$\frac{AE}{AD}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{AE}{4}=\frac{1}{2}\Rightarrow AE=2$

- المسألة الثانية:

1) إذا استطعنا إثبات أن: $\frac{OC}{OD}=\frac{OA}{OB}$

عندئذٍ يكون $AC\parallel BD$.

$\frac{OC}{OD}=\frac{4\times10}{6\cdot4\times10}=\frac{40}{64}\overset{\div8}{=}\frac{5}{8}$

$\frac{OA}{OB}=\frac{3\times10}{4\cdot8\times10}=\frac{30}{48}\overset{\div6}{=}\frac{5}{8}$

$\Rightarrow \frac{OC}{OD}=\frac{OA}{OB}$ ومنه $AC\parallel BD$

حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث

حيث ترتيب النقاط C ، O ، D على المستقيم (DC)

وترتيب النقاط A ، O ، B على المستقيم (AB)

2) حساب AC:

حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين (OAC) ، (OBD)

حيث $AC\parallel BD$ (برهنا) نجد:

$\frac{OC}{OD}=\frac{OA}{OB}=\frac{AC}{BD}$

$\frac{5}{8}=\frac{5}{8}=\frac{AC}{6}$

$\Rightarrow AC=\frac{6\times5}{8}=\frac{15}{4}$

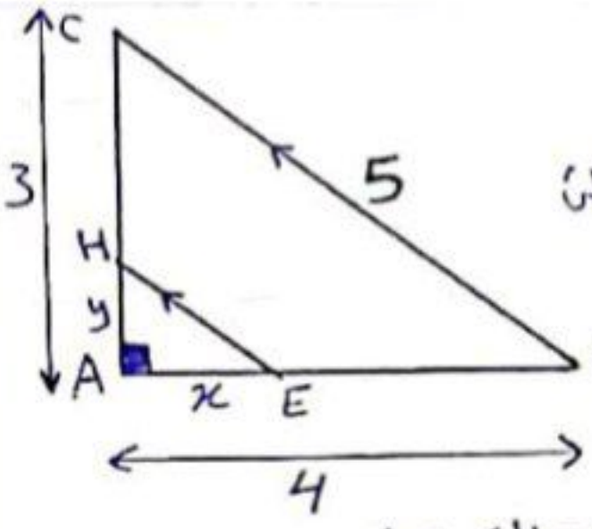
- المسألة الثالثة:

1) حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد:

$CB^2=AB^2+AC^2$

$CB^2=16+9\Rightarrow$

$CB=5\ cm$ (حسب الرسم)



- $\tan\hat{B}=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{4}$

2) لدينا فرضاً $HE\parallel BC$ ومنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$\frac{AE}{AB}=\frac{AH}{AC}=\frac{HE}{CB}$

نضع: $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{HE}{5}\Rightarrow$

$y=\frac{3}{4}x$

3) لدينا $x=1$.

ومنه تصبح النسب الثلاث السابقة على الشكل:

$\frac{1}{4}=\frac{y}{3}=\frac{HE}{5}$

أي أن $k=\frac{1}{4}$

المثلثان AHE ، ABC متشابهان

لتناسب أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها من الثاني

(إثباتاً)، ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين

متشابهين هي مربع نسبة التشابه هي $k=\frac{1}{4}$

ومنه: $\frac{S_{AEH}}{S_{ABC}}=k^2$

(انتبه إلى النسبة المطلوبة

فيما إذا كانت تصغير أو تكبير، هنا k هي نسبة تصغير

والنسبة المطلوبة هي مساحة الصغير إلى مساحة الكبير)

$\frac{S_{AEH}}{S_{ABC}}=\left(\frac{1}{4}\right)^2\Rightarrow\frac{S_{AFH}}{S_{ABC}}=\frac{1}{16}$

• طريقة ثانية ولكن الأولى هي الأفضل:

$x=1\Rightarrow y=\frac{3}{4}$

S_{AEH}: (نصف جداء الضلعين القائمين) $=\frac{1\times\frac{3}{4}}{2}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}\ cm^2$

S_{ABC}: (نصف جداء الضلعين القائمين) $=\frac{4\times3}{2}=\frac{12}{2}=6\ cm^2$

$\frac{S_{AEH}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{3}{8}}{6}=\frac{3\div3}{48\div3}=\frac{1}{16}$

- المسألة الرابعة:

1) من الفرض ABCD شبه منحرف قاعدتاه متوازيتان

أي: $DC\parallel AB$ ومنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث:

$\frac{OD}{OA}=\frac{OC}{OB}=\frac{DC}{AB}$

$\frac{x+1}{4}=\frac{y}{y+2}=\frac{3}{5}$

2):

- $\frac{x+1}{4}=\frac{3}{5}\Rightarrow5x+5=12\Rightarrow x=\frac{7}{5}$

- $\frac{y}{y+2}=\frac{3}{5}\Rightarrow5y=3y+6\Rightarrow y=3$

انتهى حل النموذج الأول هندسة (1+2).

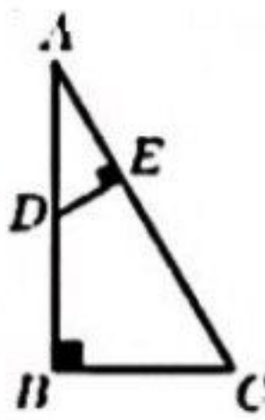
ماهر بربر

هندسة- الوحدة (الأولى + الثانية).....النموذج الثاني

في مسائل الهندسة:ضع على الرسم مباشرة فرضيات المسألة.

وكل معلومة تنتج معك في الطلبات ....مفتاح حل أي مسألة

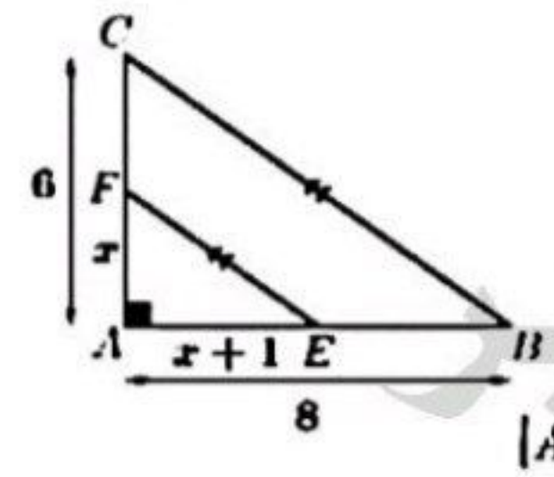
حل المسائل الأربعة التالية:



المسألة الأولى: ABC مثلث قائم في B فيه $AB=8$ و $BC=6$ و D منتصف $[AB]$ والمطلوب:

1) احسب طول AC.

2) احسب $\cos\hat{A}$ في كل من المثلثين ABC و ADE ثم استنتج طول DE. هل الناتج عدد عشري؟

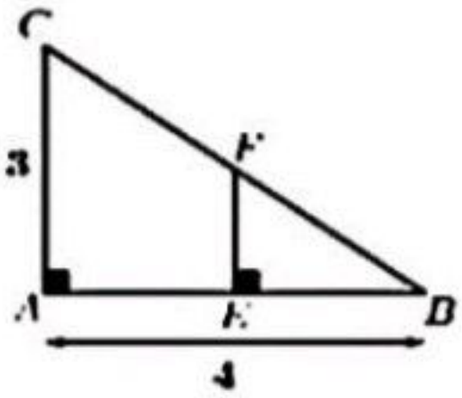


المسألة الثانية: ABC مثلث قائم في A فيه $AC=6$ و $AB=8$ والمطلوب:

1) أثبت أن $\frac{x+1}{x}=\frac{4}{3}$ ثم استنتج طول AE و AF.

2) احسب نسبة مساحة المثلث AEF إلى مساحة المثلث ABC.

المسألة الثالثة: ABC مثلث قائم في A فيه $AC=3$ و $AB=4$ ، E منتصف $[AB]$

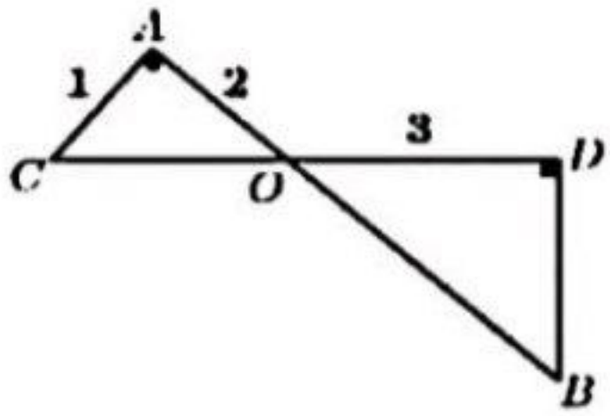


$EF \perp AB$ والمطلوب:

1) أثبت أن $EF \parallel AC$ ثم استنتج أن المثلث ABC تكبير للمثلث BEF ، ثم اكتب معامل التكبير.

2) استنتج النسبة $\frac{S(AIBC)}{S(BEF)}$.

المسألة الرابعة: في الشكل المرافق ، القطعتان $[AB]$ و $[CD]$ متقاطعتان في O



وفيه $OD=3$ و $OA=2$ و $AC=1$ والمطلوب:

1) اشرح لماذا $A\hat{O}C = D\hat{O}B$.

2) احسب $\tan A\hat{O}C$ و $\tan D\hat{O}B$ ثم استنتج طول DB

==========

(انتهت الأسئلة)

قيد نفسك بحل هذا النموذج بمدة زمنية لا تتجاوز ساعة واحدة ، صحح حلك بمقارنته بالحل الموجود واذكر الأخطاء التي وقعت بها بشكل صريح بالقلم ***الأحمر وصوبها*** على أمل ألا تقع بها مجددا وتستفيد منها

هندسة (1+2) النموذج الثاني:

1- المسألة الأولى: $\hat{B}=90°$ ، $AB=8$ ، $BC=6$

- D منتصف [AB] وعند: $AD=DB=4$

1) حسب فيثاغورث من المثلث القائم ABC نجد:

$AC^2=AB^2+BC^2=64+36=100 \Rightarrow AC=10$.

2) من المثلث ABC القائم في B نجد:

$\cos\hat{A}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{AB}{AC}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

من المثلث ADE القائم في E نجد:

$\cos\hat{A}=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}=\frac{AE}{AD}=\frac{AE}{4} \Rightarrow$

$\frac{4}{5}=\frac{AE}{4} \Rightarrow AE=\frac{16}{5}$ وهو عدد عشري

لأنه يكتب بالشكل: $a\times10^n$ حيث:

$\frac{16\times2}{5\times2}=\frac{32}{10}=3.2=32\times10^{-1}$

2- المسألة الثانية:

1) لدينا فرنسا FE//CB وعند وضعها حسب هذه النسب الثلاث نجد:

$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC} \Rightarrow$

$\underbrace{\frac{x+1}{8}=\frac{x}{6}}$

نبادل بين الوسطين

$\frac{x+1}{x}=\frac{8\div2}{6\div2}$ (نواصل التبسيط) نجد:

$\Rightarrow \frac{x+1}{x}=\frac{4}{3} \Rightarrow 3x+3=4x$

$\Rightarrow x=3=AF$

$\Rightarrow x+1=3+1=4=AE$

2) لاحظ من الطلب السابق: E منتصف AB

و F منتصف AC أي أن نسبة التشابه

هي $k=\frac{1}{2}$ (تأكد من ذلك بكتابة النسب الثلاث)

نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين

هي مربع نسبة التشابه ومنه:

$\frac{S_{AFE}}{S_{ACB}}=k^2=\frac{1}{4}$

- طريقة ثانية: احسب مساحة كل من المثلثين القائمين ثم أوجد النسبة المطلوبة ستحصل على نفس الجواب

3- المسألة الثالثة:

1) $\begin{cases}EF\perp AB\\AC\perp AB\end{cases} \Rightarrow EF//AC$ (العمودان على مستقيم واحد متوازيان)

وبالتالي المثلثان FED ، CAB متشابهان

حيث الأضلاع المتقابلة متناسبة حسب مبرهنة النسب الثلاث.

$\frac{BE}{BA}=\frac{BF}{BC}=\frac{FE}{CA} \Rightarrow$ (E منتصف AB فرضاً)

$\frac{2}{4}=\frac{BF}{BC}=\frac{FE}{3}=$

وهي نسبة تصغير $\frac{1}{2}$ .. بالتالي نسبة التكبير هي $\frac{2}{1}$ أي أن المثلث ABC هو تكبير للمثلث BEF ونسبة التكبير هي 2

(يوجد طرق أخرى للحل)

2) انتبه المطلوب نسبة التكبير إلى الصغير:

نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه هنا نأخذ نسبة التكبير $k=2$ أي:

$\frac{S_{ABC}}{S_{BEF}}=k^2=4$

4- المسألة الرابعة:

1) $A\hat{O}C=D\hat{O}B$ زاويتان متقابلتان بالرأس

2) من المثلث AOC القائم في A نجد:

$\tan A\hat{O}C=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{CA}{AO}=\frac{1}{2}$ ... ★

من المثلث DOB القائم في D نجد:

$\tan D\hat{O}B=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}=\frac{DB}{DO}=\frac{DB}{3}$ ... ★★

وكما:

وجدنا في الطلب الأول أن:

$A\hat{O}C=D\hat{O}B$ الزاويتان متساويتان

$\Rightarrow \tan A\hat{O}C=\tan D\hat{O}B$ لهما نفس الظل tan

من ★ و ★★ $\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{DB}{3} \Rightarrow$

$DB=\frac{3}{2}$

انتهى حل النموذج الثاني هندسة (1+2)

أ. ماهر بربر

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

هندسة- الوحدة (الثالثة + الرابعة).....**النموذج الأول**

في مسائل الهندسة:ضع على الرسم مباشرة فرضيات المسألة.

وكل معلومة تنتج معك في الطلبات ....مفتاح حل أي مسألة

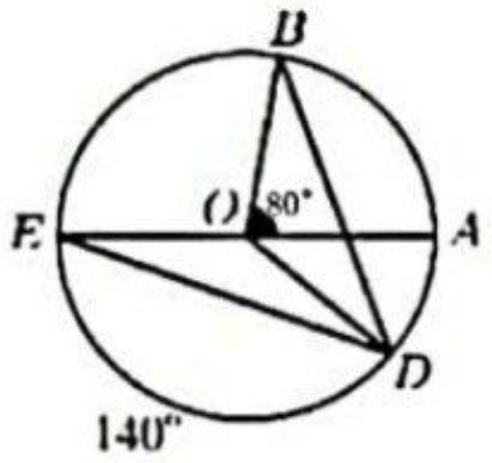
حل المسائل الأربعة التالية:

المسألة الأولى: في الشكل المرسوم جانباً ، دائرة C مركزها O فيها:

$A\hat{O}B = 80°$ و $\widehat{DE} = 140°$ و $\widehat{BAD} = 120°$ والمطلوب:

1) احسب قياس $\widehat{DA}$ ثم أثبت أن $A\hat{E}D = A\hat{B}D$.

2) احسب قياسات زوايا المثلث OED.

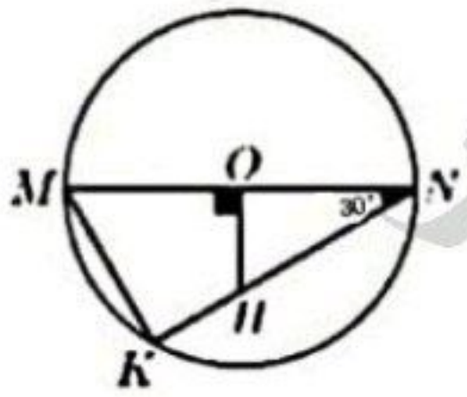


المسألة الثانية: M و N و K ثلاث نقاط من دائرة مركزها O وقطرها $MN = 8$

وفيها $OH \perp MN$ و $M\hat{N}K = 30°$ والمطلوب:

1) أثبت أن الرباعي $OHKM$ دائري.

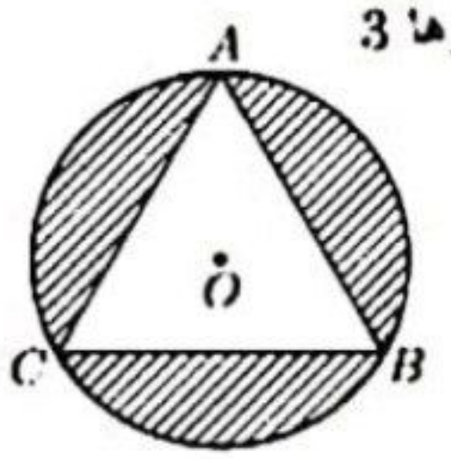
2) عيّن مركز ونصف قطر الدائرة المارة برؤوسه.



المسألة الثالثة: ABC مثلث متساوي الأضلاع تمر من رؤوسه دائرة مركزها O ونصف قطرها 3

والمطلوب: 1) احسب طول AB.

2) احسب مساحة المنطقة المظللة.



المسألة الرابعة: في الشكل المجاور:

أسطوانة دورانية ارتفاعها $h = ON$ ونصف قطر قاعدتها $r = NB = 2\sqrt{3}$

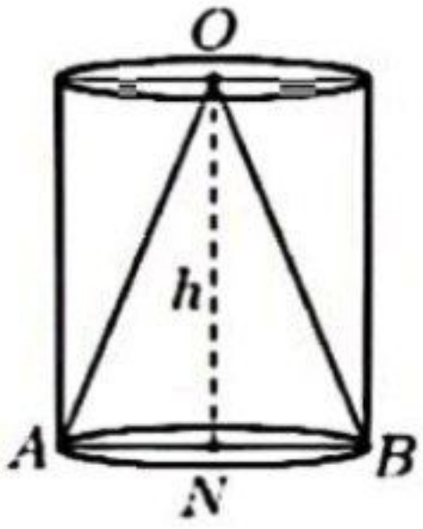
و مخروط دوراني رأسه O يشترك مع الأسطوانة في القاعدة ، حجمه $V = 40\pi$ والمطلوب:

1) إذا علمت أن حجم المخروط يعطى بالعلاقة $V = \frac{\pi}{3} r^2 h$

أثبت أن ارتفاع الأسطوانة $h = 10$.

2) احسب حجم الأسطوانة.

3) احسب حجم الجزء المحصور بين الأسطوانة والمخروط.



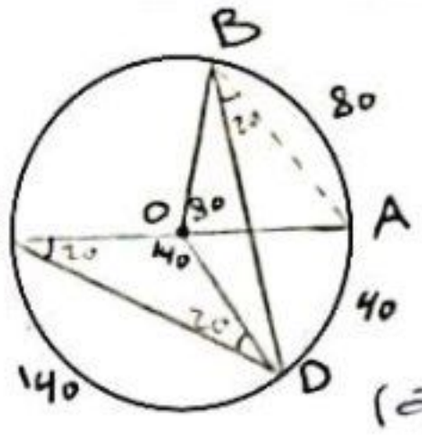
==========

(انتهت الأسئلة)

قيد نفسك بحل هذا النموذج بمدة زمنية لا تتجاوز ساعة واحدة ، صحح حلك بمقارنته بالحل الموجود واذكر الأخطاء التي وقعت بها بشكل صريح بالقلم ***الأحمر وصوبها*** على أمل ألا تقع بها مجددا وتستفيد منها

• الهندسة (3-4) النموذج الأول:

- المسألة الأولى:



1) حساب $\overset{\frown}{DA}$

لدينا فرضاً $A\hat{O}B = 80°$

ومنه $\overset{\frown}{AB} = 80°$ (قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابلة)

ولدينا أيضاً $\overset{\frown}{BD} = 120°$ وبالتالي:

$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{BA} \Rightarrow$

$\overset{\frown}{AD} = 120° - 80° = 40° \Rightarrow \overset{\frown}{AD} = 40°$

• لنثبت أن: $A\hat{E}D = A\hat{B}D$:

$\begin{cases} A\hat{E}D \text{ محيطية تحصر القوس } \overset{\frown}{AD} \\ A\hat{B}D \text{ محيطية تحصر القوس } \overset{\frown}{AD} \end{cases} \Leftarrow$

$A\hat{E}D = A\hat{B}D$ محيطتان تحصران القوس نفسه $\overset{\frown}{AD}$

وقياس كل منهما يساوي $\frac{\overset{\frown}{AD}}{2} = 20$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابلة)

2) حساب قياسات زوايا المثلث OED:

$E\hat{O}D = \overset{\frown}{ED} = 140°$ (مركزية)

$O\hat{D}E = 20°$ ومنه $O\hat{E}D = 20°$ (برهاناً)

لدينا المثلث OED متساوي الساقين $OE = OD = R$

(يمكن الحل بطرق أخرى)

- المسألة الثانية:

1) في الرباعي $OHKM$ لدينا:

$\hat{O} = 90°$ (فرضاً)

$\hat{K} = 90°$ (محيطية تحصر قوساً نصف دائرة)

وبالتالي الرباعي $OHKM$ هو رباعي دائري لأن فيه زاويتين متقابلتين ومتكاملتين.

$\hat{K} + \hat{O} = 180°$

2) مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك MH، لنحسب طول هذا القطر ($\frac{MH}{2}$ نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه) كما يلي:

• لدينا في المثلث القائم NOH:

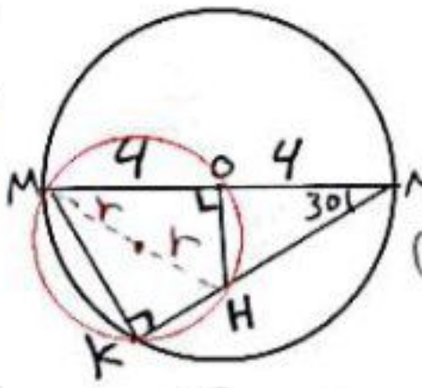
$\tan 30° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{OH}{ON} = \frac{OH}{4} \Rightarrow$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{OH}{4} \Rightarrow OH = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

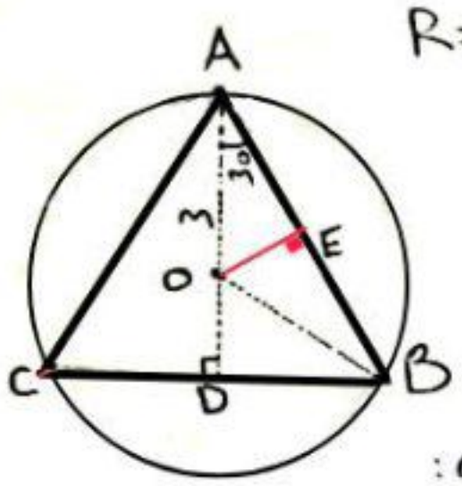
• حسب فيثاغورث في المثلث القائم OHM:

$MH^2 = OM^2 + OH^2 = 16 + \frac{16}{3} = \frac{64}{3} \Rightarrow$

$MH = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{3}}$



- المسألة الثالثة: 1) $R = 3$



• مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث هي نقطة تلاقي المحاور وهنا AD هو محور ومنصف ABC مثلث متساوي الأضلاع وكل زاوية من زواياه 60° بالتالي:

$D\hat{A}B = 30°$

• $AO = OB = R = 3$ AOB مثلث متساوي الساقين

$AB = 2AE$ ارتفاعه OE هو متوسط أي

• من المثلث AOE القائم في E نجد:

$\cos 30° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AE}{AO} = \frac{AE}{3} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{3} \Rightarrow AE = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$AB = 2AE = 3\sqrt{3}$ وهو طول ضلع المثلث ABC

2) حساب المنطقة المظللة S:

هي مساحة الدائرة S_1 مطروحاً منها مساحة المثلث S_2 حيث:

$S_1 = \pi R^2 = 9\pi$ (وحدة مربعة)

S_2 مساحة المثلث المتساوي الأضلاع تعطى بالعلاقة:

$S_2 = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(3\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$ وحدة مربعة

ومنه:

$S = S_1 - S_2 = 9\pi - \frac{27\sqrt{3}}{4}$ وحدة مربعة

- المسألة الرابعة:

1) $V = \frac{\pi}{3} r^2 h$ ؛ $V = 40\pi$ (فرضاً) ؛ $r = 2\sqrt{3}$

$40\pi = \frac{\pi}{3}(2\sqrt{3})^2 \times h$ $\div \pi$

$40 = \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times h \Rightarrow h = \frac{40}{4} = 10$ (وحدة طول)

2) ليكن V_1 حجم الأسطوانة المطلوبة:

$V_1 = S_b \times h = \pi r^2 \times h = \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 10$

$V_1 = 120\pi$ (وحدة مربعة)

(تذكر: حجم المخروط يساوي ثلث حجم الأسطوانة المشتركة معه بالقاعدة وبالارتفاع أي: $V = \frac{1}{3} V_1$)

3) ليكن V_2 هو الحجم المطلوب حيث:

$V_2 = V_1 - V = 120\pi - 40\pi = 80\pi$ وحدة مكعبة

انتهى الحل النموذج الأول هندسة (3+4)

أ. ماهر بربر

اختبارات المراجعة لطلاب الصف التاسع الأساسي

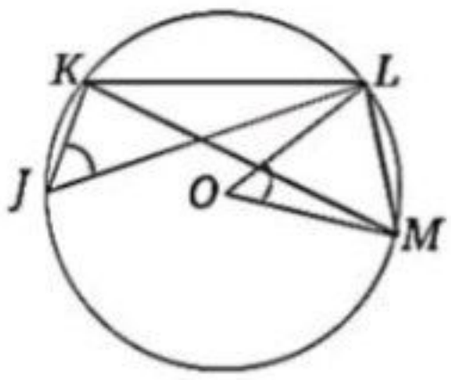
هندسة- الوحدة (الثالثة + الرابعة).....**النموذج الثاني**

في مسائل الهندسة:ضع على الرسم مباشرة فرضيات المسألة.

وكل معلومة تنتج معك في الطلبات ....مفتاح حل أي مسألة

حل المسائل الأربعة التالية:

المسألة الأولى:



لتكن J و K و L و M نقاط من دائرة مركزها O.

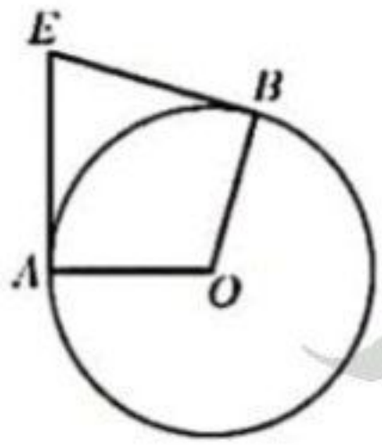
$KJL = LOM = 50°$.

1- احسب قياس الأقواس LM ، KL .

2- احسب قياسات زوايا المثلث LMK.

المسألة الثانية: في الشكل المرسوم جانباً ، دائرة مركزها O و $OA = 4$

وفيها EA و EB مماسان للدائرة في A و B على الترتيب والمطلوب:



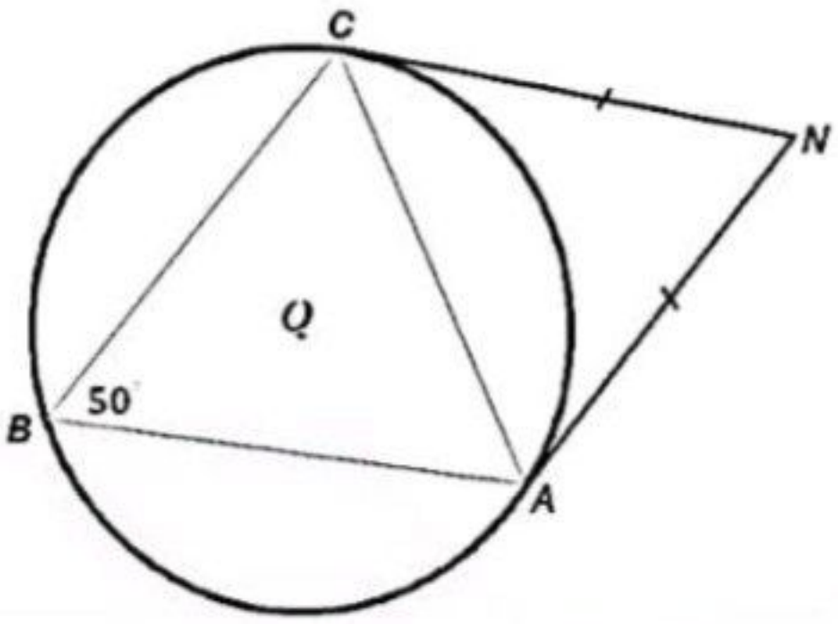
1) أثبت أن الرباعي $OAEB$ دائري.

2) عيّن مركز ونصف قطر الدائرة المارة برؤوسه.حيث $BE = 3$

المسألة الثالثة:

في الشكل المرسوم جانباً فيه : $[NA]$ مماس للدائرة

$[NA] = [NC]$ ، والمطلوب :



1 – أثبت أن $[NC]$ مماس للدائرة

2 – إذا كان قياس الزاوية $\hat{B} = 50°$

فأحسب قياسات زوايا المثلث NAC

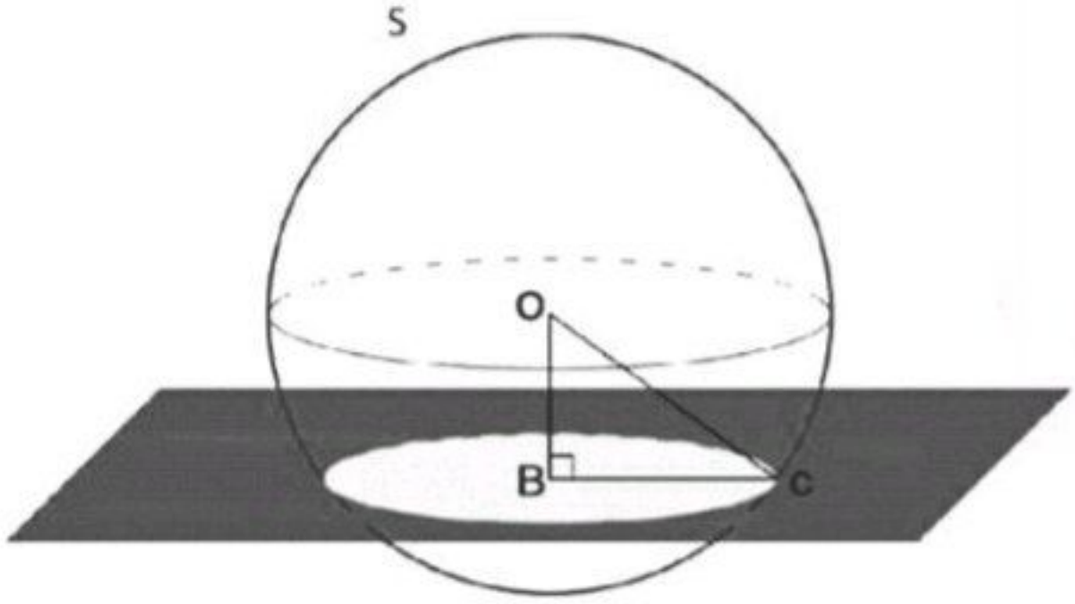
المسألة الرابعة:

في الشكل المجاور S كرة ، مركزها O ونصف قطرها OC = 6 cm

B نقطة داخل الكرة وتبتعد عن مركزها O مسافة OB = 4 cm

لقطع الكرة بمستوٍ عمودي على OB ويمر من النقطة B

والمطلوب :



1- احسب BC.

2- ما طبيعة مقطع الكرة مع المستوي واحسب مساحته

3- إذا علمت أن حجم الكرة يعطى بالعلاقة $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ احسب V.

==========

(انتهت الأسئلة)

تم بعونه تعالى

أ.ماهر بربر

هندسة (3+4) النموذج الثاني

المسألة الأولى:

1) $\widehat{LM}=50° \Rightarrow L\hat{O}M=50°$ (قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابلة وبالعكس)

$K\hat{J}L=50° \Rightarrow \widehat{KL}=100°$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابلة)

2) حساب قياسات زوايا المثلث LMK.

لدينا في المثلث LMK:

• M محيطية تحصر القوس $\widehat{KL}$ وعليه: $\widehat{KL}=100°$

$$\hat{M}=\frac{1}{2}\widehat{KL}=50°$$

• K محيطية تحصر القوس $\widehat{LM}$ وعليه: $\widehat{LM}=50°$

$$\hat{K}=\frac{1}{2}\widehat{LM}=25$$

وبالتالي: $\hat{L}=180-(50+25)=105°$

- المسألة الثانية:

1) نعلم أن: المماس يعامد نصف القطر في نقطة التماس.

EB مماس للدائرة وعليه $\begin{cases} EB\perp BO \\ EA\perp AO \end{cases} \Leftarrow$ EA " " "

وبالتالي أصبح لدينا في الرباعي $OAEB$:

$\hat{A}=90°$ ، $\hat{B}=90°$ زاويتان متقابلتان ومتكاملتان ($\hat{B}+\hat{A}=180°$) فهو رباعي دائري.

2) مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك EO، وقطرها هو EO لذلك طوله حسب فيثاغورث من المثلث القائم (برهانا) EBO:

$$EO^2=OB^2+BE^2=16+9=25 \Rightarrow EO=5$$

وبالتالي نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه $r=\frac{EO}{2}=2.5$

- المسألة الثالثة:

1) لدينا فرضا NAC مثلث متساوي الساقين

وبالتالي: زاويتا القاعدة متساويتان أي:

$$N\hat{C}A=N\hat{A}C \quad \cdots \star$$

ولدينا $[NA]$ مماس للدائرة وبالتالي:

$N\hat{A}C=\frac{1}{2}\widehat{AC}$ (محاطية تساوي نصف القوس)

ومن $\star$ يكون: $N\hat{C}A=N\hat{A}C=\frac{1}{2}\widehat{AC}$

أي أن $N\hat{C}A$ تساوي نصف القوس وهي محاطية

وعليه فإن NC مماس للدائرة في C.

2) $\hat{B}=50°$ ومنه $\widehat{CA}=100°$ (محيطية مقابلة تساوي نصف قياس القوس المقابلة)

ولدينا: $N\hat{C}A=50° \Leftarrow N\hat{C}A=\frac{1}{2}\widehat{CA}$

$N\hat{A}C=50° \Leftarrow N\hat{A}C:\frac{1}{2}\widehat{CA}$

(محاطيتان تحصران القوس $\widehat{CA}$)

(أو نكتب مباشرة: $N\hat{C}A=N\hat{A}C=\hat{B}$ لأن قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها بالقوس)

ومنه: في المثلث NCA:

$$\hat{C}=50°,\ \hat{A}=50° \Rightarrow \hat{N}=180-(50+50)$$
$$\Rightarrow \hat{N}=80°$$

- المسألة الرابعة:

1) حساب BC، حسب فيثاغورث في المثلث القائم OBC:

$$OC^2=OB^2+BC^2 \quad \text{بحيث:}$$
$$36=16+BC^2 \Rightarrow BC^2=20 \Rightarrow BC=2\sqrt{5}\ (cm)$$

2) المقطع دائرة مركزها B ونصف قطرها $BC=2\sqrt{5}\ cm$ مساحتها هي:

$$S=\pi r^2=20\pi\ cm^2$$

3) $v=\frac{4}{3}\pi R^3$; $R=6\ cm \Rightarrow$

$$v=\frac{4}{3}\pi\times 6\times 6\times 6$$
$$v=4\times 2\times 6\times 6\times \pi$$
$$v=8\times 36=288\ cm^3$$

• طلب إضافي: 1) حساب مساحة سطح الكرة.

انتهى حل النموذج الثاني من (3+4)

تم الانتهاء من ثمانية نماذج جزئية

يبقى للصف التاسع

النماذج الثمانية مع سلم تصحيح إثرائها

مرفوعة في أسرع وقت. طباعتها قبل بداية آيار

آمار بربر

النموذج الأول

امتحان شهادة التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية

الرياضيات:

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

١) إذا كان $\sin\hat{A}=\cos\hat{B}$ فإن :

A	$A=B$	B	$A=90-B$	C	$A=B-90$

٢) $ABCDEF$ مسدس منتظم فقياس الزاوية $B\hat{C}D$ يساوي

A	60°	B	120°	C	90°

٣) خُمس العدد $\frac{1}{5^2}$ يساوي :

A	5^{-1}	B	$\frac{1}{5^{-1}}$	C	5^{-3}

٤) $(\sqrt{2}+2\sqrt{2})^2$ هو عدد .....

A	عادي غير صحيح	B	صحيح	C	غير عادي

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الآتية:

١) إذا كان $a>b$ فإن القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و $a-b$

٢) $x^2-10x+25$ هو مربع عدد أياً كان العدد x

٣) مقطع مخروط بمستوي يوازي قاعدته هو دائرة مطابقة لقاعدته.

٤) مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها لا يمكن أن يكون مربع.

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

ليكن f التابع معرف كما يلي : $f(x)=x^2-2x$

١) أوجد صورة كل من الأعداد $0\ ,\ 2$

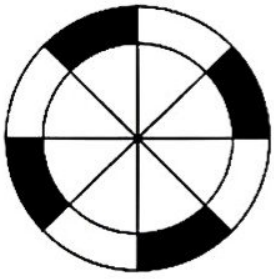
٢) أوجد أسلاف العدد -1

٣) أوجد حلول المعادلة $f(x)=0$

٤) حل المتراجحة $x^2-2x\le(x+2)^2$ ومثل حلولها على مستقيم الأعداد

التمرين الثاني:

صندوق يحوي 4 كرات سوداء (B) وكرتان بيضاوان (W)، نسحب كرة من الصندوق ونرميها في دولاب مقسم إلى 4 شرائح بيضاء (W) و 4 سوداء (B):



١) اكتب شجرة الإمكانات وحمل فروعها بالاحتمالات.

٢) أوجد احتمال وقوع كرة على شريحة من لونها

٣) أوجد احتمال وقوع كرة على شريحة من غير لونها. بطريقتين

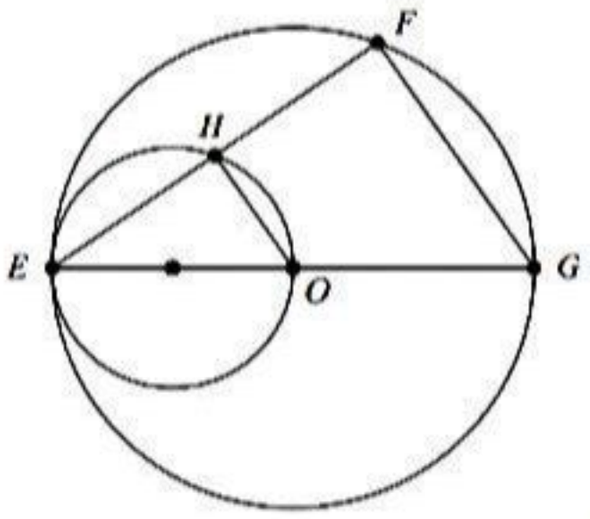
يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ℓ_1 دائرة مركزها O و $[EG]$ قطر فيها. ℓ_2 هي الدائرة التي قطرها $[EO]$

١) هل المستقيمان (OH) و (GF) متوازيان؟ علل إجابتك.

٢) إذا علمت أن $OH = 3cm$ ، احسب FG .



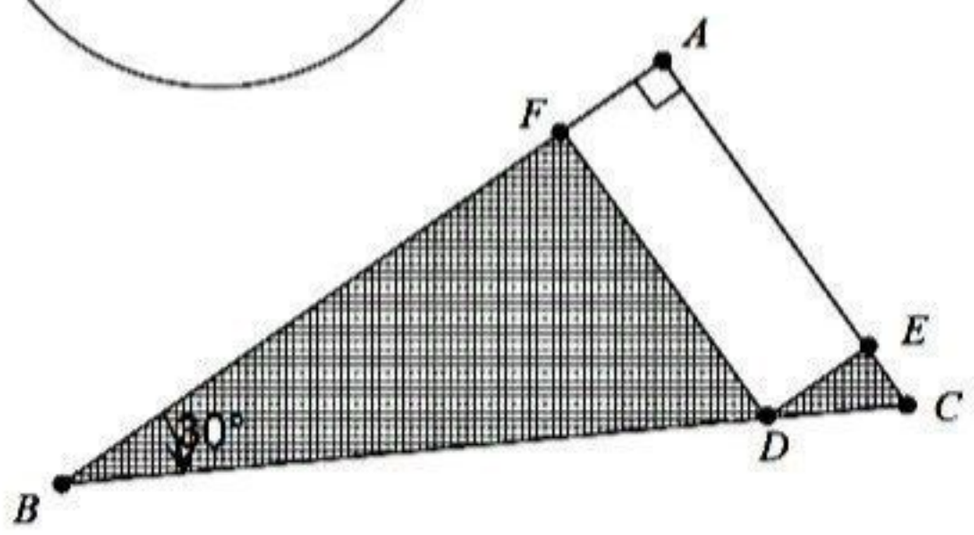
التمرين الرابع:

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في A فيه $AB = 6$ وَ $B = 30^\circ$ ، $AFDE$ مستطيل عرضه $AF = 1$:

١) احسب طول AC .

٢) أحسب طول FD .

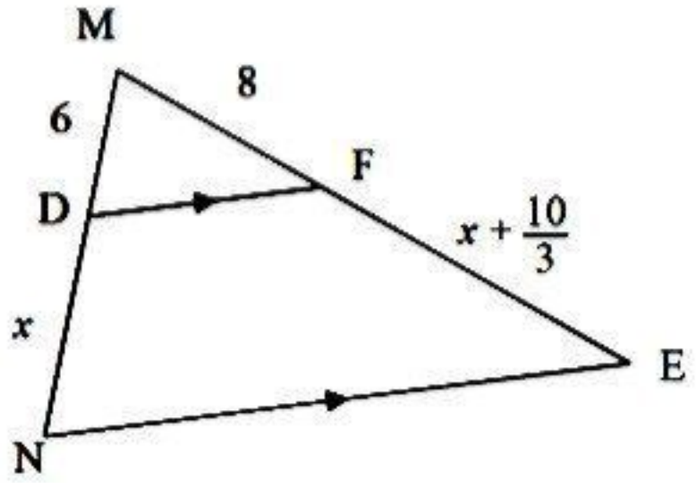
٣) احسب مساحة المنطقة المظللة.



التمرين الخامس:

في الشكل المرسوم جانباً: $MF = 8 , DM = 6 , (DF) // (NE)$

احسب طول DN و FE



ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

١) حل جملة المعادلتين الآتيتين بيانياً ثم تحقق من الحل جبرياً:

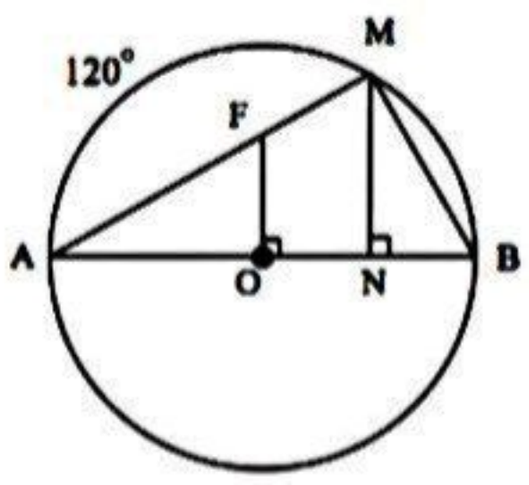
$$\begin{cases} d1: 2x + y = 4 \\ d2: x - 2y = -3 \end{cases}$$

٢) أثبت تعامد المستقيمين الممثلين بمعادلتي الجملة .

٣) برهن أن مساحة المثلث المتشكل بين تقاطع المستقيمين ومحور الفواصل هي خمس العدد 5^2

المسألة الثانية:

في الشكل المرسوم جانباً: $C(O , 4)$ دائرة وَ $[AB] \perp [MN]$ ، $[OF] \perp [AB] , AM = 120^\circ$ والمطلوب:



1) احسب قياسات زوايا المثلث ABM و أطوال أضلاعه ثم احسب MN ثم AN

2) برهن أن المثلثين MNA , FOA متشابهان.احسب $S_{(AOF)}$

3) برهن أن الرباعي $OFMB$ دائري ثمّ عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه .

واحسب طول نصف قطرها

انتهت الأسئلة

أولاً:

السؤال الأول:

١) $A = 90 - B$

٢) 120°

٣) 5^{-3}

٤) صحيح

السؤال الثاني:

١) خطأ $GCD(a,b) = GCD(b, a-b); a \geq b$

٢) صح

٣) خطأ

٤) **خطأ : يكون مربع إذا كان طول قطرها مساويا لطول ارتفاعها**

ثانياً:

التمرين الأول:

١) $f(0) = 0^2 - 2(0) = 0$

$f(2) = (2)^2 - 2(2) = 4 - 4 = 0$

2) $f(x) = -1 \Rightarrow$

$x^2 - 2x = -1 \Rightarrow$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow$

$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

3) $f(x) = 0 \Rightarrow$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0 \Rightarrow$

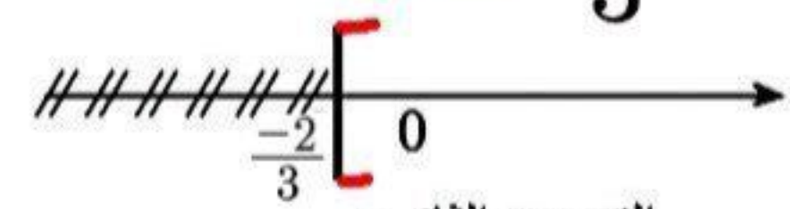
$x = 0, or\ x = 2$

4) $x^2 - 2x \leq (x+2)^2 \Rightarrow$

$x^2 - 2x - x^2 - 4x \leq 4 \Rightarrow$

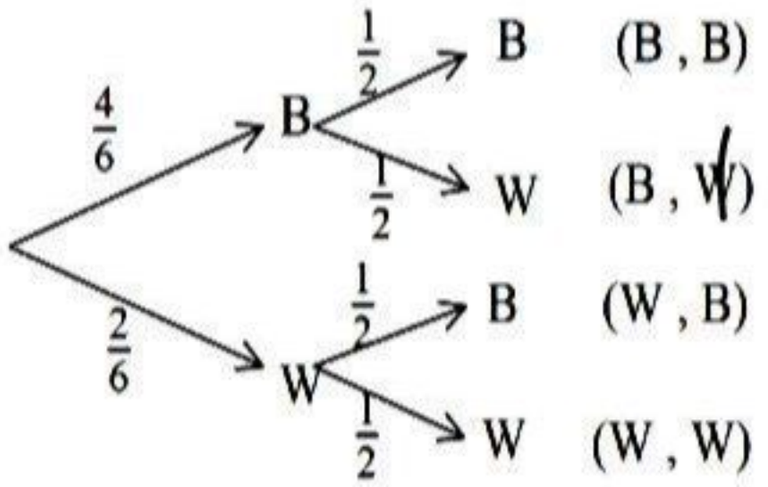
$-6x \leq 4 \longrightarrow x \geq \frac{-2}{3}$

$x \in [\frac{-2}{3}, +\infty[$



التمرين الثاني:

١)



٢) نفرض A هو الحدث المطلوب

$P(A) = P(B,B) + P(W,W)$

$= \frac{4}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

٣) طريقة (١):

الحدث المطلوب هو الحدث المعاكس لـ A إذاً:

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

طريقة (٢):

نفرض C الحدث المطلوب:

$P(C) = P(B,W) + P(W,B)$

$= \frac{4}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

التمرين الثالث:

١) $E\widehat{F}G = 90^{\circ}$ لأنها زاوية محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

$E\widehat{H}O = 90^{\circ}$ لأنها زاوية محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

إذاً: $[EF] \perp [FG]$ و $[EF] \perp [HO]$ ومنه: $[HO] // [FG]$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

٢) حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$\frac{EH}{EF} = \frac{EO}{EG} = \frac{HO}{FG}$ بالتعويض نجد:

$\frac{EO}{2EO} = \frac{3}{FG} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{FG} \Rightarrow FG = \frac{2 \times 3}{1} = 6$

يمكن الحل باعتماد المبرهنة الثانية ثم المبرهنة الأولى في المنتصفات

التمرين الرابع:

١)

$\tan A\widehat{B}C = \frac{AC}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{6} \Rightarrow AC = \frac{^{2}6 \times \sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

٢) $\tan F\hat{B}D = \frac{FD}{FB}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FD}{5} \Rightarrow FD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

٣) مساحة المثلث القائم $= \frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$S_{AEDF} = AF \times FD = 1 \times \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

مساحة المنطقة المظللة:

$$S = S_{ABC} - S_{AEDF} = 6\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{18\sqrt{3}}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$$

التمرين الخامس:

حسب مبرهنة النسب الثلاث:

بالتعويض نجد: $\frac{MD}{MN} = \frac{MF}{ME} = \frac{DF}{NE}$

حسب خواص التناسب نجد: $\frac{6}{x+6} = \frac{8}{x + \frac{10}{3} + 8}$

$$8(x+6) = 6(x + \frac{10}{3} + 8)$$

$$8x + 48 = 6x + \frac{60}{3} + 48$$

$$8x - 6x = 20$$

$$2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$$

$$DN = x = 10 \, , \, FE = 10 + \frac{10}{3} = \frac{30}{3} + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

ثالثاً:

المسألة الأولى:

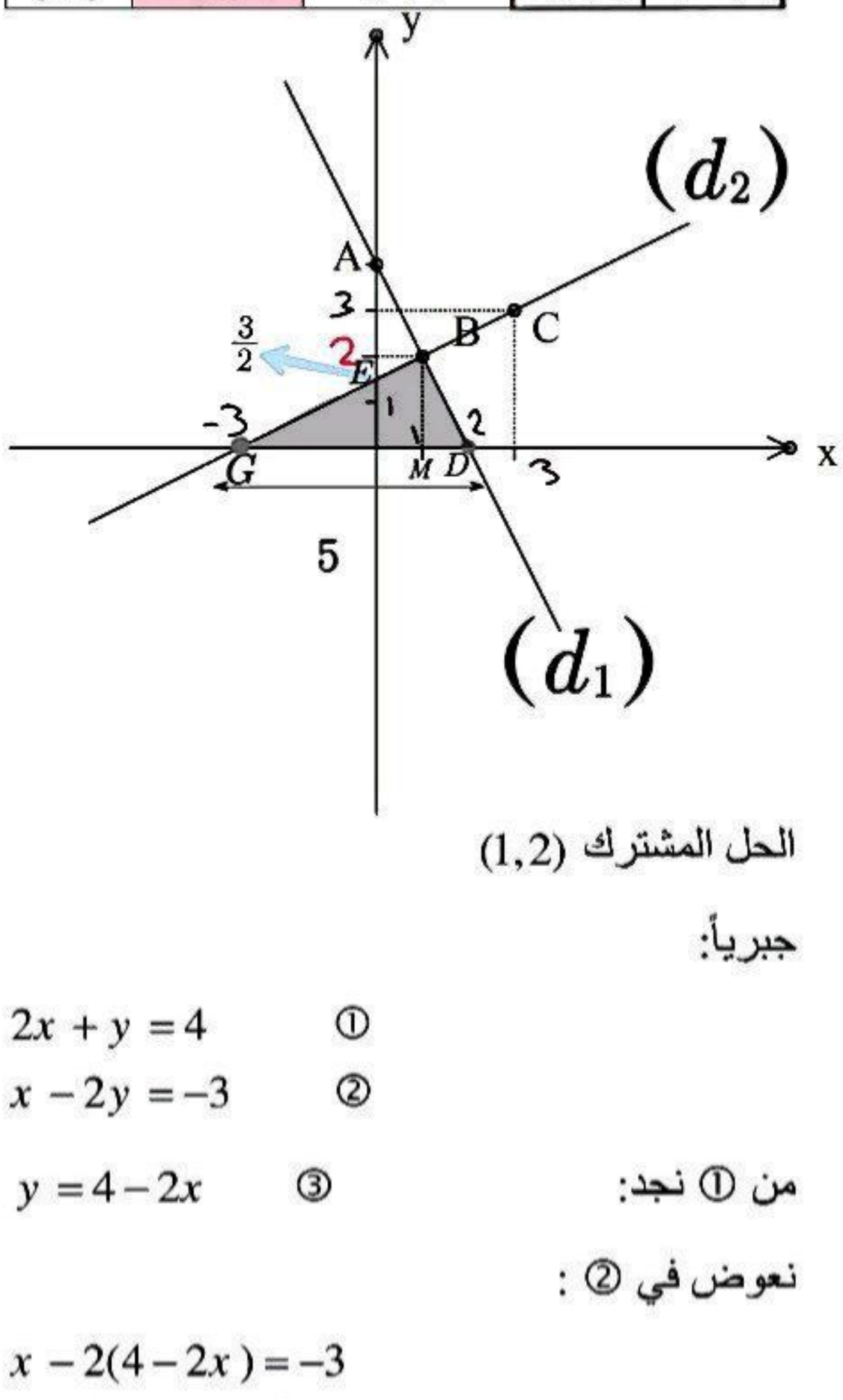
بيانياً:

$$2x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 2x$$

x	0	1	2
y	4	2	0
(d_1)	$A(0,4)$	$B(1,2)$	$D(2,0)$

$$x - 2y = -3 \Rightarrow x + 3 = 2y \Rightarrow y = \frac{x+3}{2}$$

x	1	3	0	-3
y	2	3	3/2	0
(d_2)	$B(1,2)$	$C(3,3)$	$E(0,3/2)$	$G(-3,0)$



الحل المشترك $(1,2)$

جبرياً:

$$2x + y = 4 \quad ①$$

$$x - 2y = -3 \quad ②$$

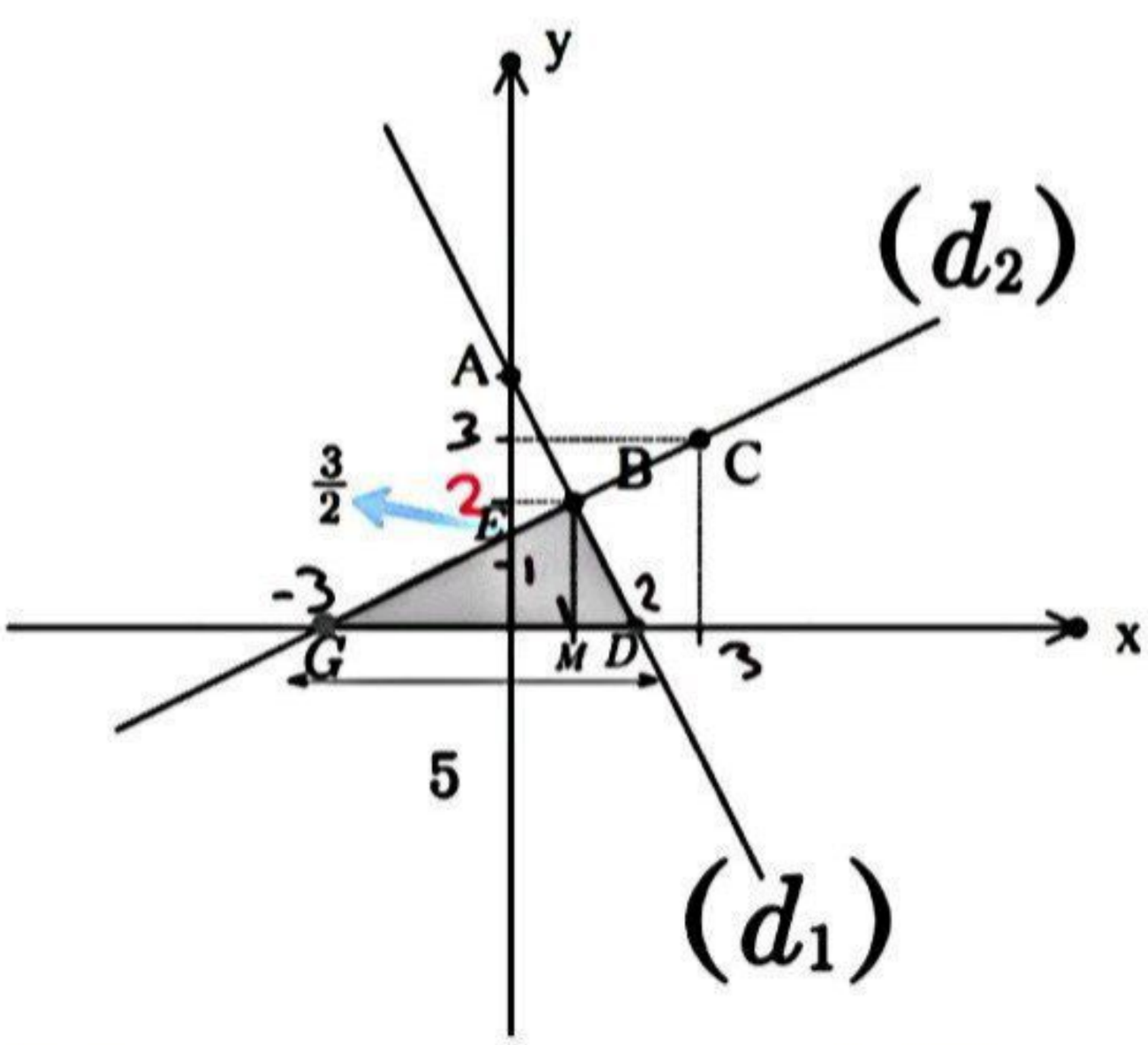
من ① نجد: $y = 4 - 2x \quad ③$

نعوض في ② :

$$x - 2(4 - 2x) = -3$$

$$x - 8 + 4x = -3$$

$$5x = -3 + 8 = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{5} = 1$$



نعوض في ③ :

$y = 4 - 2 = 2$

الحل المشترك $(1\ ,\ 2)$

(2 لإثبات أن $d_1 \perp d_2$ علينا إثبات أن $BG \perp DB$ أي نبرهن أن المثلث GBD قائم في B، وذلك بتطبيق عكس فيثاغورث بعد حساب BG، BD

• نفرض M المسقط القائم للنقطة B على محور الفواصل. عند تطبيق فيثاغورث في المثلث القائم BMD نجد

$$[DB]^2 = [MD]^2 + [MB]^2 \Rightarrow [DB]^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow [BD] = \sqrt{5}$$

- حساب فيثاغورث في المثلث القائم BMG نجد:

$$[BG]^2 = [BM]^2 + [MG]^2 \Rightarrow [BG]^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow [BG] = 2\sqrt{5}$$

• لنطبق عكس فيثاغورث على المثلث GBD نجد:

$$\underbrace{[BG]^2}_{20} + \underbrace{[BD]^2}_{5} \overset{?}{=} [GD]^2 \Rightarrow 20 + 5 \overset{?}{=} 5^2 \Rightarrow 25 = 25 \text{ محققة}$$

أي أن المثلث قائم B وعليه فإن: $d_1 \perp d_2$

(3

$$S(GBD) = \frac{[BG] \times [BD]}{2} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{2} = 5 \text{ وحدة مربعة}$$

وهي تُساوي العدد 5^2 حيث $\frac{5^2}{5} = 5$

المسألة الثانية:

١) $A\hat{B}M = 60^\circ$ لأنها محيطية تساوي نصف القوس المقابل لها.

$A\hat{M}B = 90^\circ$ لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

$$M\hat{A}B = 180 - (90 + 60) = 30^\circ$$

$$AB = 8$$

$$MB = \frac{1}{2}AB = 4$$

حسب نتيجة: طول الضلع المقابلة للزاوية 30° في مثلث قائم يساوي نصف طول الوتر

حساب AM حسب فيثاغورث:

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$64 = AM^2 + 16 \Rightarrow AM^2 = 64 - 16 = 48$$

$$AM = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

حساب MN:

$MN = \frac{1}{2}AM = 2\sqrt{3}$ حسب نتيجة: طول الضلع المقابلة للزاوية 30 في مثلث قائم يساوي نصف طول الوتر (في المثلث ANM)

حساب AN:

حسب فيثاغورث في المثلث AMN :

$$AM^2 = AN^2 + MN^2$$

$$(4\sqrt{3})^2 = AN^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$48 = AN^2 + 12 \Rightarrow AN^2 = 48 - 12 = 36$$

$$AN = \sqrt{36} = 6$$

٢) $[AB] \perp [MN]$ و $[AB] \perp [FO]$

إذاً $[FO] // [MN]$ "العمودان على مستقيم واحد متوازيان"

حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$$\frac{AF}{AM} = \frac{AO}{AN} = \frac{FO}{MN}$$

فالمثلثان AOF و ANM متشابهان حسب التعريف.

$K = \frac{AO}{AN} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. نسبة التشابه هي

- نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S(AOF)}{S(AMN)} = K^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

- لنحسب مساحة المثلث القائم AMN.

$$S(AMN) = \frac{[AN] \times [MN]}{2} = \frac{6 \times 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

(MN هو ارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع OMB فهو متوسط أي لـ O منتصف OB وكذلك فإن AN = AO + ON = 4 + 2 = 6)

ومنه:

$$\frac{S(AOF)}{6\sqrt{3}} = \frac{4}{9} \Rightarrow S(AOF) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$ وحدة مربعة

٣) لدينا في الرباعي OFMB:

$\hat{M} = 90^\circ$ و $\hat{O} = 90^\circ$ $\Rightarrow \hat{M} + \hat{O} = 180^\circ$

زاويتان متقابلتان ومتكاملتان فالرباعي دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين OFB و MFB أي منتصف FB.

- من المثلث القائم FAO لدينا:

$$\tan\hat{A} = \frac{FO}{AO} \; ; \; \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{FO}{4}$$

$$FO = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$ ومنه $$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FO}{4}$$

- من المثلث القائم FOB حسب مبرهنة فيثاغورث:

$$[FB]^2 = [FO]^2 + [OB]^2 = \frac{48}{9} + 16$$

$$= \frac{16}{3} + 16 = \frac{48 + 16}{3} = \frac{64}{3}$$

وبالتالي: $2R' = FB = \frac{8}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow R' = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

النموذج الثاني

امتحان شهادة التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية

الرياضيات:

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

١) **ربع العدد 32^5 هو :**

2^{18}	C	2^{23}	B	8^5	A

٢) $ABCDEF$ مسدس منتظم، O مركز الدائرة المارة برؤوسه، **قطرها 20 فمحيط المسدس:**

$100\sqrt{3}/4$	C	120	B	60	A

٣) الكسر المختزل للكسر $\frac{237}{18}$ يساوي :

$\frac{11}{2}$	C	$\frac{79}{6}$	B	$\frac{70}{3}$	A

٤) $GCD(81,m)=27 \Rightarrow$

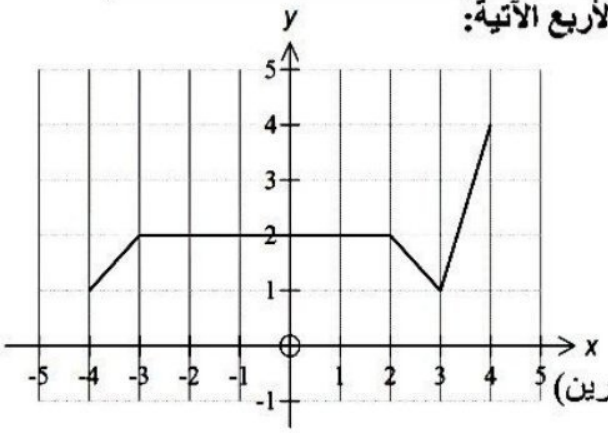
$m \neq 27$	C	81 قاسما للعدد m	B	81 مضاعفا للعدد m	A

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الآتية:

١) في المثلث ABC القائم في A : $0 < Tan\,\hat{B} < 1$

٢) $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}$ عدد غير عادي

الشكل المجاور تمثيل بياني لتابع (x)



٣) صورة العدد 2 هي 1

٤) أسلاف العدد 1 هي 4- و 3 .

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

١) أوجد ناتج كلاً مما يلي بأبسط صورة:

$$A=\sqrt{27}+2\sqrt{48}-\sqrt{192} \quad ، \quad B=(x-5)(x+5) \quad ، \quad C=\frac{2\times 0.1\times 25\times 10^3}{500\times 10^4}$$

٢) حل المعادلة $2x^2-12x+18=0$

التمرين الثاني:

نلقي قطعة نقود ونسجل النتيجة ثم نلقيها مرة ثانية ونسجل النتيجة ، المطلوب

١) اكتب شجرة الإمكانات وحمل فروعها بالاحتمالات.

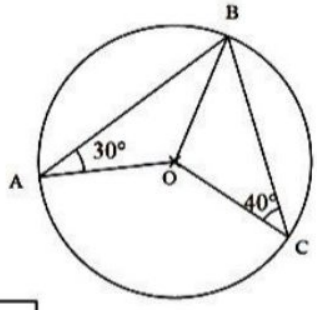
٢) أوجد احتمال الحصول على وجهين متماثلين.

٣) أوجد احتمال الحصول على وجهين مختلفين.

التمرين الثالث:

في الشكل المجاور $C(O,R)$ دائرة

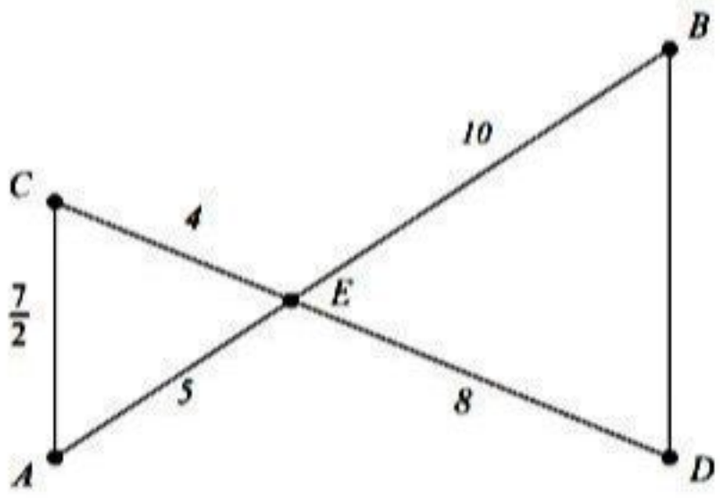
$O\hat{A}B=30^\circ$, $O\hat{C}B=40^\circ$ احسب $A\hat{O}C$



يتبع في الصفحة الثانية

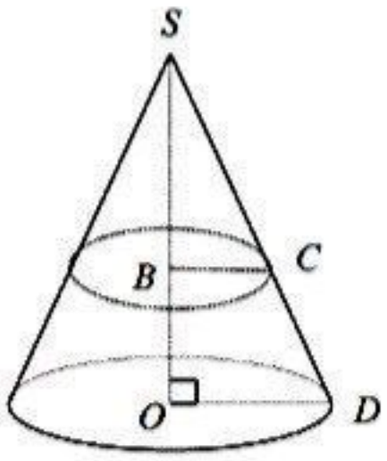
<u>الرياضيات:</u>

التمرين الرابع:



في ا لشكل المجاور أثبت أن $CA \,//\, BD$ ثم احسب طول BD

المرين الخامس:



مخروط دوراني نصف قطر قاعدته $5cm$ وارتفاعه $SO = 15cm$
قطع بمقطع يوازي قاعدته فكان المقطع الدائرة التي نصف قطرها BC ،
$SB = 10cm$

١) احسب طول BC.
٢) احسب حجم المخروط

ثالثاً: <u>حل المسألتين الآتيتين:</u> (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

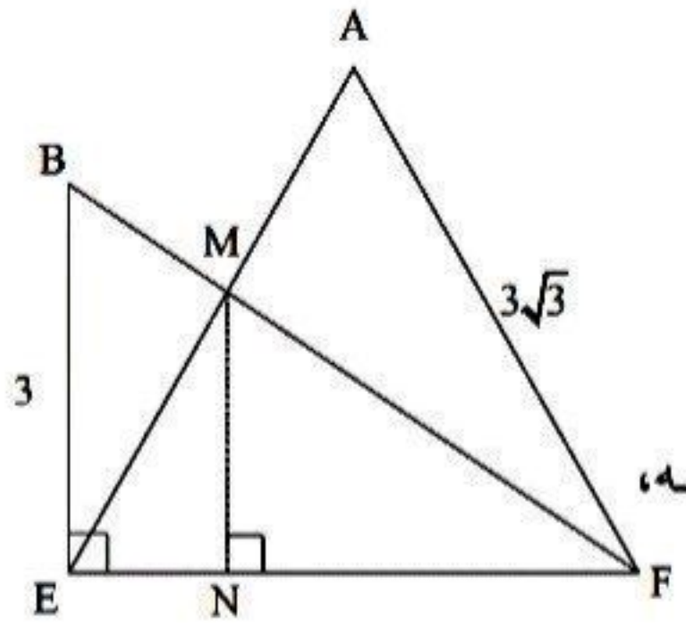
في جملة المعادلتين التاليتين:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 & .....① \\ y - 2x = 0 & .....② \end{cases}$$

١) أي النقاط الآتية: $B(2,4)$, $A(4,0)$ تحقق المعادلة ① ؟
٢) أي النقاط الآتية : $D(-2,-4)$, $C(1,1)$ تحقق المعادلة ② ؟
٣) حل جملة المعادلتين بيانياً
٤) أحسب مساحة المثلث AOB .

المسألة الثانية:

في الشكل المجاور:



AFE مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $3\sqrt{3}$
BEF مثلث قائم الزاوية في E ، $BE = 3$ ، $[MN] \perp [EF]$

١) أثبت أن $BF = 6$ ثم احسب $\sin E\hat{B}F$
٢) أثبت أن الرباعي $AFEB$ دائري، وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه، واحسب طول نصف قطرها.
٣) أثبت أن المثلثين MNF , BEF متشابهان .

<u>انتهت الأسئلة</u>

أولاً:

السؤال الأول:

١) $\frac{(32)^5}{4}=\frac{(2^5)^5}{2^2}=\frac{2^{25}}{2^2}=2^{25-2}=2^{23}$

٢) $P=6\times R=6\times 10=60$

٣) $\frac{79}{6}$

٤) A

السؤال الثاني:

١) خطأ ليس بالضرورة

٢) خطأ

٣) خطأ

٤) صح

ثانياً:

التمرين الأول:

١)

$A=\sqrt{9\times 3}+2\sqrt{16\times 3}-\sqrt{64\times 3}$

$=3\sqrt{3}+8\sqrt{3}-8\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$B=x^2-25$

$C=\frac{50\times 10^{-1}\times 10^3}{50\times 10\times 10^4}=\frac{10^2}{10^5}=10^{-3}$

٢)

$2x^2-12x+18=0$

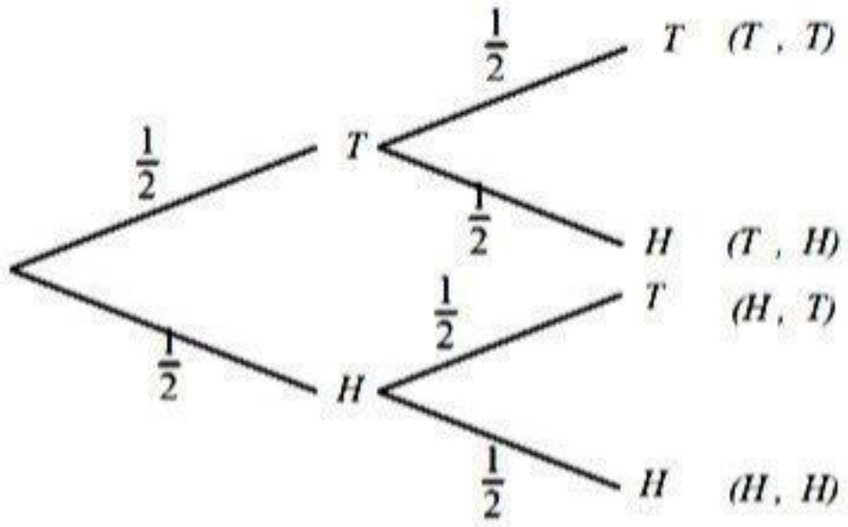
$2(x^2-6x+9)=0$

$2(x-3)^2=0$

$x-3=0\Rightarrow x=3$

التمرين الثاني:

١)



٢) نفرض A الحدث المطلوب:

$P(A)=P(T,T)+P(H,H)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

٣) طريقة (١):

نفرض B الحدث المطلوب:

$P(B)=P(T,H)+P(H,T)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

طريقة (٢):

الحدث المطلوب هو الحدث المعاكس لـ A :

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التمرين الثالث:

طريقة (١):

المثلث AOB متساوي الساقين لأن $AO=OB=R$

إذاً: $ABO=BAO=30^\circ$

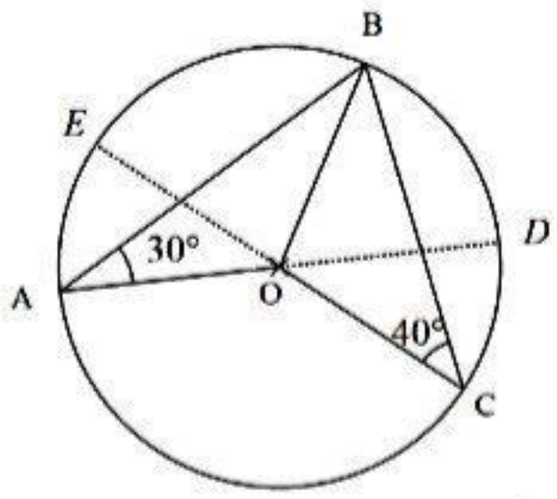
المثلث COB متساوي الساقين لأن $CO=OB=R$

إذاً: $CBO=BCO=40^\circ$

$A\hat{B}C=A\hat{B}O+O\hat{B}C=70^\circ$

ومنه: $A\hat{O}C=2A\hat{B}C=140^\circ$ لأنهما زاوية محيطية وأخرى مركزية تقابلان نفس القوس.

طريقة(٢):



نمدد (AO)

فيقطع الدائرة في D

نمدد (CO)

فيقطع الدائرة في E

$B\hat{A}D=\frac{1}{2}\widehat{BD}\Rightarrow BD=60^\circ$ لأنها زاوية محيطية

$B\hat{C}E=\frac{1}{2}\widehat{BE}\Rightarrow BE=80^\circ$ لأنها زاوية محيطية

$E\hat{O}D=\widehat{EBD}=\widehat{EB}+\widehat{BD}=140^\circ$ لأنها زاوية مركزية

$A\hat{O}C=E\hat{O}D=140^\circ$ للتقابل بالرأس

تستطيع الحل بالاعتماد على تعريف الزاويه المنعكسة

التمرين الرابع:

$$\frac{CE}{ED}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$
$$\frac{AE}{EB}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

نلاحظ أن: $\frac{CE}{ED}=\frac{AE}{EB}$ ومنه $(AC)//(BD)$

حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث

حسب مبرهنة النسب الثلاث: $\frac{CE}{ED}=\frac{AE}{EB}=\frac{CA}{BD}$

بالتعويض:

$$\frac{4}{8}=\frac{\frac{7}{2}}{BD}\Rightarrow BD=\frac{\frac{7}{2}\times 8^{4}}{4}=\frac{28}{4}=7$$

التمرين الخامس:

١) الدائرة التي نصف قطرها BC تصغير لقاعدة المخروط بنسبة: $k=\frac{SB}{SO}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

$$BC=K\times OD=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}\,cm$$

$$v=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{\cancel{3}}\times\pi\times 25\times\cancel{15}^{5}=125\pi\,cm^{3}$$ (٢

ثالثاً:

المسألة الأولى:

١) نعوض إحداثيات A في المعادلة ① :

$2(4)+0=8$ محققة

نعوض إحداثيات B في المعادلة①:

$2(2)+4=4+4=8$ محققة

النقطتان تحققان المعادلة ①

٢) نعوض إحداثيات النقطة C في المعادلة②:

$1-2(1)=1-2=-1\neq 0$ غير محققة

النقطة C لا تحقق المعادلة ②

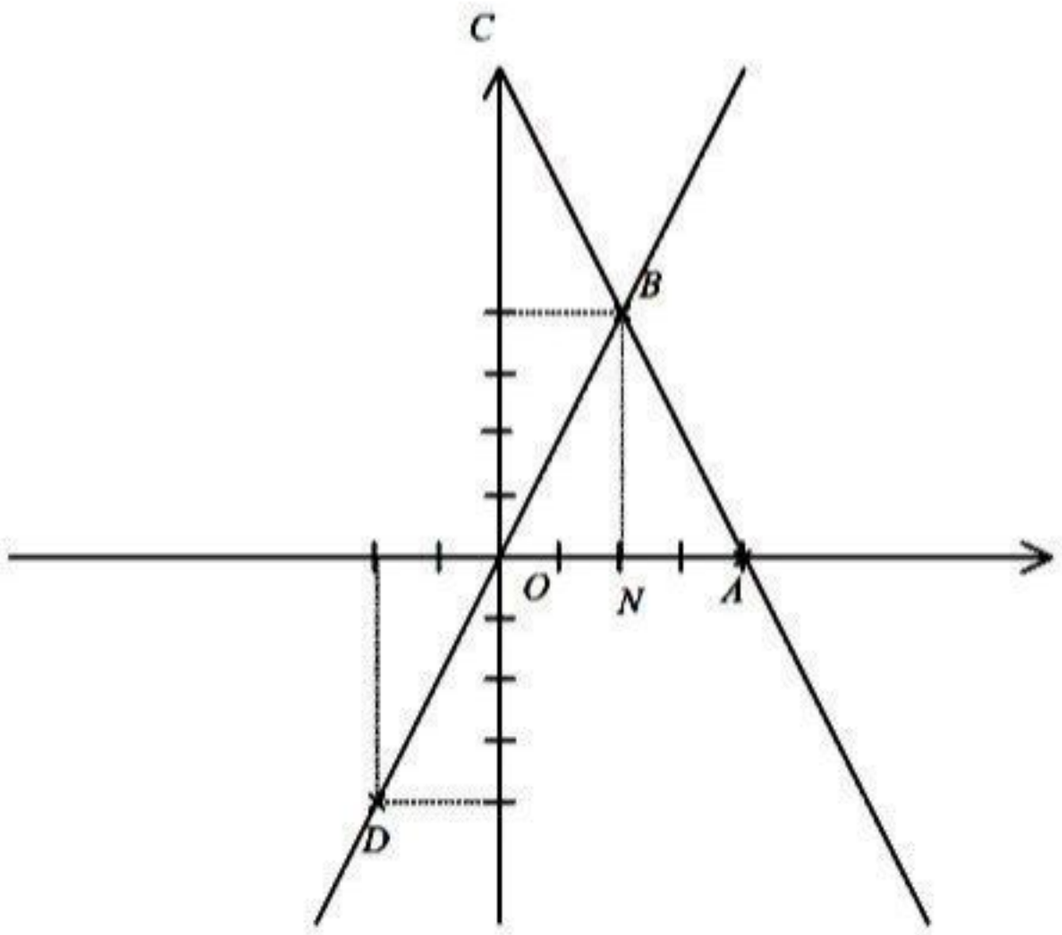
نعوض إحداثيات النقطة D في المعادلة ②:

$-4-2(-2)=-4+4=0$ محققة

٣) من الطلب الأول نجد أن النقطتين A و B تحققان المعادلة الأولى لذا يمكننا الاستغناء عن جدول النقاط المساعدة.

كما نلاحظ أن المعادلة الثانية تمر بمبدأ الإحداثيات وبالنقطة D لذا يمكننا الاستغناء عن جدول النقاط المساعدة.

أنت ارسمه في كل الحالات



الحل المشترك $(2\,,4)$

٤) قاعدة المثلث AOB هو: AO وارتفاعه BN

مساحة المثلث $=\frac{\text{القاعدة}\times\text{الارتفاع}}{2}$

$=\frac{4\times 4}{2}=8$ **وحدة مربعة**

المسألة الثانية:

١) حسب فيثاغورث في المثلث القائم BEF :

$BF^{2}=BE^{2}+EF^{2}=(3)^{2}+(3\sqrt{3})^{2}$

$=9+27=36\Rightarrow BF=\sqrt{36}=6$

$\sin EBF=\frac{EF}{BF}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

٢) نلاحظ أن $\sin EBF=\sin 60$

ومنه $EBF=60^{\circ}$

نلاحظ أن $EAF=60^{\circ}$ لأن المثلث EAF متساوي الأضلاع:

فيكون $AFEB$ رباعي دائري لأن فيه زاويتين متساويتين تقابلان الضلع $[EF]$ وبنفس الجهة.

تعيين مركز الدائرة:

نلاحظ أن الدائرة المطلوبة تمر برؤوس المثلث القائم BEF فيكون مركزها منتصف الوتر BF

ونصف قطرها $R=\frac{BF}{2}=3$

3- ان $MN \parallel BE$ لأنهما عمودان على مستقيم واحد

حسب مبرهنة النسب الثلاث:

$$\frac{FM}{FB} = \frac{FN}{FE} = \frac{MN}{BE}$$

إذاً المثلثان BEF و MNF متشابهان حسب تعريف التشابه.

النموذج الثالث

امتحان شهادة التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية

الرياضيات:

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

١) في المثلث ABC القائم في B طول الضلع AB يساوي:

$AC \times \sin C$	A	$AC \times \cos C$	B	$AC \times \tan C$	C

٢) إذا كان [AB]ضلعا في مضلع منتظم عدد أضلاعه ١٢ ومركزه Oكان:

$A\hat{O}B = 120°$	A	$A\hat{O}B = 30°$	B	$A\hat{O}B = 60°$	C

٣) الربيع الثالث للعينة $2, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 16$ هو :

13	A	14	B	15	C

٤) إذا كان f تابع معرف بالعلاقة $x \mapsto 2x^2 - 1$ فإن :

$f(-1) = -1$	A	$f(-1) = 2$	B	$f(-1) = 1$	C

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الآتية:

١) في تجربة إلقاء حجر نرد، الحدثان " A : ظهور عدد فردي" و" B : ظهور عدد زوجي" متنافيان ومتعاكسان.

٢) كل عدد أصغر من 5 يكون نظيره أصغر من -5

٣) المجسم الناتج عن دوران قرص دائري حول أحد أقطاره هو مجسم كروي

٤) للمسدس المنتظم ستة محاور تناظرية.

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية:(60 درجة لكل من الأول والثاني + 70 لكل من الثالث والرابع + 40 للخامس)

التمرين الأول:

ليكن المقدار : $E = (x-2)^2 + 5(x-2)$:

١) انشر المقدار E ثم اختزله.

٢) حلل المقدار E

٣) حل المعادلة $E = 0$

التمرين الثاني:

نادي رياضي يقدم عرضين:

الأول: يدفع المنتسب 800 ليرة سورية عن كل ساعة تدريب

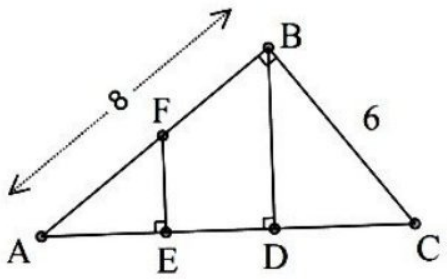
الثاني: اشتراك شهري بحيث يدفع المشترك 3600 ليرة سورية شهرياً ويدفع 400 ليرة سورية عن كل ساعة تدريب

بعد كم ساعة تدريب يصبح العرض الثاني أوفر من العرض الأول.

التمرين الثالث:

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في B فيه $AB = 8$ ، $BC = 6$

$[BD] \perp [AC]$ و $[FE] \perp [AC]$:



١) احسب طول AC ثم $\sin B\hat{A}C$

٢) احسب طول BD

٣) إذا علمت أن E منتصف $[AD]$ ،احسب طول FE .

٤) أثبت أنَّ الرباعي $FECB$ دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه.

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الرابع:

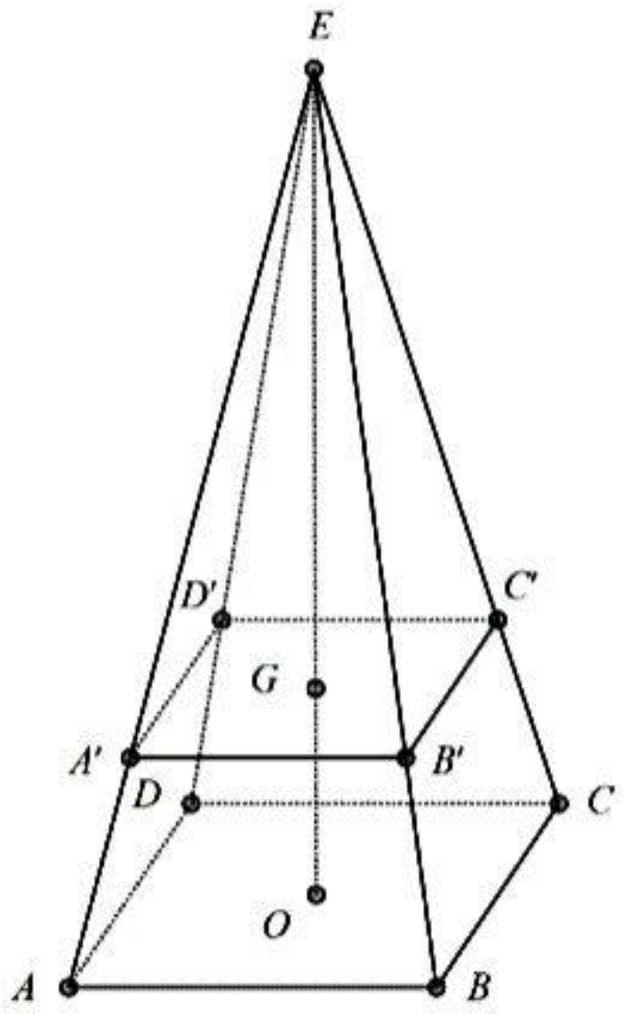
$EABCD$ هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه $4cm$ ،ارتفاع الهرم $EO = 12cm$ ، G نقطة من ارتفاعه $[EO]$ تحقق $EG = 9cm$ ، مقطع الهرم بالمستوي الذي يوازي قاعدته هو المربع $A'B'C'D'$

١) أحسب V_1 حجم الهرم $EABCD$.

٢) احسب V_2 حجم الهرم $EA'B'C'D'$ ثم استنتج V حجم جذع الهرم $ABCD - A'B'C'D'$.

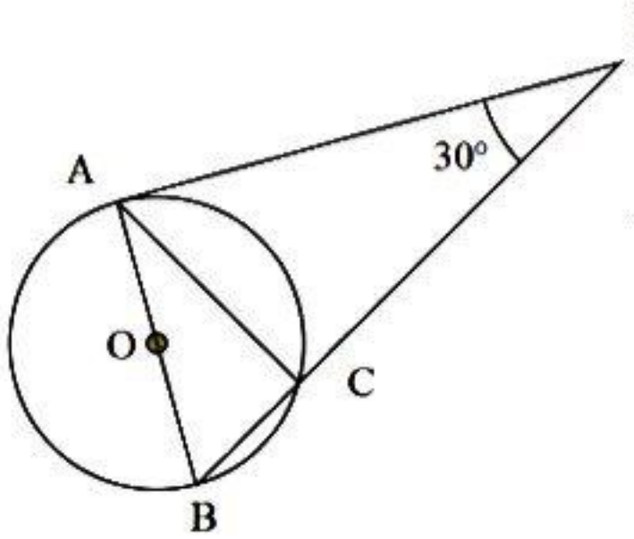
٣) تحقق من حساباتك باستعمال الدستور $V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{S \times S'})$

حيث h ارتفاع الجذع و S, S' مساحتا قاعدتيه.



التمرين الخامس:

في الشكل المرسوم جانباً $C(O,2)$ دائرة، $[FA)$ مماس لها في A ، $\widehat{F} = 30^\circ$ والمطلوب: أثبت أنَّ $B\widehat{A}F = 90^\circ$ ثم احسب BF وقياس $\widehat{AC}$.



ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

اشترت سعاد 3 أقلام ودفترين بسعر 3500 ليرة سورية واشترى سامر قلمين ودفتر بسعر 2000 ليرة سورية

١) عبر عما اشترته سعاد بمعادلة وعما اشتراه سامر بمعادلة أخرى.

٢) أوجد سعر القلم وسعر الدفتر بحل جملة المعادلتين السابقتين.

٣) أوجد سعر 5 دفاتر وخمسة أقلام.

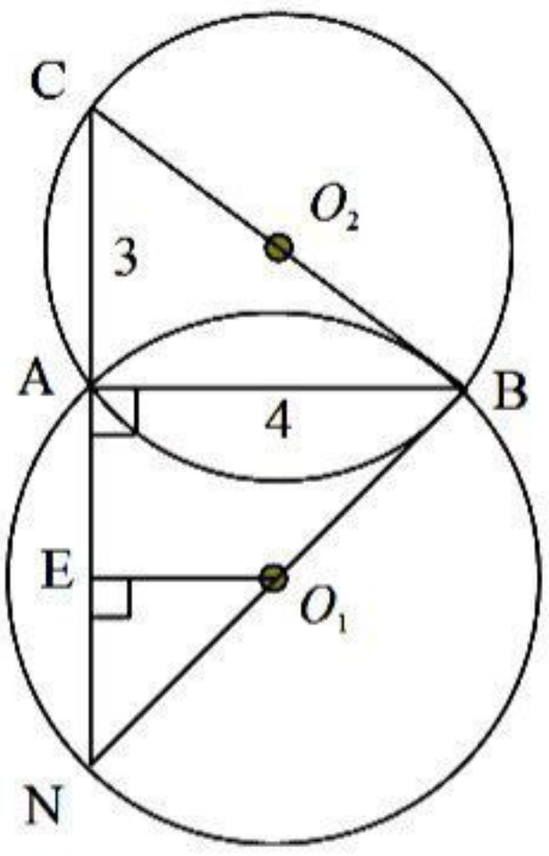
المسألة الثانية:

في الشكل المرسوم جانباً: $[AB]$ وتر مشترك للدائرتين اللتين مركزيهما O_1, O_2 حيث: $[AB] \perp [CN], AC = 3, AN = AB = 4$ والمطلوب:

1) احسب كلاً من: $BC, BN, B\widehat{N}A$.

2) احسب O_1O_2 .

3) أثبت تشابه المثلثين NEO_1, NAB واحسب O_1E ،ثم احسب مساحة شبه المنحرف O_2O_1NC .



انتهت الأسئلة

أولاً:

السؤال الأول:

١) $AC \times \sin\widehat{C}$

٢) $A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

٣) 14

٤) $f(-1) = 1$

السؤال الثاني:

١) صح

٢) خطأ

٣) صح

٤) صح

ثانياً:

التمرن الأول:

١) $E = x^2 - 4x + 4 + 5x - 10 = x^2 + x - 6$

٢) $E = (x-2)(x-2+5) = (x-2)(x+3)$

٣) $E = 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0$

إما: $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو: $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

التمرين الثاني:

نفرض عدد الساعات x

المبلغ حسب العرض الأول: $800x$

المبلغ حسب العرض الثاني: $3600 + 400x$

$3600 + 400x < 800x$

$400x - 800x < -3600$

$-400x < -3600 \Rightarrow x > \frac{-3600}{-400}$

$x > 9$

فيكون العرض الثاني أوفر ابتداءً من 10 ساعات تدريب

التمرين الثالث:

١) حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABC :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 64 + 36 = 100$

$AC = \sqrt{100} = 10$

$\sin B\widehat{A}C = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

٢) في المثلث القائم BDA :

$\sin A = \frac{BD}{AB}$

$\frac{3}{5} = \frac{BD}{8} \Rightarrow BD = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5}$

٣) $[FE]//[BD]$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{FE}{BD}$

نعوض:

$\frac{AF}{8} = \frac{\cancel{AE}}{2\cancel{AE}} = \frac{FE}{\frac{24}{5}} \Rightarrow \frac{FE}{\frac{24}{5}} = \frac{1}{2}$

$FE = \frac{\frac{24}{5}}{2} = \frac{24}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$

تستطيع الحل مباشرة باستخدام المبرهنة الثانية في المنتصفات بالاستفادة من $\sin \hat{A}$

٤) $F\hat{E}C + F\hat{B}C = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

فالرباعي $FECB$ دائري لأن فيه زاويتين متقابلتين متكاملتين.

ومركز الدائرة المارة برؤوسه هي منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين FEC , FBC

أي منتصف FC

التمرين الرابع:

١) مساحة المربع =(الضلع)^2

$S = 4^2 = 16$

$V_1 = \frac{1}{3}S.H = \frac{1}{\cancel{3}} \times 16 \times \cancel{12}^4 = 64cm^3$

٢) الهرم $EA'B'C'D'$ تصغير للهرم $EABCD$

نسبة التصغير: $K = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$V_2 = K^3 \times V_1 = \frac{27}{\cancel{64}} \times \cancel{64} = 27 \longrightarrow V_{ABCD-A'B'C'D'} = V_1 - V_2 = 64 - 27 = 37cm^3$

٣) :

$$S=16\ ,S'=S\times K^2=\cancel{16}\times\frac{9}{\cancel{16}}=9$$

$$h=12-9=3$$

$$V=\cancel{3}\times\frac{1}{\cancel{3}}\times(16+9+\sqrt{16\times9})$$

$$=25+4\times3=25+12=37$$

التمرين الخامس:

بما أن $[AF)$ مماس للدائرة فهو عمود على نصف القطر $[OA]$ في النقطة A ومنه: $B\hat{A}F=90^\circ$

حساب BF:

طريقة (١):

$AB=\frac{1}{2}BF$ حسب نتيجة: طول الضلع المقابل للزاوية 30 في مثلث قائم يساوي نصف طول الوتر.

إذاً: $BF=4\times2=8$

طريقة (٢):

$$\sin A\hat{F}B=\frac{AB}{BF}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{4}{BF}\Rightarrow BF=4\times2=8$$

حساب قياس $\overset{\frown}{AC}$:

في المثلث BAF :

$$A\hat{B}F=180-(90+30)=180-120=60^\circ$$

لأن مجموع زوايا المثلث 180

إذاً: $\overset{\frown}{AC}=2A\hat{B}C=120^\circ$ لأن الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

ثالثاً:

المسألة الأولى:

١) نفرض سعر القلم x وسعر الدفتر y

اشترت سعاد:

$$3x+2y=3500$$

اشترى سامر:

$$2x+y=2000$$

٢) نضرب المعادلة الثانية بـ (-2) فتصبح المعادلتان:

$$3x+2y=3500 \quad ①$$

$$-4x+-2y=-4000 \quad ②$$

نجمع المعادلتين ① وَ ② :

$$-x=-50\Rightarrow x=500$$

نعوض في ①: $3(500)+2y=3500\Rightarrow$

$$2y=3500-1500\Rightarrow$$

$$y=1000$$

سعر الدفتر: 1000 وسعر القلم 500

٣) سعر خمس دفاتر وخمس أقلام:

$$5x+5y=5(500)+5(1000)=7500$$

المسألة الثانية:

١) حساب BC :

حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABC :

$$BC^2=AB^2+AC^2=16+9=25$$

$$BC=\sqrt{25}=5$$

حساب BN :

حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABN :

$$BN^2=AN^2+AB^2=16+16=32$$

$$BN=\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=4\sqrt{2}$$

$B\hat{N}A=45^\circ$ لأن المثلث ABN قائم ومتساوي الساقين.

٢) :

$$O_1O_2=\frac{1}{2}NC=3.5$$

حسب نتيجة: القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي الضلع الثالثة وتساوي نصف طولها.

٣) $[EO_1]//[AB]$ لأنهما عموديان على مستقيم واحد.

إذاً حسب مبرهنة النسب الثلاث:

$$\frac{NO_1}{NB}=\frac{NE}{NA}=\frac{EO_1}{AB}$$

فالمثلثان NEO_1 و NAB متشابهان حسب تعريف التشابه.

حساب EO_1 :

نعوض في التناسب السابق:

$$\frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{NE}{4}=\frac{EO_1}{4}\Rightarrow EO_1=\frac{\cancel{4}\times2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}\cancel{\sqrt{3}}}=2$$

تستطيع الحل مباشرة باستخدام المبرهنة الثانية في المنتصفات

حساب مساحة شبه المنحرف:

مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{مجموع القاعدتين}}{2} \times$ الارتفاع

$$S = \frac{NC + O_1O_2}{2} \times EO_1 = \frac{7+3.5}{2} \times 2 = 10.5$$

النموذج الرابع



امتحان شهادة التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية

الرياضيات:

أولاً: أجب عن السؤالين الاتيين:(60 درجة للسؤال الأول و40 درجة للسؤال للثاني)

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة في كل ممايلي:

1) أبسط صورة للكسر $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ هي:

$2\sqrt{6}$	C	$\sqrt{6}$	B	6	A

2) تسعة أمثال العدد 3^8 يساوي:

3^7	C	3^{10}	B	3^6	A

3) كرة نصف قطرها Rعلاقة حجمها بدلالة قطرها d هي:

$V=\frac{\pi}{6}d^3$	C	$V=\pi d^2$	B	$V=\frac{4}{3}\pi d^3$	A

4) لدينا المثلث ABCقائم ومتساوي الساقين في Bعندئذٍ:

$Tan\,C=1$	C	$Sin\,A\neq Cos\,C$	B	$Tan\,A=\sqrt{3}$	A

السؤال الثاني: أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات التالية:

1) المثمن $ABCDEFGH$ منتظم مركزه O فإن قياس الزاوية AOB يساوي 80° .

2) للعدد 3^{-2} جذران تربيعيان .

3) الكسر $\frac{480}{621}$ مختزل.

4) مقطع مكعب بمستوٍ يوازي أحد أحرفه دون أن يوازي أحد أوجهه هو مربع

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: **(60 درجة لكل تمرين)**

التمرين الأول: المثلث ABC أطوال أضلاعه : $AC=\frac{\sqrt{48}}{2}$, $BC=\sqrt{12}$, $AB=\sqrt{27}-\sqrt{3}$

وليكن المربع $EFGH$ طول ضلعه $EF=2\sqrt{3}$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن المثلث ABC متساوي الاضلاع .

2) احصر العدد $6\sqrt{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين .

3) وازن بين محيطي الشكلين المربع والمثلث المتساوي الاضلاع

التمرين الثاني: ليكن f و g تابعان معرفان بالشكل: $\begin{matrix} f(x)=(2x-3)^2-(2x-3)(x+1) \\ g(x)=2x^2-11x+12 \end{matrix}$. **والمطلوب:**

1) أثبت أن $f(x)=g(x)$.

2) احسب $f\left(\frac{3}{2}\right)$, $g(1)$.

3) وفق fأوجد الأعداد التي صورها تساوي الصفر

4) وفق التابع g اوجد اسلاف العدد (12) .

التمرين الثالث: لتكن المتراجحة : $2(x+1)\geq 3x+6$ **والمطلوب:**

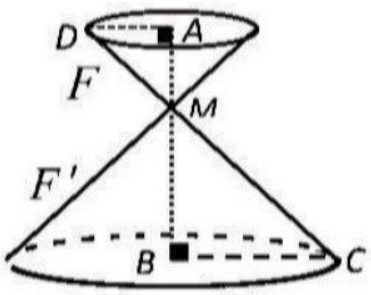
1) تحقق أي الأعداد -7 , -4, 3 حل للمتراجحة وأيها ليس حلا لها.

2) حل المتراجحة $2(x+1)\geq 3x+6$.

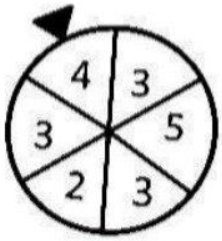
3) مثل حلولها على محور الاعداد

يتبع في الصفحة الثانية

((الصفحة الثانية))



التمرين الرابع: في الشكل المجاور: مجسم يمثل مخروطين F', F متقابلان بالرأس M.
مجموع ارتفاعيهما $AB = 10\ cm$. وليكن $R = AD = 3\ cm$
حجم المخروط F يساوي $12\pi\ cm^3$. **والمطلوب:**
1) اثبت أن ارتفاع المخروط F يساوي $h = MA = 4$ واستنتج طول MB .
2) أثبت تشابه المثلثين AMD, BMC واحسب طول BC.
3) المخروط F' مكبر للمخروط F اوجد نسبة التكبير واحسب حجم المخروط F'

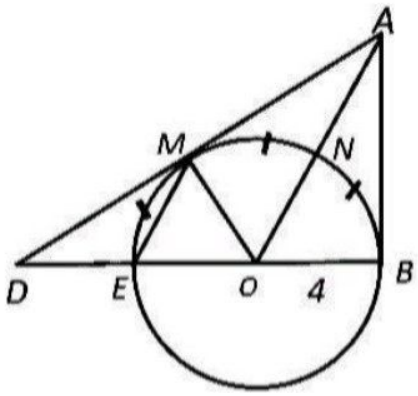


التمرين الخامس: في الشكل المجاور دولاب متجانس مقسم إلى ست أقسام متساوية،
ندور هذا الدولاب وبعد أن يستقر نقرأ العدد المكتوب الذي يستقر عليه المعلم. **والمطلوب:**
1) ارسم شجرة الإمكانات مزودا فروعها باحتمالات النتائج الممكنة
2) أحسب احتمال الحدث A : ≪ يستقر الدولاب عند رقم زوجي ≫.
3) احسب احتمال الحدث B : ≪ يستقر الدولاب عند رقم اولي ≫.
4) هل الحدثان A ، B متنافيان ؟ علل؟.
٥) لتكن لدينا العينة الإحصائية التالية: $3, 2, 3, 3, 5, 4$
احسب وسيط هذه العينة ثم أوجد الربيع الأول والثالث لها. ثم أوجد مداها

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة) التزم بتسميات النقاط

المسألة الأولى: ليكن d و Δ مستقيمان معادلتيهما: $\begin{cases} d: y = 3 - x \\ \Delta: y = x + 1 \end{cases}$ **والمطلوب :**

1) حل جملة المعادلتين جبرياً.
2) تحقق أن النقطة $A(-1,0)$ تنتمي للمستقيم Δ .
3) أوجد احداثيي B نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب.
4) في معلم متجانس ارسم المستقيمين Δ و d، وأوجد إحداثيي D نقطة تقاطعهما.
5) المستقيم d يقطع المحور xx' في النقطة H أثبت أن المثلث ADH قائم واحسب مساحته.



المسألة الثانية: الدائرة C مركزها O وقطرها $EB = 8\ cm$،
AD, AB مماسين للدائرة في M, B على الترتيب
الاقواس $\overset{\frown}{ME}, \overset{\frown}{NM}, \overset{\frown}{BN}$ طبوقة. **والمطلوب:**
1) أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{BN}$ واستنتج قياس الزاوية $A\hat{O}B$
2) احسب طول كل من AO, AB.
3) أثبت أن المثلث OAD متساوي الساقين واستنتج طول DE.
4) ما طبيعة المثلث EMO واستنتج أن AO يوازي ME.
5) أثبت أن الرباعي $ABOM$ دائري، واثبت أن N مركز الدائرة المارة برؤوسه.

سؤال مستقل

ماطبيعة العدد $B = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

انتهت الاسئلة

حل النموذج الرابع

أدرجت طرائق مختلفه لحل
المسألة الأخيرة
أرجو إتقانها جميعا

أولاً: السؤال الأول:

1) $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$

الإجابة C

2) $9\times3^8 = 3^2\times3^8 = 3^{10}$

الإجابة B

3) $d = 2R \Rightarrow R = \frac{d}{2}$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3}\times\frac{d^3}{8}$

$\Rightarrow V = \frac{\pi}{6}d^3$ الإجابة C

4) المثلث قائم ومتساوي الساقين (B) ومنه زاويتي القاعدة متساويتان

ومنه $\hat{C} = \hat{A} = 45^\circ$ وبالتالي:

$\tan\hat{C} = \tan 45^\circ = 1$ الإجابة C

السؤال الثاني:

1) $A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

العبارة خاطئة.

2) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ عدد موجب

وبكل عدد موجب

جذران تربيعيان أحدهما موجب

$\frac{1}{3}$ والآخر سالب $-\frac{1}{3}$

فالعبارة صحيحة.

3) كل من البطة والهقام يقبل القسمة على 3 فالعبارة خاطئة.

4) عبارة خاطئة:

- مقطع مكعب بمستوٍ يوازي أحد أوجهه دون أن يوازي أحد أحرفه هو مربع.

- مقطع مكعب بمستوٍ يوازي أحد أحرفه دون أن يوازي أحد أوجهه هو مستطيل أحد بُعديه يساوي ذلك الحرف.

ثانياً:

التمرين الأول:

1) $AB = \sqrt{27} - \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$AC = \frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

ومنه: المثلث ABC متساوي الأضلاع وطول ضلعه $\ell = 2\sqrt{3}$

2) $6\sqrt{3} = \sqrt{36\times3} = \sqrt{108}$

ومنه:

$\sqrt{100} < \sqrt{108} < \sqrt{121} \Rightarrow$

$10 < \sqrt{108} < 11 \Leftrightarrow$

$10 < 6\sqrt{3} < 11$

3)

$\left.\begin{aligned} P(ABC) &= 3\ell = 3\times2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \\ P(EFGH) &= 4\ell = 4\times2\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

محيط المربع $8\sqrt{3} >$ محيط المثلث $6\sqrt{3}$

التمرين الثاني:

$F(x)=(2x-3)^2-(2x-3)(x+1)$

$g(x)=2x^2-11x+12$

1) :

$F(x)=4x^2-12x+9-2x^2+x+3$

$=2x^2-11x+12=g(x)$

2) :

$F(\frac{3}{2})=\underbrace{\left(x(\frac{3}{x})-3\right)^2}_{0}-$

$\underbrace{\left(x(\frac{3}{x})-3\right)}_{0}(\frac{3}{2}+1)=0$

$g(1)=2(1)^2-11(1)+12$

$=2-11+12=14-11=3$

3) الأعداد التي جذورها تساوي الصفر هي الأعداد x التي تحقق المعادلة

$F(x)=0 \Rightarrow$

$(2x-3)^2-(2x-3)(x+1)=0$

نخرج $(2x-3)$ عامل مشترك نجد:

$(2x-3)[(2x-3)-(x+1)]=0$

$(2x-3)(x-4)=0 \Rightarrow$

أما $2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

أي $F(\frac{3}{2})=0$

أو $x-4=0 \Rightarrow x=4$

أي $F(4)=0$

الأعداد التي جذورها تساوي الصفر هي $(x=\frac{3}{2}, x=4)$

4) نحل المعادلة $g(x)=12$

$g(x)=12 \Rightarrow$

$2x^2-11x+12=12 \Rightarrow$

$2x^2-11x=0 \Rightarrow$

$x(2x-11)=0 \Rightarrow$

أما $x=0 \Rightarrow g(0)=12$

أو $x=\frac{11}{2} \Rightarrow g(\frac{11}{2})=12$

أي:

لما $g(x)$ يأخذ القيمة 12 وفق $x=0$ ، $x=\frac{11}{2}$

التمرين الثالث:

$2(x+1) \geq 3x+6$

$x=-7 \Rightarrow 2(-7+1) \geq 3(-7)+6$

$-12 \geq -15$ محققة

$x=-7$ هذا حل للمتراجحة.

$x=-4 \Rightarrow 2(-4+1) \geq 3(-4)+6$

$-6 \geq -6$ محققة

$x=-4$ هذا حل للمتراجحة.

$x=3 \Rightarrow 2(3+1) \geq 3(3)+6$

$8 \geq 15$ غير محققة

$x=3$ ليس حل للمتراجحة.

2) $2x+2 \geq 3x+6 \Rightarrow$

$2x-3x \geq 6-2 \Rightarrow$

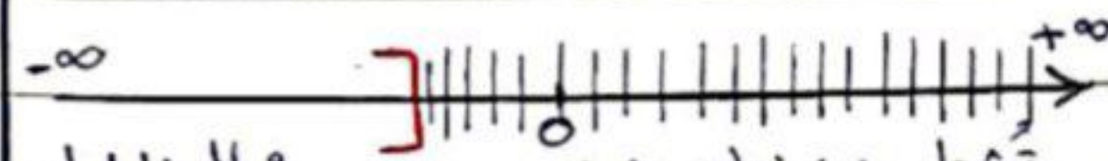
$-x \geq 4 \Rightarrow$ (الأعداد سالبة)

$x \leq -4$

حلول المتراجحة هي جميع قيم x التي تحقق $x \leq -4$ أي:

أ. ماهر بربر

$x \in]-\infty ; -4]$



التمرين الرابع: (نضع المعطيات على الرسم)

$AB = 10\,cm \; ; \; R = AD = 3\,cm$

$V_F = 12\pi\,cm^3$

1) $V_F = \frac{1}{3} S_b \times h \Rightarrow h = MA$

$12\pi = \frac{1}{3}(\pi R^2) \times h \; ; \; R = 3$

$12 = 3h \Rightarrow h = MA = 4\,cm$

ومنه: $MB = AB - AM$

$= 10 - 4 = 6\,cm$

(نضع المعطيات الجديدة على الرسم)

2) لدينا فرضاً:

$DA \perp AB$ و $CB \perp AB$ ومنه $DA \parallel CB$

(عمودان على مستقيم واحد)

وبالتالي المثلثان AMD ، BMC متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة

بما عبرت النسب الثلاث:

$\frac{MB}{MA} = \frac{MC}{MD} = \frac{BC}{DA} = k$

ومنه: $\frac{6}{4} = \frac{MC}{MD} = \frac{BC}{3} \Rightarrow k = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow BC = \frac{9}{2} = 4.5\,cm$

/ لا تُخطئ في كتابة النسب الثلاث لأن الحالة تعتمد على أكبر نسبة التصغير أو التكبير هنا الفرق ولكن طالما الطلب الثالث متعلق بنسبة التكبير فقد بدأنا بـ /

3) وجدنا في الطلب الثالث

نسبة التكبير $k = \frac{3}{2}$: انتبه

دوماً إذا كانت النسبة المطلوبة تكبير أم تصغير وهي تمثل نسبة التكبير أو مقلوب التصغير وبالعكس /

نعلم أن نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي مكعب نسبة التشابه

$\frac{V_{F'}}{V_F} = k^3 \Rightarrow$ ($V_{F'}$ كبير، V_F صغير)

$\frac{V_{F'}}{12\pi} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \Rightarrow$

$V_{F'} = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} \times 12\pi$

$V_{F'} = \frac{3^4}{2}\pi = \frac{81}{2}\pi\,cm^3$

ماهر بربر

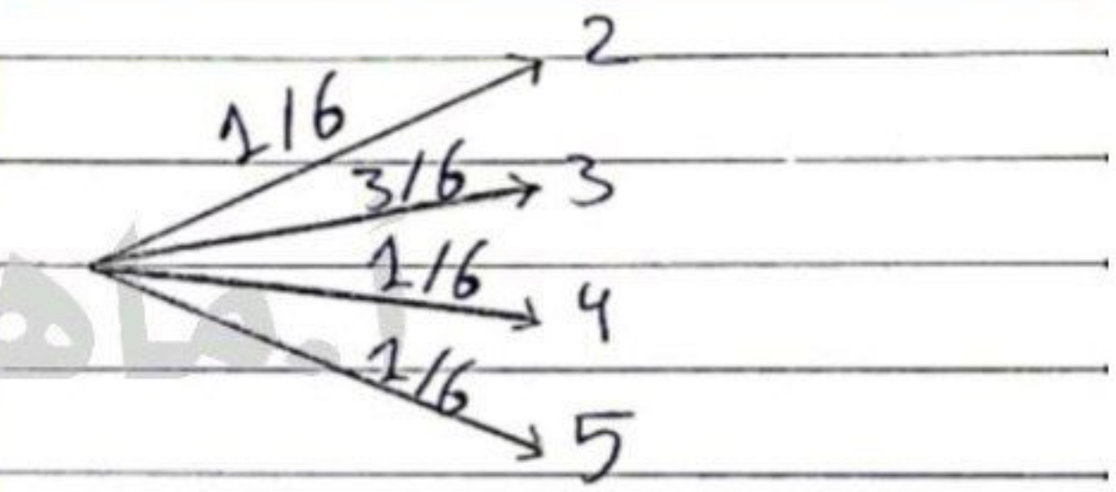
/ طبق قانون فوجم المخروط لتحل على نفس الجواب /

* التمرين الخامس:

$\Omega = \{2,3,3,3,4,5\}$ $n(\Omega)=6$

1) (تذكر كل فرع من أفرع الشجرة يرتبط بنتيجة واحدة فقط

[بدي إكرر ايدو يلي بيرسم أفرع متعددة لنفس النتيجة ☺]



2) : $A=\{2,4\} \Rightarrow n(A)=2$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

3) $B=\{2,3,3,3,5\}$ $n(B)=5$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{5}{6}$

4) الحدثان A، B غير متنافيين (وقوع أحدهما لا ينفي وقوع الآخر & هذا يعني أن العدد 3 مشترك بين المجموعتين A، B)

$A \cap B = \{2\} \neq \phi$

فالحدثان غير متنافيين.

5) نرتب العينة تصاعدياً نجد:

2، 3، 3، 3، 4، 5

- نلاحظ أن عدد مفردات العينة هو زوجي 6، ومنه

$2n=6 \Rightarrow n=3$ ، $\Rightarrow n+1=4$

فالوسيط هو المتوسط الحسابي للمفردتين الثالثة والرابعة أي:

$M=Q_2=\frac{3+3}{2}=3$

2، 3، 3 | 3، 4، 5

Q_1 Q_3

Q_2

- Q_1 هو وسيط العينة التي تسبق الوسيط $Q_1=3$
- Q_3 هو وسيط العينة التي تلي الوسيط $Q_3=4$
- المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة:

$E=x_{max}-x_{min}=5-2=3$

ماهر بربر

ثالثا: المسألة الأولى:

$$\begin{cases} d: y = 3 - x \quad \text{---(1} \\ \Delta: y = x + 1 \quad \text{---(2} \end{cases}$$

1) نعوض (1) في (2) نجد:

$3 - x = x + 1 \Rightarrow 2x = 2$

ومنه $x = 1$ نعوض في إحدى المعادلتين

نجد $y = 2$ ومنه المثنى:

$(x, y) = (1, 2)$ هي المزدوجة المشتركة لحلي المعادلتين.

2) نعوض إحداثيات النقطة $A(-1, 0)$ في معادلة المستقيم Δ نجد:

محققة $0 = 0 \Rightarrow 0 = -1 + 1$

ومنه $A(-1, 0) \in \Delta$ (وهي نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل)

3) نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب هي نقطة فاصلتها $x = 0$، نعوض

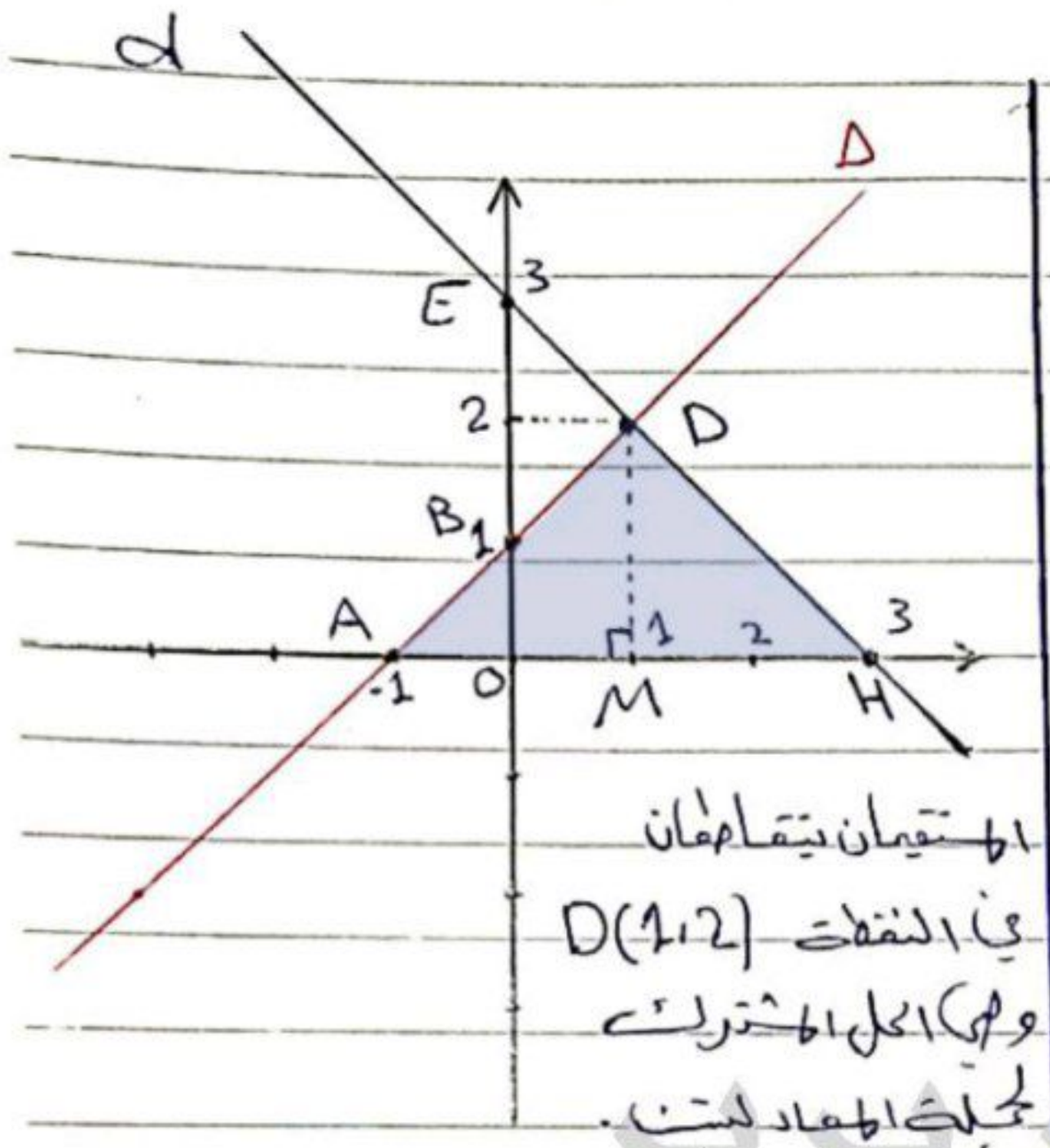
$\Delta: y = x + 1$، $x = 0 \Rightarrow y = 1$

فالنقطة B هي $B(0, 1)$

4)

d	$E(0,3)$	$H(3,0)$	$D(1,2)$
x	0	3	1
y	3	0	2

Δ	$B(0,1)$	$A(-1,0)$	$D(1,2)$
x	0	-1	1
y	1	0	2



المستقيمان يتقاطعان في النقطة $D(1, 2)$ وهي الحل المشترك لجملة المعادلتين.

5) نفرض M مسقط D على محور الفواصل نلاحظ أن M منتصف $[AH]$ حيث:

$[AM] = 2$، $[MH] = 2$، $[AH] = 4$

$[DM]$ متوسط في المثلث ADH وطوله $[DM] = 2$ نلاحظ أنه يساوي نصف طول الضلع الذي يقابله (AH) فالمثلث قائم في D أي أن:

$AD \perp DH \Leftrightarrow \Delta \perp d$

(نتذكر: في المثلث القائم المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر)

نستطيع الإثبات أيضا بتطبيق فيثاغورث على المثلثين DMH، DMA وعكس فيثاغورث على المثلث ADH

$S(ADH) = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$

$= \frac{2 \times 4}{2}$ وحدة

$\Rightarrow S(ADH) = 4$ وحدة

ماهر بربر

- المسألة الثانية:

$EB = 2R = 8 \Rightarrow R = 4$

1) لدينا فرضاً EB قطر في الدائرة
وعنه EB هو قوس نصف الدائرة:

$\overset{\frown}{EB} = 180°$

$\overset{\frown}{EM} + \overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{NB} = 180°$

هذه الأقواس طولها فرضاً وعنه:

$\overset{\frown}{EM} = \overset{\frown}{MN} = \overset{\frown}{NB} \Rightarrow$

$3\overset{\frown}{NB} = 180° \Rightarrow \overset{\frown}{NB} = 60°$

وكذلك: $\overset{\frown}{EM} = 60°$ ، $\overset{\frown}{MN} = 60°$

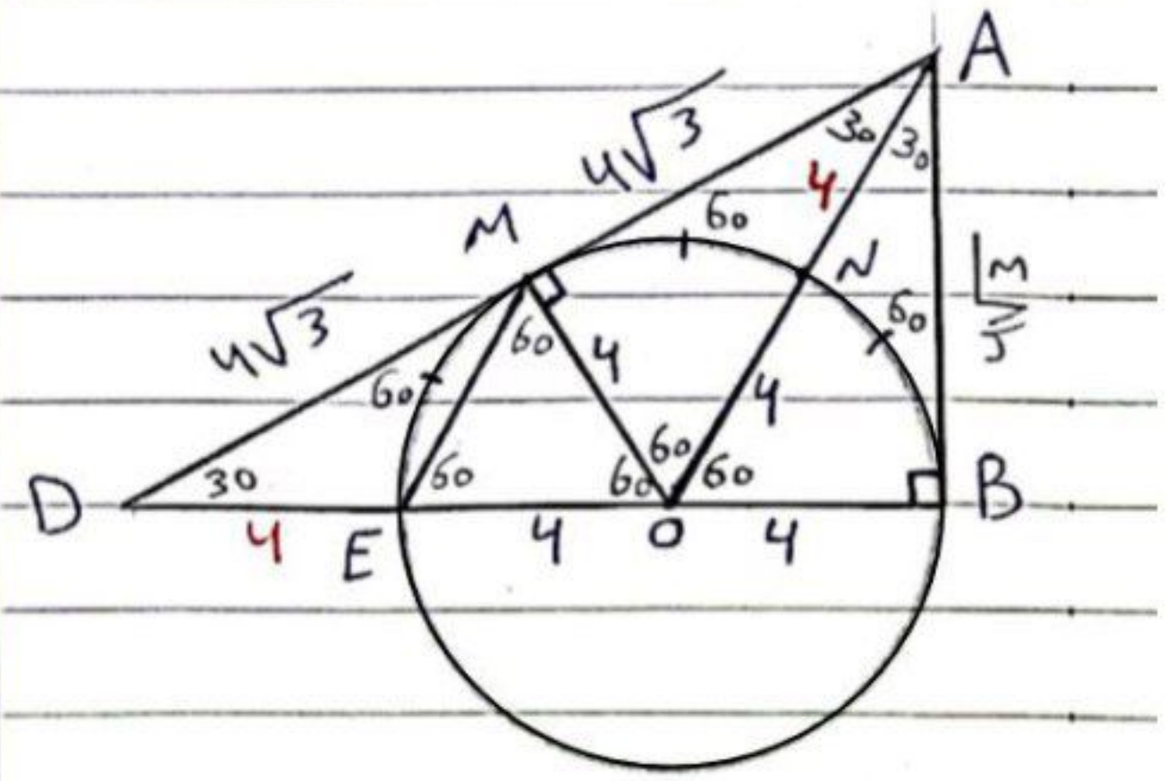
$A\hat{O}B$ زاوية مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{NB}$

وعنه: $A\hat{O}B = 60°$ أي $A\hat{O}B = \overset{\frown}{NB}$

(مركزية تقاس بقياس القوس المقابل)

وكذلك يكون: $A\hat{O}M = 60°$ ، $M\hat{O}E = 60°$

(ضع هذه النتائج على الرسم)



2) / يوجد أكثر من طريقة للحل /

لدينا فرضاً: AB مماس للدائرة في B

وعنه: $AB \perp OB$ (المماس يُعامد نصف قطر الدائرة في نقطة التماس)

وبالتالي المثلث AOB قائم في B

فيه $A\hat{O}B = 60°$ بالتالي $\hat{AB} = 30°$

والضلع المقابل للزاوية $30°$ (في المثلث القائم) يساوي نصف طول الوتر وعنه:

$BO = \frac{1}{2}(OA) \Rightarrow OA = 2(OB)$

$OA = 8\ cm$ / فيكون $AN = 4$ /

/ نستطيع الحل مباشرة بالاعتماد على $\cos 60°$ /

- حساب AB، عن طريق فيثاغورث في المثلث القائم AOB أو:

$\sin A\hat{O}B = \frac{AB}{AO} \Rightarrow$

$\sin 60° = \frac{AB}{8} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{8}$

وعنه $AB = 4\sqrt{3}\ cm$

3) / يوجد أكثر من طريقة للحل / اقترح 3

* طريقة أولى: AM مماس للدائرة في النقطة M وعنه $AM \perp OM$ (المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس)

ولدينا أيضاً في المثلث AOD:

$M\hat{O}A = M\hat{O}D = 60°$

أي أن OM منصف للزاوية $D\hat{O}A$ وارتفاع في الوقت ذاته، بالتالي المثلث AOD متساوي الساقين في O.

* طريقة ثانية:

AB ، AM مماسان للدائرة
فرسومان من نقطة واحدة ومنه
$AM = AB = 4\sqrt{3}$

- نحسب DM من المثلث القائم DMO
نجد:

$\tan M\hat{O}D = \frac{DM}{MO} \Rightarrow$

$\tan 60^\circ = \frac{DM}{4} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{DM}{4}$

$\Rightarrow DM = 4\sqrt{3}\ cm$

وبالتالي M منتصف DA
ومنه MO متوسط وارتفاع في
المثلث DOA وهو متساوي الساقين
في O.

* طريقة ثالثة:

- من المثلث القائم AMO نجد:
$M\hat{A}O = 30^\circ$

- من المثلث القائم MOD نجد:
$M\hat{D}O = 30^\circ$ ، وبالتالي المثلث DOA
متساوي الساقين وإن زاويتي قاعدته
متساويتان.

- DOA مثلث متساوي الساقين
برهانا ومنه $DO = AO = 8\ cm$
وبالتالي $DE = 8 - 4 = 4\ cm$

(4 - EMO بداية هو متساوي
الساقين لأن $EO = OM = R = 4$
ومنه $M\hat{O}E = 60^\circ$ فهو متساوي الأضلاع
(وبالتالي كل زواياه 60°)

/ إضافي: 1) إثبات عاصة ومثول
أحد ارتفاعاته/

* إثبات أن $AO \parallel ME$

/ الحل 3 /

- طريقة أولى:

$D\hat{E}M = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
$D\hat{O}A = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

وهما زاويتان متماثلتان وفي وضع التناظر
بالنسبة للمستقيمين AO ، ME والقاطع
DA ، DO فالمستقيمان
AO ، ME متوازيان
(وتستطيع الاعتماد على التبادل الداخلي)

- طريقة ثانية:

إثبات M منتصف DA
إثبات E منتصف DO
ومنه ME قطعة منتصفات مثلث
بين منتصفي ضلعين في المثلث DOA
فهو يوازي الضلع الثالث OA وبالتالي
$ME \parallel AO$ أي نصف طول.

- طريقة ثالثة:

في المثلث AOD حتى يكون
$AO \parallel ME$ يجب أن تتحقق العلاقة:

$\frac{DM}{DA} = \frac{DE}{DO}$

$\frac{DM}{DA} = \frac{4\sqrt{3}}{2 \times 4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$
$\frac{DE}{DO} = \frac{4}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow$

عرفنا EMIoA مربع
فبرهنا النتيجة المذكورة في الفقرة
DA على استقامة DMIA
فنتجت بالترتيب في الفقرة
Do على استقامة DEIo

*إضافي: أثبت أن:
4S(MDE)=S(ADo)

5) لدينا في الدائري ABoM
$\hat{B}=90°$ إذاً B، M تقابلان
$\hat{M}=90°$ إذاً A، M متكاملتان
في الدائري ABoM فهو دائري
ومركز الدائرة المارة برؤوسه هو
منتصف الوتر المشترك للمثلثين
القائمين AoB، AoM أي
منتصف Ao
Ao=8، oN=R=4 ⇒
AN=4 أي أن N منتصف Ao
إذاً N هي مركز الدائرة المارة
برؤوس الدائري ABoM

*إضافي:
1- قياس الزاوية المركزية
المنعكسة EÔN.
$E\hat{O}N=120°$ وزاوية المنعكسة
$360°-E\hat{O}N=360-120$
$=240°$

ماهر بربر

الاسم :

الزمن : ساعتان

الدرجة :600 درجة

أولاً أجب عن السؤالين الآتيين : (60 درجة للأول و 60 درجة للثاني) الصفحة الأولى

السؤال الأول : في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها على ورقة اجابتك :

1 . $ABCD$ رباعي دائري فيه $D\hat{B}C = 50^\circ$ فإنّ قياس الزاوية $D\hat{A}C$ يساوي :

A	50°	B	130°	C	40°

2 . نصف العدد 8^5 هو :

A	2^4	B	4^7	C	4^5

3. أحد الكسور الآتية هو كسر مختزل :

A	$\frac{33}{444}$	B	$\frac{12}{42}$	C	$\frac{8}{9}$

4. العدد $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{2}}{2}$ هو عدد :

A	عادي	B	غير عادي	C	صحيح

السؤال الثاني : ضع في ورقة إجابتك كلمة صح جانب العبارة الصحيحة وكلمة غلط جانب العبارة المغلوطة في كل مما يأتي:

1) مقطع هرم بمستو يوازي قاعدته هو تكبير للقاعدة .

2) إنّ : $\sqrt{(-5)^2} = -5$

3) احتمال حدث بسيط هو عدد محصور بين الصفر و الواحد .

4) إذا كانت $\mathbf{C}(o,4)$ دائرة و d مستقيم يبعد عن o بمقدار 3 فإنّ d قاطع للدائرة C

ثانياً **حل أربعة فقط من التمارين الخمسة الآتية : (70 درجة لكل تمرين):**

التمرين الأول :

أولا : لدينا : $E = 16 - (3x-1)^2$

1) انشر ثم اختزل E .

2) حلل E .

ثانيا: حل المتراجحة الآتية $x+3>3x-1$ ثم مثل حلولها على مستقيم الاعداد .

التمرين الثاني:

أولا : يحوي صندوق 3 كرات حمراء و 5 كرات زرقاء

نسحب من الصندوق كرة واحدة عشوائياً و نسجل لونها و نضعها جانباً ثُم نسحب كرة ثانية و نسجل لونها والمطلوب :

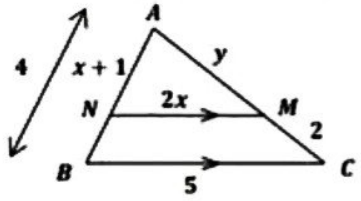
1- ارسم شجرة الامكانات و زود فروعها بالاحتمالات المناسبة

2- بفرض A حدث الكرتان المسحوبتان من اللون ذاته , احسب احتمال الحدث A و ما هو احتمال الحدث المعاكس A'

ثانيا: لتكن العينة الاحصائية 2,3,4,4,4,5,5,6,7,9 احسب الربيعات الثلاث

انتقل إلى الصفحة الثانية

التمرين الثالث : ABC مثلث فيه النقطة N من الضلع $[AB]$ و النقطة M من الضلع $[AC]$, إذا علمت أنّ : $(NM)//(BC)$



$AN = x + 1$, $BC = 5$, $NM = 2x$

$AM = y$, $MC = 2$, $AB = 4$

و المطلوب : 1) اكتب النسب الثلاث .

2) احسب قيمة كلاً من x , y .

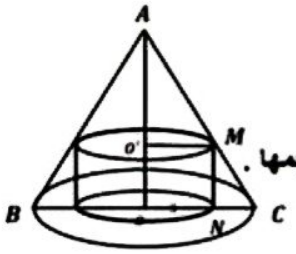
التمرين الرابع : لدينا التابع : $f(x) = x(2x-3) - 6(2x-3)$

و التابع: $g(x) = 2x^2 - 15x + 18$

و المطلوب : 1) أثبت أنّ : $f(x) = g(x)$ ثُم احسب صور الأعداد 2 , -1 , 0 وفق التابع g

2) أوجد أسلاف العدد 0 وفق التابع f و أسلاف العدد 18 وفق التابع g

التمرين الخامس :



في الشكل المرسوم جانباً : مخروط دوراني قائم ارتفاعه $h = AO = 8\ cm$

و نصف قطر قاعدته : $R = OC = 4\ cm$

وُضع بداخله أسطوانة نصف قطرها $ON = r = 3\ cm$ و المطلوب :

1 –احسب $\tan A$ ثم اكتب عبارة $\tan A$ في المثلث MAO' ثم احسب ارتفاع الأسطوانة و احسب حجمها .

2 – احسب حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة O و استنتج حجم الفراغ بين المخروط و الأسطوانة .

3 – احسب حجم المخروط الصغير الذي قاعدته الدائرة O' و احسب حجم جذع المخروط الناتج .

ثالثاً **حلّ المسألتين الآتيتين :** (100درجة للأولى و100 درجة للثانية)

المسألة الأولى : ليكن d و Δ مستقيمان معادلتاهما $\Delta : y + 2x = 4$

$d : y - 2x = 0$ والمطلوب :

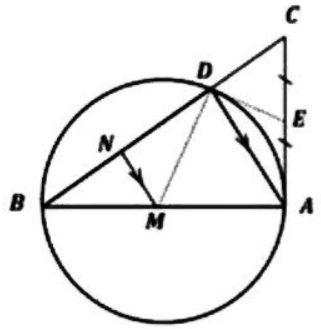
1. أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين جبرياً.
2. تحقق أي النقطتين $(1,2)$, $(-1,0)$ تنتمي إلى المستقيم Δ .
3. عيّن نقطتي تقاطع المستقيم Δ مع المحورين الاحداثيين ثُم ارسم كلاً من المستقيمين d و Δ في معلم متجانس وعيّن النقطة N نقطة تقاطع المستقيمين السابقين .
4. احسب مساحة المثلث المحصور بين المستقيمين و محور الفواصل .

المسألة الثانية :

في الشكل المرسوم جانباً : $[AB]$ قطر في الدائرة التي مركزها M و نصف قطرها 4

(AC] مماس للدائرة في A , $AC = 6$, E منتصف[AC] , D نقطة تقاطع الدائرة مع [BC]

والمطلوب :



1) احسب الطول BC و احسب $\sin(\hat{B})$.

2) أثبت أن المثلث AED متساوي الساقين
و استنتج أنّ (ED) يمس الدائرة في D

3) أثبت أن الرباعي $MAED$ رباعي داخلي
ثُم عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه و احسب نصف قطرها .

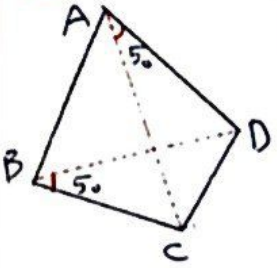
4) إذا علمت أنّ المثلث ABD تكبير المثلث MBN اوجد نسبة التكبير
واحسب نسبة محيطيهما.

انتهت الأسئلة

أولا:

- السؤال الأول:

1) $D\hat{B}C = 50° \Rightarrow D\hat{A}C = 50°$ **A**



تذكير: في الرباعي الدائري:
الزاويتان اللتان تحصران قطعة مستقيمة واحدة ونقعان بجهة واحدة بالنسبة لها هما زاويتان متساويتان.

2) $\frac{85}{2} : \frac{(2^4)^5}{2} = 2^{15} \cdot 2^{-1} = 2^{14}$

$= (2^2)^7 = 4^7$ **B**

3) $\frac{8}{7}$ **C**

البسط والمقام عددان أوليان فيما بينهما

4) $\frac{\sqrt{18} - \sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$

B عدد غير عادي $= \sqrt{2}$

- السؤال الثاني:

1) **خطأ:** بل هو نضيف لنا القاعدة

2) **خطأ:** $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = +5$

لا تقع في الفخ !!!
(وضعون الجذر موجب بالكامل)

حتى في السؤال عبد العزيز وكل سلاقاة

3) **صح** $0 \leq P(A) \leq 1$

4) **صح** $od = 3 < R$

ثانيا:

- التمرين الأول:

أولا:

$E = 16 - (3x-1)^2$

1) النشر: $E = 16 - (9x^2 - 6x + 1) \Rightarrow$

$E = -9x^2 + 6x + 15$

2) التحليل: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$E = 16 - (3x-1)^2$

$E = (4 - 3x + 1)(4 + 3x - 1)$

$E = (5 - 3x)(3 + 3x)$

$= 3(5 - 3x)(1 + x)$

ثانيا:

$x + 3 > 3x - 1$

$\Leftrightarrow 1 + 3 > 3x - x$

$\Leftrightarrow 4 > 2x \Leftrightarrow 2x < 4$

$x < 2$

وعليه:
وبالتالي جميع قيم المجهول الأصغر تماما من 2 هي حلول للمتراجحة أي

$x \in]-\infty ; 2[$

أ.ماهر بربر

التمرين الثاني: (نرى)

- نسحب من الصندوق كرة واحدة ونضعها جانباً ثم نسحب كرة ثانية، الكرة المسحوبة لأول تعاد

انتبه لذلك!

1: $P(R,R) = \frac{2}{7}$ R

$P(R,B) = \frac{5}{7}$ B

$P(B,R) = \frac{3}{7}$ R

$P(B,B) = \frac{4}{7}$ B

$\frac{3}{8}$ R

$\frac{5}{8}$ B

2: A: حدث دال على أن الكرتان المسحوبتان من اللون ذاته:

$$P(A) = P(R,R) + P(B,B)$$
$$= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$$
$$= \frac{6}{56} + \frac{20}{56} = \frac{26}{56}$$

- احتمال الحدث المعاكس A':

نعلم أن:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{26}{56}$$
$$= \frac{30}{56}$$

الطريقة ثانية: A' حدث دال على أن الكرتان المسحوبتان مختلفتان باللون أي الأول أبيض والثاني أسود.

$$P(A') = P(R,B) + P(B,R)$$
$$= \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56} + \frac{15}{56}$$
$$= \frac{30}{56}$$

تابع حل مسألة الاحتمالات عبر الفيديوهات قناة المدرس

ثانياً: 10 و 2 و 7 و 6 و 5 و 5 و 4 و 4 و 4 و 3 و 2

- العينة مرتبة تصاعدياً وعدد عناصرها 10 زوجي

$2n = 10 \Rightarrow n = 5$

- الوسيط Q_2: هو الوسط الحسابي للعددين اللذين ترتيبهما n و $n+1$ أي العددين 5 و 6

$Q_2 = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$

2 و 3 و 4 و 4 و 4 | 5 و 5 و 6 و 7 و 9

Q_1 Q_3

$Q_2 = 4.5$

- Q_1 هو وسيط العينة التي تسبق الوسيط وعددها 5 عناصر

$2n+1 = 5 \Rightarrow n = 2$

فيكون وسيط هذه العينة (الربيع الأول) هو العدد الذي ترتيبه $n+1$ أي العدد الثالث

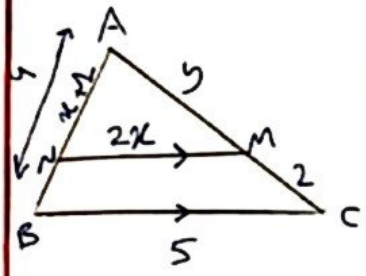
$Q_1 = 4$

- وبنفس الطريقة نجد

$Q_3 = 6$

أبا ماهر بربر

* التمرين الثالث :



١) $NM \parallel BC$ في المثلث ABC وفق :

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{NM}{BC}$$

٢)

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y}{y+2} = \frac{2x}{5}$$

(1) (2) (3)

من (1) و (3) نجد :

$$5x+5 = 8x \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

من وفق :

$$\frac{y}{y+2} = \frac{2x}{5}$$

$$\frac{y}{y+2} = \frac{\frac{10}{3}}{5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$3y = 2y+4 \Rightarrow y = 4$$

- التمرين الرابع :

$$f(x) = x(2x-3) - 6(2x-3)$$

$$g(x) = 2x^2 - 15x + 18$$

١)

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 12x + 18$$

$$= 2x^2 - 15x + 18 = g(x)$$

- $g(0) = 18$ ، $g(-1) = 2 + 15 + 18 = 35$

$$g(2) = 2(4) - 15(2) + 18$$

$$= 8 - 30 + 18 = -4$$

٢) أ- حل المعادلة وفق f :

$$f(x) = 0$$

$$x(2x-3) - 6(2x-3) = 0 \Rightarrow$$

انتباه :

بإمكانك التأثير بوجود عامل مشترك :

$$2x^2 - 3x - 12x + 18 = 0$$

$$2x^2 - 15x + 18 = 0 \text{ !!!}$$

لتتكون قادر على حل هذه المعادلة :

لذلك دائماً استغل وجود العامل المشترك :

$$x(2x-3) - 6(2x-3) = 0 \Rightarrow$$

$$(2x-3)(x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ ، } x = 6$$

وهما سالبي المعادلة وفق f أي :

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \text{ and } f(6) = 0$$

(كوني للتأكد)

- $g(x) = 18 \Rightarrow 2x^2 - 15x + 18 = 18 \Rightarrow$

$$2x^2 - 15x = 0 \Rightarrow$$

$$x(2x-15) = 0 \Rightarrow$$

$x = 0$ أو $2x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$

أي :

$$g(0) = 18 \text{ and } g\left(\frac{15}{2}\right) = 18$$

أ. ماهر بربر

التمرين الخامس:

1) في المثلث AOC القائم في O نجد:

$\tan \hat{A} = \frac{OC}{AO} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

في المثلث $AO'M$ القائم في O' نجد:

$\tan \hat{A} = \frac{O'M}{AO'} = \frac{3}{AO'}$

ولكن $\tan \hat{A} = \frac{1}{2}$ ومنه:

$\frac{1}{2} = \frac{3}{AO'} \Rightarrow AO' = 6cm$

فيكون ارتفاع الاسطوانة:

$O'O = 8 - 6 = 2\,cm$

حجم الاسطوانة: V_1

$V_1 = S_b \cdot h = \pi (3)^2 \times 2 = 18\pi\, cm^3$

2) حجم المخروط: V_2

$V_2 = \frac{1}{3} S_b \cdot h = \frac{1}{3}(\pi)(16) \times 8$

$= \frac{128\pi}{3}\, cm^3$

حجم الفراغ: V

$V = V_2 - V_1$

$= \frac{128\pi}{3} - 18\pi$

$= \frac{128\pi - 54\pi}{3} = \frac{74\pi}{3}\, cm^3$

3) حجم المخروط الصغير الذي قاعدته D' هو: V'

$V' = \frac{1}{3} S_b \cdot h$

$= \frac{1}{3}(\pi)(9) \cdot 6 = 18\pi\, cm^3$

حجم جذع المخروط: V''

$V'' = V_2 - V'$

$= \frac{128\pi}{3} - 18\pi = \frac{74\pi}{3}\, cm^3$

ثالثا:

المسألة الأولى:

$D: y + 2x = 4$

$d: y - 2x = 0$

1) لحل المعادلتين جبريا نجد:

$2y = 4 \Rightarrow y = 2$

نعوض في المعادلة D نجد: $2 + 2x = 4 \Rightarrow x = 1$

ومنه: النقطة $(1;2)$ هي حلة المعادلتين.

2) نعوض في معادلة D نجد:

- $(1;2) \in D \quad 2 + 2 \overset{?}{=} 4$

(جملة صائبة) $4 = 4 \Rightarrow (1;2) \in D$

- $(-1;0) \in D \quad 0 - 2 \overset{?}{=} 4$

$-2 \neq 4$

ومنه $(-1;0) \notin D$

3) $D: y + 2x = 4 \Rightarrow y = -2x + 4$

D	A(0;4)	B(2;0)
x	0	2
y	4	0

A: نقطة تقاطع D مع محور التراتيب

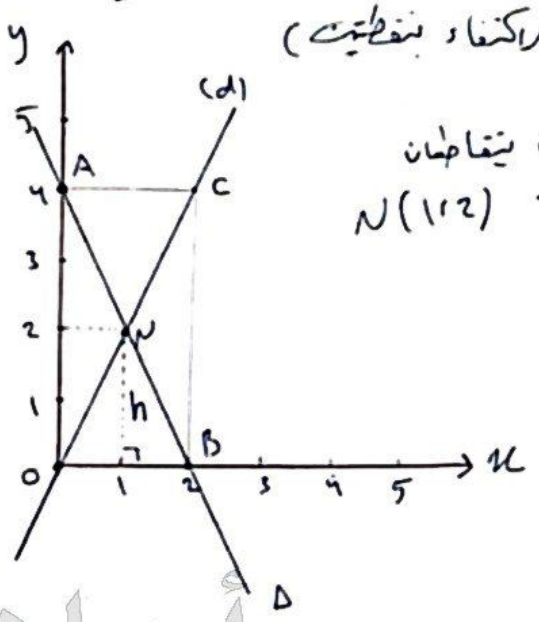
B: نقطة تقاطع D مع محور الفواصل

أ. ماهر بربر

$d: y-2x=0 \Rightarrow y=2x$

	O(0,0)	N(1,2)	C(2,4)
x	0	1	2
y	0	2	4

(نشطع الاكتفاء بنقطتين)

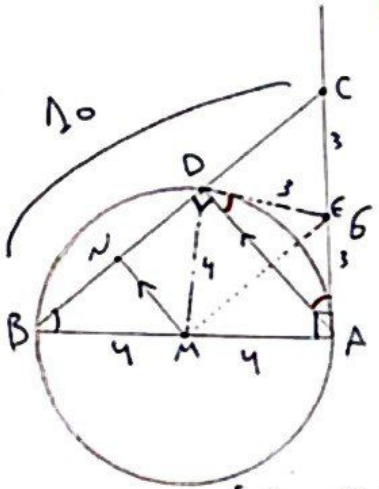


المستقيمان يتقاطعان في النقطة $N(1;2)$

4) المثلث المطلوب حساب مساحته هو ONB

$$S_{ONB}=\frac{(OB)\times(h)}{2}=\frac{2\times 2}{2}=$$ وحدة مربعة

التمرين الثاني:



1- [AC] محور للدائرة في A وهو $AC \perp BA$ وهو ABC قائم في A.

2) حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم ABC نجد $BA=10$

$$\sin\hat{B}=\frac{CA}{CB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

2) لدينا $A\hat{D}B=90°$ (لأنها زاوية محيطية تحصر نصف الدائرة) وهذا يعني أن المثلث $A\hat{D}C$ قائم في D حيث $A\hat{D}C=90°$

E منتصف [AC] و [DE] متوسط فيه.

نعلم أن: في المثلث القائم المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر.

فيكون: $DE=\frac{AC}{2}=3$

أي المثلث EDA متساوي الساقين في E. $ED=EA=3$

- إثبات أن ED مماس:

$E\hat{D}A=E\hat{A}D$ لأن EDA متساوي الساقين

ونعلم: $E\hat{A}D=\frac{1}{2}\hat{DA}$ (محاطية ... تحصر القوس AD مماس فرضاً)

فيكون: $E\hat{D}A=E\hat{A}D=\frac{1}{2}\hat{DA}$

وهذا ED مماس للدائرة في D

طريقة ثانية: نعلم ME منصف المثلث القائم EMA ثم طبقا عكس فيثاغورس في المثلث EDM نجد أن $ED\perp DM$ بذلك يتم المطلوب.

طريقة ثالثة: تستطيع هذا الاستفادة من عكس الخاصة: المماسان المرسومان من نقطة واحدة متساويان.

3) في الرباعي MAED لدينا:

$\hat{D}=90°$ (إثباتا) زاويتان متقابلتان ومتكاملتان في الرباعي MAED فهو دائري

$\hat{A}=90°$ (إثباتا)

ومركز الدائرة المارة برؤوسه يقع في منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين EDM ، EMA

أي منتصف ME ويكون نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه هو $R'=\frac{ME}{2}$

حيث $ME=5$ / فيثاغورس في المثلث EMA /

وهذا $R'=\frac{5}{2}$

4) حسب خاصة النسب الثلاث في المثلث ADB حيث $MN \parallel AD$ نجد:

$$\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BD}=\frac{MN}{AD}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=K$$

فتكون المثلثان ADB ، MBN متشابهان والمثلث MBN مصغر عن ADB بنسبة $\frac{1}{2}$ والمثلث ADB مكبر عن MBN بنسبة 2

ونسبة تحجيم مثلثين متشابهين تساوي نسبة التشابه

$$\frac{P(ADB)}{P(MBN)}=2$$

أ. ماهر بربر

سلم تصحيح مادة الرياضيات في الامتحان التجريبي

ملاحظات عامة :

1- اذا دمج الطالب خطوتين او أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد ان يقوم بذلك الدمج يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات
2- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحد
3- اذا اخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع بمنطق سليم ومفيد يعطى الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلم شرط ان لا يؤدي خطؤه الى خفض سوية السؤال او تغير مضمونه
4- اذا حل الطالب تمرينا او طلب من تمرين او برهن المبرهنة بطريقة لم ترد في السلم فعلى المصحح ان يعرض الطريقة على الموجهين الاختصاصيين بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد في السلم ثم يعمم هذا التوزيع
5- يحذف درجتان لكل خطا حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ
6- اذا لم يجب الطالب من سؤال ما تكتب الى جانب السؤال العبارة الاتية (صفر للسؤال لأنه بلا إجابة)
7- تسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله رقما و بوضوح على الهامش اما الدرجة المستحقة على السؤال كاملا تسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقما وكتابة.

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة (60 درجة)

رقم الخطوة	الاجابة	الدرجة
1	A	15
2	B	15
3	C	15
4	B	15
المجموع		60 درجة

السؤال الثاني : اجب بكلمة صح أو غلط (60 درجة)

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	غلط	15
2	غلط	15
3	صح	15
4	صح	15
المجموع		60

التمرين الأول : النشر و الاختزال مع حل معادلة

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	نشر القوس	5+5+5
2	إدخال إشارة الناقص داخل القوس	5
3	تجميع الحدود المتشابهة و الوصول إلى الجواب	5
4	التحليل إلى قوسين باستخدام المطابقة : $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$	5+5
5	تجميع الحدود	5
6	وضع المجاهيل بطرف والمعاليم بالطرف الاخر	5+5
7	الاختزال	5
8	الناتج	5
9	مستقيم الاعداد + اتجاه قوس + الحلول	5+3+2
المجموع		70

التمرين الثاني : احتمالات + احصاء

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	رسم الشجرة	10

2	تحميل كل فرع باحتماله المناسب	3+3+3+3+3+3
3	حساب احتمال A	5+5+5
4	كتابة قانون الإتمام $p(A)+p(A')=1$ و حساب احتمال A'	5+7
5	ايجاد الربيعات الثلاث	5+5+5
المجموع		70

التمرين الثالث : النسب الثلاث والتشابه

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	كتابة النسب الثلاث المتساوية	10+10+10
2	التعويض الصحيح في النسب الثلاث	5+5+5
3	تطبيق خاصة الضرب التقاطعي عل النسبتين اللاتي تحوي x	10
4	الاصلاح مع إيجاد قيمة $x=\frac{5}{3}$	5
5	تعويض قيمة $x=\frac{5}{3}$ في التناسب	5
6	الإصلاح مع حساب قيمة $y=4$	5
المجموع		70

التمرين الرابع : التابع

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	النشر $f(x)=2x^2-3x-12x+18$	4+4+4+4
2	الاختزال $f(x)=2x^2-15x+18$	5
3	استنتاج أنّ : $f(x)=g(x)$	5
4	$f(2)=\cdots$, $f(-1)=\cdots$, $f(0)=\cdots$	4+4+4
5	أسلاف 0 : كتابة $x(2x-3)-6(2x-3)=0$	4
6	اخراج عامل مشترك $(2x-3)(x-6)=0$	4
7	**تطبيق خاصة الجداء الصفري و الوصول إلى** $x=6$, $x=\frac{3}{2}$	4+4
8	أسلاف 18 : كتابة $2x^2-15x+18=18$ ثم $2x^2-15x=0$	4
9	إخراج x عامل مشترك بالشكل $x(2x-15)=0$	4
10	**تطبيق خاصة الجداء الصفري و الوصول إلى** $x=0$, $x=\frac{15}{2}$	4+4
المجموع		70

التمرين الخامس : المخروط بداخله اسطوانة

رقم الخطوة5	الخطوة	الدرجة
1	قانون	5
2	تعويض	5
3	كتابة العبارة	5
4	الوصول الى العلاقة المناسبة	5
5	تطبيق خاصة الضرب التقاطعي و الوصول إلى $AO'=6\,cm$	5
6	استنتاج أنّ : $o'o=2cm$	5
7	قانون حجم الاسطوانة + التعويض و الوصول إلى $V_{\text{اسطوانة}}=\cdots\ cm^3$	5+5
8	قانون حجم المخروط + التعويض و الوصول إلى $V_{\text{مخروط كبير}}=\cdots\ cm^3$	5
9	$V_{\text{محصور}}=V_{\text{مخروط كبير}}-V_{\text{اسطوانة}}=\cdots\ cm^3$	5+5
10	قانون حجم المخروط + التعويض و الوصول إلى $V_{\text{مخروط صغير}}=\cdots cm^3$	5
11	$V_{\text{جذع}}=V_{\text{مخروط كبير}}-V_{\text{مخروط صغير}}=\cdots\pi\ cm^3$	5+5
المجموع		70

السؤال الثامن : المسالة الاولى:

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	حساب مجهول بدلالة آخر	5
2	التعويض	5
3	حل المعادلة الناتجة الوصول لقيمة أحد المجهولين	5
4	التعويض والوصول لقيمة المجهول الأخر	5
5	تعويض النقطة الأولى و استنتاج أن $\Delta \in (1,2)$	5
6	تعويض النقطة الثانية و استنتاج أن $\Delta \notin (-1,0)$	5
7	اعطاء قيمة لـ x + حساب قيمة y الموافقة (و العكس)	2× (5+5)
8	رسم المحاور	10
9	رسم نقطتين من كل مستقيم + رسم المستقيمين	5+ 5 + 2× (2+3)
10	تحديد نقطة التقاطع	5
11	قانون مساحة المثلث + تعويض+ جواب ⋯ $= S$	5+5+5
المجموع		100

السؤال التاسع :المسالة الثانية (100 درجة)

رقم الخطوة	الخطوة	الدرجة
1	$C\hat{A}B = 90^{\circ}$ لأنّ المماس ونصف القطر متعامدان	5
2	حسب نظرية فيثاغورث أو كتابة النظرية بالرموز	5
3	التعويض و الوصول إلى $BC = 10$	5+5
4	قانون + تعويض	5+5
5	$A\hat{D}B = 90^{\circ}$ محيطية تحصر قوس نصف دائرة	5
6	$DE = 3$ لأنّ DE متوسط في المثلث القائم ADC فهو يساوي نصف طول الوتر	5+5
7	استنتاج أنّ ED مماس للدائرة	5
8	$C\hat{A}M = 90^{\circ}$, $M\hat{D}E = 90^{\circ}$ المماس و نصف القطر متعامدان	5+5
9	استنتاج أنّ الرباعي $MAED$ رباعي دائري	5+5
10	المركز منتصف ME , $ME = 5$ حسب فيثاغورث , $r = \frac{ME}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$	5+5+5
11	حساب نسبة التكبير	5+5
12	نسبة المحيطين	5
المجموع		100

انتهى السلم