الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

مدرسة مرشد سعد البذال الثانوية

قســـــم الرياضيـــات

ملخص قوانين الرياضيات لصف ١٢ علمى

الفصل الدراسى الثانى ٢٠١٨ / ٢٠١٩

ملاحظة : القوانين لا تغنى عن الكتاب المدرسى

إعداد أ / محمد مصطفى أحمد

مدير المدرسة أ / صالح المطيرى

Rules of Indefinite Integral قواعد التكامل غير المحدد

1 $\int k\,dx = kx + C$ عدد ثابت k

2 $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad , \quad n \in Q - \{-1\}$ قاعدة القوى

Properties of Indefinite Integral خواص التكامل غير المحدد

1 $\int k\,f(x)\,dx = k\int f(x)dx \quad , \quad k \neq 0$ خاصية الضرب بعدد ثابت

2 $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ خاصية الجمع والطرح

- جدول صيغ التكامل:

التكامل غير المحدد	قاعدة المشتقّة
1 $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ , \ n \neq -1$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right) = x^n \quad , \quad n \neq -1$
2 $\int \sin kx\,dx = -\frac{\cos kx}{k} + C$	$\frac{d}{dx}\left(-\frac{\cos kx}{k}\right) = \sin kx$
3 $\int \cos kx\,dx = \frac{\sin kx}{k} + C$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{\sin kx}{k}\right) = \cos kx$
4 $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$	$\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$
5 $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$	$\frac{d}{dx}(-\cot x) = \csc^2 x$
6 $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + C$	$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \tan x$
7 $\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + C$	$\frac{d}{dx}(-\csc x) = \csc x \cot x$

تكامل بعض الدوال الأسية واللوغاريتمية

قاعدة المشتقة	التكامل غير المحدد
$\frac{d}{dx} e^x = e^x$	$\int e^x \, dx = e^x + C$
$\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx} = u' e^u$	$\int u' e^u \, dx = e^u + C$
$\frac{d}{dx} \ln \lvert x \rvert = \frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln \lvert x \rvert + C$
$\frac{d}{dx} \ln \lvert u \rvert = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{u'}{u}$	$\int \frac{u'}{u} dx = \ln \lvert u \rvert + C$

قاعدة التكامل بالتجزيء **Integration by Parts Formula**

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

خواص التكامل المحدد Properties of the Definite Integral

إذا كانت f دالة متصلة على الفترة I ، $k \in \mathbb{R}$ ، $a, b, c \in I$ فإن:

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$
2. $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$
3. $\int_a^b k \, dx = k(b-a)$
4. $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$
5. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

لتكن f دالة متصلة على $[a, b]$

6 إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \quad \forall \quad x \in [a, b]$

فإن: $\int_a^b f(x)dx \geqslant 0$

7 إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \quad \forall \quad x \in [a, b]$

فإن: $\int_a^b f(x)dx \leqslant 0$

8 لتكن الدالتين f, g متصلتين على $[a, b]$ وكانت: $f(x) \leqslant g(x) \quad \forall x \in [a, b]$

فإن: $\int_a^b f(x)dx \leqslant \int_a^b g(x)dx$

المساحات

إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن $A = \int_a^b f(x)dx$

إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن $A = -\int_a^b f(x)dx$

مساحة منطقة محددة بين منحنيين

إذا كانت كل من f, g متّصلتين على الفترة $[a, b]$، حيث

$$f(x) \geqslant g(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين f , g والمستقيمين $x = a$, $x = b$ هي:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

الحجوم

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 \, dx$$

$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

قاعدة طول القوس

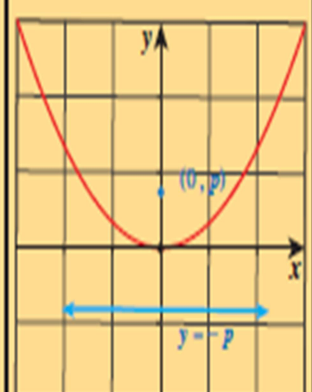
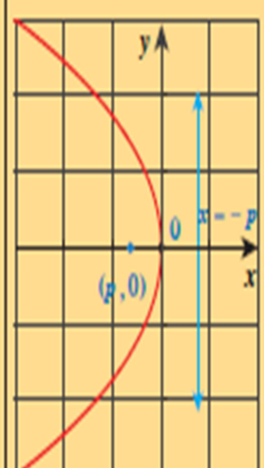
إذا كانت الدالة f' متصلة على $[a, b]$ فإن طول القوس من منحنى $y = f(x)$ في $[a, b]$ هو:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

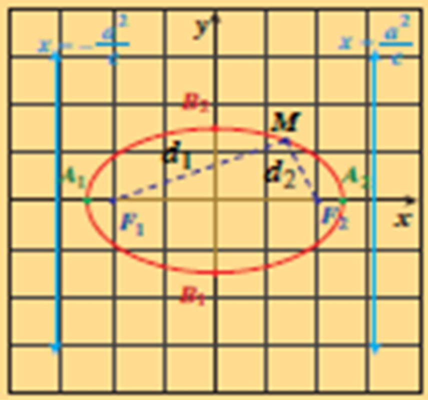
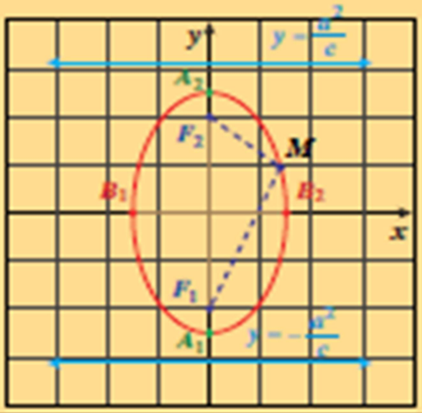
المعادلات التفاضلية

- رتبة المعادلة التفاضلية هي أعلى رتبة لمشتقة دالة موجودة في هذه المعادلة.
- درجة المعادلة التفاضلية هي أكبر أس لأعلى المشتقات رتبة.
- يمكن حل المعادلات التفاضلية بفصل المتغيرات: $\frac{1}{h(y)} dy = g(x) dx$ ثم نكامل.
- حل المعادلة التفاضلية: $y' = ay$ هو $y = ke^{ax}$.
- حل المعادلة التفاضلية: $y' = ay + b$ هو $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$.

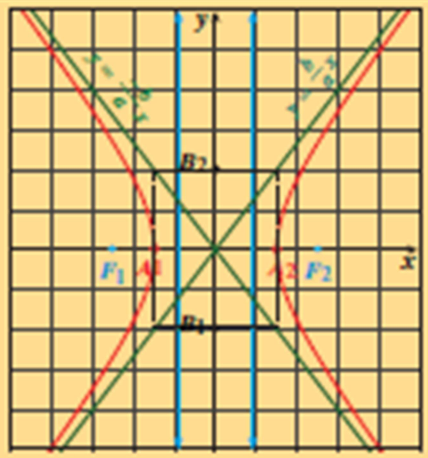
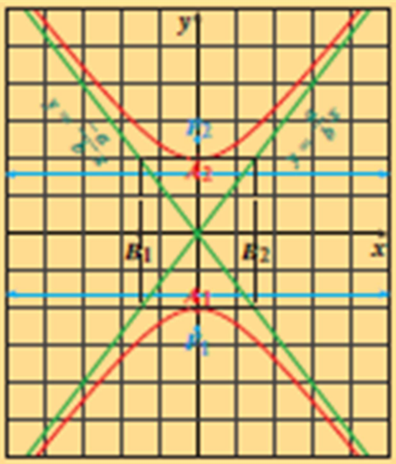
قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل $(0, 0)$

<table>
<tr><td>الصورة العامة</td><td colspan="2">$x^2 = 4py$</td><td colspan="2">$y^2 = 4px$</td></tr>
<tr><td>الفتحة</td><td colspan="2">إلى أعلى أو إلى أسفل</td><td colspan="2">إلى اليمين أو إلى اليسار</td></tr>
<tr><td>البؤرة</td><td colspan="2">$(0, p)$</td><td colspan="2">$(p, 0)$</td></tr>
<tr><td>الدليل</td><td colspan="2">$y = -p$</td><td colspan="2">$x = -p$</td></tr>
<tr><td>محور التناظر</td><td colspan="2">محور الصادات $(y - axis)$</td><td colspan="2">محور السينات $(x - axis)$</td></tr>
<tr><td>المسافة من الرأس إلى البؤرة</td><td colspan="4" rowspan="2">$|p|$</td></tr>
<tr><td>المسافة من الرأس إلى الدليل</td></tr>
<tr><td>إشارة p</td><td>$p < 0$</td><td>$p > 0$</td><td>$p < 0$</td><td>$p > 0$</td></tr>
<tr><td>الشكل</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل $(0,0)$ كالتالي:

	$a > b > 0$	$a > b > 0$
المعادلة	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$
بيان القطع		
المحور الأكبر	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
الرأسان طرفا المحور الأكبر	$A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)$, $A_2(0,a)$
طول المحور الأكبر	$2a$	
طرفا المحور الأصغر	$B_1(0,-b)$, $B_2(0,b)$	$B_1(-b,0)$, $B_2(b,0)$
طول المحور الأصغر	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0), F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$, $F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$a^2=b^2+c^2$	
معادلتا الدليلين	$x=-\frac{a^2}{c}$, $x=\frac{a^2}{c}$	$y=-\frac{a^2}{c}$, $y=\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع الناقص متناظر حول كل من محوريه ومركزه	

معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل كالتالي:

المعادلة	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
بيان القطع		
طرفا المحور القاطع الرأسان	$A_1(-a,0)\ ,\ A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)\ ,\ A_2(0,a)$
المحور القاطع (الأساسي)	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
طول المحور القاطع	$2a$	
طرفا المحور المرافق	$B_1(0,-b)\ ,\ B_2(0,b)$	$B_1(-b,0)\ ,\ B_2(b,0)$
طول المحور المرافق	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0)\ ,\ F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)\ ,\ F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$c^2=a^2+b^2$	
معادلة الخطين المقاربين	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
معادلة الدليلين	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع متناظر حول محوريه ومركزه	

الإختلاف المركزى

- في القطع المكافئ: $e = 1$
- في القطع الناقص: $e = \frac{c}{a} < 1$
- في القطع الزائد: $e = \frac{c}{a} > 1$

بالنجاح والتوفيق بإمتياز لجميع الطلبة