2024

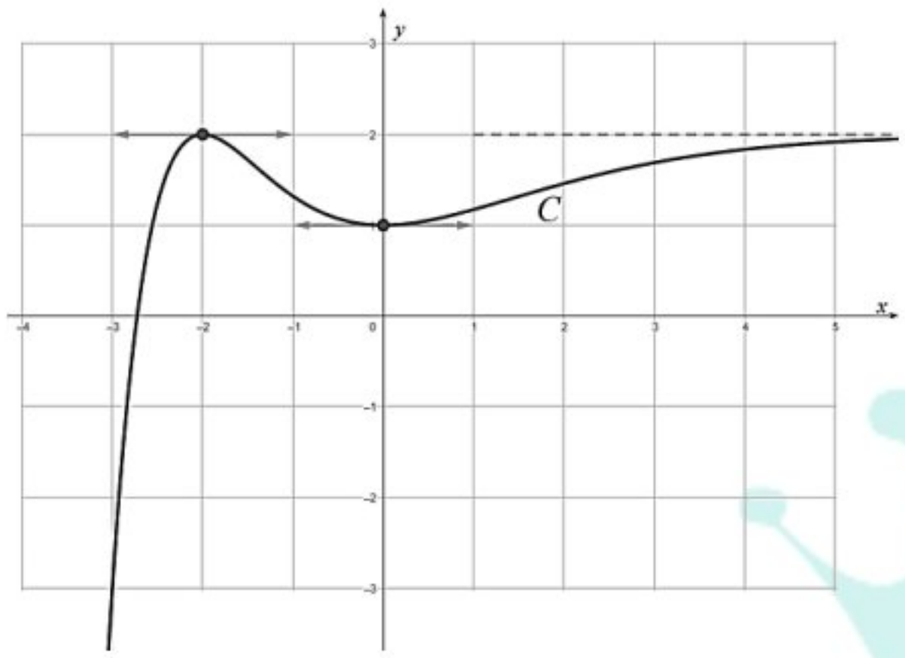
الجلسة الإمتحانية

لمادة الرياضيات

من إعداد: عبد الملك خير الله

الخطوط البيانية و الجداول

أولاً : حل الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال)



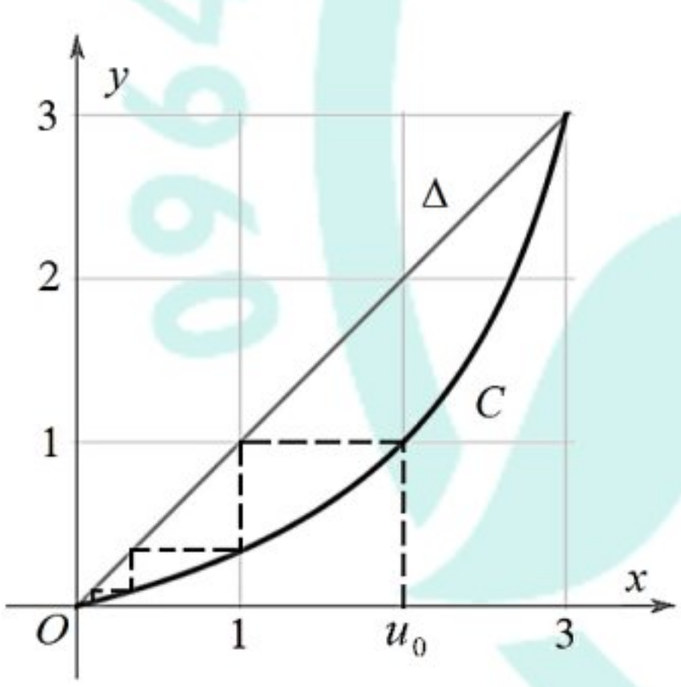
السؤال الأول: نتأمّل جانباً الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$. **المطلوب :**

1) أوجد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2) اذكر القيم الحدية للتابع مبيناً نوع كل منها .
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$ ؟
4) أوجد $f([-2,0])$.

السؤال الثاني: نتأمّل جانباً جدول تغيرات تابع f معرّف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ، خطه البياني C . **المطلوب :**

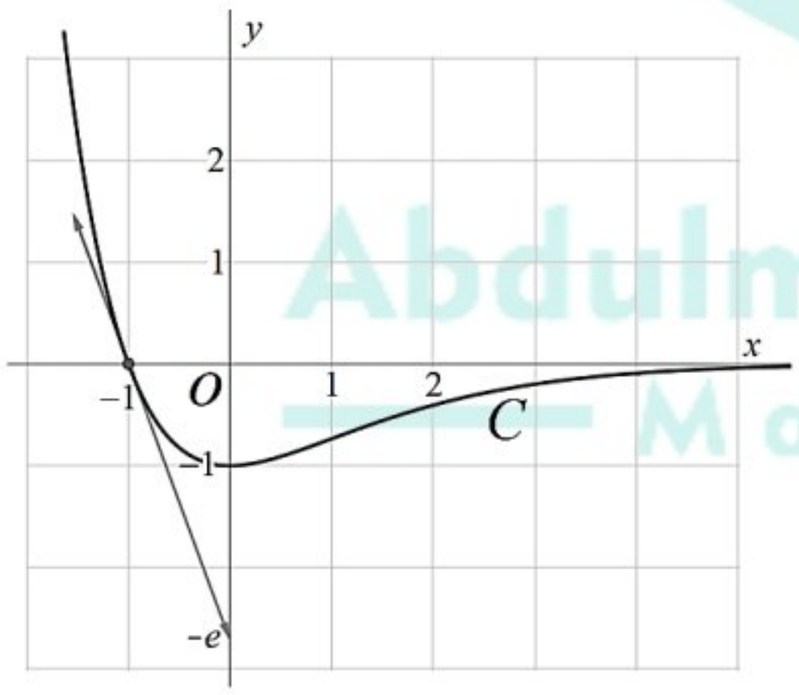
x	$-\infty$	-1		1		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
			$+\infty$	$-\infty$			

1) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .
2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟
3) احسب $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1}{f(x)}$.
4) قارن بين $f(2023)$ و $f(2024)$.



السؤال الثالث: في الشكل المجاور C هو الخط البياني لتابع f معرّف على المجال $[0,3]$.
المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرّفة وفق $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$. **المطلوب :**

1) ماذا يمثّل العدد $\int_0^3 (x - f(x))dx$ ؟
2) عيّن قيمة u_1 .
3) ما جهة اطّراد التابع f ؟
4) ما جهة اطّراد المتتالية ؟ ما نهايتها ؟



السؤال الرابع: في الشكل المجاور C هو الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$. **المطلوب :**

1) أوجد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(f(x))$.
2) أوجد $f(-1)$ و $f'(-1)$.
3) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x)}$.
4) قارن بين $f(2023)$ و $f(2024)$.

Abdulmalek Khairullah — Math Teacher

المتتاليات و نهاية متتالية

حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}$. المطلوب :

1) أثبت أنّ $0<u_n<1$ أياً كانت n من $\mathbb{N}$.

2) نعرّف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n}-1$ أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسيّة و اكتب عبارة v_n بدلالة n .

3) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{2u_n-1}{2-u_n}$. المطلوب:

1) نعرّف المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ وفق $x_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$ أثبت أنّ $(x_n)_{n\geq 0}$ هندسيّة .

2) أوجد عبارة x_n بدلالة n ، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.

3) اكتب u_n بدلالة n ، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً وفق $u_0=7$ و $u_{n+1}=\frac{4u_n-1}{u_n+2}$. المطلوب :

1) أثبت أنّ التابع $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$ متزايد تماماً على $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

2) أثبت بالتدريج أنّ $1<u_{n+1}<u_n$ أياً كان العدد الطبيعي $n\geq 0$.

3) استنتج أنّ المتتالية متقاربة محدّداً نهايتها .

التمرين الرابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً وفق $u_0=7$ و $u_{n+1}=\frac{4u_n-1}{u_n+2}$. المطلوب :

1) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق $v_n=\frac{1}{u_n-1}$ هي متتالية حسابية ، واكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n .

التمرين الخامس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة تدريجياً وفق $u_0=0$ و $u_{n+1}=(1-i)u_n-i$ (حيث $i^2=-1$)

و لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=u_n+1$. **المطلوب :**

1) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسيّة ، عيّن أساسها و اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

2) اكتب العدد العقدي $z=1-i$ بالشكل الأسي ، ثم أثبت أنّ v_{2024} عدد حقيقي .

3) ليكن المجموع $S=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_7$. أثبت أنّ $S=15i$.

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher
096 4621 810

الأعداد العقدية و تطبيقاتها

أولاً : حل الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: اكتب بالشكل الأسي العدد العقدي $z = \dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^2}{\left(1-i\right)^3}$.

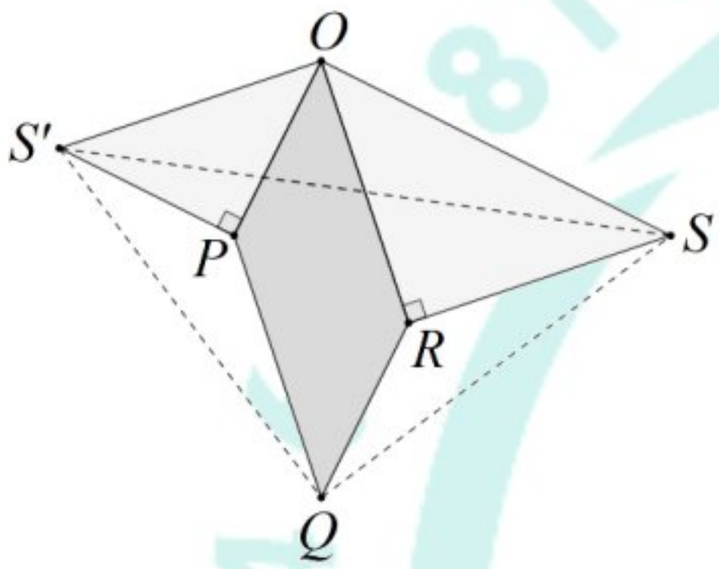
السؤال الثاني: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4\cos\theta\, z + 4 = 0$ حيث θ عدد حقيقي ثابت .

السؤال الثالث: اكتب بالشكل الأسي العدد العقدي $z = 1 + e^{i\frac{2\pi}{7}}$.

السؤال الرابع: حل جملة المعادلتين $\begin{cases} 2z + w = 5 - 5i \\ z - 3w = -1 - 6i \end{cases}$.

ثانياً : حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في الشكل المجاور المثلثان ORS و $OS'P$ كل منهما قائم و متساوي الساقين الرباعي $OPQR$ متوازي أضلاع . نتخذ المعلم المتجانس المباشر $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$



و لتكن الأعداد العقدية s, s', r, q, p الممثلة للنقاط S, S', R, Q, P بالترتيب . **المطلوب:**

1) اكتب s بدلالة r و s' بدلالة p ، و اكتب q بدلالة p و r .
2) احسب العدد $\dfrac{q-s'}{q-s}$ و استنتج أنّ المثلث QSS' قائم و متساوي الساقين .

التمرين الثاني: في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس لتكن النقطة M العدد العقدي $z = \dfrac{2e^{i\frac{3\pi}{4}}}{\sqrt{3}+i}$. المطلوب :

1) اكتب z بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي ، ثم استنتج $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.
2) احسب العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكٍ مركزه المبدأ O و نسبته $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.

التمرين الثالث:

أولاً: أوجد الجذرين التربيعيّين للعدد $w = -3 + 4i$ ثم حل المعادلة $\left(z^2 - 5z + 7 - i\right) = 0$ $\left(z^2 - 2z + 2\right)$.

ثانياً: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ لتكن النقاط A, B, C, D التي تمثلها الأعداد العقدية

$$a = 1 - i \quad , \quad b = 2 - i \quad , \quad c = 3 + i \quad , \quad d = 1 + i$$

المطلوب: وضّع النقاط A, B, C, D في المستوي ، ثم عيّن طبيعة الرباعي $ABCD$ و احسب مساحته .

التمرين الرابع: في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن النقطة M الممثّلة بالعدد العقدي $z = 2\left(1 + e^{i\frac{3\pi}{4}}\right)$.المطلوب:

1) اكتب z بالشكل الأسي ثم بالشكل الجبري .
2) احسب $|z|$ و استنتج قيمة $\cos\dfrac{3\pi}{8}$.
3) أوجد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{8}$.

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

أولاً : حل الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً جدول القانون الاحتمالي لزوج (X, Y) من المتحولات العشوائية .

المطلوب: أكمل الجدول علماً أنّ المتحولين العشوائيين X و Y مستقلان احتمالياً .

$Y \diagdown X$	-1	0	1	قانون Y
3	–	–	–	–
4	0.03	–	–	0.3
قانون X	–	0.4	–	

السؤال الثاني: عيّن في منشور $\left(x^2+\frac{2}{x^5}\right)^7$ أمثال $\left(x^7\right)$ و الحد الثابت المستقل عن x .

السؤال الثالث: حل في $\mathbb{N}$ المعادلة $P_{n+1}^5 = 18P_{n-1}^4$.

السؤال الرابع: يراد تشكيل لجنة قوامها ثلاثة أشخاص مأخوذين من مجموعة تضم 4 رجال و 5 نساء . **المطلوب:**

1) كم لجنة تضم رجل واحد يمكن تشكيلها ؟
2) كم لجنة تضم رجل واحد على الأقل يمكن تشكيلها ؟

السؤال الخامس: نلقي 9 مرات حجر نرد متوازن أوجهه مرقمة $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}$ و ليكن X مجموع الأرقام التي نحصل عليها .

المطلوب: اكتب مجموعة القيم التي يأخذها المتحول العشوائي X ، ثم احسب توقعه الرياضي و تباينه .

السؤال السادس: لتكن المجموعة $S = \{1,2,3,4,5\}$. **المطلوب :**

1) ما عدد الأعداد المؤلفة من أربعة منازل مختلفة التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟
2) ما عدد الأعداد الزوجية المؤلفة من أربعة منازل و أكبر من 4000 التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟

السؤال السابع: صندوق يحتوي على كرتين كتب عليهما $\boxed{+1}$ و $\boxed{-1}$ ، نسحب على التتالي مع الإعادة ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

المطلوب : اكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي .

السؤال الثامن: لتكن المجموعة $S = \{1,2,3,4,5\}$. **المطلوب :**

3) ما عدد المجموعات الجزئية المؤلفة من ثلاثة عناصر التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟
4) ما عدد المجموعات الجزئية المؤلفة من ثلاثة عناصر على الأقل التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟

السؤال التاسع: احسب عدد أقطار مضلع محدب عدد رؤوسه 8 ، ثم احسب عدد نقاط تقاطع تلك الأقطار .

ثانياً : حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في تجربة إلقاء حجر نرد خمس مرات ، ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد مرات ظهور رقم أولي . **المطلوب:**

1) أوجد مجموعة قيم X و جدول قانونه الاحتمالي .
2) احسب توقع X و تباينه و انحرافه المعياري .
3) أوجد جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي Y الذي يمثّل باقي قسمة X على 2 ، ثم احسب توقعه الرياضي .

Abdulmalek Khairullah Math Teacher

التمرين الثاني: لدينا صندوقان يحوي الأول U_1 كرتين سوداوين و كرة واحدة بيضاء ، و يحوي الثاني U_2 ثلاث كرات سوداء و كرتين بيضاوين .
نسحب كرة من الصندوق الأول و نضعها في الصندوق الثاني ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني . **المطلوب :**

1) أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة .
2) إذا كانت الكرة الثانية سوداء فما احتمال أن تكون الأولى سوداء ؟
3) ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الكرات السوداء المسحوبة في كلتا مرحلتَي السحب .
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X و احسب توقعه الرياضي .

التمرين الثالث: في أحد المجتمعات تظهر أعراض مرض باركنسون على 10% من الأشخاص ، 60% منهم لديهم عوامل وراثية ،
و 80% من الأشخاص الذين لا تظهر عليهم علائم المرض ليس لديهم عوامل وراثية . نختار عشوائياً شخصاً من هذا المجتمع و نعتبر الحدثين :
A : " الشخص المختار تظهر عليه الأعراض " B : " الشخص المختار لديه عوامل وراثية "

المطلوب:

1) أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة ، ثم احسب $\mathbb{P}(B)$.
2) إذا علمت أنّ الشخص المختار لديه عوامل وراثية ، فما احتمال أن تظهر عليه أعراض مرض باركنسون ؟

ثالثاً : حل المسائل الآتية (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: عيّنة من طلاب كلية العلوم بجامعة حلب مؤلفة 100 طالب و طالبة : 60 منهم يدرسون الكيمياء ، 30 يدرسون الرياضيات
و 10 يدرسون الفيزياء . نسبة الذكور في قسم الكيمياء 20% و في قسم الرياضيات 25% و في قسم الفيزياء 40% .
نختار عشوائياً بطاقة تعريف أحد الطلاب و نتأمّل الأحداث :
C " الاختصاص كيمياء " P : " الاختصاص فيزياء " M : " الاختصاص رياضيات " B :" الجنس ذكر "

المطلوب:

1) أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة .
2) احسب احتمال أن يكون الطالب المختار ذكراً .
3) إذا علمت أنّ الطالب المختار ذكر ، فما احتمال أن يكون من قسم الرياضيات ؟
4) نختار عشوائياً و في آن معاً بطاقتَي تعريف من بطاقات طلاب الفيزياء ، و ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يدل على عدد الطلاب الذكور الذين تم اختيارهم . اكتب جدول القانون الاحتمالي لـ X ثم احسب توقعه الرياضي .

المسألة الثانية: صندوق يحتوي على خمس كرات : كرتان بيضاوان مرقمتان بالرقمين 1 و 2 ، و ثلاث كرات سوداء مرقمة بالأرقام 0 و 1 و 2 .
نسحب من الصندوق كرتين معاً و نتأمل الحدثين: A : " الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين " ، B : " للكرتين المسحوبتين نفس الرقم "

1) عيّن $\mathbb{P}(A)$ و $\mathbb{P}(B)$.
2) إذا علمت أنّ الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين فما احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟
3) ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على جداء رقمي الكرتين المسحوبتين ، عيّن مجموعة قيم X و قانونه الاحتمالي .
4) احسب توقّع X ، و تباينه ، و انحرافه المعياري .
5) احسب احتمال الحدث C : " جداء رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 2 على الأكثر " .

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

أولاً : حل الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمّل المستويين $\begin{cases} P: x+3y+z-8=0 \\ Q: x-y-z+2=0 \end{cases}$. المطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين متقاطعان .

2) أثبت أنّ المستوي $R: x-y+2z=0$ يعامد الفصل المشترك للمستويين P و Q .

السؤال الثاني: صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق إحداثياتها العلاقتين $x^2+z^2=25$ و $0\le y\le 3$.

السؤال الثالث: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمّل المستويين $\begin{cases} P: 3x-4z+8=0 \\ Q: 4x+3z+19=0 \end{cases}$. المطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين متعامدان .

2) احسب بعد النقطة $A(6,2,-1)$ عن الفصل المشترك للمستويين .

السؤال الرابع: اكتب معادلة المخروط الذي رأسه O و قاعدته الدائرة التي مركزها $(0,6,0)$ و نصف قطرها 3 .

السؤال الخامس: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمّل المستقيم d المعطى بالتمثيل الوسيطي $d: \begin{cases} x=2t \\ y=t+\frac{3}{2} \\ z=4t+1 \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$.

المطلوب: أوجد إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة $A(2,0,3)$ على المستقيم d .

السؤال السادس: S هي مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ التي تحقّق إحداثياتها العلاقة $x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$. **المطلوب :**

1) أثبت أنّ مجموعة النقاط S تمثّل كرة يُطلَب تعيين مركزها و نصف قطرها .

2) تيقّن أنّ المستوي P الذي معادلته $3x-4z+3=0$ يمس الكرة S .

السؤال السابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمّل النقطتين $A(1,3,-1)$ و $B(3,1,-1)$. **المطلوب :**

1) صف مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ التي تحقّق العلاقة $\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=0$ ثم اكتب معادلة لها .

2) احسب $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ و استنتج $\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$.

السؤال الثامن: نُعطى المستويين $\begin{cases} P: x+2y+z=0 \\ Q: x-y-z=0 \end{cases}$. **المطلوب :**

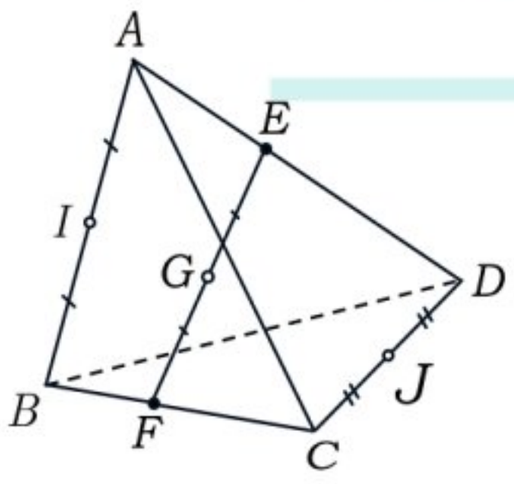
1) أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين P و Q .

2) أثبت أنّ المستقيم Δ محتوى في المستوي $R: 5x+y-z=0$.

السؤال التاسع: $ABCD$ رباعي وجوه . I و J هما بالترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$

E و F نقطتان تحقّقان $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{CF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$ و G منتصف $[EF]$.

المطلوب : أثبت أنّ النقاط I و G و J تقع على استقامة واحدة .



Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

السؤال العاشر: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(3,1,-3)$ ، $B(6,3,2)$ ، $C(4,1,-2)$ ، $D(3,2,-2)$.

المطلوب: عيّن العددين الحقيقيّين α و β إذا علمت أنّ النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha),(B,\beta),(C,-3)$.

السؤال الحادي عشر: في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ يحقّقان $\|\vec{u}+\vec{v}\|=1$ ، $\|\vec{u}\|=\frac{3}{7}$ ، $\|\vec{v}\|=\frac{5}{7}$.

المطلوب :

1) احسب $u.v$.

2) لتكن θ الزاوية الكائنة بين الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ، احسب $\cos\theta$ ثم استنتج قياساً للزاوية θ .

ثانياً : حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمل النقطتين $A(1,4,6)$ ، $B(1,-2,-2)$. **المطلوب :**

1) عين إحداثيات النقطة C بحيث يكون المبدأ O مركز ثقل المثلث ABC .

2) اكتب معادلة للكرة S التي تقبل $[AB]$ قطراً لها ، ثم أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته $2x+2y+z+9=0$ يمس الكرة S .

التمرين الثاني: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمل النقاط $A(1,0,1)$ ، $B(0,1,2)$ ، $C(1,-1,3)$ ، $D(6,-6,-2)$. **المطلوب :**

1) اكتب معادلة المستوي (ABC) ، ثم تحقّق أنّ النقطة D تنتمي إليه .

2) عيّن العددين الحقيقيّين α و β بحيث تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha),(B,\beta),(C,1)$.

3) أثبت أنّ النقطة D هي ذاتها المسقط القائم للنقطة $E(3,-8,-3)$ على المستوي (ABC) .

التمرين الثالث: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا المستقيمان d و d' اللذان تمثيلهما الوسيطي :

$$d:\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases};t\in\mathbb{R} \qquad d':\begin{cases}x=1-s\\y=-2-2s\\z=3+s\end{cases};s\in\mathbb{R}$$

1) أثبت أنّ المستقيمين d و d' متوازيان و غير منطبقين .

2) اكتب معادلة المستوي P المحدّد بالمستقيمين d و d' .

التمرين الرابع: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(1,2,5)$, $B(0,1,3)$, $C(4,1,-1)$ و المستوي $P:x+y+3z-7=0$.

المطلوب:

1) أثبت أنّ $x-3y+z=0$ معادلة للمستوي (ABC) .

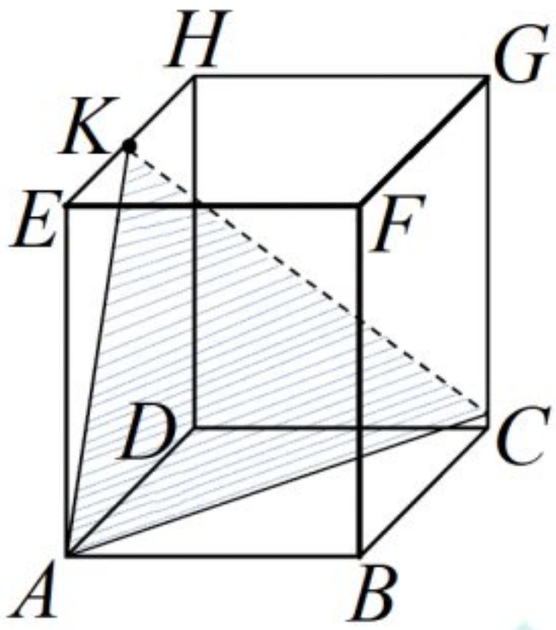
2) أوجد إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على المستوي P .

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة $D(5,1,2)$ و يوازي المستويين P و (ABC) .

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

ثالثاً : حل المسائل الآتية (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2



النقطة K هي منتصف $[EH]$ ، نختار المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. المطلوب :

1) جد إحداثيات النقاط E و H و C و K .
2) اكتب معادلة للمستوي (KAC) .
3) جد إحداثيات النقطة M المسقط القائم للنقطة D على المستوي (KAC).
4) اكتب معادلة للكرة التي مركزها النقطة D و تمس المستوي (KAC) .
5) احسب مساحة المثلث ADC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $K-ADC$ ، ثم استنتج مساحة المثلث KAC .

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمّل النقاط $A(-3,1,1),B(2,1,0),C(-6,0,1),D(6,-1,5)$. المطلوب :

1) أثبت أنّ النقاط A, B, C ليست واقعة على استقامة واحدة .
2) اكتب معادلة للمستوي (ABC) .
3) جد إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).
4) تحقّق من أنّ النقطة D' هي ذاتها مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,1),(C,-1)$.
5) صف مجموعة نقاط الفراغ $M(x,y,z)$ التي تحقّق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$.

المسألة الثالثة: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمّل النقطة $A(2,5,9)$ و المستويين $\begin{cases}P: x+y+2z=4\\ Q: x+2y+4z=7\end{cases}$. المطلوب :

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان .
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك Δ .
3) اكتب معادلة المستوي R المار من النقطة A و يعامد المستويين P و Q .
4) احسب بعد النقطة A عن المستقيم Δ .
5) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A و تمس المستقيم Δ .

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

أولاً : حل الأسئلة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+25}$

المطلوب: عيّن العددين الحقيقيّين a و b إذا علمت معادلة مماس الخط البياني عند $x=4$ هي $y=3$.

السؤال الثاني: ليكن $J=\int_1^2 \frac{1}{x\left(x^2+1\right)}dx$, $I=\int_1^2 \frac{2x^2+1}{x\left(x^2+1\right)}dx$.

المطلوب: احسب $(I+J)$ و $(I-J)$ ثم استنتج قيمة كل من I و J .

السؤال الثالث: حل المتراجحة $\ln(x+2)+\ln(x-1)\le\ln(x+7)$.

السؤال الرابع: 1) عيّن حل المعادلة التفاضليّة $y'-2y+2=0$ الذي يمر خطه البياني في النقطة $A(0,3)$.

2) أثبت أنّ التابع $f(x)=e^{2x}-2x$ هو حل للمعادلة التفاضليّة $y'-2y+2=4x$.

السؤال الخامس: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق $f(x)=\frac{x+E(x)}{x+1}$. **المطلوب:**

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 2) احسب $f\left([1,2[\right)$.

السؤال السادس: احسب التكامل $I=\int_0^1 \frac{x^3+2x^2+2x+2}{x^2+1}dx$.

السؤال السابع : حل المعادلة $5^x+5^{1-x}=6$ ثم حل المتراجحة $5^x+5^{1-x}\le 6$.

السؤال الثامن: f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{E(x)}{\sqrt{x^2+1}}$. **المطلوب :**

1) اكتب عبارة $f(x)$ بصورة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[1,3[$.

2) احسب نهاية f في جوار $+\infty$ و فسّر النتيجة هندسيّاً .

السؤال التاسع: حل المتراجحة $4^x+16\le 10\times 2^x$.

السؤال العاشر: حل جملة المعادلتين $\begin{cases}\ln\left(x^2y\right)=9\\ \ln\left(x\,y^2\right)=12\end{cases}$.

السؤال الحادي عشر: حل جملة المعادلتين $\begin{cases}2e^x+e^y=9\\ 3e^x-e^y=1\end{cases}$.

السؤال الثاني عشر: ليكن $J=\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{2+\cos x}dx$, $I=\int_0^{\pi}\frac{\sin 2x}{2+\cos x}dx$. **المطلوب:** احسب (J) ثم $(I+4J)$ و استنتج قيمة (I) .

السؤال الثالث عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x+\sqrt{|x^2-2|}$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب Δ .

Abdulmalek Khairullah Math Teacher

ثانياً : حل التمارين الآتية (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=[1,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{3}{(3x-1)(3x+2)}$. المطلوب :

A- عين العددين الحقيقيّين A و B اللذان يحقّقان $f(x)=\dfrac{A}{3x-1}+\dfrac{B}{3x+2}$.

B- بفرض $A=1$ ، $B=-1$:

1) احسب التكامل $\int_1^2 f(x)dx$.

2) لتكن $(s_n)_{n\geq 1}$ المتتالية التي حدها العام $s_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$ ، أثبت أنّ $s_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3n+2}$.

التمرين الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\pi,\pi[$ وفق $f(0)=0$ و $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$ في حالة $x\neq 0$. **المطلوب :**

1) أثبت أنّ التابع f اشتقاقي عند $x=0$ ، هل f مستمر عند $x=0$ ؟ علل إجابتك .

2) اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ، ثم احسب قيمة تقريبية لـ $f(0.2)$.

التمرين الثالث: C هو الخط البياني للتابع f المعرّف وفق $f(x)=e^{\sqrt{x}}$ لكل x من المجال $I=[0,+\infty[$. **المطلوب :**

1) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر ، ثم اكتب معادلة المماس عند الصفر.

2) أثبت أنّ $F(x)=\left(2\sqrt{x}-2\right)e^{\sqrt{x}}$ هو تابع أصلي لـ f على I .

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x=0$ و $x=1$.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,2[$ وفق $f(x)=ax+b-\ln\left(\dfrac{x}{2-x}\right)$. **المطلوب :**

4) عين العددين الحقيقيّين a و b إذا علمت أنّ مماس الخط البياني في النقطة $A(1,0)$ يعامد المستقيم ذا المعادلة $y=x$.

5) بفرض $a=1$ ، $b=-1$ ، أثبت أنّ التابع f متناقص تماماً و احسب $f(I)$.

ثالثاً : حل المسائل الآتية (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{x^2-\ln x}{x}$. **المطلوب :**

1) ادرس اطّراد التابع $g(x)=x^2-1+\ln(x)$ على I و احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على I .

2) أثبت أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .

3) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للخط C و ادرس وضعه النسبي .

4) في معلم متجانس ارسم Δ ثم ارسم C .

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x=1$ و $x=\sqrt{e}$.

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-2e^{x}+x+\frac{3}{2}$. **المطلوب:**

1) ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها .
2) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+\frac{3}{2}$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ، و ادرس وضعه النسبي .
3) أثبت أنّ الخط C يقبل مماساً T يوازي المستقيم Δ يُطلب تعيين معادلة له .
4) في معلم متجانس ارسم المقارب Δ و المماس T ثم ارسم C .
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ و محور التراتيب .

المسألة الثالثة: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=(x+1)\left(1+e^{-2x}\right)$

وليكن التابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=e^{2x}-2x-1$. **المطلوب:**

1) ادرس اطراد التابع g و استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
2) أثبت أنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{2x}}$ ثم ادرس تغيّرات f و نظّم جدولاً بها .
3) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ و ادرس وضعه النسبي .
4) في معلم متجانس ارسم Δ ثم ارسم C .
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ و محور التراتيب .

المسألة الرابعة: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]-2,+\infty[$ وفق $f(x)=2\ln(x+2)-\ln(x^{2}+4)$. **المطلوب:**

1) احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .
2) ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيمة الحدية مبيناً نوعها .
3) اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فاصلتها $x=0$.
4) ادرس وضع المماس T بالنسبة للخط C .
5) في معلم متجانس ارسم T و مقاربات C ثم ارسم C .

المسألة الخامسة: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^{2}e^{x}$. **المطلوب:**

1) احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.
2) ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها ، و دل على القيم الحدية محلياً .
3) في معلم متجانس ارسم C .
4) عيّن الأعداد الحقيقيّة a , b , c إذا علمت أنّ $F(x)=\left(ax^{2}+bx+c\right)e^{x}$ تابع أصلي لـ f على $\mathbb{R}$.
5) بفرض $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{-3}{2}$, $c=\frac{5}{2}$ احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x=0$ و $x=2$.

Abdulmalek Khairullah
Math Teacher