التمرين الثاني:

1- a) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2Z + 4 = 0$ ، ولتكن حلولها Z_1, Z_2 .

b) اكتب كلاً من Z_1, Z_2 بالشكل الأسّي .

2- a) $Z_A = 1 - i\sqrt{3}, Z_B = 1 + i\sqrt{3}, Z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3})$ ، احسب الأطوال AB, AC, BC ثم استنتج نوع المثلث ABC .

b) أوجد $\arg\left(\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}\right)$.

c) ليكن $Z = \frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ ، احسب Z^6, Z^3 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل أي عدد طبيعي k .

التمرين الثالث:

لتكن لدينا المتتاليتان $(v_n)_{n\geq 0}$ ، $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 3 \end{cases} , v_n = 2u_n - 3$$

1- أثبت أن المتتالية v_n هندسية وجد أساسها .

2- احسب v_0 ، v_4 ثم احسب المجموع $S = v_4 + v_5 + \cdots + v_{10}$.

3- إذا علمت أن $3n^2 \geq (n+1)^2$ برهن بالاستقراء أن $3^2 \geq 2^n + 5n^2$ من أجل $n \geq 5$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن $\vec{n}(2, -1, 1)$ ولتكن النقاط $A(1,2,3), B(0,1,4), C(-1,-3,2), D(4,-2,5)$ ، المطلوب:

1- a) بيّن أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

b) بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظم للمستوي (ABC) .

c) أوجد معادلة المستوي (ABC) .

2- a) ليكن Δ مستقيم تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ ، بيّن أن D تنتمي للمستقيم Δ ، وأن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC) ، ثم أوجد إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).

التمرين الثاني:

1- a) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2Z + 4 = 0$ ، ولتكن حلولها Z_1, Z_2 .

b) اكتب كلاً من Z_1, Z_2 بالشكل الأسّي .

2- a) $Z_A = 1 - i\sqrt{3}, Z_B = 1 + i\sqrt{3}, Z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3})$ ، احسب الأطوال AB, AC, BC ثم استنتج نوع المثلث ABC .

b) أوجد $\arg\left(\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}\right)$.

c) ليكن $Z = \frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ ، احسب Z^6, Z^3 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل أي عدد طبيعي k .

التمرين الثالث:

لتكن لدينا المتتاليتان $(v_n)_{n\geq 0}$ ، $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 3 \end{cases}, v_n = 2u_n - 3$$

1- أثبت أن المتتالية v_n هندسية وجد أساسها .

2- احسب v_4 ، v_0 ثم احسب المجموع $S = v_4 + v_5 + \cdots + v_{10}$.

3- إذا علمت أن $3n^2 \geq (n+1)^2$ برهن بالاستقراء أن $3^2 \geq 2^n + 5n^2$ من أجل $n \geq 5$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن $\vec{n}(2, -1, 1)$ ولتكن النقاط $A(1,2,3), B(0,1,4), C(-1,-3,2), D(4,-2,5)$ ، المطلوب:

1- a) بيّن أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

b) بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظم للمستوي (ABC) .

c) أوجد معادلة المستوي (ABC) .

2- a) ليكن Δ مستقيم تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \;\; ; t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - t \end{cases}$ ، بيّن أن D تنتمي للمستقيم Δ ، وأن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC) ، ثم أوجد إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C_1 الخط البياني للتابع f_1 وفق $f(x) = \ln(x+a)$

وليكن C_2 الخط البياني للتابع f_2 وفق $g(x) = e^x + b$

أولاً: عين a, b إذا علمت أن C_1 يمر بالنقطة $(e-1,1)$ وأن C_2, C_1 متناظران بالنسبة لمنصف الربعين الأول والثالث .

ثانياً: إذا علمت أن $a = 1, b = -1$

1- أوجد معادلة كل مقارب لـ C_2, C_1 .

2- ادرس تغيرات g, f ونظم جدولاً بكل منهما .

3- أثبت أن C_1, C_2 متماسان في المبدأ $O(0,0)$.

4- ارسم C_2, C_1 في معلم واحد .

5- احسب مساحة السطح المحصور بين C_1 و $y'y$ والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية:

راميان كل منهما يطلق طلقة واحدة على نفس الهدف ، وليكن A حدث إصابة الهدف من قبل الرامي الأول وليكن B حدث إصابة الهدف من قبل الرامي الثاني ، وليكن احتمال إصابة الهدف من قبل الراميان $\frac{1}{2}$ واحتمال إصابة الهدف من قبل الرامي الثاني فقط $\frac{1}{6}$ ، والمطلوب:

1- أثبت أن $P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{2}{3}$.

2- إذا أصيب الهدف بطلقة واحدة فقط احسب احتمال أن يكون الرامي الأول قد أصاب الهدف .

3- نعرف متغير عشوائي X يدل على الطلقات التي أصيب بها الهدف. اكتب مجموعة قيم X ثم عين جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه .

4- هل الحدثان A' و $A \cup B$ مستقلان احتمالياً؟ لماذا؟

انتهت الأسئلة

النموذج الرسولي التاسع

السؤال الأول:

نقط تقاطع C و d هي 4 أ)

لها محدودة من الأعلى بـ 4

متزايدة تماماً .

متزايدة ومحدودة من الأعلى إذن متقاربة

$\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$

ثانياً:

$f(x) = x\cdot 2^{-x}$ $\mathbb{R}$

$f(x) = x\, e^{-x\ln 2}$ $\mathbb{R}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty(0)$ عدم تعيين

$\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{e^{x\cdot\ln 2}}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{\ln 2}\cdot\dfrac{\ln 2\cdot x}{e^{x\cdot\ln 2}}\right)$

$= 0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty(+\infty) = -\infty$

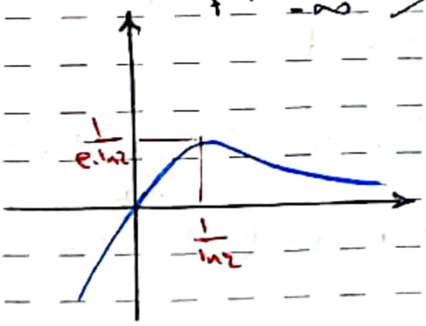
$f'(x) = e^{-x\ln 2} - \ln 2\, e^{-x\ln 2}\cdot x$

$= e^{-x\ln 2}(1 - x\ln 2)$

$f' = 0 \Rightarrow 1 - x\ln 2 = 0 \Rightarrow$

$x = \dfrac{1}{\ln 2}$ $f\left(\dfrac{1}{\ln 2}\right) = \dfrac{1}{e\ln 2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{\ln 2}$		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e\cdot\ln 2}$	$\searrow$	0



السؤال الثاني

$f(\alpha) = \alpha \Leftrightarrow f(\alpha) - \alpha = 0$

$\Leftrightarrow k(\alpha) = 0$

$\left.\begin{array}{l} k(0) = f(0) > 0 \\ k(1) = f(1) - 1 < 0 \end{array}\right\}$ مرشح مبرهنة

$k(\alpha) = 0$ حل وحيد

حسب مبرهنة القيمة الوسطى

السؤال الثالث

$\ell_1 = \dfrac{(n+1)!}{(r+1)!\,(n+1-r-1)!} \times \dfrac{r!\,(n-r)!}{n!}$

$= \dfrac{(n+1)\cancel{n!}}{(r+1)\cancel{r!}\,\cancel{(n-r)!}} \times \dfrac{\cancel{r!}\,\cancel{(n-r)!}}{\cancel{n!}}$

$= \dfrac{n+1}{r+1}$

السؤال الرابع

$(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OG}) = \dfrac{G}{H}$

$= \dfrac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}}$

$= \dfrac{(3 - i\sqrt{3})^2}{9 + 3} = \dfrac{9 - 6\sqrt{3}\,i - 3}{12}$

$= \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} i$

$(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OG}) = \dfrac{-\pi}{3}$

التمرين الثاني

$Z^2 - 2Z + 4 = 0$

$\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$

للمعادلة حلان عقديان مترافقان

$-\Delta = 12$

$\sqrt{-\Delta} = 2\sqrt{3}$

$Z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{-\frac{\pi}{3}i}$

$Z_2 = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$

٤) a) $AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$AC = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{4}} = \sqrt{9} = 3$

$BC = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{3}$

فالمثلث ABC قائم في C وذلك بحسب عكس فيثاغورث

b) $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - 1 - \sqrt{3}i}{1 - i\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3}i}$

$= \frac{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}{-2\sqrt{3}i} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} - i)}{-2\sqrt{3}i}$

$= \frac{\sqrt{3} - i}{-4i} = \frac{\sqrt{3}i + 1}{4}$

$\arg\left(\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}\right) = \frac{\pi}{3}$

• $Z^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 e^{\pi i}$ عدد حقيقي

$Z^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 e^{2\pi i}$ عدد حقيقي

$Z^{3K} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3K} \cdot e^{\frac{3\pi}{3}Ki} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3K} \cdot e^{\pi K i}$ عدد حقيقي

للفردي $e^{\pi} = -1$ ، للزوجي $e^{\pi} = 1$

إذن $e^{\pi K}$ عدد حقيقي.

التمرين الثالث ...

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2u_{n+1} - 3}{2u_n - 3} = \frac{6u_n - 6 - 3}{2u_n - 3}$

$= \frac{3(2u_n - 3)}{2u_n - 3} = 3$

$q = 3$ متتالية هندسية

$v_n = v_0 \cdot q^n$ حيث $v_0 = 2u_0 - 3 = 3$

$v_n = 3(3)^n$

$v_4 = 81 \times 3 = 243$

$S = a\frac{1 - q^n}{1 - q}$ ، $a = v_4 = 243$

$n = 10 - 4 + 1 = 7$

$S = 243\,\frac{1 - 3^7}{1 - 2} = -243(1 - 3^7)$

٣) $E(n): 3^n \geq 2^n + 5n^2$

$n = 5$ صحيحة

$243 \geq 32 + 125$ محققة

الفرض: $3^n \geq 2^n + 5n^2$

الطلب: $3^{n+1} \geq 2^{n+1} + 5(n+1)^2$

البرهان: لدينا فرضاً

$3^n \geq 2^n + 5n^2$

$3 \cdot 3^n \geq 3 \cdot 2^n + 5 \cdot 3n^2$

$3^{n+1} \geq (2+1)2^n + 5 \cdot 3n^2$

$3^{n+1} \geq 2 \cdot 2^n + \cancel{2^n} + 5 \cdot 3n^2$

لدينا فرضاً $3n^2 \geq (n+1)^2$

وبحسب خواص التراجحات

$3^{n+1} \geq 2^{n+1} + 5(n+1)^2$

والعلاقة محققة من أجل $n+1$ فهي صحيحة

التمرين الرابع:

$\vec{AB}(-1, -1, 1)$
$\vec{AC}(-2, -5, -1)$ } غير متناسبة

فالنقاط ليست على استقامة واحدة

بفرض $\vec{n}(a, b, c)$

$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow -a-b+c=0$

$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow -2a-5b-c=0$

$+$

$-3a-6b=0 \Rightarrow a+2b=0$

بفرض $b=1 \to a=-2$

نعوض (1) $\Rightarrow 2-1+c=0 \Rightarrow c=-1$

$\vec{n}(-2,1,-1)$

$-2x+y-z+d=0$

نعوض B

$1-4+d=0 \Rightarrow d=3$

$ABC: -2x+y-z+3=0$

4) a1

$4=2-2t \Rightarrow t=-1$

$-2=-1+t \Rightarrow t=-1$

$5=4-t \Rightarrow t=-1$

محقق $D \in$ للمستقيم Δ.

$\vec{u}_{\Delta}(-2,1,-1)=\vec{n}_{ABC}$

معه

المستقيم Δ عمودي على ABC

نعوض المعادلات الوسيطية في المستوي

$-2(2-2t)-1+t-4+t+3=0$

$-4+4t-1+t-4+t+3=0$

$6t=6 \Rightarrow t=1$

نعوض في المعادلات الوسيطية

$D'(0,0,3)$

المسألة الثالثة:

$C_1 \ni (e-1,1) \Rightarrow 1=\ln(e-1+a)$

$\ln e=\ln(e-1+a)$

$e=e-1+a \Rightarrow \boxed{a=1}$

C_1 و C_2 متناظران بالنسبة لـ Δ <2>

$C_2 \ni (1,e-1)$

$e-1=e+b \Rightarrow \boxed{b=-1}$

ثانياً: $f(x)=\ln(x+1)$ $]-1,\infty[$

$g(x)=e^x-1$ $\mathbb{R}$

$\lim_{x\to -1} f(x)=-\infty$

$x=-1$ مقارب شاقولي

$\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$

$\lim_{x\to -\infty} g(x)=-1$

$y=-1$ مقارب أفقي ،

2) $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}>0$

x	-1		$+\infty$
f'	‖	$+$	
f	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

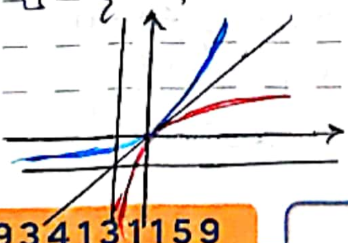
$g'(x)=e^x$

x	$-\infty$		$+\infty$
g'		$+$	
g	-1	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0)=0$, $g(0)=0$ الشرط الأول محقق

$f'(0)=1$, $g'(0)=1$ الشرط الثاني محقق

إذن C_1 و C_2 متماسان في المبدأ.



$X(\Omega)=\{0,1,2\}$

$P(X=0)=P(A'\cap B')=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

$P(X=1)=P(A\cap B')+P(A'\cap B)=\frac{5}{12}$

$P(X=2)=P(A\cap B)=\frac{2}{4}=\frac{6}{12}$

X	0	1	2	Σ
P	1/12	5/12	6/12	1
$X.P$	0	5/12	12/12	17/12

$E(X)=\Sigma X.P=\frac{17}{12}$

$P(A\cup B\cap A')=P(B\cap A')$

$=P(B)\times P(A')$

$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

$S=\int_0^1 g(x)\,dx$

اخترنا g لأنه
التقابل العكسي لـ f
كونه طلب نص السؤال مساحة مع
التراتيب لذلك نأخذ التقابل

$S=\int_0^1 (e^x-1)\,dx=[e^x-x]_0^1$

$=e-1-(1)$

$=e-2$

واحدة مربعة

المسألة الثانية

1) $P(A\cap B)=\frac{1}{2}$ مستقلان

$P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}$ ... ①

$P(A'\cap B)=\frac{1}{6}$

$P(A')\times P(B)=\frac{1}{6}$

$P(B)(1-P(A))=\frac{1}{6}\Rightarrow$

$P(B)-P(B).P(A)=\frac{1}{6}$

$P(B)-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\Rightarrow P(B)=\frac{2}{3}$

عوض $P(A)=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}$

2) C: أصيب الهدف بطلقة واحدة فقط
D: الرامي الأول

$P(D|C)=\frac{P(D\cap C)}{P(C)}=$

$=\frac{P(A\cap B')}{P(A\cap B')+P(A'\cap B)}$

$=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}}$