مركز أونلاين التعليمي

الجلسات الامتحانية

رياضيات

الثالث الثانوي العلمي

دمشق

2024

الأستاذ . فارس جقل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

جلسة مراجعة التحليل

السؤال الأول : ليكن f تابعاً معرفاً على $[0, +\infty[$ وفق :

$$f(x) = \begin{cases} x^2(1 - \ln x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

المطلوب:

1. أثبت أن f مستمر عند الصفر.
2. ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.
3. اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرف على المجال $\mathcal{R}^+ / \{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2\ln x - 1}{\ln x}$. المطلوب:

1. أوجد النهاية عند $+\infty$
2. اعط عدداً حقيقياً A يحقق $x > A$ وكان $f(x) \in]1.9, 2.1[$
3. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

السؤال الثالث: ليكن $x \leq 1$ أثبت أن $\frac{1}{x+1} \leq \frac{cosx}{x+1} \leq \frac{-1}{x+1}$ ثم أوجد نهاية $f(x) = \frac{cosx}{x+1}$ عند $+\infty$

السؤال الرابع : f تابع معرف و اشتقاقي على $\mathcal{R}$ يحقق $f`(x) = \frac{1}{x^2+1}$ و $f(0) = 0$

بفرض $g(x) = f(x) - f(-x)$

1. تحقق أن g اشتقاقي على $\mathcal{R}$ واحسب $g`(x)$
2. احسب $g(0)$ واستنتج أن التابع f زوجي

السؤال الخامس: بفرض لدينا $|f(x) - 2| \leq e^{-x}.\ln x$

1. أوجد نهاية $\lim_{x\to+\infty} e^{-x}.\ln x$
2. استنتج نهاية التابع $f(x)$

وظيفة : ليكن لدينا $|f(x) - 1| \leq \frac{E(x)}{x^2+1}$

احسب $\lim_{x\to+\infty} \frac{E(x)}{x^2+1}$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

السؤال السادس: ليكن التابع $f(x) = ln(e^x + 1)$ المعرف على $\mathcal{R}$ المطلوب :

1. جد $f(0)$ واحسب $f'(x)$ على المجال ثم $f'(0)$
2. استنتج نهاية $\lim_{x\to0} \frac{ln(e^x+1)-ln2}{x}$

السؤال السابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق: $f(x) = \sqrt{4x^2+5}$ والمطلوب:

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثمّ $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2+5} - 2x$ واستنتج معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$

✓ هام.. توكل على الله ولا تيأس ..بعد كل تعب راحة ونجاح إن شاء الله

السؤال الثامن: بفرض التابعان المعرفان على $\mathcal{R}$ $f(x) = x - 1 + e^x$, $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

أثبت ان c_g و c_f متماسان في المبدأ واكتب معادلة المماس المشترك.

السؤال التاسع: ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على R $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

1. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C
2. أثبت أن $f(x) - x = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$ و استنتج معادلة المقارب المائل في جوار ال $+\infty$

وظيفة : ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على R وفق: $f(x) = -2x + xe^{-x}$

والمطلوب :

1. حسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C

السؤال العاشر: ليكن f المعرف على المجال $[2, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

1. ادرس تغيرات f على المجال $[2, +\infty[$ ونظم جدولاً بها
2. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً
3. اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3
4. هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = x$
5. هل يقبل C مماساً أفقياً

السؤال الحادي عشر:

حل المعادلة: $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$ في R

السؤال الثاني عشر: لنتأمل التابع f المعرف على R وفق $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$

1. تحقق أن f دوري و أن 2π دور له . ادرس الصف الزوجية أو الفردية للتابع f ، ثم استنتج إمكانية دراسة f على المجال $[0, \pi]$

لا تمل ..الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

2. أثبت أنه في حالة عدد حقيقي x لدينا
$f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$
3. ادرس تغيرات f على المجال $[0, \pi]$

السؤال الثالث عشر: أثبت أن للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلاً وحيداً في R ثمّ بيّن ان $\alpha \in]-1, 0[$

السؤال الرابع عشر: اكتب بأبسط صورة
$B = e^{\ln(x-1)-\ln x} + \frac{1}{x}$, $A = e^{\frac{1}{2}\ln 16} + e^{\ln 3}$

السؤال الخامس عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$
1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. اكتب ثلاثي الحدود $x^2 + 4x + 5$ بالصيغة القانونية، (متمماً إلى مربع كامل)
3. استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني واكتب معادلته

السؤال السادس عشر: أوجد المنحني التكاملي (التابع الأصلي) الذي يحقق $F(0) = 3$ للتابع $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$

السؤال السابع عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$ والمطلوب:
1. احسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ d(x)$
2. أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = e^{-x}$
3. وظيفة ادرس التغيرات

السؤال الثامن عشر: ليكن التابع $f(x) \ln(e^{2x} - e^x + 1)$ المعرف على R
1. أثبت أن f يكتب بالشكل
$f(x) = 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$
2. أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط C في جوار ال $+\infty$
3. ادرس تغيرات التابع واذكر المقاربات

السؤال التاسع عشر: حل المعادلة التفاضلية $2y' + 3y = 0$ علماً أن الخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

السؤال العشرون: حل في R :
① $\ln(x + 11) = \ln(x + 2) + \ln(x + 3)$
② $\ln(x - 2) \le \ln(2x - 1)$

السؤال الحادي والعشرون: حل جملة المعادلتين :
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0 \end{cases}$$

السؤال الثاني والعشرون: بفرض لدينا
$p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$
1. تحقق أن $x = 1$ حل للمعادلة $p(x) = 0$
2. أثبت أن $p(x)$ يكتب بالشكل
$p(x) = (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$
3. أوجد حلول المتراجحة $p(x) \le 0$ ثم استنتج حلول المتراجحة $2\ln(x) + \ln(x + 4) \le \ln(6 - x)$

السؤال الثالث والعشرون :
حل المعادلة $4^x = 5^{x+1}$

السؤال الرابع والعشرون : أثبت أنه أياً كانت $x > 0$ فإن $\ln x < x$

السؤال الخامس والعشرون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln x$ وليكن g المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $g(x) = xe^x + 1$
والمطلوب :
1. ادرس تغيرات g و نظم جدولاً بها
2. أوجد نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف
3. أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
4. مستفيداً من تغيرات g ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها

السؤال السادس والعشرون : تحقق أن F و G تابعان أصليان للتابع f نفسه على المجال $I = R$ $F(x) = sin^2 x$ و $G(x) = 2 - cos^2 x$

السؤال السابع و العشرون : نظم جدول تغيرات للتوابع التالية :
① $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$ المعرف على $]0, e[\cup]e, +\infty[$
② $f(x) = x^2 \ln x$ المعرف على $]0, +\infty[$
③ $f(x) = xe^{-x}$ المعرف على R
④ $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ المعرف على R
⑤ $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ المعرف على $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$
⑥ $f(x) = e^x + e^{-x}$ $D = R$ و نفس التابع لكن طرح
⑦ $f(x) = e^x(1 - x)$ $D = R$
⑧ $f(x) = x - \ln(x)$ المعرف على $]0, +\infty[$
⑨ $f(x) = \ln(\frac{x-2}{x-4})$ $D =]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$ مع طلب اثبات نقطة مركز تناظر $A(3, 0)$
⑩ $f(x) = x\ln x - x$ المعرف على $]0, +\infty[$
⑪ $f(x) = \frac{2}{e^x + 1}$ المعرف على R
⑫ $f(x) = e^{-x} + x - 2$ المعرف على R
⑬ $f(x) = \frac{2e^x}{x^2+1}$ المعرف على R

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

✓ راجع تغيرات تابع من الكتاب صفحة 202

وظيفة1 (75درجة) : ليكن لدينا التابع $g(x) = x\ln x$ المعرف على $]0,+\infty[$

1. حل المعادلة $g(x) = 0$
2. جد مجموعة تعريف $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$
3. احسب التكامل التالي $I = \int_e^{e^2} f(x)\,dx$

وظيفة2: 75د : بفرض لدينا التابع $f(x) = (x^2+1)\,e^{2x}$ ليكن $F(x)$ المعرف و الاشتقاقي على R حيث $F(x) = (ax^2+bx+c)e^{2x}$

1. عين الثوابت a,b,c إذا كان F تابع أصلي ل f
2. احسب $\int_0^1 f(x)\,dx$

وظيفة 3 (مسألة 100 علامة): $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ تابع معرف على R

1. أثبت أن التابع زوجي
2. ادرس التغيرات
3. أثبت أن للمعادلة $f(x) = m$ حلان في R
4. إذا كان حلول المعادلة $f(x) = m$ حلان هما α, β أثبت أن $\alpha + \beta = 0$
5. ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 0$ و $x = \ln 2$

وظيفة 4 : ليكن $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ جد الأعداد a,b,c التي تحقق $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ثم احسب $\int_2^3 f(x)\,dx$

وظيفة 5 : احسب $S_\lambda = \int_1^\lambda \frac{2}{x(x+1)}\,dx$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}(S_\lambda)$

وظيفة 6: 21 ملحق : f معرف على R وفق : $f(x) = \sin x$ وبافتراض أن f أشتقاقية n مرة على R أثبت بالتدريج أنه أياً كان $n \in N^*$ فإن $f^{(n)}(x) = sin(\frac{\pi}{2}n + x)$

هاالم: راجع فكرة التمرين 21 من تمرينات وحدة التابع الأسي

جلسة مراجعة المتتاليات

السؤال الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n+1$

1. أثبت أنها حسابية وعيّن أساسها ثمّ احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_{14}$
2. برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 2u_n - 3$

نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1. أثبت أن (v_n) هندسية ثمّ عيّن أساسها وحدها الأول
2. اكتب u_n بدلالة n

وظيفة : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 1$ و $u_1 = -1$

$u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1}$

نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = u_{n+1} - 2u_n$

1. أثبت أن (v_n) هندسية ثمّ عيّن أساسها وحدها الأول

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}$

1. أثبت أن $u_n \geq u_{n+1} \geq 1$
2. استنتج أن (u_n) متناقصة

السؤال الرابع : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_1 = 6$ و $u_0 = -2$

1. أوجد أساس المتتالية ثمّ اكتب u_n بدلالة n
2. احسب المجموع $S = u_2 + u_3 + \cdots u_{10}$

السؤال الخامس: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_0 = -2$ و $q = 2$

1. احسب u_5
2. احسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

السؤال السادس: المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق :

$u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$

1. أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج ، أن $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$
2. استنتج أن العدد 3 راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$
3. أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة

السؤال السابع : لتكن المتتاليتان المعرفتان وفق: $u_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ و $t_n = 1 - \frac{1}{n}$, أثبت أنهما متجاورتان ثمّ بيّن نهايتهما المشتركة

السؤال الثامن: ليكن n عدد طبيعي اثبت بالتدريج : $4^n + 5$ مضاعف للعدد 3

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots \frac{1}{3^n}$ والمطلوب:

1. أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً
2. أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$, ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة

السؤال العاشر: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ عند كل $n \geq 0$ والمطلوب

1. أثبت أن التابع $f(x) = \sqrt{2+x}$ متزايد تماماً على $]2, +\infty[$
2. أثبت بالتدريج أن $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ أياً كان العدد الطبيعي n
3. استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها

السؤال الحادي عشر :

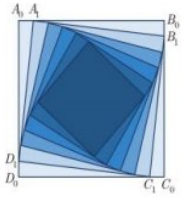
ليكن $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n}$ في حالة $n \geq 1$

أثبت أن $\frac{1}{2+n} \leq u_n \leq \frac{3}{n-2}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

السؤال الثاني عشر :

مربع $A_0B_0C_0D_0$ نرمز له S_0 طول ضلعه 10 تقع على أضلاعه رؤوس مربع $A_1B_1C_1D_1$ نرمز له S_1 حيث $A_0A_1 = 1$ بالمثل نرسم المربعات

S_n ... ... S_2 نرمز لطول المربع S_n بالرمز ℓ_n



ولتكن المتتالية التدريجية $(\ell_n)_{n\geq 0}$

حيث $\ell_0 = 10$ و المطلوب :

1. أثبت أن $1 \leq \ell_{n+1} \leq \ell_n$
2. أثبت أن $\ell_{n+1} = \sqrt{1 + (\ell_n - 1)^2}$
3. استنتج أن المتتالية $(\ell_n)_{n\geq 0}$ متقاربة و اـ

السؤال الثالث عشر :

ليكن $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ في حالة عدد طبيعي غير معدوم n و

ليكن $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + u_1 \ldots + u_n$ والمطلوب :

1. استنتج عبارة S_n ثم أثبت صحتها بالبرهان بالتدريج

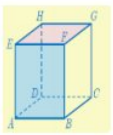
هاااام : راجع فكرة تمرين 14 من الكتاب صفحة 141

جلسة مراجعة الهندسة

السؤال الأول:

1. اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$
2. تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: \ x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السؤال الثاني: في الشكل المجاور:



ABCDEFGH مكعب طول حرفه 2، نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa})$,

$\overrightarrow{AE} = 2\vec{\kappa}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{\jmath}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\imath}$

1. اكتب معادلة المستوي (GBD)
2. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)
3. جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)
4. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. أثبت تعامد المستقيمين (EC) و (HM)

السؤال الثالث:

اكتب شعاعيّ التوجيه للمستقيمين d و d' :

$$d: \begin{cases} X = t + 1 \\ Y = -3t + 2 \\ Z = -3t + 3 \end{cases} \quad ; t \in \mathbf{R}$$

$$d': \begin{cases} X = s \\ Y = -3s \\ Z = -s + 1 \end{cases} \quad ; s \in \mathbf{R}$$

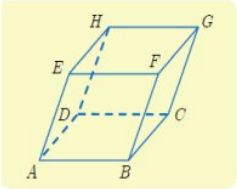
وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد؟ علل إجابتك..

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa})$ النقطتين A(2,0,1) و B(1,2,1) والمطلوب: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

السؤال الخامس :

ليكن H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 2), (B, 2), (C, -1)$ ماطبيعة مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق : $\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \sqrt{15}$

السؤال السادس:



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$

وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$

والنقطة I منتصف $[FE]$ والمطلوب:

1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$
2. عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

السؤال السابع :

في معلم متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa})$ لدينا النقاط

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك .. كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

$A(2,1,3)$, $B(1,0,-1)$, $C(4,0,0)$, $D(0,4,0)$
$E(1,-1,1)$

1. جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$.
2. أثبت أن النقاط C, D, E ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE)
5. احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

السؤال الثامن:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ النقاط التالية:

$A(0,2,-2)$, $B(-1,2,-1)$
$C(-2,1,1)$, $D(0,3,-3)$

1. أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد
2. أثبت أن النقاط D, C, B تقع على استقامة واحدة

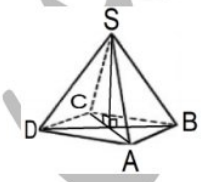
السؤال التاسع:

عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(X,Y,Z)$ التي تحقق:

$$X^2+Y^2+Z^2-2X+6Y-2=0$$

السؤال العاشر:

ليكن $S-ABCD$ هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ولتكن O مرتسم S القائم على القاعدة والمطلوب :



1. احسب $\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SC}$
2. احسب طول القطر BD ثمّ احسب $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DS}$

السؤال الحادي عشر:

في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ لدينا النقطتان

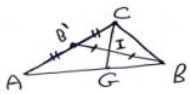
$A(2,1,-2)$, $B(7,-2,0)$

والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$, $\vec{v}(-3,1,2)$ والمطلوب:

1. أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً
2. اكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له ويمر من A

✓ أو (اكتب معادلة المستوي المعين بالمستقيمين)

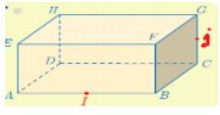
السؤال الثاني عشر:



انطلاقاً من الشكل المجاور جد الأمثال α, β, γ لتكون I مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) (B,β) (C,γ) واستنتج λ التي تحقق

$$\overrightarrow{GA}+\lambda\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

السؤال الثالث عشر:



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $CG=2$ و $BC=2$

والنقطة I منتصف AB والنقطة J منتصف CG

ولدينا المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

والمطلوب:

1. اكتب معادلة المستوي (IFH)
2. جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) , (B,β) , (C,γ)
3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً
4. جد إحداثيات M التي تحقق:

$$\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$$

5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثمّ أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH)

السؤال الرابع عشر:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ لدينا النقاط

$A(1,0,-1)$
$B(2,2,3)$, $C(3,1,-2)$, $D(-4,2,1)$

1. أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي(ABC)
3. احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

السؤال الخامس عشر:

في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$
$B(1,2,1)$, $C(4,0,0)$ والمطلوب:

1. أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة
2. أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة

$$X+3Y-3Z-4=0$$

3. ليكن المستويان Q و P معادلتهما

$$P: X+2Y-Z-4=0$$
$$Q: 2X+3Y-2Z-5=0$$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d ذو التمثيلات الوسيطية التالية:

$$d:\begin{cases}X=t-2\\Y=3\\Z=t\end{cases}\quad ;\ t\in R$$

4. ماهي نقطة تقاطع المستويات Q و P و (ABC)
5. احسب بعد A عن المستقيم d

✓ ممكن يطلب إيجاد معادلات الفصل المشترك

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

✓ ملاحظة هامة : إذا طلب بعد نقطة عن فصل مشترك لمستويين متعامدين فإننا نوجد بعد النقطة عن المستوي الأول وليكن d_1 ثم نوجد بعدها عن المستوي الثاني وليكن d_2 ثم حسب فيثاغورث نجد :

$$dist^2 = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

جلسة مراجعة العقدية

السؤال الأول:

ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$ و $Z_2 = 1 + i$ والمطلوب:

1. اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و $\frac{Z_1}{Z_2}$
2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$, واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

✓ ممكن نفس السؤال لكن جداء

السؤال الثاني: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z = -1 + i$ والمطلوب:

1. أثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً
2. جد العدد Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه A (1+i) وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي

السؤال الثالث: احسب جداء الضرب

$$(Z^2 + 2Z - 3)(Z^2 + 2Z + 5)$$

ثمّ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة

$$Z^4 + 4Z^3 + 6Z^2 + 4Z - 15 = 0$$

السؤال الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C و M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية

$b = 1 - i$, $a = -i$

$d = 2i$, $m = -1 + i$ والمطلوب:

1. مثّل الأعداد $a = -i$ و $b = 1 - i$ و $m = -1 + i$ و $d = 2i$ في المستوي
2. احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$
3. أثبت أن النقاط B و O و M تقع على استقامة واحدة.
4. احسب $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان
5. حلل في C ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى:

$$Z^3 + 4Z^2 + 29Z = 0$$

6. عيّن العددين العقديين Z و W المحققان لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} 2Z - W = -3 \\ 2\overline{Z} + \overline{W} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \end{cases}$$

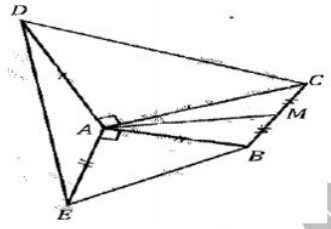
7. أوجد e صورة m وفق تحاكي مركزه b ونسبته -3
8. أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $Z = 3 + 4\,i$

السؤال الخامس:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$, $b = -4 + 4i$, $c = -4i$ على الترتيب والمطلوب :

1. احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين
2. جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$
3. جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربع

السؤال السادس:



نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً ، لتكن M منتصف $[BC]$ وليكن ACD , AEB مثلثين قائمين في A متساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A

و نرمز بالرمزين b , c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B , C

1. احسب بدلالة b , c الأعداد العقدية e , d, m الممثل للنقاط M , C , E بالترتيب
2. احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED = 2AM$
3. نفترض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B, 1), (C, 1), (E, 3), (D, 2)$ ، احسب $\frac{c}{b}$ ثم استنتج قياس الزاوية BAC

السؤال السابع: ليكن لدينا كثير الحدود $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$ والمطلوب :

1. أثبت أن $p(-1) = 0$

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

2. اكتب $p(z)$ بالشكل $p(z)=(z+1)Q(z)$
3. حل المعادلة $p(z)=0$
4. A , B , C ثلاث نقاط تمثل حلول المعادلة ، أثبت أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

السؤال الثامن: ليكن لدينا كثير الحدود $p(z)=z^4-19z^2+52z-40$ والمطلوب :

1. عين عددين a و b يحققان $p(z)=(z^2+az+b)(z^2+4z+2a)$
2. حل في C المعادلة $p(z)=0$

السؤال التاسع: ليكن لدينا العدد العقدي $u=\frac{z+w}{1+zw}$ حيث $|z|=1$, $|w|=1$ أثبت أن u حقيقي

✓ ملاحظة هامة : نفس السؤال يأتي و لكن أثبت أن u تخيلي بحت

جلسة مراجعة التحليل التوافقي + الاحتمالات

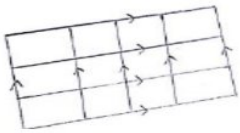
السؤال الأول:
في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال, كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة

السؤال الثاني:
في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب رئيس وأمين سر؟

السؤال الثالث: في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة:

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟
2. بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

السؤال الرابع : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب, احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة



السؤال الخامس: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائيا ثلاث كرات معاً, نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

1. نظم جدول القانون الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري
2. أعِد المسألة السابقة في حال السحب على التتالي مع إعادة

السؤال السادس: عيّن في منشور $(x^2-\frac{2}{x})^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

السؤال السابع: نلقي قطعة نقود غير متوازية ثلاث مرات متتالية, بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$, نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار ، اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X, واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه

السؤال الثامن: صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و3 كرات حمراء نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة ونتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة والمطلوب, عيّن قيم المتحول العشوائي X ثمّ نظم جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي

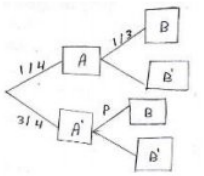
السؤال التاسع: يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5,6$ نسحب منه عشوائيا بطاقتين على التتالي دون إعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين والمطلوب:

1. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي
2. احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$

السؤال العاشر : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y) علما أن المتحولين العشوائيين X, Y مستقلان احتماليا

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الحادي عشر: ليكن B و A حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور...
كيف نختار P حتى يكون الحدثان B و A مستقلين احتماليا



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

السؤال الثاني عشر: يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A ويشتري الباقي من المصنع B...نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائيا قطعة غيار من المحل والمطلوب:

1. أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة
2. إذا كانت القطعة معيبة, فما احتمال أن تكون من إنتاج المصنع B

السؤال الثالث عشر: لدينا مجموعة الأرقام $0,1,2,3,4,5$

1. بكم طريقة يمكن تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل
2. بكم طريقة يمكن تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل مختلفة
3. بكم طريقة يمكن تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل مختلفة اصغر من 300
4. كم كلمة من ثلاثة حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة *yousef*

السؤال الرابع عشر: عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى في الحالات الآتية :

❶ $\binom{n}{2} = 36$ ❷ $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$

❸ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

السؤال الخامس عشر: ليكن x متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية..الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات و $P(X=1)=\frac{6}{27}$ و $P(X=0)=\frac{1}{27}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	...	...

1. جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2. احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3. احسب تباين المتحول العشوائي X ؟

السؤال السادس عشر: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم : $0,1,2,3,4,5$ والمطلوب:

1. ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل
2. ماهو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى

السؤال السابع عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5$ نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة :

1. كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب
2. كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي

السؤال الثامن عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات,ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام $0,1,2$ وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام $0,1$ نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق:

1. الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته, احسب $P(A)$
2. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين
3. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي, ثمّ احسب توقعه الرياضي

السؤال التاسع عشر:

صندوق يحوي 10 كرات ، 6 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء وكرة واحدة سوداء نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة

كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب ؟

كم عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على كرة سوداء واحدة على الأقل ؟

السؤال العشرون : تتألف عائلة من أربعة أطفال. نقبل أنه عند كل ولادة احتمال ولادة طفل ذكر يساوي احتمال ولادة طفل أنثى. ونفترض أن الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة احتمالياً.

نرمز A و B و C إلى الأحداث:

A : (للأطفال الأربعة الجنس نفسه)

B : (هناك طفلان ذكران وطفلتان)

C : (الطفل الثالث أنثى)

1. احسب احتمال وقوع كل من الأحداث A وB وC
2. احسب $P(A\cap C)$ ثمّ $P(C|A)$ أيكون الحدثان A و C مستقلين احتمالياً؟
3. احسب $P(B\cap C)$ ثمّ $P(C|B)$ أيكون الحدثان B و C مستقلين احتمالياً؟

السؤال الواحد و العشرون : عين قيمة n في المعادلة الآتية $P_{n+2}^4 = 14P_n^3$

السؤال الثاني و العشرون : ترمي سعاد حلقتين لادخالهما في وتر ، احتمال نجاح سعاد في الحلقة الأولى يساوي احتمال فشلها . إذا نجحت بالحلقة الأولى فإن احتمال نجاحها بالثانية $\frac{1}{3}$ و إذا فشلت في الأولى فإن احتمال فشلها في الثانية $\frac{4}{5}$ والمطلوب :

لا تمل ..الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية تحسيني دمشق 2024 ♦

1. ارسم مخططاً شجرياً ثمّ احسب احتمال نجاح سعاد في الحلقة الثانية
2. اذا علمت أنها نجحت في الحلقة الثانية ما احتمال نجاحها في الأولى (النجاح A ، الفشل B)

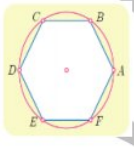
السؤال الثالث و العشرون : نلقي حجر نرد متوازن ست مرات متتالية احسب احتمال الحدث A (الحصول على العدد 6 ثلاث مرات وفقط ثلاث مرات)

السؤال الرابع و العشرون : نلقي 5 قطع نقود متوازنة في آنٍ معاً ما احتمال على الوجه H مرتين على الأقل

السؤال الخامس و العشرون :

يتواجه لاعبان B و A في مباراة كرة المضرب مكونة من خمسة أدوار ويربح اللاعب المباراه عندما يكسب أكبر عدد من الأدوار ، يكسب B الدور الواحد باحتمال يساوي 0.6 ما احتمال أن يربح B المباراه ؟

السؤال السادس و العشرون :



لدينا مسدس منتظم مرسوم في دائرة

1. كم عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها
2. كم عدد المثلثات القائمة التي يمكن تشكيلها
3. كم عدد المثلثات المنفرجة التي يمكن تشكيلها
4. كم عدد المثلثات الحادة التي يمكن تشكيلها
5. كم عدد الأقطار التي يمكن تشكيلها
6. ما عدد نقاط تلاقي أقطار المسدس
7. كم عدد المصافحات ل n شخص في حفل يصافح كل منهم الآخر مرة واحدة
8. احسب n إذا علمت أن عدد المصافحات 10

هام : راجع مثال الاستقلال الاحتمالي لمتحولين من الكتاب صفحة

السؤال السابع و العشرون :

يتطلب إنجاز مهمة مرحلتين A و B على التوالي.. تستغرق المرحلة الأولى عدداً عشوائياً من الأيام X_A يعطى قانونه الاحتمالي بالجدول الآتي :

x	1	2	3
$\mathbb{P}(X_A = x)$	0.2	0.5	0.3

و تستغرق المرحلة الثانية عدداً عشوائياً من الأيام X_B يعطى قانونه الاحتمالي بالجدول الآتي :

x	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X_B = x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

احسب احتمال إنجاز المهمة خلال ثلاثة أيام أو أقل علماً أن المتحولان العشوائيان X_A و X_B مستقلان احتمالياً

مخطط حالات السحب

نوع السحب	الترتيب	القانون	المقام	العكس
السحب معاً	لا يوجد أهمية للترتيب	توافيق $\frac{(\ )}{(\ )}$	توافيق	لا يوجد عكس (3,2) هي نفسها (2، 3)
على التتالي دون إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\frac{}{5} \times \frac{}{4}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)
على التتالي مع إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\frac{}{5} \times \frac{}{5}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	لا يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)

بكالوريا سوريا
2024

فواس الهلال

لا تمل .. الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الأول: لتكن f التابع المعرف على $[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\begin{cases} x^2(1-\ln x) & ;x>0 \\ 0 & ;x=0 \end{cases}$$

والمطلوب: (1) أثبت أن f مستمر عند الصفر.

(2) ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسر البيانية التي هي حلول على الهندسية.

(3) اكتب معادلة المماس (C) في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

---

(1) الاستمرار: $\lim_{x\to 0^+} f(x) \overset{?}{=} f(0)$

$$\lim_{x\to 0^+} x^2(1-\ln x) = \lim_{x\to 0^+} x^2 - x^2\ln x$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x^2 - x\cdot x\ln x = 0-0\cdot 0 = 0 = f(0)$$

$\Rightarrow$ التابع مستمر عند الصفر من اليمين.

(2) $$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2(1-\ln x)-0}{x-0}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x(1-\ln x) = \lim_{x\to 0^+} x - x\ln x$$

$$= 0-0=0$$

$\Rightarrow$ التابع قابل للاشتقاق عند الصفر من اليمين ويقبل نصف مماس أفقي

$y = f(0) = 0$

(3) $y - f(1) = f'(1)(x-1)$

$f(1) = 1$

$f'(x) = 2x(1-\ln x) - \frac{1}{x}\cdot x^2$

$= 2x - 2x\cdot\ln x - x = x - 2x\ln x$

$f'(1) = 1 - 2(1)\ln 1 = 1$

معادلة المماس: $y - f(a) = f'(a)(x-a)$

$y - 1 = 1(x-1) \Rightarrow \boxed{y = x}$

$f(a+h) \simeq f(a) + f'(a)\cdot h$

$f(1.1) \simeq f(1) + f'(1)\cdot(0.1)$

$\simeq 1 + 1(0.1) \simeq \boxed{1.1}$

السؤال الخامس: ليكن لدينا

$$|f(x)-1| \leq \frac{E(x)}{x^2+1}$$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{E(x)}{x^2+1}$

$$\boxed{x-1 < E(x) \leq x}$$

(نقسم على x^2+1 لأنه موجب): $\frac{x-1}{x^2+1} < \frac{E(x)}{x^2+1} \leq \frac{x}{x^2+1}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x-1}{x^2+1} = 0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x^2+1} = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{E(x)}{x^2+1} = 0$

بما أن: $\lim_{x\to+\infty} \frac{E(x)}{x^2+1} = 0$

$\Rightarrow \lim f(x) = 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثاني: لتكن f التابع المعرف على المجال $]-1;+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{2\ln x-1}{\ln x}$$

الحلول: 1) أوجد النهاية عند $+\infty$.

2) أثبت وجود عدد حقيقي A بحيث $x>A$ وكان $f(x)\in]1.9;2.1[$

3) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

الحل:

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x\left(2-\frac{1}{\ln x}\right)}{\ln x}=\lim_{x\to+\infty}2-\frac{1}{\ln x}=$$

$2-0=2$

2) $|f(x)-\ell|<\varepsilon$

$$\left|\frac{2\ln x-1}{\ln x}-2\right|<0.1$$

$$\left|\frac{2\ln x-1-2\ln x}{\ln x}\right|<\frac{1}{10}\Rightarrow\left|\frac{-1}{\ln x}\right|<\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{\ln x}<\frac{1}{10}\Rightarrow \ln x>10$$

$$x>e^{10}$$

3) $\lim f(f(x))=f(\lim_{x\to+\infty} f(x))$

$=f(2)=\frac{2\ln 2-1}{\ln 2}$

السؤال الثالث: أثبت أن: $\frac{-1}{x+1}\le\frac{\cos x}{x+1}\le\frac{1}{x+1}$ أيّاً كانت $x\ge 1$

ثم أوجد نهاية $f(x)=\frac{\cos x}{x+1}$ عند $+\infty$.

الحل:

نعلم أن: $-1\le\cos x\le 1$

نقسم على $x+1$

نضرب بـ $\left(\frac{1}{x+1}\right)$:

$$\frac{-1}{x+1}\le\frac{\cos x}{x+1}\le\frac{1}{x+1}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x+1}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x+1}=0\end{array}\right\}\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos x}{x+1}=0$$

السؤال الرابع: f تابع معرف $f'(x)=\frac{1}{x^2+1}$ واشتقاقي على R حيث $f(0)=0$.

1) $f(x)$ تابع معرف واشتقاقي على R

$f(-x)$ تابع معرف واشتقاقي على R.

$\Leftarrow$ تابعين معرفين واشتقاقيين كهو تابع معرف واشتقاقي على R.

$\Leftarrow$ g اشتقاقي على R.

$$g(x)=f'(x)-f'(-x)$$

$$=\frac{1}{x^2+1}-\frac{1}{(-x)^2+1}=0$$

$\Leftarrow$ فالتابع g ثابت.

$$g(0)=f(0)+f(0)=0$$

2) بما أن $g'(x)=0$ و $g(x)$ تابع ثابت

فيكون $g(x)=0$

$$\Rightarrow f(x)-f(-x)=0\Rightarrow f(x)=-f(x)$$

$\Leftarrow$ f تابع زوجي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ السؤال السابع: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ وحدد: $f(x)=\sqrt{4x^2+5}$ وليكن (C) تمثيلها البياني

احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2+5}-2x$ واستنتج معادلة المقارب المائل للخط (C) في جوار $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+5}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+5}}{x}=$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2(4+\frac{5}{x^2})}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\cdot\sqrt{4+\frac{5}{x^2}}}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{4+\frac{5}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x^2}}$$

$$=\sqrt{4+\frac{5}{\infty}}=\sqrt{4}=2=a$$

$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{4x^2+5}-2x)=+\infty-\infty$ ح.ت

نضرب بالمرافق:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{4x^2+5}-2x)(\sqrt{4x^2+5}+2x)}{\sqrt{4x^2+5}+2x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2+5-4x^2}{\sqrt{4x^2+5}+2x}=\frac{5}{+\infty}=0=b$$

المقارب المائل: $y=ax+b$

$\Rightarrow y=2x$

السؤال الخامس: $|f(x)-2|\le e^{-x}\cdot\ln x$

1) نقسم على x: $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x}\cdot\frac{\ln x}{x}$

$=0.0=0$ لأن $\lim_{t\to+\infty} te^{-t}=0$ و $\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t}=0$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$

لأن $\lim_{x\to+\infty} e^{-x}\cdot\ln x=0$

السؤال السادس: لتكن الدالة

$f(x)=\ln(e^x+1)$

المطلوب: الحوف على $\mathbb{R}$، $f(0)$ و $f'(x)$ على المجال

1) أ) $f(0)$ و $f'(0)$.

ب) استنتج نهاية $\lim_{x\to0}\frac{\ln(e^x+1)-\ln 2}{x}$

الحل: 1) أ) $f(0)=\ln 2$ ، $f'(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

$f'(0)=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$

ب) حسب تعريف العدد المشتق:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln(e^x+1)-\ln 2}{x}=f'(0)=\frac{1}{2}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن: نعتبر الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$

$f(x) = x - 1 + e^x$

$g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

1) أثبت أن C_f و C_g مماسان في النقطة المشتركة التي فاصلتها 0، واكتب معادلة المماس المشترك.

الحل:

$f(0) = 0 - 1 + e^0 = 0 \Rightarrow (0,0) \in C_f$

$g(0) = \frac{0}{0+1} = 0 \Rightarrow (0,0) \in C_g$

$f'(x) = 1 + e^x \Rightarrow m_1 = f'(0) = 1 + 1 = 2$

$g'(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x(2x)}{(x^2+1)^2} \Rightarrow g'(0) = \frac{2}{1} = 2$

$\Rightarrow$ معادلة المماس المشترك: $T: y = 2x$

السؤال التاسع: $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

1) أثبت أن $y = x$ مقارب مائل لـ C_f في جوار $+\infty$.

$f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+1} - x$

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = +\infty - \infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1} + x}$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = 0$

$\Rightarrow y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

* دراسة الوضع النسبي:

$f(x) - y_\Delta = 0$

$\frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} > 0$

لأن $\sqrt{x^2+1} > x$ ، إذن الخط C فوق Δ.

2) أثبت أن: $f(x) - x = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}$

$f(x) - x = \sqrt{x^2+1} - x$

نضرب البسط والمقام بمرافق البسط:

$= \frac{(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{(\sqrt{x^2+1} + x)} = \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1} + x}$

$= \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x}$

بما أن: $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}} = 0$

$\Rightarrow y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

$f(x) = -2x + xe^{-x}$

1) احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$، أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C.

السؤال العاشر: ليكن f المعرف على المجال $]-2, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

والمطلوب: 1) ادرس تغيرات f على المجال $]-2, +\infty[$ وتتمم جدولاً بها.

2) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α.

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

4) هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = x$

5) هل يقبل C مماساً أفقياً.

الحل:

1) التابع مستمر واشتقاقي على $]-2, +\infty[$

$\lim_{x \to -2} f(x) = -2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$2^x = 2 \Rightarrow \ln 2^x = \ln 2 \Rightarrow x \ln 2 = \ln 2$ أي

$x = 1$

السؤال الثاني عشر: لتكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$

1) تحقق أن f دوري وأن 2π دور له. ثم استنتج الدورة الزوجية أو الفردية للتابع f، ثم استنتج إمكانية دراسة f على المجال $[0, \pi]$.

2) أثبت أنه في حالة عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

3) ادرس تغيرات f على المجال $[0, \pi]$.

---

1) الحل:

$f(x + 2\pi) = 2\sin(x + 2\pi) + \sin(2x + 4\pi)$

$= 2\sin x + \sin 2x = f(x)$

فالتابع f تابع دوري ويقبل العدد 2π دوراً فتكفي مثلاً دراسته على المجال $[-\pi, \pi]$

ولدينا أيضاً:

$f(-x) = 2\sin(-x) + \sin(-2x)$

$= -2\sin x - \sin 2x = -f(x)$

f تابع فردي فتكفي دراسته على المجال $[0, \pi]$

2)

$f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$

$= 2(2\cos^2 x + \cos x - 1)$

$= 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

وإن: $1 + \cos x \geq 0$ دوماً إذن إشارة $f'(x)$ تتعلق مع إشارة $(2\cos x - 1)$

وعلى المجال $[0, \pi]$ المعادلة $\cos x = \frac{1}{2}$

حل وحيد هو $x = \frac{\pi}{3}$

5)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	-2 ↗		$+\infty$

4) $f(x) = 0$

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $]2, +\infty[$

$f(x) = 0 \in f(]2, +\infty[) =]-2, +\infty[$

وبالتالي للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في $]2, +\infty[$

3) $f(3) = 3 - 4 + \sqrt{3-2} = -1 + 1 = 0$

نقطة $(3, 0)$

$m = f'(3)$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \Rightarrow f'(3) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{3-1}} = \frac{3}{2}$

$y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$y = \frac{3}{2}(x-3) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$

4) حل المعادلة $f'(x) = 1$ فإذا وجد حلول فإنه يقبل حلول عكسي.

5) حل المعادلة $f'(x) = 0$

$1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} = 0 \Rightarrow \ldots$ مستحيلة الحل

$\Rightarrow$ لا يوجد x يحقق $f'(x) = 0$ $\Leftarrow$ لا يقبل عكس

السؤال الثالث عشر: حل المعادلة:

$4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الحل:

$(2^x)^2 + 2^x \cdot 2 - 8 = 0$

$(2^x + 4)(2^x - 2) = 0 \Rightarrow$ إما $2^x = -4$ مستحيلة الحل.

أو $\ln 2^x = \ln(4)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع عشر: اكتب بأبسط صورة

$$A = e^{\frac{1}{2}\ln 16} + e^{\ln 3}$$

الحل:

$$A = e^{\ln(16)^{\frac{1}{2}}} + 3 = \sqrt{16} + 3 = 7$$

$$B = e^{\ln(x-1)-\ln x} + \frac{1}{x}$$

$$B = e^{\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)} + \frac{1}{x}$$

$$= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

③

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
$f'(x)$	4	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↘	0

♦ السؤال الثالث عشر:

أثبت أن للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلاً وحيداً α في $\mathbb{R}$ ثم بين أن $\alpha \in]-1, 0[$

الحل:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{3}$$

مستحيلة

$$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$$

التابع متزايد تماماً

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $]-\infty, +\infty[$.

والصفر ينتمي إلى صورة المجال:

$$0 \in f(]-\infty, +\infty[) =]-\infty, +\infty[$$

$\Leftarrow$ يوجد حل وحيد في $\mathbb{R}$.

$$f(-1) \cdot f(0) = 1 \times -1 = -1 < 0$$

فإن: $\alpha \in]-1, 0[$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس عشر :

- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:

$$f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- اكتب ثلاثي الحدود x^2+4x+5 بالصيغة القانونية، (تمام الى مربع كامل)

3- استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني واكتب معادلته

الحل:

① $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

② $f(x)=(x+2)^2+1$

③ x كبيرة جداً نهمل العدد 1 أمام $(x+2)^2$

ومنه: $\sqrt{(x+2)^2}=x+2$

ومنه $y=x+2$ مقارب مائل لأن:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-(x+2)$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{(x+2)^2+1}+x+2}=0$$

السؤال السادس عشر :

أوجد المنحني التكاملي (التابع الأصلي) الذي يحقق $F(0)=3$ للتابع $f(x)=3x^2-2x+5$

الحل: تكامل:

$$F(x)=3\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+5x+k$$

حيث $k\in R$

الشرط: $F(0)=3 \Rightarrow \boxed{k=3}$

ومنه:

$$F(x)=3\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+5x+3$$

السؤال السابع عشر :

- ليكن التابع f المعرف على R وفق:

$$f(x)=xe^{-x}$$

المطلوب:

1- احسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\,dx$

2- أثبت أن التابع $y=f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y'+y=e^{-x}$

الحل:

E1

$$\int_0^{\ln 3} f(x)\,dx=\int_0^{\ln 3} x\cdot e^{-x}\,dx$$

$u=x \Rightarrow u'=1$

$v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

$$\int f(x)\,dx=u\cdot v-\int_0^{\ln 3} v\cdot u'\,dx$$
$$=-xe^{-x}+\int_0^{\ln 3} e^{-x}\,dx$$
$$=\left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]_0^{\ln 3}$$
$$=(\quad)-(\quad)=\dots$$

E2

$$y'+y=e^{-x}$$
$$e^{-x}-xe^{-x}+xe^{-x}=e^{-x}$$
$$\Rightarrow e^{-x}=e^{-x}$$

$\Rightarrow y=f(x)$ حل للمعادلة.

الفكرة: نعوض بدل $y \to f(x)$

$y' \to f'(x)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن عشر:

$f(x) = \ln(e^{2x} - e^{x} + 1)$

الطلب الأول: الحل:

نخرج e^{2x} عامل مشترك من مضمون اللوغاريتم

$f(x) = \ln\left(e^{2x}(1 - e^{-x} + e^{-2x})\right)$

$= \ln(e^{2x}) + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$

$= 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$

الطلب الثاني: نوجد

$f(x) - y_\Delta = 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x}) - 2x$

$= \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$

$\lim_{x \to +\infty} \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x}) = \ln(1) = 0$

$\Leftarrow$ $y = 2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

الطلب الثالث:

التابع مستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

$y = 0$ مقارب أفقي

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dfrac{2e^{2x} - e^{x}}{e^{2x} - e^{x} + 1} \Rightarrow f'(x) = 0$

$2e^{2x} - e^{x} = 0 \Rightarrow e^{x}(2e^{x} - 1) = 0$

إما: $e^{x} = 0$ مستحيلة الحل

أو: $2e^{x} - 1 = 0 \Rightarrow e^{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\ln 2$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$\ln\frac{3}{4}$	↗	$+\infty$

السؤال التاسع عشر:

- حل المعادلة التفاضلية $2y' + 3y = 0$

علماً أن الخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

الحل:

$y' = ay + b \Rightarrow y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$2y' + 3y = 0 \Rightarrow 2y' = -3y$

$y' = \frac{-3}{2}y \Rightarrow y = ke^{-\frac{3}{2}x}$

الخط البياني يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

$\Rightarrow 1 = ke^{-\frac{3}{2}(\ln 4)}$

نحسب k:

$1 = ke^{\ln(4)^{-\frac{3}{2}}}$

$\Rightarrow 1 = k(4)^{-\frac{3}{2}}$

$k = \dfrac{1}{4^{-\frac{3}{2}}} = 4^{\frac{3}{2}}$

$= \sqrt{(4)^3} = 8$

$\Rightarrow y = 8e^{\frac{-3}{2}x}$

- طلب إضافي: حل المعادلة التفاضلية السابقة إذا علمت أن ميل المماس في نقطة فاصلتها (0) هو $\frac{1}{2}$

الحل: نعوض $y' = \frac{1}{2}$ في المعادلة التفاضلية:

$2(\frac{1}{2}) + 3y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{3}$

فنقطة المماس هي $(0, \frac{-1}{3})$ مشروط للحالة السابقة في التمرين السابق....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العشرون :

حل المعادلة :

$\ln(x+11) = \ln(x+3) + \ln(x+2)$

$x > -11$ $\quad x+3>0$ $\quad x+2>0$

$x > -3$ $\quad x > -2$

شرط الحل $\quad]-2, +\infty[$

$\ln(x+11) = \ln[(x+3)(x+2)]$

$x+11 = x^2+3x+2x+6$

$x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0$

$x=1$ أو $x=-5$ مرفوض

مقبول

حل المتراجحة

$\ln(x-2) \leq \ln(2x-1)$

$x>2$ $\quad 2x-1>0$

$x > \frac{1}{2}$ $\quad]\frac{1}{2}, +\infty[$

شرط الحل $\quad]2, +\infty[$

$x-2 \leq 2x-1 \Rightarrow -1 \leq x$

نقاطع مع شرط الحل $]-1, +\infty[$.

الحل $S =]2, +\infty[$

السؤال الحادي والعشرون :

حل جملة المعادلتين :

$x+y=1$ ... ①

$3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0$ ... ②

من ① نجد : $x = 1-y$

$3e^{1-y} - e^{y+3} - 2e^2 = 0$

$3e \cdot e^{-y} - e^y \cdot e^3 - 2e^2 = 0$

نفرض $e^y = t$

$3e - e^{2y} \cdot e^3 - 2e^2 e^y = 0$

نفرض $e^y = t$

$3e - e^3 t^2 - 2e^2 t = 0$

حساب Δ :

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-2e^2)^2 - 4(-e^3)(3e) = 4e^4 + 12e^4$

$t_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2e^2+4e^2}{-2e^3} = \frac{-3}{e}$

$t_2 = \frac{2e^2-4e^2}{-2e^3} = \frac{1}{e}$

ومنه نجد : $y = -1$

$\Rightarrow x = 1-(-1) = 2$

السؤال الثاني والعشرون :

نفرض لدينا $P(x) = (x^3+4x^2+x-6)$

1) تحقق أن $x=1$ حل للمعادلة $P(x)=0$

الحل :

$P(1) = 1+4+1-6 = 0$

2) أثبت أن $P(x)$ يكتب بالشكل

$P(x) = (x-1)(x^2+5x+6)$

$$\begin{array}{r|l} x^3+4x^2+x-6 & x-1 \\ \hline x^3-x^2 & x^2+5x+6 \\ \hline 5x^2+x-6 & \\ 5x^2-5x & \\ \hline 6x-6 & \\ 6x-6 & \\ \hline 0\ 0 & \end{array}$$

$P(x) = (x-1)(x^2+5x+6)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$x = \dfrac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$ مقبول

♦ السؤال الرابع والعشرون:

أثبت أنه أيا كانت $x > 0$ فإن:

$\ln x < x$

$x - \ln x > 0$

الحل:

$f(x) = x - \ln x$

$f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$

$x = 1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	‖	↘	1	↗	

$f(1) = 1$

$f(x) \geq 1$

$\Rightarrow f(x) > 0$

$x - \ln x > 0$

$\ln x < x$

3) أوجد حلول المتراجحة $p(x) \leq 0$ ثم استنتج حلول المتراجحة

$2\ln(x) + \ln(x+4) \leq \ln(6-x)$

الحل: ندرس إشارة $p(x)$

$(x-1)(x^2+5x+6) = 0$

$x = 1$ أو $(x+3)(x+2) = 0$

$x = -3$ أو $x = -2$

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
		−	0	+	0	−	0	+	

$D_1 : x \in]-\infty, -3] \cup [-2, 1]$

حل المتراجحة $2\ln(x) + \ln(x+4) \leq \ln(6-x)$

شرط الحل $D_2 =]0, 6[$

$\ln(x) + \ln(x+4) \leq \ln(6-x)$

$\ln(x^3 + 4x^2) \leq \ln(6-x)$

$x^3 + 4x^2 \leq 6 - x \Rightarrow x^3 + 4x^2 + x - 6 \leq 0$

$\Rightarrow p(x) \leq 0$

نقاطع حل المتراجحة مع شرط الحل فنجد

$D_1 \cap D_2 =]0, 1[$

♦ السؤال الثالث والعشرون:

$4^x = 5^{x+1}$

حل المعادلة

شرط الحل $\mathbb{R}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x(\ln 4) = (x+1)\ln 5$

$x\ln 4 = x\ln 5 + \ln 5$

$x\ln 4 - x\ln 5 = \ln 5$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس والعشرون:

لتكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^x+\ln(x)$ ولتكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}^{*+}$ وفق: $g(x)=xe^x+1$. والطلب:

1) ادرس تغيرات g ونظم جدولاً بها

2) أوجد نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف

3) أثبت أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$

4) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

$$\lim_{x\to 0^+} g(x)=1$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\infty$$

$$g'(x)=e^x+xe^x \Rightarrow g'(x)=0$$

$$\Rightarrow e^x(1+x)=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}\ ;\ e^x>0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$\|$	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\infty$$

2

3

$$f(x)=e^x+\frac{1}{x}=\frac{xe^x+1}{x}$$

$$=\frac{g(x)}{x}$$

4) نلاحظ من تغيرات g أن

$$g(x)\geq 1 \Rightarrow g(x)>0$$

فإن إشارة $f'(x)$ تتفق مع إشارة x بالمجال $]0,+\infty[$

أي $f'(x)>0$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

السؤال السادس والعشرون:

تحقق أن F، G تابعان أصليان للتابع f نفسه على المجال I.

$$F(x)=\sin^2 x \qquad I=\mathbb{R}$$

$$G(x)=2-\cos^2 x$$

الحل: الفكرة إذا اشتق التابعين ويتبع نفس الجواب أو نطرح التابعين ويكون ناتج الطرح عدد.

طريقة الطرح ⇐

$$F(x)-G(x)=$$

$$=\sin^2 x-(2-\cos^2 x)$$

$$=\sin^2 x+\cos^2 x-2$$

$$=1-2=-1=\text{const}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الأول: (حلول المتتاليات)

1) $u_{n+1}-u_n = 3(n+1)+1-(3n+1)$

$= 3n+3+1-3n-1 = 3 = const$

متتالية حسابية أساسها $r=3$

$u_0+u_1+u_2+\dots+u_{14}$

$S = 15 \times \frac{u_0+u_{14}}{2}$

$u_0 = 3(0)+1 = 1$, $u_{14} = 3(14)+1 = 43$

$\Rightarrow S = 15 \times \frac{1+43}{2} = \frac{44}{2} \times 15$

$= 330$

2) $u_{n+1} > u_n$

$3n+4 > 3n+1$

محققة.

السؤال الثاني:

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}} = \frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

$= \frac{u_n-3}{2u_n-6} = \frac{u_n-3}{2(u_n-3)} = \frac{1}{2} = const = q$

متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -1$

2) نكتب v_n بدلالة n ثم u_n

$\frac{v_n}{v_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{v_n}{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\Rightarrow v_n = \frac{-1}{2^n}$

نبحث عن علاقة بين u_n و v_n

$v_n = \frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n-3 = \frac{1}{v_n}$

$\Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n}+3 = \frac{1}{\frac{-1}{2^n}}+3 = -2^n+3$

السؤال الثالث:

1) نرمز للقضية $E(n)$.

2) نبرهن صحة $E(n)$ من أجل العدد (0)

$u_0 \geq u_1 \geq 1$; $u_1 = \frac{2u_0}{u_0+1} = \frac{4}{3}$

$2 \geq \frac{4}{3} \geq 1$ محققة

3) نفرض صحة $E(n)$

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

4) نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

أي سنبرهن $u_{n+1} \geq u_{n+1} \geq 1$

البرهان: نفرض تابع $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

$R\setminus\{-1\}$ مستمر ومتناقص على

$f'(x) = \frac{2(x+1)-1(2x)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$

فتزايد تماماً

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

$\Rightarrow f(u_n) \geq f(u_{n+1}) \geq f(1)$

$u_{n+1} \geq u_{n+2} \geq 1$

وهو المطلوب (2) من الطلب السابق

السؤال الرابع: (u_n) متناقصة $\Rightarrow u_n \geq u_{n+1}$

1) $u_* - u_\heartsuit = (* - \heartsuit)r$

$u_0 - u_1 = (0-1)r$

$-2-6 = -r \Rightarrow -r = -8 \Rightarrow r = 8$

$u_n - u_0 = nr \Rightarrow u_n = u_0 + nr$

$u_n = -2 + 8n$

2) $S = 9 \times \frac{u_2+u_{10}}{2} = +414$

حيث $u_2 = -2+8(2) = 14$, $u_{10} = -2+8(10) = 78$

السؤال الخامس:

1) $\frac{u_5}{u_0} = q^{5-0} \Rightarrow \frac{u_5}{-2} = 2^5 \Rightarrow u_5 = -64$,

2) $S = \text{الحد الأول} \times \frac{1-\text{أساس}^{\text{عدد الحدود}}}{1-\text{أساس}}$

$= -4 \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow S = 4-4(2)^n$

$\lim_{n\to+\infty} S_n = 4-4(+\infty) = -\infty$

لأن 2^n هندسية أساسها $q>1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال السادس:

1) نبرهن القضية $E(n): \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

نبرهن صحة القضية $E(1)$:

$\frac{1}{1!} \leq \frac{1}{2^{1-1}} \Rightarrow 1 \leq 1$ محققة

نفرض صحة القضية $E(n)$:

$E(n): \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ (*)

نبرهن صحة القضية $E(n+1)$:

أي سنبرهن: $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

البرهان: ننطلق من (*):

$\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

نقسم الطرفين على $(n+1)$:

$\frac{1}{(n+1)n!} \leq \frac{1}{(2^{n-1})(n+1)}$

$\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{1}{2}$ ← استبدال

← كبرنا الكسر حيث:

$n \geq 1$

$\Rightarrow n+1 \geq 2$

$\frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

(2)

$u_n \leq 1 + \left(\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$

$u_n \leq 1 + \left[1 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} \right]$

$u_n \leq 1 + \left[2 \left(1 - (\frac{1}{2})^n\right) \right]$

$u_n \leq 3 - \frac{1}{2^{n-1}}$

$\Rightarrow u_n \leq 3$

لتؤول كبرنا الكسر

ومنه العدد 3 هو أ.ع.م

(3) بما أن المتتالية محدودة من الأعلى بالعدد 3 فيكفي برهان أنها متزايدة.

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)!} > 0$

13

الخاصة $E(n)$ صحيحة من أجل $n+1$ وهي صحيحة من أجل $n=1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال السابع :

لفرض تابع $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

مستمر و مستقاتي على $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = 0 - \frac{-1}{x^2} = \frac{1}{x^2} > 0$

$\Rightarrow$ التابع f متزايد تماماً $\Rightarrow$ المتتالية متزايدة .

$f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$

مستمر و مستقاتي على $\mathbb{R}$

$f'(x) = \frac{-2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3} < 0$

بالمجال $x \geq 1$

$\Rightarrow f$ متناقص $\Rightarrow$ المتتالية متناقصة

$\lim_{n\to\infty} t_n = \lim_{n\to\infty} u_n = l$

السؤال الثامن : π

$E(n) = 4^n + 5 = 3K$

$E(0) = 4^0 + 5 = 6 = 3K$ محققة

$E(n) = 4^n + 5 = 3K \longrightarrow *$

$E(n+1) = 4^{n+1} + 5 = 3K$

البرهان :

$f_1 = 4^{n+1} + 5 = 4^n \cdot 4 + 5 = (3K-5).4 + 5$ حسب *

$= 12K - 20 + 5 = 12K - 15$

$= 3(4K-5) = 3K' = f_2$

السؤال التاسع :

$S_{n+1} - S_n =$

$= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}}\right) -$

$\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}\right)$

$= \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$

$\Rightarrow$ المتتالية متزايدة .

2) $S_n = \frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$

$= 1 + \left[\frac{1}{3} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}}\right] = 1 + \left[\frac{1 - \frac{1}{3^n}}{2}\right]$

$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{3^n}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2.3^n}$

$= \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

* المتتالية المتزايدة نهايتها تعتبر عنصر رابح إذ العنصر الرابح أكبر من نهايتها .

* المتتالية المتناقصة نهايتها عنصر قاصر لأن العنصر القاصر أصغر من نهايتها .

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$

بما أنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد $\frac{3}{2}$ فهي متقاربة .

السؤال العاشر :

1) انشتق وتنظم جدول إشارة .

2) نستخدم البرهان بالتدريج ونصور الأطراف وفق التابع f .

3) بما أنها متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة . ولإيجاد النهاية نحل المعادلة : $f(x) = x$ فنجد $x = e$ وهي النهاية .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حلول جلسة الهندسة :

السؤال الأول :

1) $(x-x_{\text{المركز}})^2+(y-y_{\text{المركز}})^2+(z-z_{\text{المركز}})^2 = R^2$

$(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2=\sqrt{3}^2$

$x^2+y^2+z^2=3$

2) البرهان : $dist(O,P)=R$

$\frac{|0-0+0+3|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(1)^2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}=R$

السؤال الثاني :

1) تأكد شعاعين من المستوى :

$\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{GB}=(0,-2,-2)$ } وهما غير مرتبطان لعدم تناسب مراتبهما
$\overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$ }

نفرض ناظم : $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{GB} \Rightarrow \vec{n}.\overrightarrow{GB}=0$

$\Rightarrow (0)(a)+(-2)(b)+(-2)(c)=0$

$\Rightarrow \boxed{-2b-2c=0}$ (1)

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow \boxed{-2a+2b=0}$ (2)

نفرض $c=1$ ونعوض في (1)

$-2b-2=0 \Rightarrow -2b=2 \Rightarrow b=-1$

نعوض في (2) :

$-2a+2(-1)=0 \Rightarrow a=-1$

الناظم : $\vec{n}(-1,-1,1)$

معادلة المستوي :

$a(x-x_G)+b(y-y_G)+c(z-z_G)=0$

$\Rightarrow -1(x-2)-1(y-2)+1(z-2)=0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y+z+2=0}$

2) قانون :

$x=x_E+at$
$y=y_E+bt$; $t \in \mathbb{R}$
$z=z_E+ct$

$\overrightarrow{EC}=(2,2,-2) \Rightarrow$ $x=0+2t$, $y=0+2t$, $z=2-2t$; $t \in \mathbb{R}$

3) نعوض معادلة المستقيم في المستوي :

$-(2t)-(2t)+(2-2t)+2=0 \Rightarrow t=\frac{2}{3}$

نعوض في x, y, z :

$\Rightarrow x=\frac{4}{3}, y=\frac{4}{3}, z=\frac{2}{3}$

4) نفرض $M(x,y,z)$: $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC} \Rightarrow$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=\frac{2}{3}, y=\frac{2}{3}$

$z-2=\frac{-2}{3} \Rightarrow z=\frac{4}{3}$

5) نضرب شعاعي التوجيه والناتج صفر .

$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$ $\overrightarrow{HM}(\frac{2}{3},-\frac{4}{3},-\frac{2}{3})$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC}.\overrightarrow{HM}=\frac{4}{3}-\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=0$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{HM}$

الشعاعان متعامدان ، فالمستقيمان متعامدان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث :

$\vec{U_d} : (1, -3, -3)$ ، $\vec{U_\delta} : (1, -3, -1)$

$\frac{1}{1} = \frac{-3}{-3} + \frac{-3}{-1}$

المركبات غير متناسبة

$\Leftarrow$ الشعاعان غير مرتبطان خطيا

فالمستقيمان غير متوازيان

ندرس التقاطع :

$t + 1 = s$ (1)

$-3t + 2 = -3s$ (2)

$-3t + 3 = -s + 1$ (3)

نعوض (1) في (3)

$-3t + 3 = -(t+1) + 1$

$-3t + 3 = -t - 1 + 1$

$-2t = -3 \Rightarrow t = +\frac{3}{2}$

نعوض في (1)

$s = +\frac{3}{2} + 1 = +\frac{5}{2}$

للتأكد نعوض في (2)

$-3\left(+\frac{3}{2}\right) + 2 = -3\left(+\frac{5}{2}\right)$

$-\frac{9}{2} + 2 = -\frac{15}{2}$

$\frac{-5}{2} \neq \frac{-15}{2}$ مساواة خاطئة

فالجملة متناقضة فالمستقيمان متخالفان

والمستقيمان في مستو واحد.

السؤال الرابع :

$\vec{u} = \vec{AB} = (-1, +2, 0)$

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1$

$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1$

$I\left(\frac{3}{2}, 1, 1\right)$

$-1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 2(y-1) + 0(z-1) = 0$

$-x + \frac{3}{2} + 2y - 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x + 2y - \frac{1}{2} = 0}$

السؤال الخامس : $\|2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \sqrt{15}$

$\|3\vec{MH}\| = \sqrt{15} \Rightarrow 3\|\vec{MH}\| = \sqrt{15}$

$\Rightarrow \|\vec{MH}\| = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow$

مجموعة النقاط كرة مركزها H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{15}}{3}$

السؤال السادس :

1) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

$= \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AD}\| \cdot \cos 45°$

$= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

2) $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{FB} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AB} + \vec{BF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{FE}$

$= \vec{AF} + \vec{FI} = \vec{AI}$

$\Rightarrow$ لذلك M تنطبق على I .

السؤال السابع :

1) $\vec{AB} = (-1, -1, -4)$ ، $\vec{CE}(-3, -1, 1)$

$\vec{CD} = (-4, 4, 0)$

2) $\vec{CE}$ ، $\vec{CD}$: نأخذ شعاعين ②

$\Rightarrow \frac{-4}{-3} = \frac{-1}{4} = \frac{1}{0}$

$\Rightarrow$ الأسعة غير مرتبطة خطيا $\Rightarrow$ النقاط ليست على استقامة واحدة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بتكملة السؤال السابع:

3) $\vec{AB} \perp \vec{CE}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-3,-1,+1)$

$= +3+1-4 = 0$

$\vec{AB} \perp \vec{CD}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-4,4,0)$

$= +4-4+0 = 0$

$\Leftarrow$ AB عمودي على المستوي (CDE)

4) $\vec{n} = \vec{AB} = (-1,-1,-4)$

$\Rightarrow a(x-x_c)+b(y-y_c)+c(z-z_c) = 0$

$\Rightarrow (-1)(x-4)+(-1)(y-0)+(-4)(z-0) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y-4z+4 = 0}$

5) dist (B, CDE)

$= \frac{|(-1)-(0)-4(-1)+4|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-4)^2}} = \frac{|7|}{\sqrt{18}}$

$= \frac{7}{\sqrt{18}}$

6) $(x-x_B)^2+(y-y_B)^2+(z-z_B)^2 = R$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2 = \left(\frac{7}{\sqrt{18}}\right)^2$

السؤال الثامن:

1) $\vec{AB}(-1,0,1)$, $\vec{AC}(-2,-1,3)$

$\vec{AD}(0,1,-1)$

$\Rightarrow \vec{AB} = \alpha\vec{AC} + \beta\vec{AD}$

$$\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix}-2\\-1\\3\end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$-1 = -2\alpha \quad \cdots (1)$

$0 = -\alpha+\beta \quad (2)$

$1 = 3\alpha-\beta \quad (3)$

من (1) $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

$\Leftarrow$ لتعويض في (2): $\boxed{\beta = \frac{1}{2}}$

لتعويض α و β في (3):

$1 = 3\frac{1}{2}-\frac{1}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{1=1}$

$\Rightarrow \vec{AB} = 1\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CD}$

$\Leftarrow$ الأسمة $\vec{AD}, \vec{AC}, \vec{AB}$ مرتبطة خطيا

فالنقاط D, C, B, A تقع في مستوي واحد.

2) $\vec{DC}(-2,-2,4)$, $\vec{CB}(1,1,-2)$

$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} \Rightarrow -2 = -2 = -2$

$\Leftarrow$ الأسمة مرتبطة خطيا $\Leftarrow$ النقاط تقع على استقامة واحدة.

السؤال التاسع:

$x^2-2x+y^2+6y+z^2-2 = 0$

$x^2-2x+1-1+y^2+6y+9-9+z^2-2 = 0$

$(x-1)^2-1+(y+3)^2-9+z^2-2 = 0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2-12 = 0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2 = 12$

وهي معادلة كرة نصف قطرها $\sqrt{12}$ أو $2\sqrt{3}$

ومركزها: $(1,-3,0)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العاشر :

1) $\vec{SD}\cdot\vec{SC}$

$= \|\vec{SD}\|\cdot\|\vec{SC}\|\cdot\cos 60^\circ$

$= 25\times\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

2) $BD^2 = 5^2 + 5^2$ $\quad \vec{DA}\cdot\vec{DJ} = \vec{DB}\cdot\vec{DO}$

$\Rightarrow BD^2 = 50 \Rightarrow BD = 5\sqrt{2}$

$\vec{DB}\cdot\vec{DS} = \vec{DB}\cdot\vec{DO}$

$\Rightarrow \|\vec{DB}\|\cdot\|\vec{DO}\|\cdot\cos 60$

$= 5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}\times 1 = 25$

استبدلنا الشعاع $\vec{DS}$ بالشعاع $\vec{DO}$ لعامل المسقط

السؤال الحادي عشر :

1) الشرط : $\vec{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$; $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

نفرض ..

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow$ --- (1)

$n\perp\vec{AB} \Rightarrow n\cdot\vec{AB} = 0 \Rightarrow$ -- (2)

نفرض $c=2$ ونعوض في المعادلة الثالثة ثم نعوض في معادلة المستوي العامة

$x+2y+\frac{1}{2}z-3=0$

السؤال الثاني عشر :

1) نثبت $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[AC]$ ثم نحسب أطوالها ونطبق فيثاغورس ..

السؤال الثالث عشر :

$A(0,0,0)$

$B(4,0,0)$ ، $C(4,2,0)$ ، $D(0,2,0)$.

$E(0,0,2)$ ، $F(4,0,2)$ ، $G(4,2,1)$

$H(0,2,1)$ ، $I(2,0,0)$ ، $J(4,2,1)$

$\vec{n}\perp\vec{IF} \Rightarrow 2a+2c=0$ (1)

$\vec{n}\perp\vec{FH} \Rightarrow -4a+2b=0$ (2)

نفرض $c=1$ فنجد $\vec{n}(-1,-2,1)$

$\Rightarrow -x-2y+z+2=0$

(2) من الرسم :

$\vec{DA}+\vec{DC}=\vec{DB} \Rightarrow \vec{DA}+\vec{DC}-\vec{DB}=0$

3) الشرط : $\vec{DB} = \alpha\vec{AF} + \beta\vec{AH}$

$\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \alpha = 1$ ، $\beta = -1$

$\Rightarrow \vec{DB} = \vec{AF} - \vec{AH}$

4) نفرض $M(x,y,z)$

$\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC} \Rightarrow$

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

5) لإيجاد معادلات وسطية لمستقيم عامودي G على مستوي تقاطعهما نأخذ المستوي (IFH) أي:

$\vec{u} = \vec{n}(-1,-2,1) \Rightarrow x = 4-t$

$y = 2-2t$; $t\in\mathbb{R}$

$z = 2+t$

ثم نعوض المعادلات الوسطية في معادلة المستوي (IFH) ونحسب t ثم نعوض في المعادلات الوسطية $\Rightarrow G'\left(\frac{10}{7}, \frac{2}{7}, \frac{8}{7}\right)$

لتأكد نعوض $G'\left(\frac{10}{7}, \frac{2}{7}, \frac{8}{7}\right)$ بمعادلة المستوي

السؤال التاسع عشر :

$(C,1)(A,1)$ منتصف $[AC]$ فمركز م.أ.م لـ النقطتين B

$(B,2)(B,2)$ منتصف $[BB]$ فمركز م.أ.م لـ النقطتين I

وحسب الخاصة التجميعية فإن I م.أ.م لـ $(C,1)(B,2)(A,1)$

ومنه $\alpha=1$ ، $\beta=2$ ، $\gamma=1$

4) G م.أ.م للنقطتين $(A,1)(B,2)$ إذاً $\vec{GA}+2\vec{GB}=\vec{0}$

أي $\lambda=2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تتمة حلول جلسة الهندسة :

السؤال الرابع عشر :

1) نحسب [AB] و [BC] و [AC]
ثم نعوض فيثاغورث .

أو : نضرب سلعتين فينتج العدد (صفر)

مساحة مثلث قائم = $\frac{1}{2}$ × طول ضلع القائم الأول × طول ضلع القائم الثاني

2) يجب أن يتحقق :
$\vec{n}.\vec{AB}=0$, $\vec{n}.\vec{AC}=0$
ثم : قانون معادلة المستوي
وتعويض .

3) $dist[D,(ABC)] = \frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$V = \frac{1}{3}.S.h$ ← بالطلب الأول .

4) نعوض معادلات الفصل المشترك لـ P و Q
في معادلة (ABC) فنجد t
ثم نعوضها مرة أخرى في المعادلات الوسيطية . فينتج نقطة التقاطع $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

5) نوجد معادلة مستوي يمر من A وعامد لشعاع توجيه d (1,0,1)
ثم نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي ونحسب t ثم نعوض في معادلات d فينتج المستقيم القائم لـ A وليكن A' ثم نوجد [AA'] بقانون بعد نقطة عن نقطة

$AA' = \sqrt{(x_{A'}-x_A)^2+(y_{A'}-y_A)^2+(z_{A'}-z_A)^2}$

السؤال الخامس عشر :

1) نوجد شعاعين ونبرهن غير مرتبطين خطياً .

2) نعوض A و B و C في المعادلة (إحداثيات) فينتج 0=0

3) نعوض المعادلات الوسيطية للفصل المشترك في معادلتي المستويين فينتج (0=0)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلول جلسة العقدية : *

السؤال الأول :

[1] $r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$\Rightarrow z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ← الشكل الأسي

$r = \sqrt{1+1} \Rightarrow r = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ← الشكل الأسي

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]}{\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]}$

عند القسمة نطرح الزاوية ونقسم الطويلة (r)

$= \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right]$

$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$

[2] $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$

$= \frac{1-\sqrt{3}i\,(1-i)}{1+i(1-i)} = \frac{1-i+\sqrt{3}i+\sqrt{3}i^2}{1-i^2}$

$= \frac{1-i+\sqrt{3}i-\sqrt{3}}{1+i} = \frac{1+\sqrt{3}+i(\sqrt{3}-1)}{2}$

$= \frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$

استنتاج الزاوية : من المثلثي

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{3})(\sqrt{2})}{(2\sqrt{2})(\sqrt{2})}$ ← من الكبير

$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

$\sin\theta = \frac{b}{r} = \ldots$

أو بالمطابقة ..

السؤال الثاني :

[1] $z^8 = (-1+i)^8$

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$

دوموافر :

$\Rightarrow z^8 = \sqrt{2}^8\left[\cos 8\frac{3\pi}{4} + i\sin 8\frac{3\pi}{4}\right]$

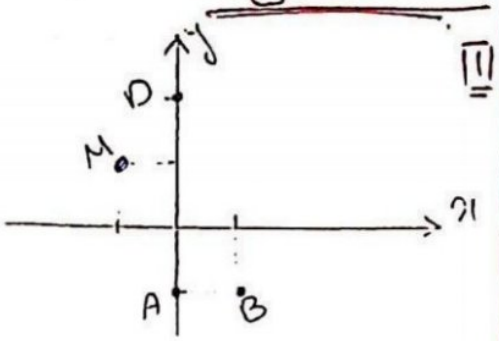
$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= 2^4\left[1 + i0\right] = 16 \in \mathbb{R}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع:

1) 

2) $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

$C - (0) = i(2i - 0)$

$\Rightarrow C = -2$

3) $\overrightarrow{BO}(-1,1)$, $\overrightarrow{BM}(-2,2)$

$\Rightarrow \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

المركبات متناسبة فالشعاعان حريتطان خطياً والنقاط على استقامة واحدة.

4) $\arg = 0$, $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$

$\arg \frac{2i+2}{-1+i} = \arg \frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}$

$= \arg(-2i) = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \overrightarrow{cd} \perp \overrightarrow{OM}$

فالمستقيمان (OM) و (cd) متعامدان.

5) $z^3 + 4z^2 + 29z$

$z(z^2 + 4z + 29) \rightarrow$ نحل بطريقة Δ

$\Delta = b^2 - 4ac = -100$

$\Rightarrow z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-4+10i}{2} = -2+5i$

$z_2 = \overline{z_1} = -2-5i$

$(z+2-5i)$

$(z-(-2-5i))(z-(-2-5i)) = \times(z+2+5i)$

2) $z' - (1+i) = e^{i\frac{\pi}{4}}[z-(1+i)]$

$z' - 1 - i = [1\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}] \times [-1+i-1-i]$

$\Rightarrow z' - 1 - i = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right][-2]$

$\Rightarrow z' = -\sqrt{2} + 1 + i(1-\sqrt{2})$

وهو المطلوب.

السؤال الثالث:

$(z^2+2z-3)(z^2+2z+5)$

بالنشر:

$z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z^3 + 4z^2 + 10z - 3z^2 - 6z - 15$

$= \cdots\cdots$

نجد:

$z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z - 15 = 0$

حل المعادلة:

$(z^2+2z-3)(z^2+2z+5) = 0$

إما $z^2 + 2z - 3 = 0$

حسب Δ

$x_1 = \cdots$

$x_2 = \cdots$

أو $z^2 + 2z + 5 = 0$

حسب Δ

$x_1 = \cdots$

$x_2 = \cdots$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس:

1) $\frac{b-c}{a-c} = \frac{-4+4i+4i}{8+4i} = \frac{-4+8i}{8+4i}$

$= \frac{(-4+8i)(8-4i)}{64+16} = \frac{80i}{80} = i$

$\Rightarrow \frac{b-c}{a-c} = i$,

$\arg\left(\frac{b-c}{a-c}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$

ABC مثلث قائم في C

2) $\left|\frac{b-c}{a-c}\right| = |i| \Rightarrow \frac{CB}{CA} = 1$

ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين.

3) $d - o = e^{i\frac{\pi}{4}}(a-o) \Rightarrow d = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)8$

$= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

4) أ) بما أن ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين

ومثلث تكون AEBC مربع لكي أن يكون متوازي

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB} \Rightarrow z_{AC} = z_{EB}$: أو نطبق

$\Rightarrow z_C - z_A = z_B - z_E$

ب) $C - a = b - e \Rightarrow -4i - 8 = -4 + 4i - e$

$\Rightarrow e = -4 + 4i + 4i + 8 = 4 + 8i$

ج) $\frac{a+b}{2} = \frac{c+e}{2} \Rightarrow A + B = C + E$

$8 + 4 + 4i = -4i + e \Rightarrow e = 4 + 8i$

السؤال السابع:

1) $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

$P(-1) = 0$ نعوض -1 في $P(z)$

2) بالقسمة الإقليدية أو الطريقة خذ:

$P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7)$

3) $P(z) = 0$

إما $z_1 = -1$

أو $z_2 = \frac{4 + 2\sqrt{3}i}{2} = 2 + \sqrt{3}i$

$z_3 = \overline{z_2} = 2 - \sqrt{3}i$ } حسب D

4) $AB = BC = AC$

$\sqrt{12} = \sqrt{12} = \sqrt{12}$

فالمثلث متساوي الأضلاع.

6) $2z - w = -3$ (1)

$2\overline{z} + \overline{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$ (2)

نأخذ مرافق المعادلة الثانية:

$2z + w = -3 - 2\sqrt{3}i$ (2')

نجمع (1) مع (2'): $4z = -6 - 2\sqrt{3}i$

نقسم على العدد: $z = \frac{-6 - 2\sqrt{3}i}{4}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$

ثم نعوض في (1) ونحسب w.

7) (المركز - أحد الأعمدة) السنة

$e - b = m(m - b)$

$e - (1-i) = 3 \times [-1 + i - (1-i)] \Rightarrow e = \ldots$

8) نفرض $w = x + iy$ حيث x, y حقيقيين

$x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ ... (1)

$x^2 - y^2 = a$ ... (2)

$x \cdot y = \frac{b}{2}$ ... (3)

نعوض: $x^2 + y^2 = \sqrt{25} = 5$ (1)

$x^2 - y^2 = 3$ (2)

$x \cdot y = 2$ (3)

نجمع (1) مع (2): $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = +2, x = -2$

نعوض في (3):

$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot y = 2 \Rightarrow y = 1$

$w = x + iy$

$\Rightarrow w_1 = 2 + i \Rightarrow w_2 = -w_1$

أو:

$x_2 = -2 \Rightarrow y = -1$

$\Rightarrow w_2 = -2 - i$

انتبه الجذران هنا متعاكسان

وليسا مترافقان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال التاسع: لإثبات u تخيلي

يكفي إثبات $\overline{u} = -u$

$$\overline{u} = \frac{\overline{z}+\overline{\omega}}{1+\overline{z}\cdot\overline{\omega}} = \frac{\frac{1}{z}+\frac{1}{\omega}}{1+\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{\omega}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\omega+z}{\omega z}}{\frac{\omega z+1}{\omega z}} = \frac{z+\omega}{1+z\omega} = u$$

نوحد المقامات

لإثبات كذلك يمكن برهان أن: المرافق = العكس أي $\overline{u} = -u$

السؤال السادس: لبيان أن المثلث ACD قائم ومتساوي الساقين فإن

1) d صورة c وفق دوران مركزه a وزاويته $+\frac{\pi}{2}$

$$d-a = e^{+i\frac{\pi}{2}}(c-a)$$

حيث $a=0$ (حسب المعطى)

$$d = ic$$

e صورة b وفق دوران مركزه a وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

$$e-a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-a)$$

$$e = -i(b) \Rightarrow e = ib$$

2) بما أن M منتصف $[BC]$: $m = \frac{b+c}{2}$

$$\frac{d-e}{m-a} = \frac{ic+ib}{\frac{b+c}{2}} = \frac{i(c+b)}{\frac{b+c}{2}}$$

$$= 2i$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{d-e}{m-a}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{AM} \perp \vec{ED}$$

$\Leftarrow$ AM ارتفاع في المثلث AED.

$$\frac{ED}{AM} = 2 \Rightarrow ED = 2AM$$

$$\left|\frac{d-e}{m-a}\right| = |2i| \Rightarrow \left|\frac{d-e}{m-a}\right| = 2$$

3) $a = 0$

بما أن A مركز أبعاد

$$a = \frac{1.b+1.c+2.d+3.e}{1+1+3+2}$$

$$o = \frac{b+c+2d+3e}{7} \Rightarrow o = \frac{b+c+2ic-3ib}{7}$$

$$\Rightarrow o = -b(3i-1)+c(1+2i) = 0$$

$$c(1+2i) = b(3i-1)$$

$$\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{(3i-1)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$$

$$= \frac{5+5i}{5} \Rightarrow \frac{c}{b} = 1+i$$

حساب قياس الزاوية BAC:

$$\frac{c}{b} = \frac{c-a}{b-a} = 1+i$$

$$\arg(1+i) = \frac{\pi}{4}$$

السؤال الثامن:

نشر $P(z)$ فنجد:

$$P(z) = z^4+4z^3+2az^2+az^3+4az^2$$
$$+2a^2z+bz^2+4bz+2ab$$
$$\Rightarrow P(z) = z^4+(4+a)z^3+(6a+b)z^2$$
$$+(2a^2+4b)z+2ab$$

بالمطابقة بين الطرفين نجد:

$$4+a = 0 \Rightarrow \boxed{a=-4}$$

$$6a+b = -19 \Rightarrow -24+b = -19$$

$$\boxed{b=5} \Leftarrow$$

$$2a^2+4b = 52$$

$\Leftarrow$ نعوض $a=-4$, $b=5$ فنجد

أي محققة بالمثل لـ $2ab = -40$

$\Leftarrow$ $P(z) = 0$ ... إذا ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حلول جلسة (قليل توافقي + احتمالات)

السؤال الأول:

عدد طرق اختيار مهندس واحد هو $\binom{3}{1}$

عدد طرق اختيار عاملان $\binom{5}{2}$

⇐ عدد طرق اختيار اللجنة:

$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 30$ ②

السؤال الثاني:

عدد طرق اختيار الرئيس 8

عدد طرق اختيار نائب الرئيس 7

عدد طرق اختيار أمين السر 6

⇐ حسب المبدأ الأساسي في العد: ③

$8 \times 7 \times 6 = 336$

السؤال الثالث:

① $\binom{8}{5} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$

② $\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} = 10$

السؤال الرابع:

$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2} = \dots$

السؤال الخامس:

① $X(\Omega) = \{5, 3, 0\}$

$P(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84}$

$P(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$

$P(X=0) = 1 - \left[\frac{10}{84} + \frac{40}{84}\right] = \frac{34}{84}$

X_i	5	3	0
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{34}{84}$

$E(X) = 5\left(\frac{10}{84}\right) + 3\left(\frac{40}{84}\right) + 0\left(\frac{34}{84}\right)$

$= \frac{170}{84}$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= \left(25 \times \frac{10}{84} + 9 \times \frac{40}{84} + 0\right) - \left(\frac{170}{84}\right)^2$

$=$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} =$

② $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{9}\right) \times 3 =$

$P(X=0) =$

③ $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7}\right) \times 3 =$

السؤال السادس:

$T_r = \binom{12}{r} \cdot (x^2)^{12-r} \cdot \left(\frac{-2}{x}\right)^r$

$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot \frac{1}{x^r}$

$= \binom{12}{r} x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot x^{-r}$

$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-3r} \cdot (-2)^r$

$24 - 3r = 12 \Rightarrow r = 4$ ⇐ x^{12} من أجل

$\binom{12}{4} \cdot x^{24-12} \cdot (-2)^4 = \binom{12}{4} x^{12} \cdot (-2)^4$

ل ... ⇐ حسب الجواب =

من أجل الحد المستقل عن x

$24 - 3r = 0$

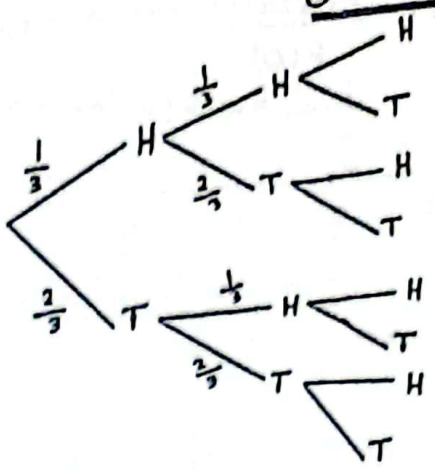
$\Rightarrow 24 = 3r$

$\Rightarrow r = 8$

فالحد هو: $\binom{12}{8} x^0 \cdot (-2)^8 = \dots$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال السابع:



$X = \{(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (H,T,T), (T,H,H), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T)\}$

$X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

$P(X=1) = (\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) \times 3 = \frac{12}{27}$

$P(X=2) = (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}) \times 3 = \frac{6}{27}$

$P(X=3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{8}{27} + 1 \cdot \frac{12}{27} + 2 \cdot \frac{6}{27} + 3 \cdot \frac{1}{27} = \frac{27}{27} = 1$

(2)

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= 0 + 1 \cdot \frac{12}{27} + 4 \cdot \frac{6}{27} + 9 \cdot \frac{1}{27}$

$= 0 + \frac{12}{27} + \frac{24}{27} + \frac{9}{27} = \frac{45}{27}$

$\Rightarrow V(X) = \frac{45}{27} - (1)^2 = \frac{18}{27}$

السؤال الثامن:

$X(\Omega) = \{0,1,2\}$

$P(X=0) = \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} = \frac{100}{121}$

$P(X=1) = (\frac{1}{11} \times \frac{10}{11}) \times 2 = \frac{20}{121}$

$P(X=2) = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{121}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{100}{121} + 1 \cdot \frac{20}{121} + 2 \cdot \frac{1}{121}$

$= 0 + \frac{20}{121} + \frac{2}{121} = \frac{22}{121}$

السؤال التاسع:

X	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

$X(\Omega) = \{1,2,3,4,5\}$

$P(X=1) = \frac{10}{30}$, $P(X=2) = \frac{8}{30}$

$P(X=3) = \frac{6}{30}$, $P(X=4) = \frac{4}{30}$

$P(X=5) = \frac{2}{30}$

$E(X) = ----$

$V(X) = ----$

تمالي صح اعادة : لاتنطب حرف
25 تمالي دون اعادة : تنطب القطار نيب
صعا : تنطب القطار نيب
و ماكتة

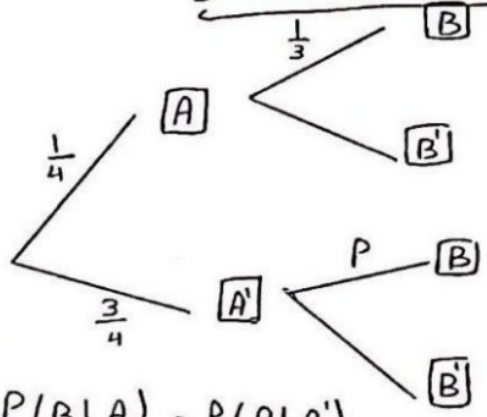
(٨٩)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العاشر:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0.12	0.2	0.08	0.4
1	0.06	0.1	0.04	0.2
2	0.12	0.2	0.08	0.4
قانون Y	0.3	0.5	0.2	1

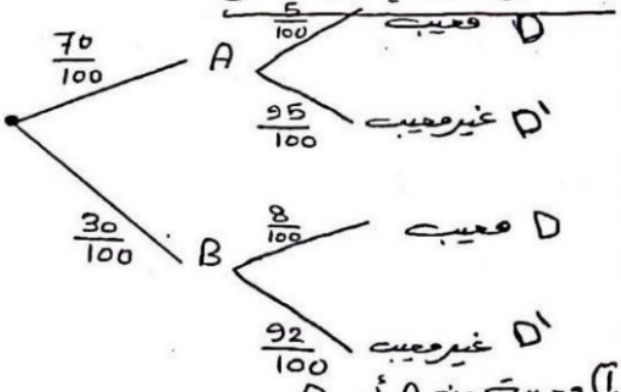
السؤال الحادي عشر:



$P(B|A) = P(B|A')$

$\frac{1}{3} = P$

السؤال الثاني عشر:



① معيبة من A أو B

نفرض D الحدث

معيب

$P(D) = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}$

$= \square$

ث

$P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$

حسب المقام قبل البسط.

$= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{8}{100}}{\frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}} = \square$

السؤال الثالث عشر:

① $5 \times 6 \times 6 = 180$

② $5 \times 5 \times 4 = 100$ ③ $2 \times 5 \times 4 = 40$

④ الطلب $6 \times 6 \times 6 = 216$ ...

السؤال الرابع عشر:

① $\binom{n}{2} = 36$ شرط الحل: $n \geq 2$

$\frac{n(n-1)}{2!} = 36 \Rightarrow n^2 - n = 72$

$n^2 - n - 72 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+8) = 0$

إما $n = 9$ مقبول

أو $n = -8$ مرفوض

② $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$ شرط الحل: $n \geq 4$

$3\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14\frac{n(n-1)}{2 \times 1}$

$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)}{8} = 7$

$n^2 - 3n - 2n + 6 = 56$

$n^2 - 5n - 50 = 0 \Rightarrow (n-10)(n+5) = 0$

إما $n = 10$ مقبول

أو $n = -5$ مرفوض

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $\binom{10}{3n} \cdot \binom{10}{n+2}$

شرط الحل: $0 \leq n \leq 3.33$

إما $3n = n+2 \Rightarrow 2n = 2$

$\Rightarrow n = 1$ مقبول

أو

$3n + n + 2 = 10 \Rightarrow n = 2$ مقبول

السؤال الخامس عشر:

$P(X=1) = \frac{6}{27}$ ، $P(X=0) = \frac{1}{27}$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$P(X=0) = \binom{3}{0} \cdot P^0 \cdot (1-P)^{3-0}$

$\frac{1}{27} = 1 \cdot 1 \cdot (1-P)^3$

$\frac{1}{3} = 1 - P \Rightarrow P = \frac{2}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1$

$= \frac{12}{27}$

$P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0$

$= \frac{8}{27}$

$E(X) = n \cdot P = 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$

$V(X) = n \cdot P \cdot q = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

السؤال السادس عشر:

1. عدد الرمانات: $6 \times 6 \times 6$
2. عدد طرق اختيار الخانة الأولى: 6

عدد طرق اختيار الخانة الثانية: 5

عدد طرق اختيار الخانة الثالثة: 4

$6 \times 5 \times 4 = 120$

السؤال السابع عشر:

1. $5 \times 5 = 25$
2. $(2 \times 3) \times 2 = 12$ ← عدد البدلات

السؤال الثامن عشر:

1. $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$
2. $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{20}$ ، $P(X=1) = \frac{8}{20}$

$P(X=2) = \frac{6}{20}$ ، $P(X=3) = \frac{4}{20}$

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{20}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot P_i = \frac{0+8+12+12}{20}$

$= \frac{32}{20}$

السؤال التاسع عشر:

عدد طرق سحب الكرة الأولى 10

" " " الثانية 10

" " " الثالثة 10

حسب المبدأ الأساسي العد

$10 \times 10 \times 10 = 1000$

2. عكس (٣٣٣)

عدد طرق اختيار الكرة الأولى و

" " " الثانية و

" " " الثالثة و

حسب المبدأ الأساسي العد

$9 \times 9 \times 9 = 729$

المطلوب هو $1000 - 729 = 271$ طريقة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الحادي والعشرون :

$$P^{4}_{n+2} = 14\ P^{3}_{n}$$

شرط الحل : $n \geq 3$

$$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 14\, n(n-1)(n-2)$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 14n - 28$$

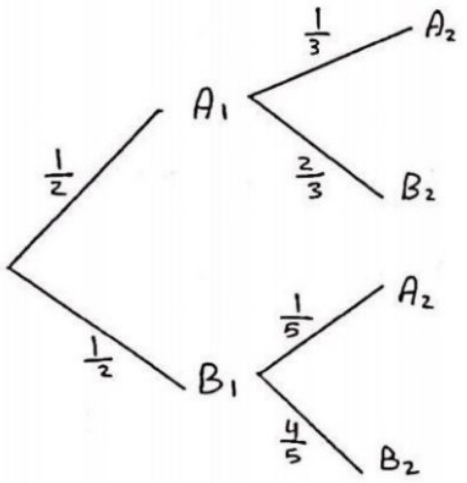
$$\Rightarrow n^2 - 11n + 30 = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n-5) = 0$$

إما $n = 6$ مقبول

أو $n = 5$ مقبول

السؤال الثاني والعشرون :



$$P(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \underset{(10)}{\frac{1}{6}} + \underset{(6)}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{60} + \frac{6}{60} = \frac{16}{60}$$

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \text{----}$$

السؤال العشرون :

1

$$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \times 6$$

$$= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

2

$$P(A \cap C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(C|A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{16}$$

⇐ مستقلة احتمالياً .

3

$$P(B \cap C) = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right] \times 3$$

$$= \frac{3}{16}$$

$$P(C|B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{8}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

لعوض :

$$P(B) \cdot P(C) = P(C \cap B)$$

⇐ مستقلان احتمالياً .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث والعشرون:

$n=6,\ p=\frac{1}{6},\ q=\frac{5}{6}$

$k=3$

$P(X=3)=\binom{6}{3}p^3q^3$

$=\binom{6}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^3$

$=20.\frac{1}{216}\frac{125}{216}=\frac{2500}{46656}$

السؤال الرابع والعشرون:

$n=5,\ p=\frac{1}{2},\ q=\frac{1}{2}$

$k=\{2,3,4,5\}$

$P(X=2)=\binom{5}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$=10.\frac{1}{4}.\frac{1}{8}=\frac{10}{32}$

$P(X=3)=\binom{5}{3}.\left(\frac{1}{2}\right)^3.\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$=10.\frac{1}{8}.\frac{1}{4}=\frac{10}{32}$

$P(X=4)=\binom{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4.\left(\frac{1}{2}\right)^1$

$=5.\frac{1}{16}.\frac{1}{2}=\frac{5}{32}$

$P(X=5)=\binom{5}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^0$

$=1.\frac{1}{32}.1=\frac{1}{32}$

أو نعتمد على العكس: $1-[P(0)+P(1)]$

$P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$

$=\frac{10+10+5+1}{32}=\frac{26}{32}$

السؤال الخامس والعشرون:

$n=5,\ p=\frac{6}{10},\ q=\frac{4}{10}$

$P(B)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$

$P(X=3)=\binom{5}{3}\left(\frac{6}{10}\right)^3.\left(\frac{4}{10}\right)^2$

$=10.\frac{216}{1000}.\frac{16}{100}=\frac{34560}{100000}$

$P(X=4)=\binom{5}{4}\left(\frac{6}{10}\right)^4\left(\frac{4}{10}\right)^1$

$=5.\frac{1296}{10000}.\frac{4}{10}=\frac{25920}{100000}$

$P(X=5)=\binom{5}{5}\left(\frac{6}{10}\right)^5.\left(\frac{4}{10}\right)^0$

$=1.\frac{7776}{10000}.1=\frac{7776}{100000}$

$P(B)=\frac{34560+25920+7776}{100000}$

$=\frac{68256}{100000}$

مركز أولادين

أ. سهى عجوز

أ. هروى حميشه

أ. نجوى العلي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تكملة قسم المتتاليات

السؤال الحادي عشر :

$$u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n}$$

أثبت أن $\frac{1}{2+n} \le u_n \le \frac{3}{n+2}$

الحل : لدينا $n \le 1+n \le n+2$

ومنه : $\frac{1}{n} \ge \frac{1}{n+1} \ge \frac{1}{n+2}$

ومنه $3 \times \frac{1}{n+2} \le u_n \le 3 \times \frac{1}{n}$

ومنه : $\frac{3}{n+2} \le u_n \le \frac{3}{n}$

$\Rightarrow \frac{1}{n+2} < u_n < \frac{3}{n+2}$

$\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{n+2}\right) = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3}{n+2}\right) = 0$

ومنه

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$

بالحصر

السؤال الثاني عشر :

طريقة أولى : تفريق بسيط

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1}$$

حساب A و B ثم حساب المجموع واكتشاف S_n

طريقة ثانية :

n	1	2	3	4	5	6
S_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$

$\Rightarrow S_n = \frac{n}{n+1}$ نلاحظ كل بسط أصغر من المقام بـ 1

إثبات S_n بالتدريج : $\frac{n}{n+1}$

$E(n) : S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

نفرض

$S_1 = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1+1}$ محقق $\Leftarrow E(1)$ نبرهن صحة

نفرض $E(n)$ صحيحة :

نبرهن $E(n+1)$ صحيحة : أي سنبرهن :

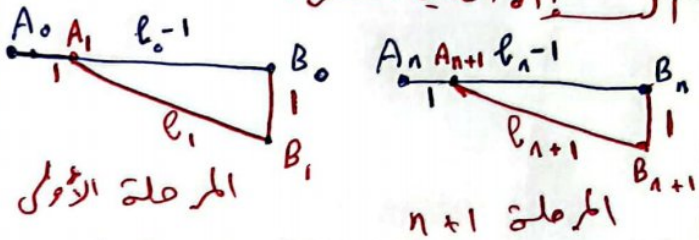
$S_{n+1} = \frac{n+1}{n+2}$

$S_{n+1} = S_n + u_{n+1} = \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

$= \dots = \frac{n+1}{n+2}$ نوحد المقامات

30

السؤال الثالث عشر :



المرحلة الأولى

المرحلة $n+1$

الحل : 1) في المثلث القائم $A_{n+1} B_{n+1} B_n$ طول الوتر أكبر من طول أي من الضلعين القائمتين

أي : $[B_n B_{n+1}] < [A_{n+1} B_{n+1}]$

أي : $1 < \ell_{n+1}$

كذلك طول أي ضلع في المثلث أصغر تماماً من مجموع طولي الضلعين الآخرين أي :

$$[A_{n+1} B_{n+1}] < [A_{n+1} B_n] + [B_n B_{n+1}]$$

أي : $\ell_{n+1} < \ell_n - 1 + 1$

$\Rightarrow \ell_{n+1} < \ell_n$

ومنه $1 < \ell_{n+1} < \ell_n$

2) حسب فيثاغورس في المثلث القائم $A_{n+1} B_{n+1} B_n$

نجد : $\ell_{n+1} = \sqrt{1 + (\ell_n - 1)^2}$

3) بما أن (ℓ_n) متناقصة ومحدودة من الأدنى بالعدد 1

(من الطلب الأول) فالمتتالية متقاربة ولأي نهاية كل المعادلة $x = f(x)$ أي

$x = \sqrt{1 + (x-1)^2}$

ومنه $x = 1$ أي $\lim_{n \to +\infty} \ell_n = 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner