

ثانياً: حل التعارين الثلاث الآتية: (70 للأول و 70 للثاني و 60 للثالث)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $I =]-\infty, 3]$ وفق: $f(x) = \sqrt{3-x}$.

(1) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $x = 3$ ، واستنتج معادلة مماس الخط C في النقطة $A(3,0)$.

(2) ادرس أطراد التابع f على I .

(3) لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة وفق: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ، أثبت أن $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ أيًا كان العدد

الطبيعي n .

(4) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ واحسب نهايتها.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	كتابة $\frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ ومناقشة النهاية عند $x = 3$	5+5	
2	استنتاج قابلية الاشتقاق أو عدم قابلية الاشتقاق بما ينسجم مع اجابته.	5	
3	$x = 3$ معادلة المماس	5	
4	حساب $f'(x)$ وإيجاد قيمة x التي تعده.	3 لكل خطوة اشتقاق. 2 للإصلاح. 2 لإيجاد الفاصلة التي تعده المشتق. 3 لكل إشارة و 2 لكل سهم موافق.	
5	جدول الأامراد		
6	إثبات صحة الخاصة $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ بالترجيح	3 لإثبات صحة $E(0)$	يمكن أن يثبت الطالب الخاصة المطلوبة عن طريق الرسم، وتوزيع الدرجات على النحو:
		5 لافتراض صحة $E(n)$ وإثبات صحة $E(n+1)$	3 أجزاء $f(x) \geq x$ 1 جزء $x \in]0, 2]$
		2 لمعرفة أن التابع متزايد على المجال (ينالها ضعفاً إذا صور بشكل صحيح)	3 أجزاء $1 < 2$ 2 أجزاء $f(u_n) > u_n$ 3 أجزاء $u_n < 2$ 3 أجزاء $u_{n+1} > u_n$ 1 جزء $\ln u_n < 2$
		5 للتصوير بالتتابع.	
7	تعليق تقارب المتتالية	10	
8	حل المعادلة $f(x) = x$ واستنتاج نهاية المتتالية	5 لكتابة المعادلة 5 لحل المعادلة 5 لاستنتاج النهاية	
	المجموع	70	

رصيد الثاني: في المستوى العقدي، نأخذ المعلم المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، لنكن الأعداد العقدية: $a = -1$ و $b = 1$.

1- الممثلة للنقاط A و B و C على الترتيب.

(1) إذا كانت C صورة A وفق دوران مركزه F وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، أثبت أن العدد العقدي f الممثل للنقطة F هو $f = -\sqrt{3}i$.

(2) اكتب بالشكل الأسّي كلا من العددين العقديين z_1 الممثل للشعاع CF ، و z_2 الممثل للشعاع CB .

(3) اكتب بالشكل الجبري وبالشكل الأسّي العدد العقدي $\frac{b-c}{f-c}$ ، ثم استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	صيغة الدوران	2	
2	تعويض والحساب والوصول لـ $f = -\sqrt{3}i$	20000	- إذا عوض الطاب $f = -\sqrt{3}i$ في صيغة الدوران واستنتج أن صورة A بنال الدرجة المخصصة للخطوة
3	حساب z_1 و z_2 تعويض شكل أسّي وشكل جبري	20000	
4	حساب $\frac{b-c}{f-c}$ تعويض شكل أسّي وشكل جبري	200	بسط ومقام
5	استنتاج $\cos \frac{\pi}{12}$	200	
	المجموع	70	

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $|0, +\infty|$ وفق: $f(x) = \frac{x-1}{x+1} - e^{-x}$.

- (1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها، واكتب معادلة لكل مقارب للخط C .
- (2) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً e, n يقع في المجال $]1, 2|$.
- (3) ارسم كلاً مقارب وجدته، وارسم الخط C .
- (4) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين والمستقيم الذي معادلته $x = 1$.
- (5) أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$ ، أثبت أن $f(n+1) \geq 0$ ، واستنتج أن $e^{n+1} \geq \frac{n+2}{n}$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١	حساب النهايات	٥+٥	إشارة + لسهم منسجم
	حساب المشتق	٥+١٠	
	كتابة جدول التغيرات	٥+٥	
	كتابة معادلة المقارب	٥	
٢	إثبات أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً e, n يقع في المجال $]1, 2 $.	٥	أذا كتب الطالب التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال المعطى فهو مستمر ومتزايد على المجال $]1, 2 $ وتتبع بشكل صحيح بنال درجات المخصصة للخطوة
	التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال المعطى	٥	
	$0 \in f 0, +\infty $	٥	
	$f(2) = \dots > 0$ و $f(1) < 0$	٥+٥	صورة العدد مع الإشارة
٤	رسم الخط + المقارب	٥+٥	
٥	قانون المساحة + تقريب الكسر + تكامل التابع الأول + تكامل التابع الثاني + نتيجة	٢+٣+٣+٣+٤	إنما نسي الطالب إشارة السالب في قانون المساحة تحذف الدرجة المخصصة للقانون.
	التحقق من $f(n+1) \geq 0$	٥+٥	
٦	استنتاج أن $e^{n+1} \geq \frac{n+2}{n}$		
	$n+1 \geq 2$	٣	
	$f(n+1) \geq f(2)$	٢	
	تعويض قيمة $f(2)$	٣	
	النتيجة	٢	

- انتهى السُّلم -

التعريف الثالث: وضعت أربعة أسئلة في مسابقة، لكل سؤال منها خمس إجابات مقترحة، واحدة منها فقط صحيحة. يُجيب متسابق عشوائياً عن هذه الأسئلة الأربعة.

(1) ما احتمال أن يُجيب هذا المتسابق عن السؤال الأول بشكل صحيح؟

(2) نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الإجابات الصحيحة التي يُجيب عنها المتسابق. اكتب قيم المتحول العشوائي X ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه.

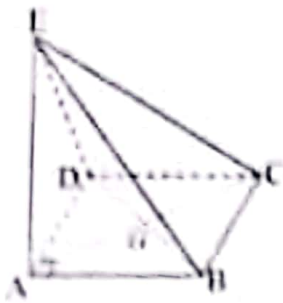
(3) يعدُّ ناجحاً في المسابقة من يُجيب عن ثلاثة أسئلة على الأقل بشكل صحيح، ما احتمال نجاح هذا المتسابق؟

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	ملاحظات
١	حساب احتمال الإجابة عن السؤال الأول	١٠	إذا كتب الطالب $\frac{1}{4} = p$ يخسر الدرجة المخصصة للخطوة.
٢	كتابة قيم المتحول X	١٠ (لكل قيمة ٢)	إذا كتب الطالب: $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ يخسر ٥ أحرار.
٣	حساب التوقع	٥+٥	
	$E(X) = \sum X_i p_i$ أو $E(X) = n.p$ وكذلك حساب التباين (قانون + نتيجة)	٥+٥	
٤	حساب $P(X \geq 3)$		
	$P(X = 3) + P(X = 4)$	٥+٥	
	الحساب	٣+٣	
	النتج	٤	
	المجموع	٦٠	

مسألة الأولى: $EABCD$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته $ABCD$ مربع طول ضلعه 2.

(EA) يعامد المستوى ($ABCD$) و $AE = 4$ ، G نقطة تقاطع قطري المربع $ABCD$.

ولتكن النقطة $M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3\right)$ ، ليكن المعلم المتجانس $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.



(1) عيّن إحداثيات رؤوس الهرم $EABCD$ ، ثم حدّ إحداثيات النقطة G .

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

(3) أثبت أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (EC).

(4) عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة G على المستقيم (EC).

(5) احسب حجم الهرم $MABCD$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١	حساب إحداثيات رؤوس الهرم إحداثيات G	١٥ (جزء لكل إحداثي) ٥+٥	- إذا كتب الطالب إحداثيات G مباشرة ينال الدرجة المخصصة للخطوة.
٢	كتابة التمثيل الوسيطى للمستقيم (EC) حساب مركبات شعاع التوجيه	١٠	
٣	قانون التمثيل الوسيطى: الشكل العام + تعويض إحداثيات النقطة + تعويض مركبات شعاع التوجيه تعويض إحداثيات M في التمثيل الوسيطى للمستقيم (EC)	٥+٥+٥	
٤	تعيين إحداثيات النقطة K إحداثيات النقطة K بدلالة الوسيط.	٥	إذا حل الطالب باستعمال الإتمام لمرجع كامل، وتوزع الدرجات على النحو:
	مركبات الشعاع \vec{GK}	٥	إحداثيات النقطة K = أجزاء
	الجداء السلمي $\vec{GK} \cdot \vec{u}$	٥	المسافة GK بدلالة الوسيط = أجزاء
	حساب قيمة الوسيط	٥	الإتمام إلى مربع كامل = أجزاء
	استنتاج المسقط	٥	إيجاد قيمة الوسيط = أجزاء التعويض = أجزاء
٥	حساب حجم الهرم $MABCD$ لستور الحجم حساب مساحة القاعدة الارتفاع النتج	٥ ٣ ٥ ٢	
	المجموع	١٠٠	

السؤال الثالث: لتكن المجموعة $E = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

(1) كم عدداً مختلف الأرقام، مؤلفاً من ثلاث منازل، يمكن تشكيله من عناصر المجموعة E ؟

(2) كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل، أكبر من 500، يمكن تشكيله من عناصر المجموعة E ؟

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
- إذا كتب الطالب النتيجة 120 مباشرة بنال الدرجة المخصصة للخطوة كاملة.	0404040	$P_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$	1
- إذا كتب الطالب النتيجة 108 مباشرة بنال الدرجة المخصصة للخطوة كاملة.	0404040	$3 \times 6 \times 6 = 108$	2
- في الخطوة الثانية: 1) إذا كتب الطالب $6 \times 6 \times 6$ يخسر 10 أجزاء. 2) إذا كتب الطالب $3 \times 5 \times 4$ يخسر 10 أجزاء. - إذا حل الطالب باستعمال التوافق عدلاً عن الترتيب يخسر الدرجة المخصصة للخطوة. - إذا اعتبر الطالب المجموعة على النحو $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ وتبع الحل بشكل صحيح، يصحح السؤال كاملاً ويخسر 5 أجزاء فقط.	40	المجموع	

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$

(1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اكتب ثلاثي الحدود $x^2 - 10x + 26$ بالصيغة القانونية (بالإتمام إلى مربع كامل).

(3) استنتج معادلة للمقارب المائل للخط C عند $+\infty$

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	الخطوة
	10	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	1
- في الخطوة الثانية لا كتب الطالب $(x-5)^2 + 1$ مباشرة بنال الدرجة المخصصة للخطوة.	10	$x^2 - 10x + 26 = (x-5)^2 + 1$	2
	10	معادلة المقارب التي تتسجم مع حله.	3
	40	المجموع	

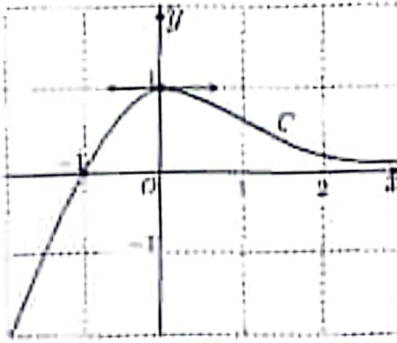
في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، ارسم H مجموعة النقاط $M(x, y)$ التي تحقق المعادلة $\ln(x) + \ln(-y) = 0$.

(2) حل المعادلة $\ln(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
الشرط $y < 0, x > 0$	3+3	إذا رسم الطالب الفرعين ولم يشر إلى الفرع المناسب يخصر 3 أجزاء.
$\ln x(-y) = \ln 1$	5	للخاصة
$-x.y = 1$ ومنه $y = \frac{-1}{x}$	5	الرسم الموافق للشرط
	5	شرط الحل للمعادلة $x > 0$
$x = \frac{x+2}{x}$	5	
$x^2 - x - 2 = 0$	5	
$x = 2$ مقبول و $x = -1$ مرفوض	1+2+1+2	
المجموع	10	

أولاً: أجب عن الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المجاور، C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} .



(1) جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة للمقارب الأفقي للخط C .

(3) عيّن القيمة الحدية محلياً للتابع f ، مبيّناً نوعها.

(4) ما مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) < 0$ ؟

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
- إذا أخطأ الطالب وأغلق المجال عند الصفر يخسر جزء.	٥+٥	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	١
- في طلب القيمة الحدية إذا كتب الطالب $(0, 1)$ يخسر درجة الخطوة.	١٠	$y = 0$	٢
وإذا كتب الطالب: التابع يتبع قيمة حدية كبرى عند الصفر يقال 0 أجزاء فقط.	٥+٥	قيمة كبرى محلياً، $f(0) = 1$	٣
	١٠	$]0, +\infty[$	٤
	٤٠	المجموع	

السؤال الثاني: نتأمل في المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين $A(2, 5, 3)$ و $B(-1, 0, -1)$ ، ومستويًا P يميز بالنقطة

A ويقبل $\vec{u}(1, 1, -2)$ و $\vec{v}(3, -1, -1)$ شعاعين موجبين له.

(1) جد $\overline{AB} \cdot \vec{u}$ و $\overline{AB} \cdot \vec{v}$.

(2) اكتب معادلة للمستوي P .

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
- إذا أخطأ الطالب بمركية أو مركبتين من مركبات الشعاع \overline{AB} يخسر جزء عن كل خطأ منها.	٥	حساب مركبات الشعاع \overline{AB} أو الشعاع \overline{BA}	١
- إذا كتب الطالب الشعاع \overline{AB} وحسب مركبات \overline{BA} بدلاً عنها يخسر جزء فقط.	٢+٨	$\overline{AB} \cdot \vec{u} = 0$	٢
	٢+٨	$\overline{AB} \cdot \vec{v} = 0$	
- في معادلة المستوي إذا عوض الطالب إحداثيات B بدلاً عن A يخسر جزءاً فقط.	٥	معرفة أن \overline{AB} ناطم على المستوي للوصول لمعادلة للمستوي	٣
	٥+٥	وتعويض	
	٤٠	المجموع	