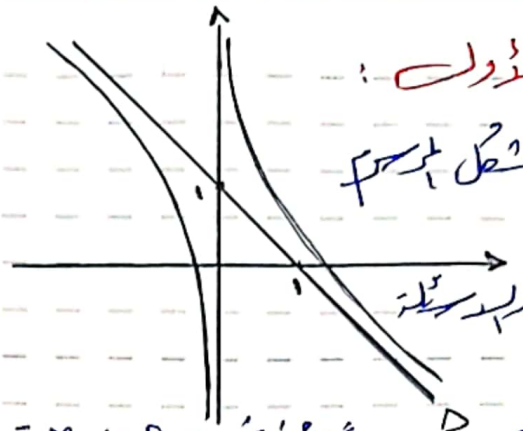
الأستاذ
محمد رسول صباغ

السؤال الأول :

تأمل الشكل المرسوم جانباً .



وأجب عن الأسئلة التالية

أ) حدد D_f

ب) عين كتابة f عند $+\infty$ وعند 0

ج) اكتب معادلات كل مقارب افقي أو شاقولي لـ C

د) " " المقارب المائل لـ C

هـ) ادرس الوضع النسبي لـ C مع كل مقارب وجدته .

السؤال الثاني :

x	1		2		3		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\nearrow$	0

أ) حدد D_f ب) حدد معادلات كل مقارب افقي أو شاقولي .

ج) اعط تفسيراً هندسياً لوجود مقارب مائل

السؤال الثالث :

ليكن لدينا التابع المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق العلاقة

$$f(x) = \frac{2x^2+3x+5}{x}$$

أ) اكتب f بالشكل $f(x) = ax+b+\frac{c}{x}$ حدد a و b و c

ب) حدد معادلة المقارب المائل وادرس الوضع النسبي لـ C مع D .

ج) حدد معادلات كل مقارب افقي أو شاقولي لـ C .

السؤال الرابع :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{9x^2+1}$

أ) اكتب معادلات كل مقارب مائل في جوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي لـ C و D .

السؤال الخامس :

ليكن f تابع معرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{x^2+1} + x$

المطلوب

أ) اثبت أن المستقيم D الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي

ب) هل $y = -2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ علل ذلك ؟ .

السؤال السادس :

ليكن f التابع المعرف وفق $f(x) = x + \frac{2x}{x-1}$

أ) حدد D_f

ب) اثبت أن $x=1$ مقارب شاقولي لـ C

ج) ادرس الوضع النسبي لـ C و D .

السؤال السابع :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق

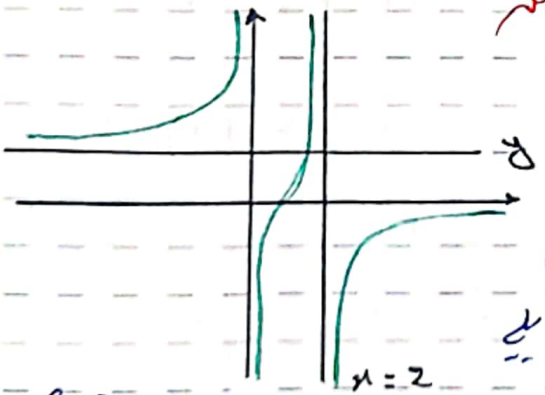
$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

أ) اثبت أن $y = x-1$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي لـ C و D

ج) حدد كل مقارب افقي او شاقولي وجدته .

السؤال الثامن



أ) حدد D_f

ب) احسب كل مما يلي

$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

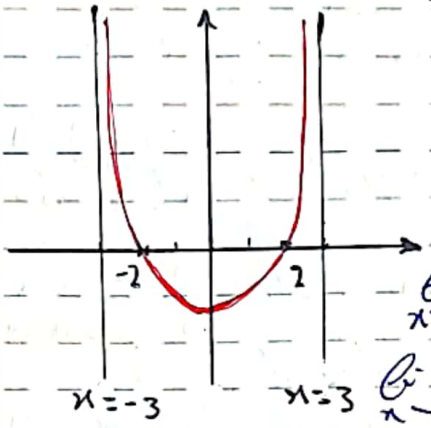
$\lim_{x \to 0^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) =$

ج) جد معادلة مقارب أفقي لـ C_f إن وجد.



السؤال الثالث:

أ) جد D_f

ج) $\lim_{x \to 3^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) =$

ب) اكتب معادلات المقاربات الشاقولية.

السؤال العاشر: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق

$f(x) = \frac{2}{x} - \frac{x}{2}$

أ) جد معادلة المماس (T) لـ C_f والموازي لمنصف الربع الثاني.

ج) جد معادلة مقارب أفقي لـ C_f.

السؤال الحادي عشر:

x	$-\infty$		-1		0		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	-1	↗	2	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	-3

أ) جد مجموعة تعريف f.

ب) جد معادلات مقاربات C_f الأفقية والشاقولية إن وجدت.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الأول :

أ) $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

ب) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

ج) $x = 0$ معادلة مستقيم تقارب شاقولي .

د) المعادلة المارة بالنقطتين $(0,1)$ $(1,0)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-0}{0-1} = -1$

$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow$

$y - 1 = -1(x - 0) \Rightarrow$

$\therefore y = -x + 1$

هـ)

$x \in]-\infty, 0[$ ، f متناقصة تماماً .

$x \in]0, +\infty[$ ، f متزايدة تماماً .

السؤال الثاني :

أ) $D_f =]-\infty, 1[\cup]1, 3[\cup]3, +\infty[$

ب) $x = 1$ معادلة مستقيم تقارب شاقولي

$x = 3$ " " "

$y = 0$ " " أفقي

ج) ليس هناك أي مماس لمنحنى f يوازي محور السينات لعدم وجود $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$

السؤال الثالث :

أ) نجري القسمة الإقليدية .

$$\begin{array}{r|l} 2x+3 & \\ \hline x & 2x^2+3x+5 \\ & -2x^2 \\ \hline & 3x+5 \\ & \frac{3x}{5} \end{array}$$

$f(x) = 2x + 3 + \frac{5}{x}$

بما أن $y = 2x + 3$ معادلة مستقيم مقارب مائل لمنحنى f بجوار $+\infty$ و $-\infty$

$\lim_{x \to +\infty} (f - y) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{5}{x}\right) = 0$

$f - y_0 = \frac{5}{x}$ ، $x > 0$ ، f متزايدة تماماً على $]0, +\infty[$

$x < 0$ ، f متناقصة تماماً على $]-\infty, 0[$

$x = 0$ معادلة مستقيم تقارب شاقولي لأن $\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{5}{0} = \infty$

السؤال الرابع :

$f(x) = \sqrt{9x^2 + 1}$

$y = 3|x|$

$y = 3x$ في جوار $+\infty$

$f - y_0 = \sqrt{9x^2+1} - 3x$

نضرب بالمرافق .

$= \frac{1}{\sqrt{9x^2+1} + 3x} > 0$

f متزايدة تماماً على $]0, +\infty[$.

السؤال الخامس :

$f(x) - y_0 = \sqrt{x^2+1} + x - 2x$

$= \sqrt{x^2+1} - x$

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_0) = \infty - \infty$ نضرب بالمرافق

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = 0$

نأخذ $y = 2x$

مستقيم مقارب مائل في جوار $+\infty$

$f(x) - y_0 = \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} > 0$

f متزايدة تماماً على $]0, +\infty[$.

ج)

$f - y_0 = \sqrt{x^2+1} + 3x = \infty - \infty$

$\lim_{x \to -\infty} (f - y) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2+1-9x^2}{\sqrt{x^2+1} - 3x}\right) \neq 0$

نأخذ $y = -2x$

ليس مستقيم مقارب مائل في جوار $-\infty$

السؤال السادس :

أ) $D_f = [0, 1[\cup]1, +\infty[$

$f - y_0 = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\lim_{x\to+\infty}(f-y_\Delta)=0$

$x=2$ مقارب شاقولي

$\lim_{x\to+\infty}$ سالب $+\infty$

$f-y_\Delta=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ ⊕

$0<x<1$ $f-y_\Delta<0$ (C_f) تحت Δ

$x>1$ $f-y_\Delta>0$ (C_f) فوق Δ

السؤال السادس :

$D_f=]-3,3[$

$\lim_{x\to3^+}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to3^-}f(x)=+\infty$

$x=3$ مقارب شاقولي

$x=-3$ " "

السؤال السابع :

$f-y_\Delta=\frac{x^2}{x+1}-(x-1)$

$=\frac{x^2-(x-1)(x+1)}{x+1}$

$=\frac{x^2-x^2+1}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

$\lim_{x\to+\infty}(f-y_\Delta)=0$

$x=-1$ مقارب مائل معادلته $y=x-1$

$\lim_{x\to-1}$ سالب $+\infty$

$f-y_\Delta=\frac{1}{x+1}$

$x>-1$ $f-y_\Delta>0$ (C_f) فوق Δ

$x<-1$ $f-y_\Delta<0$ (C_f) تحت Δ

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to-1}f(x)=\frac{1}{0}=\infty$

$x=-1$ مقارب شاقولي

السؤال الثامن :

$f(x)=-\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$

$y=-\frac{1}{2}x$ مقارب مائل لـ (C_f)

$\lim_{x\to+\infty}(f-y_\Delta)=\lim_{x\to-\infty}(\frac{2}{x})=0$

$f-y_\Delta=\frac{2}{x}$

$x>0$ $f-y_\Delta>0$ (C_f) فوق Δ

$x<0$ $f-y_\Delta<0$ (C_f) تحت Δ

$\lim_{x\to0}f(x)=\frac{2}{0}=\infty$

$x=0$ مقارب شاقولي

السؤال التاسع :

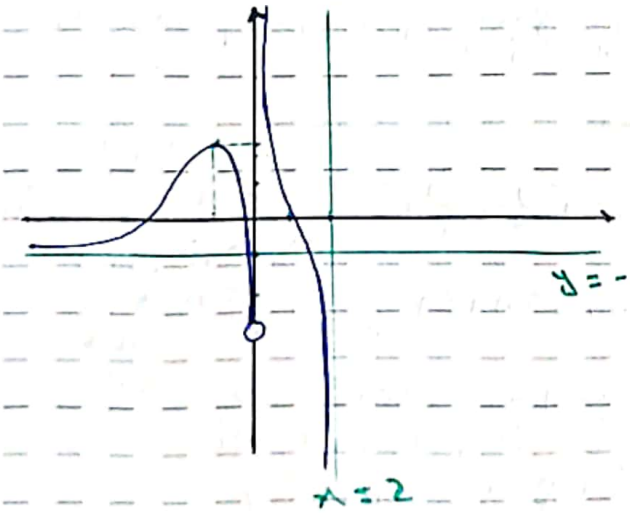
$D_f=]-\infty,0[\cup]0,2[\cup]2,+\infty[$

$y=-1$ مقارب أفقي

$x=0$ " شاقولي

$x=2$ " شاقولي

نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب $(0,-3)$



السؤال العاشر :

$D_f=]-\infty,0[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=1$

$\lim_{x\to0^+}f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to0^-}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to2^+}f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to2^-}f(x)=+\infty$

$x=0$ مقارب شاقولي

$x=2$ " "

$y=1$ مقارب أفقي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner