

أتمتة منهاج رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الثاني: الوحدة الثانية

الجداء السلمي في الفراغ

إشراف المهندس: عبد الحميد السيد


كتابة:


م. مهند حرقة م. عماد كزرو م. أمين الحايك


تنسيق وإخراج: م. أمين الحايك


التدقيق العلمي واللغوي


محمد الدين إسماعيل	مروان بركة	أحمد أبو نوت	خالد الحداد
محمد السيد علي	حسام قاسم	يوسف منصور	زينب يوسف
نادر أبوراس	فادي الحمد	هيثم ديوب	زكي طحاوي
محمد زين جعور	صفوح الأفندي	عامر سيو	مصطفى الرزوق
مهند حرقة	علي جمول	محمد العيسى	بشار كعاز
فادي طنوس	صلاح سالم	عبد السلام حسن	آدار كلابدون

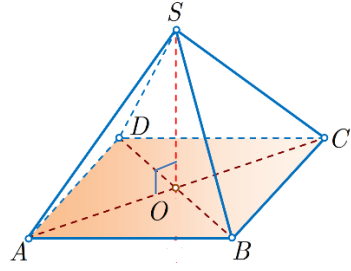

<p>1 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعرف $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. إن قيمة الجداء $\vec{u} \cdot \vec{v}$ تساوي:</p>							
A	-14	B	-13	C	$\frac{17}{2}$	D	$-\frac{7}{2}$
E	$-\frac{11}{2}$						
إعداد: م آدار كلابدون							

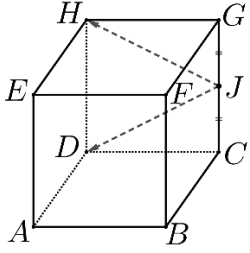

<p>2 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. إن معادلة المستقيم Δ المار بالنقطة $A(5,3)$ والعمود على المستقيم $d: 2x + 5y - 5 = 0$ تعطى بالشكل:</p>							
A	$5x + 2y = 19$	B	$2x + 5y = 25$	C	$5x + 2y = 40$		
D	$5x - 2y = 19$	E	$x - 5y + 5 = 0$	إعداد: م مصطفى قجة			
إعداد: م مصطفى قجة			كتابة وتنسيق: م مهند حريقة				


<p>3 في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط A و B و C و D نُحقق $AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2 = \alpha \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$ فإن قيمة α التي تحقق العلاقة السابقة هي:</p>							
A	2	B	1	C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{1}{3}$
E	-2						
إعداد: م براءة السماعيل							


في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقطة $A(-2,4)$. إن بعد النقطة A عن المستقيم $d: 2x + y - 5 = 0$ هو:									4
$\frac{3}{\sqrt{5}}$	E	$\frac{2}{\sqrt{5}}$	D	5	C	$\sqrt{5}$	B	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	A
									معرفة
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م شذى مقداد				


إذا علمت أن نظيم \vec{u} يساوي 5 ونظيم \vec{v} يساوي 3 وأن $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$. فإن قيمة المقدار $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - 3\vec{v})$ تساوي :									5
-4	E	-2	D	6	C	8	B	4	A
									معرفة
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م محسن الحسين				


									6
هرم $S - ABCD$ قاعدته مربع، ورأسه S وطول كل حرف من حروفه وأضلاع قاعدته هو (a) . إن قيمة الجداء السلمي $\vec{SA} \cdot \vec{AC}$ تساوي :									
0	E	$-a^2$	D	a^2	C	$-\frac{a^2}{2}$	B	$\frac{a^2}{2}$	A
									معرفة
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م صفاء فزق				


 <p>$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه a والنقطة J هي منتصف $[CG]$ إن الجداء $\vec{JH} \cdot \vec{JD}$ يساوي:</p>		7								
$\frac{5}{4}a^2$	E	0	D	$-\frac{a^2}{4}$	C	$\frac{3}{4}a^2$	B	a^2	A	
										نموذج
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م خضر سيفو					

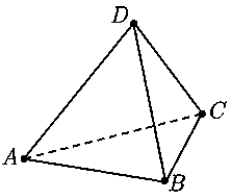

<p>في معلم متجانس $(0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. لدينا الشعاعان $\vec{u}(\alpha, 2\alpha, \frac{1}{2})$, $\vec{v}(\sqrt{3}, \frac{1}{3}, 2)$. إن قيمة α التي تجعل الشعاعين \vec{u}, \vec{v} متعامدان هي:</p>		8								
$\frac{2 - 3\sqrt{3}}{3}$	E	$\frac{-3}{3\sqrt{3} + 2}$	D	$\frac{3}{3\sqrt{3} - 2}$	C	$\frac{3\sqrt{3} + 2}{3}$	B	$\frac{3}{3\sqrt{3} + 2}$	A	
										نموذج
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م خالد الحداد					

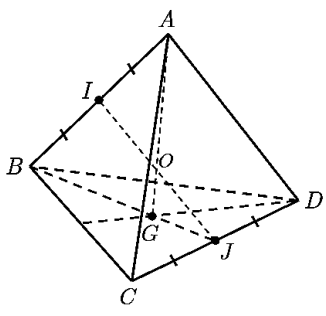

<p>إذا علمت أن أطوال الأشعة \vec{u} و \vec{v} و $\vec{u} + \vec{v}$ هي بالترتيب 6 و 8 و 10. فإن قيمة الجداء $\vec{u} \cdot \vec{v}$ هي:</p>		9								
4	E	0	D	1	C	-5	B	-1	A	
										نموذج
كتابة وتنسيق : م مهند حريقة					إعداد : م محمد جمال الخطيب					

10	نتأمل الشعاعين \vec{u} و \vec{v} ولنفترض أن $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ متعامدان . عندها يكون:								
A	$\ \vec{u}\ = \ \vec{v}\ ^2$	B	$\ \vec{u}\ ^2 = \ \vec{v}\ $	C	$\ \vec{u}\ = 2\ \vec{v}\ $	D	$\ \vec{u}\ = \ \vec{v}\ $	E	$\ \vec{v}\ = 2\ \vec{u}\ $
									
إعداد : م طالب أسعد					كتابة وتنسيق : م مهند حريقة				

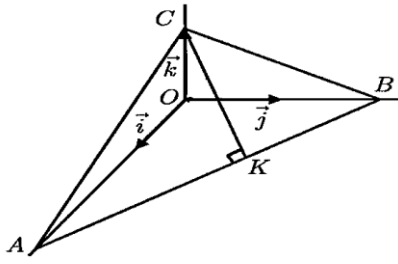
11	في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعرف المستويين: $P: x - y + z = 0$ $Q: x - y + z - 3 = 0$ إن المستويين P و Q هما مستويان :								
A	متوازيان وغير منطبقين	B	منطبقان	C	مقاطعان بمستقيم وغير متعامدين	D	مقاطعان في نقطة فقط	E	مقاطعان بمستقيم ومتعامدان
									
إعداد : م نور الدين صندفي					كتابة وتنسيق : م عماد كزو				

12	نتأمل في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(5, -3, 4)$ والمستوي P الذي معادلته: $P: 2x - y + 3z = 5$ عندئذ فإن بعد النقطة A عن المستوي P يساوي:								
A	$\frac{16\sqrt{14}}{7}$	B	$\frac{3\sqrt{14}}{14}$	C	$\frac{10\sqrt{14}}{7}$	D	$\frac{25}{\sqrt{14}}$	E	$\frac{14\sqrt{10}}{7}$
									
إعداد : م مازن الزعبي					كتابة وتنسيق : م عماد كزو				

	<p>$ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه a عندئذ $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ يساوي :</p>							13		
	$-a^2$	E	$-\frac{a^2}{2}$	D	$\frac{a^2}{2}$	C	0		B	a^2
										نموذج الحل
كتابة وتنسيق : م عماد كزو					إعداد : م رزان البديوي					

	<p>في رباعي الوجوه المنتظم $ABCD$ إذا كانت G مركز ثقل المثلث BCD وكانت I نقطة منتصف الحرف AB وكانت J نقطة منتصف الحرف CD ، فإن النقطة O نقطة تقاطع IJ مع المتوسط AG ، تقسم AG بنسبة $\frac{AO}{AG}$ تساوي :</p>							14		
	$\frac{2}{5}$	E	$\frac{3}{4}$	D	$\frac{3}{5}$	C	$\frac{2}{3}$		B	$\frac{1}{3}$
										نموذج الحل
كتابة وتنسيق : م عماد كزو					إعداد : م طه عامر					





نتأمل رباعي الوجوه $OABC$ ثلاثي الزوايا القائمة عند رأسه O

إذا كان $OA = 3$, $OB = 2$, $OC = 1$

ولتكن النقطة K المسقط القائم للنقطة C على المستقيم AB

وتحقق : $\overrightarrow{AK} = t \cdot \overrightarrow{AB}$ عندئذ فان قيمة t تساوي

15

 $\frac{5}{13}$

E

 $\frac{9}{13}$

D

 $\frac{12}{13}$

C

 $\frac{4}{9}$

B

 $\frac{5}{9}$


A





نحو الحل


كتابة وتنسيق : م عماد كزو


إعداد : م نادر أبو راس

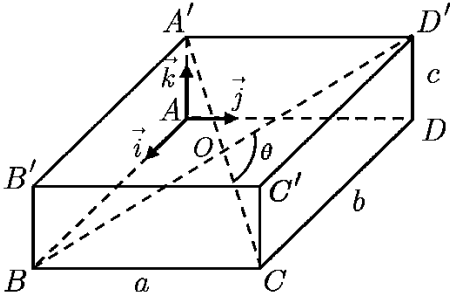
ليكن لدينا ABCDA'B'C'D' مكعباً طول حرفه a ، ولتكن النقطة H هي المسقط القائم للرأس B على المستقيم (AC) ، فإن إحداثيات النقطة H في المعلم المتجانس $(D', \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ هي:							16		
$(\frac{1}{3}a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a)$	E	$(a, \frac{1}{4}a, \frac{3}{4}a)$	D	$(\frac{2}{3}a, \frac{1}{3}a, \frac{2}{3}a)$	C	$(\frac{2}{3}a, a, \frac{1}{3}a)$	B	$(\frac{1}{3}a, \frac{1}{3}a, \frac{1}{3}a)$	A
									
كتابة وتنسيق : م عماد كزو					إعداد : م ريم فطامة				

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $B(-1,3,5)$ ، $A(2, -1,0)$ والمستوي P الذي يقبل المعادلة: $2x - 3y + z - 5 = 0$ عندئذ فإن المستقيم (AB) يقطع المستوي P بالنقطة:							17		
$(\frac{-20}{13}, \frac{5}{13}, \frac{10}{13})$	E	$(\frac{20}{13}, \frac{-5}{13}, \frac{10}{13})$	D	$(\frac{20}{13}, \frac{5}{13}, \frac{-10}{13})$	C	$(\frac{-20}{13}, \frac{5}{13}, \frac{-10}{13})$	B	$(\frac{32}{13}, \frac{-21}{13}, \frac{10}{13})$	A
									
كتابة وتنسيق : م أمين الحايك					إعداد : م موسى حجيج / أبو نزار				

في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتين $A(1, -1, 2)$ و $B(2, 0, 4)$ والمستوي $P: x - y + 3z - 4 = 0$ معادلة المستوي Q العمودي على P والمار من النقطتين A و B هي :			18
$Q: 4x + y - z - 1 = 0$	B	$Q: 3x + y - 2z + 2 = 0$	A
$Q: -5x + y + 2z + 2 = 0$	D	$Q: 5x + 2y - z - 6 = 0$	C
$Q: -4x + 2y + z + 4 = 0$			E
			نحو الحل
إعداد: م رياض الحسين		كتابة وتنسيق: م عماد كزو	

في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتين $A(x, 5, 3)$ و $B(-1, y, -1)$ والمستوي P الذي يقبل الشعاعين $\vec{u}(1, 1, -2)$, $\vec{v}(3, -1, -1)$ شعاعين موجهين . يكون المستقيم (AB) عمودي على المستوي P عندما تكون قيم x و y :			19
$x = -1$ $y = 0$	E	$x = 2$ $y = -1$	D
$x = 2$ $y = 0$	C	$x = 1$ $y = 2$	B
$x = 2$ $y = 1$	A		
			نحو الحل
إعداد: م أحمد الكلش		كتابة وتنسيق: م عماد كزو	

<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ تتأمل النقاط $C(1,5,5)$, $B(0,0,1)$, $A(1,2,0)$ عندئذ فإن إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة $D(-11,9,-4)$ على المستوي (ABC) هي:</p>								نوع الحل	
$(-4,1,-2)$	E	$(1,-4,2)$	D	$(4,2,1)$	C	$(2,4,-1)$	B		$(-2,-4,1)$
								نوع الحل	
<p>إعداد : م صفوح الأفندي</p>				<p>كتابة وتنسيق : م أمين الحايك</p>					

<p>لدينا المعلم المتجانس $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ في متوازي المستطيلات $ABCD A' B' C' D'$ الذي يتقاطع قطراه $[CA']$ و $[BD']$ في النقطة O، نضع $DD' = c$ و $CD = b$ و $BC = a$ و $\theta = \widehat{COD'}$ فإن $\cos \theta$ يساوي:</p>								نوع الحل	
$\frac{-a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$	E	$\frac{-a^2 + b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$	D	$\frac{a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$	C	$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$	B		$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$
								نوع الحل	
<p>إعداد : م أمجد شاليش</p>				<p>كتابة وتنسيق : م أمين الحايك</p>					

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه:

$$BC = CG = 1 \text{ و } AB = 2$$

والنقطة I منتصف $[AB]$

فإذا علمت أن معادلة المستوي (IFH) في المعلم

$$\left(A; \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE} \right)$$

$$\text{هي: } x + 2y - z - 1 = 0$$

وأن a تمثل بعد النقطة G عن (IFH)

وأن b تمثل بعد النقطة G عن المستقيم (IH) عندئذ يكون:

22

$$b = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

E

$$b = \sqrt{6}a$$

D

$$b = \frac{a}{2}$$

C

$$b = 2a$$


B


$$b = a$$


A


نحو الحل




<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,-1)$ والمستويين Q و P</p> <p>$Q: 3x + z - 1 = 0$, $P: x - y + z = 0$</p> <p>عندئذ بُعد النقطة A عن المستقيم (d) الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين Q و P يساوي:</p>									23
14	E	$3\sqrt{\frac{5}{7}}$	D	$\sqrt{\frac{5}{7}}$	C	$\frac{45}{7}$	B	$\frac{3}{7}$	A
									
إعداد: م عبد السلام غازي حسن					كتابة وتنسيق: م أمين الحايك				


<p>في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطة $A(2,1,2)$</p> <p>والمستويين المتعامدين: $P: x + y - 2z - 1 = 0$ و $Q: x + y + z = 0$</p> <p>عندئذ بُعد A عن المستقيم Δ الفصل المشترك للمستويين Q و P هو:</p>									24
$\sqrt{6}$	E	$\sqrt{3}$	D	$2\sqrt{3}$	C	9	B	3	A
									
إعداد: م فادي المحمد					كتابة وتنسيق: م أمين الحايك				

$P: x - 2y + 3z - 5 = 0$: Q و P نعرف المستويين $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ في معلم متجانس			25		
$Q: x + y + z + 1 = 0$					
وليكن المستقيم (d) فصلهما المشترك تمثله مجموعة النقاط M وفق:					
$M(-\frac{5}{3}z, \frac{2}{3}z - 2, z)$	C	$M(-\frac{5}{3}z + 1, \frac{2}{5}z - 2, z)$	B	$M(3z, 2z - 2, z)$	A
$M(-5z, 2z - 6, z)$			E	$M(z - 1, 3z - 2, z)$	D
					نموذج الحل
كتابة وتنسيق : م عماد كزو				إعداد : م محمد ملاذ الفقير	


$r = \sqrt{3}$ ونصف قطرها $(0, 5, -1)$ إن معادلة الكرة التي مركزها $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ في معلم متجانس			26		
$x^2 + (y + 5)^2 + (z - 1)^2 = 3$	B	$x^2 + (y + 1)^2 + (z - 5)^2 = 3$		A	
$x^2 + (y + 5)^2 + (z + 1)^2 = \sqrt{3}$	D	$x^2 + (y - 5)^2 + (z + 1)^2 = 3$	C		
$x^2 + (y - 5)^2 + (z + 1)^2 = \sqrt{3}$			E		
					نموذج الحل
كتابة وتنسيق : م أمين الحايك				إعداد : م ورود حسينو	




27 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2z + 26 = 0$ تمثل:			
A	كرة مركزها $(5, 0, -1)$	B	مجموعة خالية
D	نقطة وحيدة $(5, 0, -1)$	E	كرة مركزها $(-5, 0, 1)$
			
إعداد: م أحمد صالح		كتابة وتنسيق: م أمين الحايك	

28 في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2, 1, 2)$ و $B(-2, 0, 2)$ إن المجموعة \mathcal{E} المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق: $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ تعطى بالعلاقة:			
A	$x^2 + y^2 + z^2 - y - 4z = 0$	B	$x^2 + y^2 + z^2 + y + 4z = 0$
C	$x^2 + y^2 + z^2 + 2y - z = 0$	D	$x^2 + y^2 + z^2 - y + 2z = 0$
E	$x^2 + y^2 + z^2 + y + 2z = 0$		
			
إعداد: م زكي محمود طحاوي		كتابة وتنسيق: م أمين الحايك	



29			في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطة $A(2, -2, 2)$ والمستوي: $P: x + 2y + 3z = 5$ عندئذ تكون معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P	
$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{14}$	B	$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 14$	A	
$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{\sqrt{14}}$	D	$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = \frac{1}{14}$	C	
			$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{1}{14}$	E
			ب ج	
كتابة وتنسيق : م أمين الحايك		إعداد : م حيدرة زعيبة		

30			في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1, 1, 1)$ و $B(0, -1, -1)$ إن طبيعة المجموعة \mathcal{E} المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق: $MA = 2MB$ تمثل:	
كرة مركزها $(\frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3})$ ونصف قطرها $r = 4$	B	كرة مركزها $(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3})$ ونصف قطرها $r = 2$	A	
مجموعة خالية	D	كرة مركزها $(\frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3})$ ونصف قطرها $r = 2$	C	
			نقطة وحيدة $(\frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3})$	E
			ب ج	
كتابة وتنسيق : م أمين الحايك		إعداد : م هاني الحسن		

<p>نتأمل نقطتين مختلفتين A و B في الفراغ، وعددًا حقيقيًا $k \in]0, +\infty[\setminus \{1\}$</p> <p>نعرف \mathcal{E}_k مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق الشرط: $AM = k \cdot BM$</p> <p>ولتكن I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1)$, (B, k) و J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1)$, $(B, -k)$</p> <p>عندئذ المجموعة \mathcal{E}_k تمثل:</p>				31
A	B	C	[IJ] القطعة المستقيمة	
D	E	النقطتان I و J		
				
إعداد: م عبد الرحمن الحصني		كتابة وتنسيق: م أمين الحايك		

