

أتمتة تمارين رياضيات البكالوريا السورية

الجزء الأول : الوحدة الثانية

النهايات والاستمرار




إشراف المهندس : عبد الحميد السيد




كتابة وتنسيق




المهندس حسام قاسم




التدقيق العلمي واللغوي




محى الدين إسماعيل	مروان بركة	عبد الحميد السيد	محمد السيد علي	حسام قاسم
خالد الحداد	هيثم ديوب	بشار كنعان	صفوح الأفندي	زينب يوسف
نادر أبو راس	فادي محمد	يوسف منصور	زكي طحاوي	عامر سيو
محمد زين جرور	فادي طنوس	أمين حايك	مصطفى الرزوق	مهند حريقة
علي جمول	محمد العيسى	عبد السلام حسن	صلاح سالم	آدار كلابدون

1	نعلم أن نهاية التابع : $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$ المعرف على $R \setminus \{1\}$ عند $+\infty$ هي 5 عندها أصغر قيمة للعدد A التي تحقق الشرط أيًا كان $x > A$ كان $f(x) \in]4,9,5,1[$ هي :								
A	39	B	41	C	38	D	43	E	45
نحو الحل									
إعداد: م. زكي محمود طحاوي	الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				
2	نهاية التابع f المعرف على المجال $[1, +\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{x}$ عند $+\infty$ تساوي :								
A	$+\infty$	B	0	C	$-\infty$	D	-1	E	1
نحو الحل									
إعداد: م. منال وردة	الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				
3	ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ عندئذ $f(x)$ يكتب بالشكل :								
A	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$	B	$f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$	C	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$				
D	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}$	E	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}$						
نحو الحل									
إعداد: م. مازن الزعبي	الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				




4	ليكن f التابع المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ تساوي :									
A	$-\frac{2}{3}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$-\frac{1}{3}$	D	$\frac{2}{3}$	E	0	
نحو الحل				إعداد: م. أحمد كلش			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم
5	ليكن f التابع المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ عندها : $f(f(x))$ يساوي :									
A	$\frac{-x+6}{3x+11}$	B	$\frac{-x+9}{3x+11}$	C	$-\frac{x+9}{3x+11}$	D	$\frac{x-3}{x+5}$	E	$\frac{-x-3}{x+5}$	
نحو الحل				إعداد: م. صفاء قزق			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم
6	f تابع يحقق : $\frac{3x+7}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{3x+\cos x}{x}$ أيًا كان $x > 1$ فإن نهاية f عند $+\infty$ تساوي :									
A	$-\infty$	B	$+\infty$	C	3	D	6	E	غير موجودة	
نحو الحل				إعداد: م. أحمد ذياب الرفاعي			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم




7	ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = 2x + \sin^2 x$ عند دراسة نهاية f عند $-\infty$ نجد أنها تساوي :								
A	2	B	0	C	$+\infty$	D	$-\infty$	E	-2
نحو الحل									
	إعداد: م.طالب أسعد			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		
8	ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على R^* وفق : $f(x) = \frac{x^2 + 2 + \sin x}{x}$ يقبل C_f مقارباً مائلاً عند $+\infty$ معادلته :								
A	$y = -x$	B	$y = x$	C	$y = x + 2$	D	$y = 2x$	E	$y = -x + 2$
نحو الحل									
	إعداد: م.جمال الخليل			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		
9	ليكن التابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ عند دراسة نهاية f عند $+\infty$ نجد أنها تساوي								
A	$-\infty$	B	1	C	0	D	$+\infty$	E	3
نحو الحل									
	إعداد: م. فيصل علي الخليل			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم		


$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos^2 \left(\pi \times \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right)$ تساوي :								10	
1	E	$+\infty$	D	0	C	-1	B	$-\infty$	A
									نحو الحل
إعداد: م . ناريمان الخضر			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{4\}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 4}$ إن C يقبل مقارباً مائلاً في جوار $+\infty$ معادلته $y = ax + b$ حيث :									11
$a = 2, b = 1$	E	$a = -2, b = 1$	D	$a = 2, b = -1$	C	$a = 1, b = 2$	B	$a = -1, b = 2$	A
									نحو الحل
إعداد: م . حسن آصف سليمان			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{-1\}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{x^3 - 3x - 5}{(x + 1)^2}$ فإن خطه البياني يقبل مقارب مائل معادلته :									12
$y = -2x + 1$	E	$y = x + 2$	D	$y = x - 2$	C	$y = 2x - 1$	B	$y = -x + 2$	A
									نحو الحل
إعداد: م. فاطمة شهابي			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			



$f(x) = \frac{x^2 + \frac{5}{2}x + \sqrt{x} + 1}{2x + 1}$ ليكن التابع f المعرف على $[0, +\infty[$ وفق : فإن معادلة المقارب المائل لخطه البياني C هي										13
$y = \frac{1}{2}x - 1$	E	$y = x - \frac{1}{2}$	D	$y = \frac{1}{2}x + 1$	C	$y = 2x + 1$	B	$y = -\frac{1}{2}x - 1$	A	 نحو الحل
إعداد: م. ريم فطامة			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				
ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{1 - \cos x}$ إن مقصور هذا التابع على المجال $[0, \pi]$ هو :										14
$g(x) = 2\cos x$	E	$g(x) = \sqrt{2}\sin x$	D	$g(x) = 2\cos \frac{x}{2}$	C	$g(x) = 2\sin \frac{x}{2}$	B	$g(x) = \sqrt{2}\sin \frac{x}{2}$	A	 نحو الحل
إعداد : م. محسن القصير			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				
ليكن لدينا التابع f المعرف على $]-\pi, \pi[\setminus \{0\}$ وفق : $f(x) = \frac{\cos(3x) - \cos x}{x \cdot \sin x}$ عند البحث عن نهاية هذا التابع عند الصفر نجد أنها تساوي :										15
غير موجودة	E	0	D	1	C	$+\infty$	B	-4	A	 نحو الحل
إعداد: م غيث شمسو			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				



16	ليكن لدينا التابع f المعرف على R^* وفق : $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$ عند البحث عن نهاية هذا التابع عند $+\infty$ نجد أنها :								نحو الحل	
A	$+\infty$	B	0	C	غير موجودة	D	-1	E		1
إعداد : م. باسل سطة		الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم					
17	ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 1}$ يقبل C_f مقارباً مائلاً عند $+\infty$ معادلته :								نحو الحل	
A	$y = \sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2}}{4}$	B	$y = \sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{4}$	C	$y = 2x + \frac{1}{2}$	D	$y = -\sqrt{2}x + \frac{1}{4}$	E		$y = -2x - \frac{1}{2}$
إعداد : م. رزان البديوي		الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم					
18	ليكن لدينا التابع f المعرف على $R \setminus \{-3, 3\}$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2-9}$ إن $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ تساوي :								نحو الحل	
A	$-\infty$	B	$+\infty$	C	0	D	3	E		-2
إعداد : م. عمر إبراهيم		الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم					



<p>19 ليكن لدينا التابع f المعرفة على $R \setminus \{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$ إن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي :</p>									19
0	E	2	D	$\frac{2}{3}$	C	$\frac{4}{3}$	B	1	A
									نحو الحل
إعداد : م. نور الدين صندفي			الجواب :			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
<p>20 ليكن لدينا التابع f المعرفة على $[1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي :</p>									20
2	E	1	D	0	C	$-\infty$	B	$+\infty$	A
									نحو الحل
إعداد : م. محمد جمال الخطيب			الجواب :			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
<p>21 ليكن لدينا التابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x}$ ويحقق : $\frac{1}{5} \leq f(x) \leq 1$ عندئذ تكون :</p> <p style="text-align: right;">$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{3 + 2 \sin x}$</p>									21
0	E	$+\infty$	D	$-\infty$	C	-1	B	1	A
									نحو الحل
إعداد : م. صفوح الأفندي			الجواب :			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			

<p>ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x}$ عندئذ فإن التابع f محدود وفق :</p>								22	
$\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 2$	E	$0 \leq f(x) \leq \frac{1}{5}$	D	$0 \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$	C	$\frac{1}{5} \leq f(x) \leq 1$	B	$1 \leq f(x) \leq 5$	A
									نحو الحل
إعداد : م. محسن الحسون			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
<p>ليكن لدينا التابع f المعرف على $R \setminus \{-1, 2\}$ وفق : $f(x) = \frac{3x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$ عند كتابة f بالصيغة $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$ فإن الثلاثية (a, b, c) هي :</p>								23	
$(3, 1, 8)$	E	$(-3, 1, -8)$	D	$(-3, 1, 8)$	C	$(3, 1, -8)$	B	$(3, -1, 8)$	A
									نحو الحل
إعداد: م. حسين رشيد			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
<p>ليكن لدينا التابع f المعرف على $]\frac{2}{3}, 2[\cup]2, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{2 - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{2x+5} - 3}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ تساوي :</p>								24	
$\frac{3}{2}$	E	$\frac{1}{2}$	D	$-\frac{3}{2}$	C	$-\frac{9}{4}$	B	$-\frac{27}{8}$	A
									نحو الحل
إعداد: م. أدار كلابدون			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			



<p>25 إن نهاية التابع f عند $a = 0$ حيث $f(x) = \frac{x \cdot \sin x}{1 - \cos x}$ هي :</p>									
A	0	B	$+\infty$	C	2	D	-2	E	1
									
إعداد : م. خالد أحمد شوقي الحداد			الجواب :			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			
<p>26 ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعروف بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$ إذا علمت أن C_f تقاربان معادلتاهما $x - 3 = 0$ و $y = 2x - 5$ ويمر بالنقطة $A(1,2)$ فإن قيمة الأعداد الحقيقية (d, c, b, a) على الترتيب هي :</p>									
A	$(-3, -10, -5, 2)$	B	$(3, 2, -5, 2)$	C	$(3, 2, 5, -2)$	D	$(3, -15, -5, 2)$	E	$(3, -10, -5, 2)$
									
إعداد : م. نادر أبو راس			الجواب :			كتابة وتنسيق : المهندس حسام قاسم			


<p>27 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-1, 1\}$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{x^2 - 1}$ عندئذ C ثلاث مقاربات معادلاتها :</p>									
<p>$x = -1, x = 1, y = 1$</p>	<p>C</p>	<p>$x = 1, y = 1, y = -1$</p>	<p>B</p>	<p>$x = -1, x = 0, y = 1$</p>	<p>A</p>				
		<p>$x = -1, x = 1, y = 2$</p>	<p>E</p>	<p>$x = -1, y = -1, y = 1$</p>	<p>D</p>				
									
<p>إعداد : م. ابتسام عيسى</p>		<p>الجواب :</p>		<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>					
<p>28 ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 4}$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax) = b$ فإن قيمة العددين الحقيقيين a و b هي</p>									
<p>$a = -1$ $b = -2$</p>	<p>E</p>	<p>$a = -1$ $b = 2$</p>	<p>D</p>	<p>$a = -1$ $b = -1$</p>	<p>C</p>	<p>$a = 1$ $b = 1$</p>	<p>B</p>	<p>$a = 1$ $b = -1$</p>	<p>A</p>
									
<p>إعداد : م. عبد الرزاق فسوات</p>		<p>الجواب :</p>		<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>					

29	ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$ عندئذ $f(R)$ (المستقر الفعلي للتابع f) هو :								
A	[0,1]	B	[0,1[C]0,1]	D]0,1[E	R
نحو الحل									
	إعداد : م. سومر سليمان		الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
30	ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1}}{x} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$ إن قيمة m التي تجعل f مستمر على R هي :								
A	1	B	-1	C	0	D	$\frac{1}{2}$	E	2
نحو الحل									
	إعداد : م. داود صافي		الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			


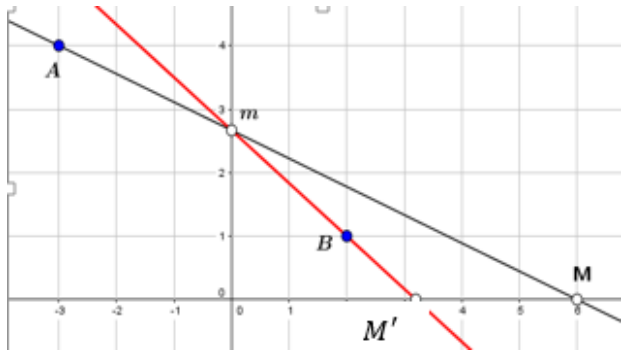

31	ليكن لدينا التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$ إن قيمة m التي تجعل f مستمراً عند الصفر هي :									
A	1	B	-1	C	0	D	2	E	-2	
										
إعداد: م. نور المدني			الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
32	ليكن f التابع المعرف على $[0,2]$ وفق : $f(x) = x - E(x)$ حيث يرمز لـ $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x إن $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ هي :									
A	0	B	1	C	2	D	3	E	-1	
										
إعداد : م. خضر سيفو			الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
33	ليكن التابع : $f: x \mapsto \frac{E(x)}{x}$ حيث يرمز لـ $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x فإن نهاية f عند $+\infty$ هي :									
A	0	B	$-\infty$	C	$+\infty$	D	1	E	-1	
										
إعداد: م. زينب يوسف			الجواب :				كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

<p>34 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-1,1\}$ وفق : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$ إن معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها (0) هي :</p>								<p>نحو الحل</p>	
$y = x$	E	$x + y = 1$	D	$y = 0$	C	$y = -1$	B		$y = 1$
								<p>نحو الحل</p>	
إعداد : م. ابتهاج سوسق			الجواب :		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				
<p>35 ليكن f تابعاً مستمراً واشتقاقياً على المجال $I = [0,1]$ ويحقق الشرطين : أيا كان x من I كان $f(x)$ من I وأيا كان x من $]0,1[$ كان $f'(x) < 1$ عندئذ للمعادلة $f(x) = x$</p>								<p>نحو الحل</p>	
A	حلان	B	ليس لها حلول	C	حل وحيد	D	ثلاث حلول		E
								<p>نحو الحل</p>	
إعداد: م. غياث منصور			الجواب :		كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم				

36		يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,2]$ وفق :	
		$f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$	
		فإن عبارة $f(x)$ مستقلة عن $E(x)$ تعطى بالشكل	
$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 2)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	B	$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	A
$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & : x \in [0,1[\\ 1 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	D	$f(x) = \begin{cases} 1 + (x - 1)^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 2)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	C
		$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \in [0,1[\\ 2 + (x - 1)^2 & : x \in [1,2[\\ 2 & : x = 2 \end{cases}$	E
			
إعداد: م. محمد الحموش		الجواب :	
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			
37		ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-1,1\}$ بالعلاقة : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$	
		إن C يقبل مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ معادلته :	
$y = x$	E	$y = -x - 1$	D
$y = x + 1$	C	$y = x - 1$	B
$y = -x + 1$	A		
			
إعداد: م.سوزان عليا		الجواب :	
كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

<p>38 تتأمل المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$</p> <p>ولتكن C مجموعة النقاط التي إحداثياتها (x, y) بالنسبة لهذا المعلم وتحقق العلاقة : $y = \sqrt{x^2 + 1}$</p> <p>ولنعتمد معلماً جديداً $(O; \vec{u}, \vec{v})$ حيث : $\vec{u} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ و $\vec{v} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$</p> <p>ولتكن (X, Y) إحداثيات M بالنسبة لهذا المعلم فإن $X.Y$ يساوي :</p>									
A	1	B	$-\frac{1}{2}$	C	$\frac{1}{2}$	D	0	E	-1
									
إعداد : م. عبدالله حناوي			الجواب :			كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم			

نحو الحل

<p>ليكن C_m الخط البياني للتابع f_m المعرف على R وفق : $m \in R$: $f_m(x) = x^3 + mx^2 - 8x - m$: عندئذ فإن الخطين البيانيين C_0 و C_1 يتقاطعان في نقطتين هما :</p>	<p>39</p>								
<p>(2,7) (7,2)</p>	<p>E</p>	<p>(-1,7) (1,-7)</p>	<p>D</p>	<p>(-1,-7) (1,-7)</p>	<p>C</p>	<p>(-1,7) (-1,-7)</p>	<p>B</p>	<p>(-1,-7) (1,7)</p>	<p>A</p>
									
<p>إعداد: م. يوسف هناوي</p>	<p>الجواب :</p>	<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>							
<p>في معلم متجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$ لدينا النقطتان الثابتتان $A(-3,4)$ و $B(2,1)$ والنقطة المتحركة $M(x, 0)$. نقرن بالنقطة M النقطة \bar{M} التي نعرفها كما يلي : يقطع المستقيم (AM) المحور $(\vec{j}; O)$ في m يقطع المستقيم (Bm) المحور $(\vec{i}; O)$ في M' نرمز إلى فاصلة M' بالرمز $f(x)$ عندما تختلف x عن 1 وعن -3 تعطي عبارة $f(x)$ بالعلاقة :</p>	<p>40</p>								
	<p>A</p>								
<p>$f(x) = \frac{8x}{3x-3}$</p>	<p>E</p>	<p>$f(x) = \frac{8x}{3x-1}$</p>	<p>D</p>	<p>$f(x) = \frac{2x}{x-1}$</p>	<p>C</p>	<p>$f(x) = \frac{2x}{x+1}$</p>	<p>B</p>	<p>$f(x) = \frac{8x}{3x+3}$</p>	<p>A</p>
									
<p>إعداد: م. رياض الحسين</p>	<p>الجواب :</p>	<p>كتابة وتنسيق: المهندس حسام قاسم</p>							