النسبيّة

سؤال : اذكر فرضية اينشتاين الأولى؟

سرعة انتشار الضوء في الخلاء هي نفسها في جميع جمل المقارنة $c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

تجربة: أجريت تجربة حساب تسارع الجاذبية الأرضية بوساطة النواس الثقلي البسيط في مخبر المدرسة ثم كررت التجربة السابقة ضمن باص يسير بحركة مستقيمة منتظمة

نجد أن : القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية

سؤال : اذكر فرضية اينشتاين الثانية؟

القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية

تمدد الزمن :

يفرض أن قطاراً يسير بسرعة ثابتة (v) ومثبت على سقف إحدى عرباته مرآة مستوية ترتفع مسافة (d) عن منبع ضوئي بيد مراقب يقف ساكناً في العربة ذاتها ويرسل المراقب ومضة ضوئية باتجاه المرآة ويسجل الزمن t_0 الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع

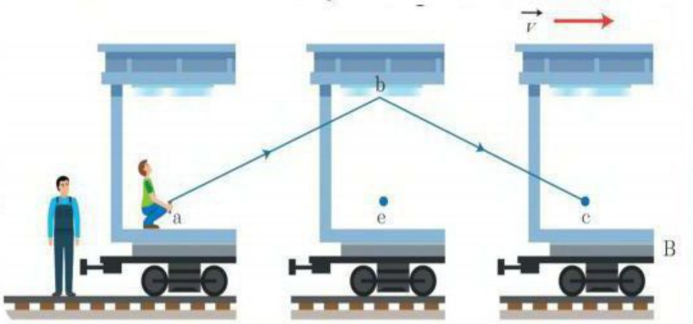
بعد سرعة الشعاع الضوئي c يكون :

السرعة c منبع ضوئي = المسافة $2d$ / الزمن t_0

$$\Rightarrow d = \frac{c \cdot t_0}{2} \Rightarrow t_0 = \frac{2d}{c} \quad ....(1)$$

أما بالنسبة لمراقب خارجي يقف ساكناً خارج القطار على استقامة واحدة مع المنبع الضوئي لحظة إصدار الومضة الضوئية فإن الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع هو t فهل $t_0 = t$؟

سوف نرى ذلك ونستنتج علاقة تمدد الزمن



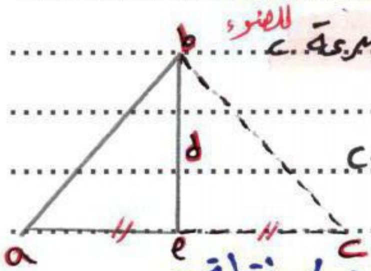
إن المسافة التي تقطعها الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع بالنسبة للمراقب الخارجي هي $(ab+bc)$

لو طبقنا هنا الميكانيك الكلاسيكي لأضفنا سرعة القطار إلى سرعة الضوء

لكن وفق النظرية النسبية الخاصة فإن سرعة الضوء لا تتغير بتغير المراقب فكيف قطع الضوء مسافة أكبر بالسرعة نفسها

السرعة c للضوء = المسافة $(ab+bc)$ / الزمن t

$$c = \frac{2ab}{t} \Rightarrow ab = \frac{c \cdot t}{2}$$



المنبع انتقل من النقطة a إلى نقطة c

السرعة v للمنبع أي بالقطار = المسافة $(ae+ec)$ / الزمن t

$$v = \frac{ac}{t} \Rightarrow v = \frac{2ae}{t} \Rightarrow ae = \frac{v \cdot t}{2}$$

بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث القائم abe نجد

$$(ab)^2 = (ae)^2 + (eb)^2$$

$$\left(\frac{c \cdot t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v \cdot t}{2}\right)^2 + (d)^2$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 \cdot t^2}{4} = \frac{v^2 \cdot t^2}{4} + d^2$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 \cdot t^2}{4} - \frac{v^2 \cdot t^2}{4} = d^2$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) = d^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{(c^2 - v^2)}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad ....(2)$$

ومن العلاقة (1) $t_0 = \frac{2d}{c}$

بقسمة العلاقة (2) إلى (1) نجد

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}}{\frac{2d}{c}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

نخرج c^2 عامل مشترك من تحت الجذر في المقام

$$\Rightarrow \frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2(1-\frac{v^2}{c^2})}}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{t_0} = \frac{c}{c\cdot\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}}$$

نعوض $\gamma = \frac{t}{t_0}$

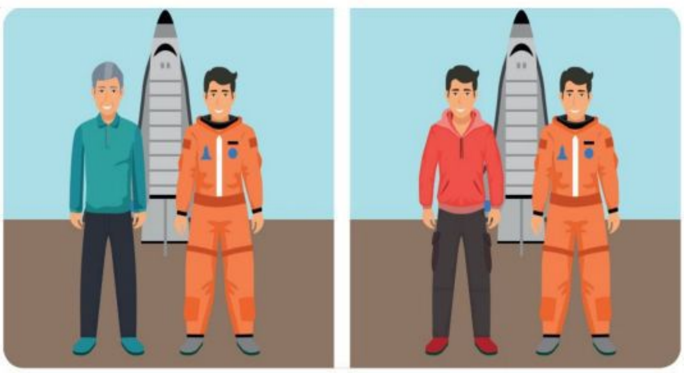
$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}}$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow t = \gamma . t_0$$

نتيجة: يتمدد (يتباطأ) الزمن عند الحركة

تطبيق (مفارقة التوأمان):

يفترض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$ ، $(v \simeq c)$ وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق ميقاتية تحمله. فما الزمن الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض لعودة رائد الفضاء من رحلته؟



الحل: الزمن الذي يسجله الميقاتية التي يحملها رائد الفضاء ($t_0 = 1\,year$)، الزمن الذي يسجله المراقب الخارجي للمرحلة (الأخ التوأم الذي بقي على الأرض t)

$$\gamma = \frac{t}{t_0} \Rightarrow t = \gamma . t_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{(\frac{\sqrt{899}}{30}c)^2}{c^2})}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{\frac{899}{900}c^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{899}{900}}}$$

$$\gamma = 30$$

$$t = \gamma . t_0 \Rightarrow t = 30 \times 1 = 30\,year$$

أي أن الأخ التوأم انتظر ثلاثين عاماً حتى انتهت رحلة أخيه التوأم التي استغرقت بالنسبة له عاماً واحداً

تقلص الأطوال:

تخيل مراقبين الأول في محطة إطلاق على الأرض والثاني هو روبوت في مركبة فضاء انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول.

تسجل العدادات في المحطة على الأرض الآتي: المسافة بين الأرض والشمس L_0 والزمن الذي استغرقته مركبة الفضاء في رحلتها t

$$L_0 = v . t$$

وتسجل عدادات مركبة الفضاء المعطيات الآتية:

المسافة المقطوعة بين الأرض والنجم L وزمن الرحلة t_0 فيكون $L = v.t_0$

بقسمة العلاقتين بعضهما على بعض نجد

$$\frac{l_0}{l} = \frac{v.t}{v.t_0} \Rightarrow \frac{l_0}{l} = \frac{t}{t_0}$$

لكن الزمن الذي استغرقته رحلة المركبة الفضائية يقدر بالنسبة للمراقب الأول $t = \gamma . t_0$

$$\Rightarrow \frac{l_0}{L} = \frac{\gamma . t_0}{t_0}$$

$$\Rightarrow \frac{l_0}{l} = \gamma$$

أما بالنسبة لطول المركبة الفضائية (وفق منحى سرعتها) فيعد L بالنسبة للمراقب الأرضي في لحظة لأن المركبة الفضائية متحركة بالنسبة له ويعتبر L_0 بالنسبة للمراقب في المركبة الفضائية فيكون طول المركبة بالنسبة للمراقب الأرضي أقصر مما هو عليه بالنسبة لمراقب في المركبة.

نتيجة: يتقلص (ينكمش) الطول عند الحركة

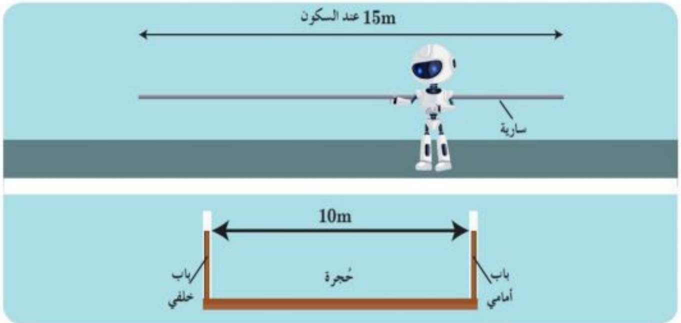
تطبيق (السارية والحجرة)

يفرض أن روبوتاً رياضياً يحمل سارية أفقية طولها 15m وهي ساكنة يتحرك بسرعة أفقية (0,75 من سرعة الضوء) $0,75c$ أمامه حجرة لها بابان أمامي وخلفي البعد بينهما 10m يمكن التحكم بفتحهما وإغلاقهما آنياً بالنسبة لمراقب ساكن

هل يمكن أن تعبر السارية الحجرة بأمان إذا أغلق المراقب الساكن البابين وفتحهما آنياً (بالنسبة له) عند عبور الروبوت مع السارية للحجرة

نجد ($\sqrt{0,4375} \simeq 0,66$)

الحل:



يعد المراقب الساكن طول السارية المتحركة l وطولها وهي ساكنة l_0 فيكون

لدينا $\frac{l_0}{l} = \gamma \Rightarrow l = \frac{l_0}{\gamma}$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{(0,75c)^2}{c^2})}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,75)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,5625}}$$

$$= \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,5625}} = \frac{1}{\sqrt{0,4375}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{0,66}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow L = \frac{15}{\frac{1}{0,66}} = 15 \times 0,66$$

$L = 9,9 < 10m$ OK

بما أن $L = 9,9m < 10m$ لذلك يمكن أن تعبر السارية بأمان

تكافؤ الكتلة - الطاقة :

الكتلة ثابتة في الميكانيك الكلاسيكي من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة انتشار الضوء في الخلاء. أما وفق الميكانيك النسبي فإن الكتلة تزداد بزيادة السرعة وتعطى بالعلاقة $m = \gamma . m_0$ حيث :

m : الكتلة عند الحركة

m_0 : الكتلة عند السكون

سؤال : بيّن من أين أتت هذه الزيادة في الكتلة ؟

الحل :

$\Delta m = m - m_0$

$\Delta m = \gamma . m_0 - m_0 \Rightarrow \Delta m = m_0 (\gamma - 1)$

لدينا :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{v^2}{c^2})}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

نعوض γ في Δm

$$\Rightarrow \Delta m = m_0 \left[(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

ووفق دستور التقريب:

$(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ بعدّ $\varepsilon << 1$

من أجل سرعات صغيرة يكون :

$\Rightarrow \Delta m = m - m_0 = \gamma m_0 - m_0$

$= m_0 (\gamma - 1) = m_0 \left[1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1 \right]$

$\Rightarrow \Delta m = m_0 \left[\frac{v^2}{2c^2} \right]$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{\frac{1}{2} m_0 . v^2}{c^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{E_K}{c^2}$$

نتيجة : عندما يتحرك الجسم تزداد كتلته بمقدار يساوي طاقته الحركية مقسومة على مربع ثابت c^2 أي أن الكتلة تكافئ الطاقة

الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي :

لدينا : $\Delta m = m - m_0 = \frac{E_K}{c^2}$ (1)

نضرب العلاقة (1) بالثابت c^2 فنجد :

$m . c^2 - m_0 c^2 = E_K$

$E - E_0 = E_K \Rightarrow E = E_K + E_0$

نتيجة : إن الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي هي مجموع الطاقة السكونية والطاقة الحركية

الطاقة السكونية $E_0 = m_0 . c^2$

الطاقة الحركية $E_K = E - E_0$

الطاقة الكلية $E = m . c^2$

تطبيق محلول : يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية $2.7 \times 10^{-16} \; J$:

1 : أحسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقته الحركية

2 : احسب طاقته السكونية علماً

$m_e = 9 \times 10^{-31} \; Kg$ // $c = 3 \times 10^8 \; m.s^{-1}$

المعطيات :

$E_K = 2.7 \times 10^{-16} \; J$

$m_e = 9 \times 10^{-31} \; Kg$, $c = 3 \times 10^8 \; m.s^{-1}$

الحل :

1 :

$E_K = m . c^2 - m_0 . c^2$

$\Rightarrow E_K = c^2 (m - m_0)$

$$\Rightarrow (m - m_0) = \frac{E_K}{c^2} = \frac{2.7 \times 10^{-16}}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$= \frac{2.7 \times 10^{-16}}{9 \times 10^{16}} = 3 \times 10^{-32} \; Kg$$

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الفرق في الكتلة}}{\text{كتلة الإلكترون}} \times 100\%$$

$$= \frac{m - m_0}{m_e} \times 100\%$$

$$\text{النسبة} = \frac{3 \times 10^{-32}}{9 \times 10^{-31}} \times 100\% = 3.33\%$$

2 : طاقة الإلكترون السكونية :

$E_0 = m_0 \cdot c^2$

$= 9\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2$

$= 9\times10^{-31}\times 9\times10^{16}$

$E_0 = 81\times10^{-15}\ J$

نتيجة : إن أثر النظرية النسبية الخاصة يهمل من أجل السرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء وتؤول عندها العلاقات الفيزيائية إلى شكلها الكلاسيكي

سؤال : انطلاقاً من علاقات الميكانيك النسبي $\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}}$ هل يمكن التوصل إلى العلاقات المطبقة في الميكانيك الكلاسيكي ؟ بين ذلك في الطاقة الحركية ؟

الحل : من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء $v \ll c$ فإن $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

ووفق دستور التقريب :

$\varepsilon \ll 1$ بعد $(1+\varepsilon)^n \approx 1+n\varepsilon$

من أجل سرعات صغيرة يكون :

$$\Rightarrow \gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

لنأخذ على سبيل المثال علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك النسبي

لدينا $E = \gamma \cdot E_0$

$E_K = E - E_0 \Rightarrow E_K = \gamma \cdot E_0 - E_0$

$\Rightarrow E_K = (\gamma - 1) E_0$

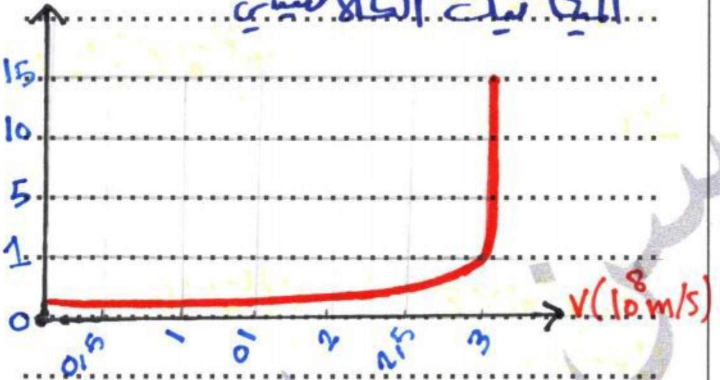
نعوض عن γ فنجد

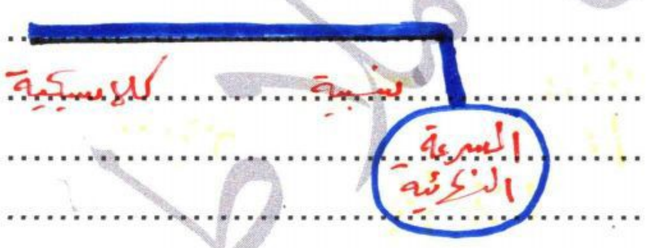
$\Rightarrow E_K = (1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1) E_0$

$\Rightarrow E_K = (\frac{v^2}{2c^2}) m_0 \cdot c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

وهي علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي





سؤال : انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة لكمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي

الحل : علاقة شعاع كمية الحركة في الميكانيك النسبي $\vec{P} = m \cdot \vec{v}$ ، $m = \gamma \cdot m_0$

$\vec{P} = \gamma \cdot m_0 \cdot \vec{v}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{(1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

ووفق دستور التقريب

$\varepsilon << 1$ بعدّ $(1+\varepsilon)^n$ يصبح $1+n\varepsilon$

من اجل السرعات الصغيرة يكون

$$\Rightarrow \gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

السرعات الصغيرة امام سرعة الضوء في الخلاء $v << c$ فإن $\frac{v^2}{c^2} << 1$

نعوض عن γ فنجد

$$\Rightarrow \vec{P} = (1 + \frac{v^2}{2c^2})\, m_0 \vec{v}$$

السرعات الصغيرة امام سرعة الضوء في الخلاء $v << c$ فإن $\frac{v^2}{c^2} << 1$

لذلك نهمل الحد $\frac{v^2}{c^2}$ لانه صغير جداً

فتصبح العلاقة $\vec{P} = (1)\, m_0 \vec{v} = m_0 \vec{v}$

وهي عبارة مشابهة كمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي لكن الميكانيك النسبي أكثر شمولاً من الميكانيك الكلاسيكي التي تبقى علاقته صحيحة من اجل سرعة $42 \times 10^6\ m.s^{-1}$ بتقريب مقبول 1%

حل الأسئلة النظرية

اولاً: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1. افترض أن صاروخين في الخلاء يتحرك كل منهما نحو الآخر بسرعة قريبة من سرعة انتشار الضوء في الخلاء وفي لحظة ما أضاء الصاروخ الأول مصابيحه، إن سرعة ضوء الصاروخ بالنسبة للصاروخ الثاني هي:

a. c

b. أكبر من c

d. أصغر من c

c. معدومة

الحل: حسب المبدأ الأول لأينشتاين (سرعة انتشار الضوء هي نفسها $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$ في جميع جمل المقارنة)

الإجابة: a. c

2. افترض ان طاقم سفينة فضاء تطير بسرعة قريبة من سرعة انتشار الضوء في الخلاء، يشاهدون تسجيلاً لمباراة كرة قدم مدتها ساعة ونصف، ويتابعهم مراقب أرضي بتلسكوب دقيق، حسب الأرضي مدة المباراة

a. هي نفسها

b. أكبر

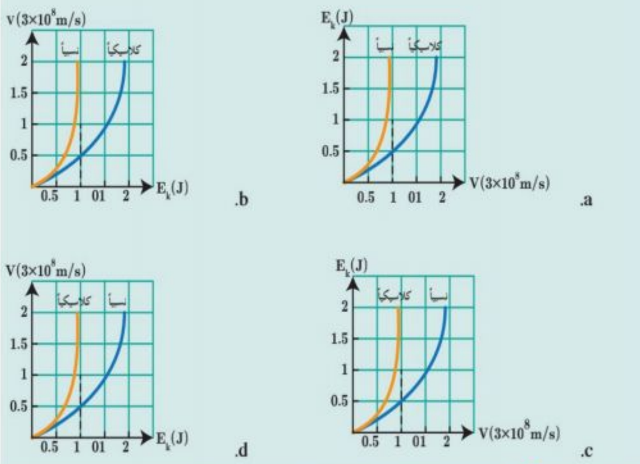
d. أصغر

c. معدومة

الحل: بسبب تمدد الزمن $t = \gamma\, t_0$

الإجابة: b. أكبر

3. المنحني البياني الذي يمثّل العلاقة بين الطاقة الحركيّة لجسمٍ ما، وسرعته هو:



ثانياً - اجب عن الأسئلة الآتية:

1- يحاول العلماء عند دراستهم خصائص الجسيمات تحريكها بسرعات كبيرة جداً باستخدام المسرعات، هل يمكن أن تصل سرعة هذه الجسيمات إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء تماماً؟ لماذا؟

الحل: كلا، لأنه كلما اقتربت سرعتها من سرعة الضوء تزداد كتلتها وتقترب من اللانهاية وبالتالي تحتاج لقوى لانهائية لتسريعها وهذا غير ممكن.

$$m = \gamma . m_0 \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} . m_0$$

إذا كان $v = c \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{0}} . m_0 \Rightarrow$

$$m \to \infty$$

2- نقيس جسم ساكن عند مستوٍ مرجعي (سطح الأرض مثلاً) ما قيمة طاقته الحركية عندئذ؟ ما قيمة طاقته الكامنة الثقالية بالنسبة للمستوي المرجعي؟ هل طاقته الكلية النسبية معدومة؟ ولماذا؟

الحل: طاقته الحركية معدومة ($E_k = \frac{1}{2} m . v^2$) لأن سرعته معدومة بالنسبة للأرض.

طاقته الكامنة الثقالية معدومة ($E_p = m . g . h$) لأنه على المستوي المرجعي.

الطاقة الكلية النسبية غير معدومة لأنه يمتلك كتلة سكونية وبالتالي له طاقة كلية تساوي طاقته السكونية $E = E_0 = m_0 . c^2$

المسألة الأولى:

جسم مستطيل الشكل طوله وهو ساكن $L_0 = b_0$ يساوي ضعفي عرضه a يتحرك هذا الجسم بحيث يكون طوله موازياً لشعاع سرعته $\vec{v}$ بالنسبة لمراقب في الجملة الساكنة فيبدو له مربعاً. احسب قيمة سرعة الجسم.

المعطيات: طول المستطيل وهو ساكن $L_0 = b_0$

عرض المستطيل (نفسه) طول المستطيل وهو متحرك لأنه مربع $a = b = L$

من فرض المسألة $L = \frac{1}{2} L_0$

	الطول	العرض	العلاقة بينهما
ساكن	b_0	a	$b_0 = 2a$
متحرك	b	a	$b = a$

$$b_0 = 2a \Rightarrow L_0 = 2L \Rightarrow L = \frac{1}{2} L_0$$

b_0 ، a ، b ، a ، v

الحل: لدينا من فرض المسألة:

$$L = \frac{1}{2} L_0 \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

بالمقارنة نجد أن: $\gamma = 2$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}}$$

نربع:

$$4 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} . c^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}} . c$$

$$V = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot C = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \times 10^8$$

$$= 2,595 \times 10^8 \, m.s^{-1}$$

المسألة الثانية : يتحرك إلكترون بسرعة $\frac{2\sqrt{2}}{3} c$ المطلوب

1: احسب كمية حركة الالكترون وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي ثم وفق الميكانيك النسبي أيهما الأصح بر أيك ؟

المعطيات : $V = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$

$m_0 = 9 \times 10^{-31} \, Kg$ كتلة الالكترون

الحل :

الميكانيك الكلاسيكي كمية الحركة

$$P = m_0 . V = m_0 . \frac{2\sqrt{2}}{3} C$$

$$= 9 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^8$$

$$= 18\sqrt{2} \times 10^{-23} = 25,2 \times 10^{-23} \, Kg.m.s^{-1}$$

وفق الميكانيك النسبي :

$$P' = m . V = \gamma . m_0 . V$$

$$P' = \gamma . m_0 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} C$$

نحسب γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} . C\right)^2}{C^2}\right)}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{4 \times 2}{9}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{8}{9}\right)}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

لدينا من الميكانيك الكلاسيكي :

$$P = m_0 . \frac{2\sqrt{2}}{3} . C$$

ولدينا من الميكانيك النسبي :

$$P' = \gamma . m_0 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} . C$$

نجد أن

$$P' = \gamma . P$$

$$\Rightarrow P' = 3 \times 25,2 \times 10^{-23} = 76 \times 10^{-23} \, Kg . m.s^{-1}$$

الأصح هو P' هذه النتيجة التي حصلنا عليها من قوانين الميكانيك النسبي . لأن سرعة الالكترون قريبة من سرعة الضوء ولا يمكن إهمال تغيرات الكتلة عند هذه السرعة .

المسألة الثالثة : تبلغ الكتلة السكونية لبروتون $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \, kg$ وطاقته الكلية تساوي ثلاثة أضعاف طاقته السكونية

المطلوب : احسب كل من طاقته السكونية وطاقته الحركية في الميكانيك النسبي وكتلته في الميكانيك النسبي ...

المعطيات $m = ? \quad E_K = ? \quad E_0 = ?$

لدينا $E = 3E_0 \quad m_p = m_0 = 1,67 \times 10^{-27} \, Kg$

الحل :

$$E_0 = m_0 . c^2 = 1,67 \times 10^{-27} (3 \times 10^8)^2$$

$$= 1,67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$= 15,03 \times 10^{-11} \, J$$

$$E_K = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$

$$= 2 \times 15,03 \times 10^{-11} = 30,06 \times 10^{-11} \, J$$

$E = m.c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{3E_0}{c^2}$

$= \frac{3m_0.c^2}{c^2} = 3m_0 = 3\times1,67\times10^{-27}$

$\Rightarrow m = 5,01\times10^{-27}\ Kg$

المسألة الثامنة عامة: تخيل أن مركبة فضاء لها شكل متطيل تقوم برحلة إلى نجم الشعرى وفق مسار مستقيم بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دوماً موازياً لطول المركبة فتسجل أجهزة المركبة المباشرة القياسات الآتية: طول المركبة $100m$ ، عرض المركبة $25m$ المسافة المقطوعة 4 سنة ضوئية ، زمن الرحلة $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة وتسجل أجهزة المحطة الأرضية قياسات لتلك الرحلة باستخدام تلسكوب دقيق احسب كل من سرعة المركبة ، طول وعرض في أثناء الرحلة ، المسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفقاً قياسات المحطة الأرضية (سرعة الضوء في الخلاء $c = 3\times10^8\ m.s^{-1}$)

المعطيات:
- طول المركبة: $L_0 = 100m$
- عرض المركبة: $d_0 = 25m$
- المسافة المقطوعة: $x_0 = 4t_1.c$ year light
- زمن الرحلة: $t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}.t_1$ year

الحل: السرعة:

$v = \frac{x_0}{t_0} = \frac{4t_1.c}{\frac{8}{\sqrt{3}}.t_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\times3\times10^8 = 2,595\times10^8\ m.s^{-1}$

حيث t_1 هو عدد الثواني في السنة:

$t_1 = 365\times24\times3600$

$= 31536000\ s$

* طول السفينة: $\Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}c)^2}{c^2}\right)}}$

$= \frac{1}{\sqrt{(1-(\frac{\sqrt{3}}{2})^2)}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{3}{4})}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{3}{4})}}$

$= \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{4})}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50\ m$

* عرض السفينة لا يتأثر: $d = d_0 = 25\ m$
* المسافة التي قطعتها: $x = v.t = v.\gamma.t_0$

لدينا: $x_0 = v.t_0$

$x = x_0.\gamma = 4\times2 = 8$ year light

* زمن الرحلة:

$t = \gamma.t_0 = 2\times\frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}$ year

● تفكير ناقد: في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإن طاقته الحركية تزداد أربعة أضعاف فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي؟ وضح ذلك؟

★ الميكانيك الكلاسيكي:

$P = m.V \Rightarrow V = \frac{P}{m}$

$E_K = \frac{1}{2} m.v^2$

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2} m \left(\frac{P}{m}\right)^2$

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2} m \frac{P^2}{m^2} = \frac{1}{2} \frac{P^2}{m}$

عندما تتضاعف كمية الحركة $P' = 2P$

$E'_K = \frac{1}{2} \times \frac{(P')^2}{m} = \frac{1}{2} \times \frac{(2P)^2}{m}$

$\Rightarrow E'_K = \frac{1}{2} \times \frac{4P^2}{m}$

$\Rightarrow E'_K = 4\left(\frac{1}{2} . \frac{P^2}{m}\right)$

$\Rightarrow E'_K = 4 E_K$

حسب ميكانيك الكلاسيكي تزداد الطاقة الحركية أربعة أضعاف

★ الميكانيك النسبي

$P = \gamma . m_0 . c \Rightarrow m_0 = \frac{P}{\gamma . c}$

$E_K = (\gamma - 1) m . c^2$

$\Rightarrow E_K = (\gamma - 1) \frac{P}{\gamma . c} . c^2$

$\Rightarrow E_K = (\gamma - 1) \frac{P}{\gamma} . c$

عندما تتضاعف كمية الحركة $P' = 2P$

$E'_K = (\gamma - 1) . \frac{P'}{\gamma} . c$

$E'_K = (\gamma - 1) \frac{2P}{\gamma} . c$

$E'_K = 2\left[(\gamma - 1) . \frac{P}{\gamma} . c\right]$

$\Rightarrow E'_K = 2 E_K$

حسب ميكانيك النسبي تزداد الطاقة الحركية ضعفين

● ابحث أكثر: تطبق النسبية الخاصة المقيدة في حالة انعدام التسارع. ابحث في النسبية العامة وما قدمته من تفسير للجاذبية الكونية

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح

With alot of Love ...