التمرين 01:

1. $(u_n)_{n\in N}$ متتالية حسابية متناقصة حدها الأول u_0 و أساسها r .

أ- عين u_2 و r علما أن

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب المجموع :

$$s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي :

$$v_n = e^{14-3n}$$

أ- بين أن $(v_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها

ب- احسب المجمـــــــــــوع

$$T_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$$

و الجداء $P_n = v_0 . v_1 . v_2 . \ldots . v_n$

ج - احسب $\lim_{n\to+\infty} T_n$ و $\lim_{n\to+\infty} P_n$

التمرين 02:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي :

$u_0 = \frac{5}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$

1. أ- ارسم في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على R ب :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

ب- باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

2.أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 6$

ب- تحقق أن (u_n) متزايدة

ج- هل (u_n) متقاربة ؟ برر إجابتك.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n = u_n - 6$$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$

التمرين 03:

(u_n) متتالية عددية معرفة ب

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n} \end{cases}$$

1. احسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3 و ضع تخمينا حول اتجاه التغير (u_n)

2. أثبت أنه لكل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 1$

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . بين أن (u_n) متقاربة و احسب نهايتها .

4.نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ :

$$v_n = \frac{1}{1-u_n}$$

أ- احسب الحدود : v_0 ، v_1 و v_2

ب-برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها .

ج- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n ، استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n)

5.احسب المجموع

$$s_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$$

و الجداء : $\pi_n = u_0 . u_1 \ldots . u_n$

التمرين 04:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة

كما يلي : $n \in N$ $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n+1}{u_n+4} \end{cases}$

1. أ- احسب u_1 و u_2

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_n > 1$$

ج- ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in N}$

ثم استنتج أنها متقاربة

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة لكل عدد طبيعي n ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أبرهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب- احسب v_n بدلالة n

ج – استنتج أن : $u_n = \frac{5^{n+1}+3^{n+1}}{5^{n+1}-3^{n+1}}$

ثم احسب $\lim u_n$

1. احسب بدلالة n كلا من

$$s_n = v_0^2 + v_1^2 + \cdots + v_n^2$$

والجداء $P_n = v_0 . v_1 . v_2 . \ldots . v_n$

التمرين 05:

1. $(u_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :

$$\ln u_1 + \ln u_5 = -12$$

$$\ln u_2 - \ln u_4 = 4$$

- عين أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها u_0 أحسب u_n بدلالة n

- احسب المجموع

$$s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

ثم $\lim_{n\to+\infty} s_n$

2. $(v_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي

$$v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$$

- بين أن $(v_n)_{n\in N}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

- نسمي T_n المجموع :

$T_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$. عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $T_n^2 = 2^{30}$

التمرين 06:

I) المتتالية (v_n) معرفة على N ب :

$$v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$$

1.بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها وحدها الاول

2. احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

II) المتتالية (u_n) المعرفة ب $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

1. برهن بالتراجع من اجل كل عدد

طبيعي n : $1 \le u_n \le 6$.

2. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3. أ. برهن من اجل كل عدد طبيعي n :

$$6 - u_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - u_n)$$

ب. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq 6 - u_n \leq v_n$$

استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$

التمرين 07:

1. نعتبر الدالة f المعرفة على المحال $I = [1,2]$ بالعبارة

$$f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$$

أ-بين أن الدالة f متزايدة تماما على I

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

2. (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على N كما يأتي : $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، u_n ينتمي إلى I

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

3. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$

ب- عين النهاية : $\lim_{n\to+\infty} u_n$

التمرين 08:

لتكن المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n) المعرفتين كما يلي :

$u_0 = 12$ ، $v_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$

$$v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

$w_n = u_n - v_n$ و $t_n = 3u_n + 8v_n$

1. أثبت أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2. أحسب w_n بدلالة n ما هي نهاية (w_n) ؟

3. أثبت أن المتتالية (t_n) متتالية ثابتة . ما هي نهاية (t_n)؟

4. أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان .

5. استنتج نهاية u_n و نهاية v_n

التمرين 09:

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$

1. بين أن (u_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

2. احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$. وماذا تستنتج ؟

3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n)$.

1. عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n).

2. أ- احسب بدلالة n العدد p_n حيث :

$$p_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times ... \times u_n)$$

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث : $p_n + 4n > 0$.

التمرين 10:

(u_n) متتالية معرفة على N بـ

$$u_0 = e^3 \text{ و } u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$$

(v_n) متتالية معرفة على N بـ

$$v_n = \ln(u_n) - 2$$

1. بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول .

2. استنتج v_n ثم $\ln(u_n)$ بدلالة n .

3. أ- ما هي نهاية المتتالية (v_n)

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو e^2

التمرين 11:

/) لتكن (v_n) متتالية معرفة كما يلي

$$\begin{cases} v_0 = \alpha \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{9}{4} \end{cases}$$

-عين α حتى تكون (v_n) ثابتة

//) نضع $\alpha = 4$

1. احسب v_1 ، v_2 و v_3

2. نعرف (u_n) كمايلي : $u_n = v_n - 3$

أ- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب- اكتب u_n و v_n بدلالة n

ج- احسب المجموع

$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ بدلالة n

د- احسب المجموع

$S'_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ بدلالة n

ه- احسب المجموع

$Q_n = u_0 + 4u_1 + 4^2u_2 + 4^3u_3 + .. + 4^nu_n$

بدلالة n

و- احسب الجداء

$P_n = u_0.u_1.u_2 \ldots .u_n$ بدلالة n

التمرين 12:

لتكن (u_n)متتالية معرفة كما يلي :

$$u_0 = 1 \text{ و } u_1 = 2$$

$$u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

1. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كمايلي :

$$v_n = u_{n+1} - u_n$$

برهن أن (v_n) متتالية هندسية عين أساسها و حدها الأول

2. استنتج v_n بدلالة n

3. برهن أنه من أجل كل n

$$u_n = u_0 + (v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1})$$

4. استنتج u_n بدلالة n